

# Анализ тепловых полей и устойчивости работы сверхпроводящей ускоряющей СВЧ-структуры с использованием уравнения теплового баланса

И.А. Звонарев, О.М. Мамаев, Л.М. Севрюкова

Отраслевая проблемная лаборатория технологии и исследования сверхпроводящих резонаторов (ОПЛ ТИСПр) Минатома России при ГНЦ ИФВЭ

## Введение

Основная цель данного цикла работ посвящена увеличению ускоряющего поля в сверхпроводящих СВЧ-структурах для ускорителей заряженных частиц [1, 2]. Известно, что эта проблема связана с уменьшением эмиссионных эффектов [3] и уничтожением условий возникновения термомагнитного пробоя [4]. В связи с последним необходимо рассмотреть условия работы ускоряющей СВЧ-структуры, способные подавлять возникающие тепловые возмущения.

В настоящее время развивается проект ускорителя SVAAP (Сверхпроводящий вертикальный ускоритель для прикладных целей) [5], поэтому проведен расчет геометрических размеров и основных электродинамических параметров [6], и анализ тепловых полей [7], а здесь рассмотрена устойчивость работы ускоряющей СВЧ-структуры на высоком уровне СВЧ-мощности именно для ускорителя SVAAP.

## 1. Анализ тепловых полей и устойчивости работы сверхпроводящей ускоряющей СВЧ-структуры

### 1.1 Постановка задачи

Рассмотрим резонатор из сверхпроводящего ниобия, в области экватора (область максимальной рассеиваемой мощности) с внутренним диаметром  $d_1$  и наружным диаметром  $d_2$ , с постоянным коэффициентом теплопроводности  $\lambda$ . Заданы постоянная температура гелиевой ванны  $t_{ж}$ , коэффициент теплоотдачи к гелию на наружной стенке  $\alpha$ , тепловое сопротивление Капицы на границе ниобий – гелий  $R_k$  и поток тепла через внутреннюю поверхность  $q_l$  (рис. 1).

Будем полагать, что длина рассматриваемой ячейки велика по сравнению с толщиной стенки. Тогда потерями теплоты с торцов трубы можно пренебречь, и при установившемся тепловом режиме будет проходить через стенку и отдаваться от стенки к холодной жидкости одно и то же количество теплоты.

Следовательно, можно написать:

$$q_l = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{d_1 \ln \frac{d_2}{d_1}}{2\lambda}};$$

$$q_l = \frac{d_2}{d_1 \cdot R_k} (t_{c2} - t_k); \quad (1)$$

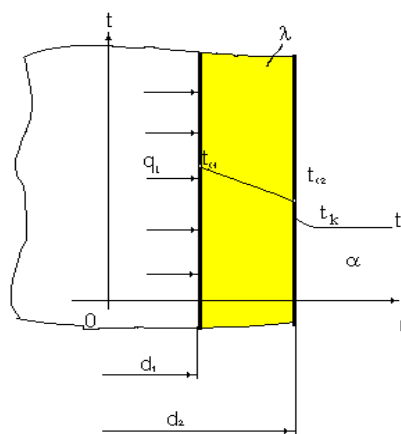
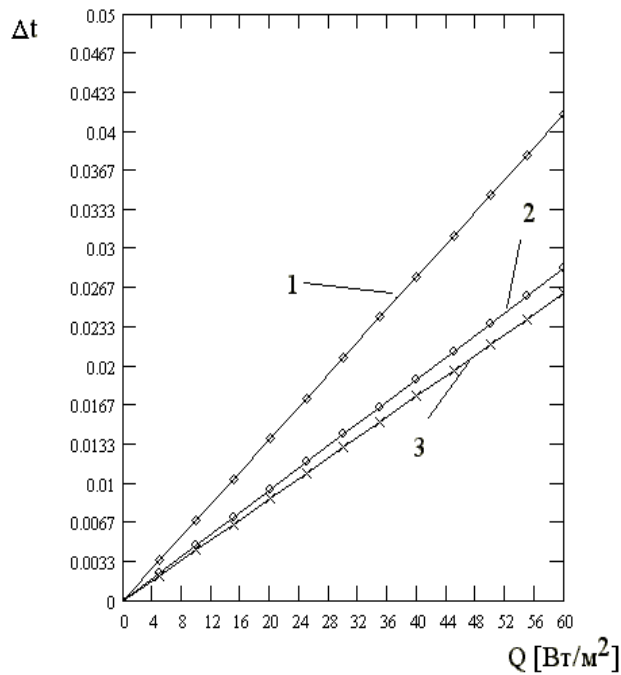


Рис. 1. Теплопередача через однородную цилиндрическую стенку.

$$q_l = \alpha \frac{d_2}{d_1} (t_k - t_{oc}).$$

Складывая эти уравнения, получаем температурный напор:

$$t_{c1} - t_{oc} = q_l \left( \frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2} \right). \quad (2)$$



**Рис. 2.** График зависимости перепада температур от рассеиваемой СВЧ-мощности при разных коэффициентах теплопроводности.

Из уравнения (2) была получена зависимость, отображенная рис. 2, для разных значений коэффициента теплопроводности: Кривая 1 для  $\lambda = 10$ , 2 – для  $\lambda = 40$  и 3 – для  $\lambda = 80$ . Из графика видно, что при  $\lambda = 80$  имеем меньший перепад температур по толщине резонатора. В дальнейшем будем использовать именно это значение теплопроводности ниобия для расчетов.

## 1.2 Уравнение теплового баланса

Локальное поле на поверхности резонатора вызывает нагрев, который повышает температуру внутренней поверхности резонансной структуры. При этом для устойчивой работы систем необходим определенный баланс между запасенной энергией и количеством теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки резонатора.

Рассеиваемая СВЧ-мощность определяется как

$$P = \frac{1}{2} R_s \cdot H^2. \quad (3)$$

Количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки резонатора, можно определить как

$$q_l = \frac{\Delta T}{\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2}}. \quad (4)$$

Приравняв  $P$  из (3) и  $q_l$  из уравнения (4), получим уравнение теплового баланса в виде

$$\frac{1}{2} R_s(T) H^2 = \frac{\Delta T}{\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2}}. \quad (5)$$

### 1.3 Уравнение теплового баланса с учетом технологических дефектов

Рассеиваемую СВЧ-мощность при учете дефектов можно определить как

$$P = \frac{1}{2} R_{sdef}(T) \cdot r_d \cdot H^2, \quad (6)$$

где  $R_{sdef}$  – поверхностное сопротивление дефекта,  $r_d$  – радиус.

Количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки резонатора, можно определить как

$$q_l = \frac{\Delta T}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k}{\pi d_2} + \frac{1}{\pi\alpha d_2}}. \quad (7)$$

Приравняв  $P$  из (6) и  $q_l$  из уравнения (7), получим уравнение теплового баланса в виде

$$\frac{1}{2} R_{sdef}(T) \cdot r_d \cdot H^2 = \frac{\Delta T}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k}{\pi d_2} + \frac{1}{\pi\alpha d_2}}. \quad (8)$$

### 1.4 Анализ устойчивости работы резонатора

Преобразуем уравнения (5) и (8) к виду

$$H_{\max}^{teor} = \sqrt{\frac{2(t_{kp} - t_{эс})}{\left(\frac{d_1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k \cdot d_1}{d_2} + \frac{d_1}{\alpha d_2}\right) R_s(T)}}, \quad (9)$$

$$H_{\max}^{def} = \sqrt{\frac{2(t_{kp} - t_{эс})}{\left(\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{R_k}{\pi d_2} + \frac{1}{\pi\alpha d_2}\right) R_{sdef}(T) \cdot r_d}}, \quad (10)$$

где  $t_{kp}$  – критическая температура.

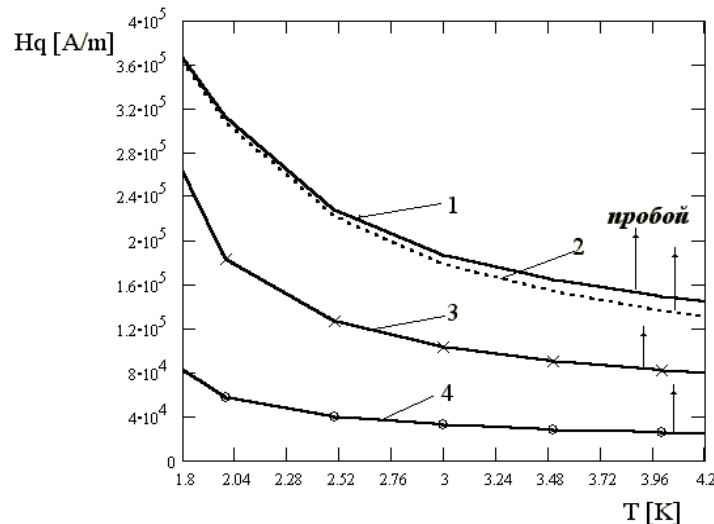


Рис. 3. График зависимости магнитной напряженности от температуры.

Графическое решение уравнений (9) и (10) представлено на рис. 3. Кривые 1 и 2 отображают максимально возможное теоретическое поле магнитной напряженности при коэффициенте теплопроводности ( $\lambda$ ) 80 и 10 соответственно. Кривые 3 и 4 построены с учетом технологических дефектов при  $r_d$  10 и 100 мкм соответственно. Эта модель в отличие от модели, описанной в работе [4], учитывает многие физические аспекты.

Таким образом, данная модель позволяет более точно и наглядно проанализировать устойчивость работы сверхпроводящего ускоряющего резонатора в рабочем диапазоне температур от 1.8 до 4.2 К. Следует отметить, что данная модель позволяет учесть такие факторы, как превышение поля из-за геометрического дефекта, температурную и частотную зависимость БКШ поверхностного сопротивления окружающего сверхпроводника, теплопередачу между стенкой резонатора и гелиевой ванной (тепловое сопротивление Капицы и коэффициент теплоотдачи к гелию). На эти параметры можно воздействовать технологическими методами обработки поверхности резонатора, что позволит приблизиться к теоретическим значениям.

### Литература

1. А.Н. Диденко, Л.М. Севрюкова, А.А. Ятис. Сверхпроводящие ускоряющие СВЧ-структуры. – М.: Энергоатомиздат, 1981, 208 с.
2. А.Н. Диденко, Л.М. Севрюкова. Перспективы использования сверхпроводящих резонаторов в ускорительной технике. – В сб.: Труды VI совещания по ускорителям заряженных частиц. – ОИЯИ. Дубна, 1978, т. 2, с. 109-111.
3. А.Н. Диденко, М.В. Мельников, А.К. Какабадзе, Л.М. Севрюкова, С.М. Пестерев. А.С. № 699682, 1979 и А.С.
4. № 791191, 1979. Сверхпроводящий высокочастотный резонатор./ НИИ ЯФ ТПИ, г. Томск, БИ № 43, 1979, с. 240.
5. H. Padamsee. The Quest for High-Gradient Superconducting Cavities. SRF 980723-05 29 p.
6. A.A. Vasiliev, O.A. Voinalovich, A.A. Glazkov, A.D. Koliaskin. A.G. Ponomarenko, L.M. Sevryukova, L.M. Zvonarev. Superconducting Vertical Accelerator for Applied Purposes (SVAAP). – In: Proc. of the European Conference on Accelerator Linac. EPAC-96, Sitges (Barcelona), Spain, 1996, p. 762-764.
7. И.А. Звонарев, А.Д. Рябов, Л.М. Севрюкова. Расчет геометрических параметров и основных электродинамических параметров СВЧ-структуры для ускорителя SVAAP. Препринт ИФВЭ 2000-6. Протвино, 2000. 11 с.
8. И.А. Звонарев, О.М. Мамаев, А.Д. Рябов, Л.М. Севрюкова. Анализ тепловых полей в сверхпроводящей СВЧ-структуре для ускорителя SVAAP. Препринт ИФВЭ 2000-14. Протвино, 2000. 11 с.