

# Применение метода FDTD для электродинамического моделирования резонаторных ускоряющих структур

М.Ф. Ворогушин, Ю.А. Свистунов, И.О. Четвериков

*Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры  
им. Д.В. Ефремова, Санкт-Петербург, Россия*

В.Н. Малышев, М.В. Малюхов

*Государственный электротехнический университет, Санкт-Петербург, Россия*

## Введение

В последнее десятилетие в НПК ЛУЦ НИИЭФА им. Д.В. Ефремова ведутся разработки ускорителей, в которых поля, возбуждаемые пучком, вносят значительные возмущения в установившиеся поля резонаторов. Имеются в виду ускорители электронов для стерилизации медицинского оборудования, пищевых продуктов, отходов различных производств и т.п. с мощностью пучка 15 кВт и выше, а также высокочастотные ускорители ионов прикладного назначения, которые используются как излучатели в технологических комплексах различных производств, комплексах экологического мониторинга, таможенного контроля и т.п. [1].

Выбор рабочей частоты этих ускорителей ионов 433 МГц обусловлен требованиями компактности установок и мировым уровнем технологии ускорителей. Разрабатываемые и исследуемые в НИИЭФА им. Д.В. Ефремова резонаторы с пространственно-однородной квадрупольной фокусировкой для ускорения протонов и дейтронов до энергии 2 МэВ и так называемые ИР – резонаторы для ускорения частиц от 2 до 15- 20 МэВ имеют небольшие объемы при этой рабочей частоте и, соответственно, запасенная энергия в них сравнительно не велика. Поэтому даже при токах порядка 15-20 мА в импульсе амплитуда поля может составить порядка 10 процентов от стационарной амплитуды поля в отсутствие пучка. При проектировании системы высокочастотного питания в целом систем стабилизации амплитуды и частоты ускоряющих резонаторов (которые, в частности, должны компенсировать влияние нагрузки пучком, оптимизации системы ВЧ-питания с точки зрения минимизации энергетических затрат) необходимо знать не только частотный спектр собственных колебаний, но и учитывать переходные процессы в резонаторе [2]. Метод FDTD позволяет моделировать как стационарные, так и нестационарные процессы, происходящие в резонаторах при взаимодействии пучка с полем.

В данной работе речь идет о программе моделирования стационарных и нестационарных полей в резонаторах и волноводах, адаптированной для персонального компьютера, хотя, вообще говоря, трехмерные полевые задачи, не говоря уже о переходных полевых проблемах, требуют использования больших ЭВМ.

## Описание метода

Метод конечных разностей во временной области (FDTD) был предложен К. Yee [3]. Он основан на дискретизации уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \Delta \times \vec{E} &= 0, & \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} - \Delta \times \vec{H} &= \vec{J}, \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}, & \vec{D} &= \epsilon \vec{E}\end{aligned}$$

В FDTD-методе уравнения Максвелла решаются путем использования центрально-разностной аппроксимации для расчета пространственных и временных производных. Моделируемая область пространства представляется в виде двух сеток, смещенных друг относительно друга на половину шага. Одна сетка содержит узлы, в которых рассчитываются компоненты магнитного поля, а другая – узлы с компонентами электрического поля.

Центрально-разностная аппроксимация уравнений Максвелла для компоненты  $B_x$  имеет вид

$$\frac{B_x^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2, k+1/2) - B_x^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k+1/2)}{\Delta t} = \frac{E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta y}, \quad (1)$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  и  $\Delta y$  – геометрические размеры ячейки, а  $\Delta t$  – временной шаг. Верхние индексы  $n$ ,  $n + 1/2$  и  $n - 1/2$  обозначают номер временного шага, индексы  $(i, j, k)$  определяют координаты соответствующих узлов в сетке. Слагаемое  $+1/2$  появляется из-за смещения сеток  $E$  и  $H$  друг относительно друга. Аналогично уравнению (1) выглядят центрально-разностные уравнения для компонент  $y$  и  $z$  магнитного поля. Уравнения для компонент электрического поля отличаются добавленным слагаемым плотности тока  $J$ , что позволяет моделировать поверхности со сторонним током.

Стабильность FDTD-алгоритма определяется критерием устойчивости Куранта

$$1/\sqrt{(\Delta x)^{-2} + (\Delta y)^{-2} + (\Delta z)^{-2}} \geq c\Delta t = \sqrt{\frac{1}{\epsilon\mu}}\Delta t,$$

где  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  и  $\Delta y$  – геометрические размеры ячейки;  $\Delta t$  – наибольший из возможных временных шагов;  $\sqrt{1/\epsilon\mu}$  – скорость распространения волны в моделируемой среде.

Для задач, где свойства среды неоднородны в моделируемом объеме, каждой ячейке присваивают значения  $\epsilon$  и  $\mu$ , определяя, таким образом, электромагнитные свойства пространства. Эти параметры могут иметь различные значения в направлениях  $x$ ,  $y$  и  $z$ , что позволяет моделировать анизотропные материалы. Для ряда задач кроме значений электрической и магнитной проницаемости можно также учитывать и проводимость среды  $\sigma$ . Значения  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\sigma$  могут изменяться во времени, позволяя моделировать такие материалы, как сегнетоэлектрики и ферромагнетики. Эта возможность является важным достоинством метода.

В задачах, где требуется моделирование неограниченного объема, для сокращения количества переменных без снижения точности решения вводят искусственную границу вокруг исследуемого объекта, которая была бы прозрачной для волн, распространяющихся от рассеивающего тела, и не пропускала волны, отраженные от границы сетки (поглощающие граничные условия).

Входными данными для FDTD-метода являются временные отсчеты сигнала возбуждения или полностью заданное распределение поля в конкретный момент времени. Возбуждение может задаваться либо падающей плоской волной (что удобно для решения внешних дифракционных задач), либо источником заданной формы, моделирующим стороннее поле или ток.

### Моделирование переходных процессов

Одно из преимуществ FDTD-метода – его способность непосредственно моделировать переходные процессы. Моделируемые объекты могут иметь один или несколько источников возбуждения, имеющих различный сдвиг фаз и амплитуду.

Современные требования к ускорителям электронов включают в себя необходимость согласования ускоряющей структуры с генератором в как можно большей полосе частот. Один из вариантов – использование согласователя с относительно малым уровнем мощности. Задача такого рода является хорошим примером для демонстрации возможностей FDTD-метода. Моделирование позволяет определить зависимость времени переходного процесса от соотношения амплитуд поля на основном участке и согласователе.

На рис. 1 приведены мгновенные распределения продольной компоненты электрического поля в различные моменты переходного процесса в модели структуры ускорителя УЭЛР-2.5-0.5Д-0.25. Ускоритель предназначен для таможенного контроля, работает на частоте 2998 МГц и имеет коэффициенты связи по длине структуры 2-3%. Длительность импульса высокочастотного питания 4.5 мкс.

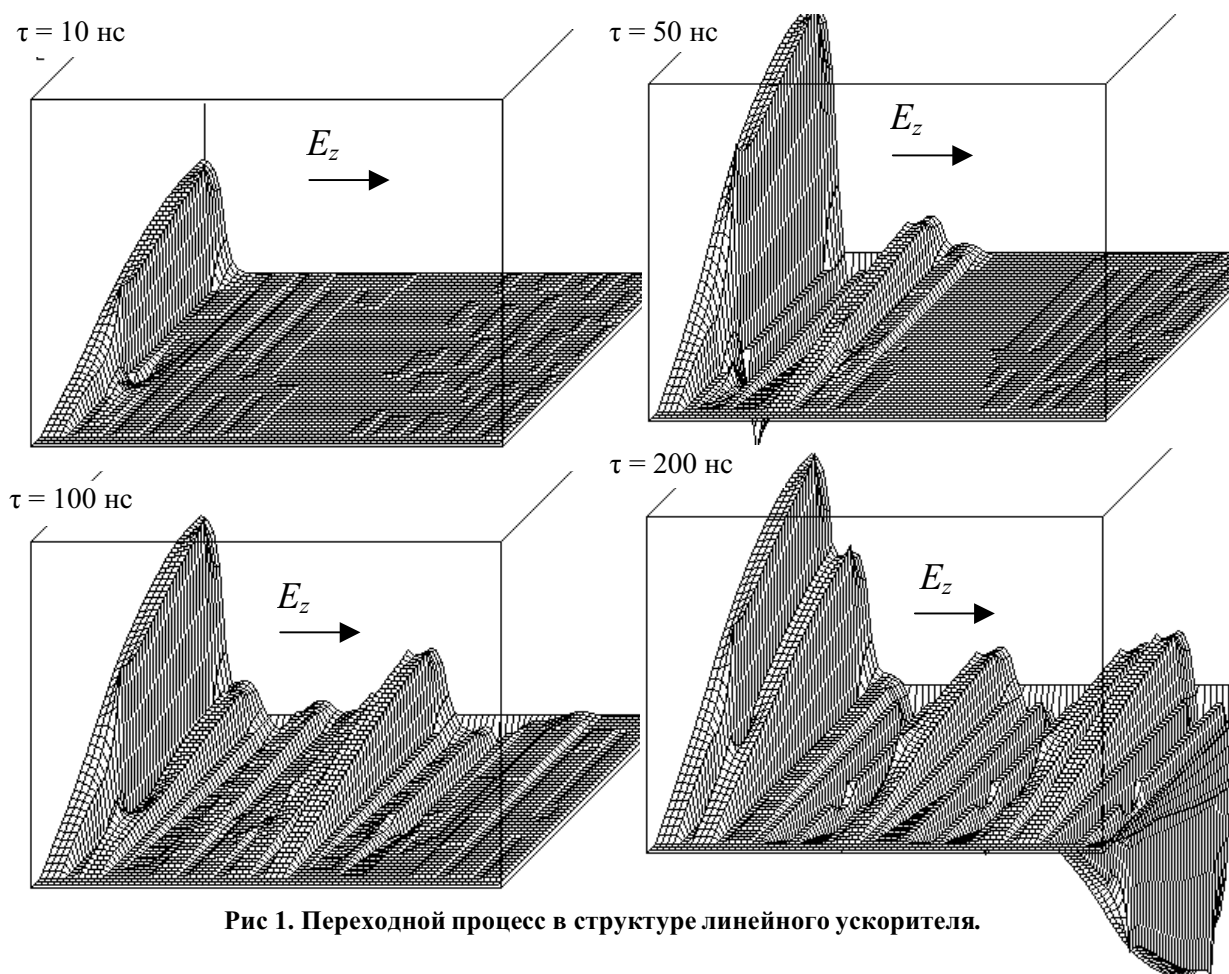


Рис 1. Переходной процесс в структуре линейного ускорителя.

### Определение спектрального состава и идентификация видов колебаний

Моделирование методом FDTD четырехкамерного резонатора с пространственно-однородной квадрупольной фокусировкой протонного ускорителя НПК ЛУЦ с энергией 2 МэВ и рабочей частотой 433 МГц позволяет получить временную зависимость электромагнитного поля различных мод и спектральную плотность отклика [4].

При возбуждении резонатора гармоническим сигналом с частотой 433 МГц появляется только рабочий тип колебаний с квадрупольным поперечным распределением (рис. 2) и близким к равномерному в большей части структуры продольным распределением (рис. 4). Видна также характерная неоднородность поля в зоне элемента возбуждения.

Кроме основного типа, при возбуждении коротким импульсом и строгом соблюдении квадрупольной симметрии, в диапазоне частот от 400 до 600 МГц имеются моды, связанные с продольно-неоднородным распределением поля. При несоблюдении квадрупольной симметрии появляются дополнительные паразитные моды колебаний. Суперпозиция двух вырожденных дипольных типов представлена на рис 3.

При возбуждении гармоническим сигналом с частотой 458 МГц (ближайший к рабочему паразитный тип) наблюдаются колебания с одной вариацией вдоль продольной оси. На рис. 5 – продольное распределение продольной компоненты магнитного поля. Точно так же можно исследовать распределение поля других представляющих интерес типов колебаний и компонент электромагнитного поля.

Заметим, что распределения мгновенных значений полей не всегда просто правильно интерпретировать. Для анализа установившегося режима целесообразно при обработке результатов выделять огибающие.

## Заключение

Таким образом, здесь продемонстрированы возможности метода при моделировании полей в резонансных ускоряющих структурах. Помимо решения задачи определения частот и распределения в пространстве собственных видов колебаний резонаторов важной является

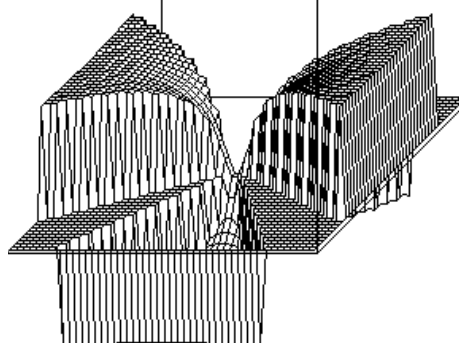


Рис. 2. Пространственное распределение  $H_z$ -компоненты рабочего вида колебаний.

$H_z$  ↑

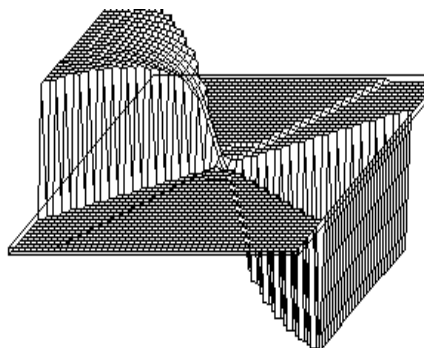


Рис.3. Пространственное распределение  $H_z$ -компоненты дипольных мод.

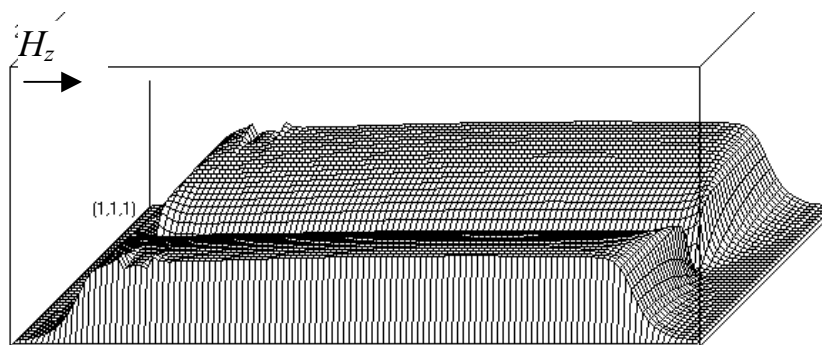


Рис. 4. Зависимость  $H_z$  для рабочего вида колебаний.

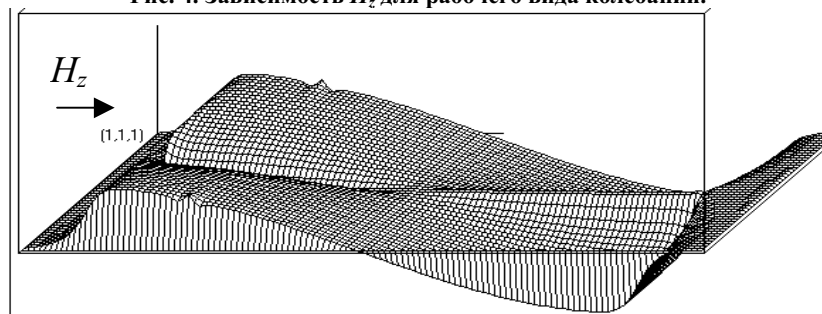


Рис. 5. Зависимость  $H_z$  для квадрупольного типа с продольной вариацией.

возможность рассмотрения переходных процессов.

Тестирование показало, что при определенной доработке представленная программа позволит получить практические результаты для конкретных ускоряющих структур на персональных компьютерах за приемлемое машинное время.

## Список литературы

- [1] Yu.A. Svistunov et al. Testing of a new 2 MeV RFQ and perspective of 433 MHz linac for applied purposes. Proceeding of Conference Linac 1998 Chicago, August 26-30, vol.2, p.738, 1998.
- [2] M.A. Chernogubovsky, M. Sugimoto. RF Control at transient beam loading for high-duty-factor linacs. JAERI-Research 98-041, August 98.
- [3] K.S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. IEEE Trans. Antennas Propagat. 1966. Vol. AP-14. P. 302-307.
- [4] Электродинамическое моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD) /Под ред. В.Н. Малышева. - СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2000. 76 с.