

# Влияние нелинейностей магнитного поля на характеристики пучка при медленном выводе из Нуклотрона

О.С. Козлов, И.Б. Иссинский, В.А. Михайлов

*Лаборатория высоких энергий, Объединенный институт ядерных исследований,  
Дубна, Россия*

## Введение

При медленном выводе пучка на Нуклотроне [1] нелинейные поля секступольных линз возбуждают резонанс  $3Q_x = 20$ , т.е. контролируемый рост амплитуды бетатронных колебаний. Присутствие нелинейных полей дипольных и квадрупольных магнитов может возбудить или подавить резонансный рост амплитуды.

Систематические мультипольные ошибки вызывают зависимость частоты бетатронных колебаний от амплитуды и от импульсного разброса пучка. В течение процесса медленного вывода эти эффекты могут вызвать:

- 1) уменьшение величины заброса частиц в электростатический септум и соответственно уменьшение эффективности вывода;
- 2) искажение формы сепаратрис и соответственно увеличение эффективного эмиттанса выведенного пучка;
- 3) возможный перезахват пучка в устойчивую сепаратрису.

Случайные ошибки, обусловленные разбросом в точности изготовления и установки электромагнитов, могут интерферировать с резонансной гармоникой.

В работе аналитически оцениваются сдвиги частот бетатронных колебаний, вызванные мультипольными полями, главным образом дипольных магнитов Нуклотрона. Анализ ограничен доминирующими секступольными и декапольными ошибками и случайными секступольными ошибками. Также в работе исследуется искажение фазового объема выведенного пучка путем численного моделирования медленного вывода в реальных полях дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона на основе данных по магнитным измерениям [2].

## 1. Влияние систематических ошибок

Для аналитических оценок сдвигов частот бетатронных колебаний, вызванных систематическими ошибками магнитного поля, можно привести формулы [3], использующие только усредненные величины и не требующие многооборотной трассировки частиц вдоль кольца ускорителя:

$$\Delta Q_1 = -\frac{5Q}{12R^2} \langle \beta^{5/2} \rangle^2 \varepsilon b_2^2, \quad (1)$$

$$\Delta Q_2 = -\frac{Q \langle \beta^{5/2} \rangle}{\gamma_t^2 \langle \beta^{1/2} \rangle} \left( \frac{\Delta p}{p} \right) b_2, \quad (2)$$

$$\Delta Q_3 = -\frac{2QR^2 \langle \beta^{7/2} \rangle}{\gamma_t^6 \langle \beta^{1/2} \rangle^3} \left( \frac{\Delta p}{p} \right)^3 b_4, \quad (3)$$

$$\Delta Q_4 = -\frac{3Q \langle \beta^{7/2} \rangle}{2\gamma_t^2 \langle \beta^{1/2} \rangle} \left( \frac{\Delta p}{p} \right) \varepsilon b_4, \quad (4)$$

где величины, относящиеся к горизонтальной плоскости ускорителя, равны  $Q = 20/3$  — резонансная бетатронная частота;  $\langle \beta^{1/2} \rangle = 2.6 \text{ м}^{1/2}$ ,  $\langle \beta^{5/2} \rangle = 281.5 \text{ м}^{5/2}$ ,  $\langle \beta^{7/2} \rangle = 3406.8 \text{ м}^{7/2}$  — усредненные значения амплитудной функции,  $\varepsilon$ ,  $\Delta p/p$  — эмиттанс и импульсный разброс

циркулирующего пучка;  $R = 40.03$  м — средний радиус ускорителя;  $\gamma_t = E_t/E_0 = 8.6$  — относительная критическая энергия. Величины  $b_n = (\Delta B/B)_n/r_0^n = (d^n B_y/dx^n)/Bn!$  выражают нормальные интегральные нелинейности диполей  $n$ -ой степени, где  $r_0 = 4$  см — радиус нормализации, принятый для Нуклотрона. В табл. 1 представлены интегральные значения измеренных нелинейностей дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона [2], эмиттанса циркулирующего пучка  $\varepsilon$  и его импульсного разброса  $\Delta p/p$  в зависимости от энергии  $E_k$ .

Таблица 1: Нормальные интегральные нелинейности дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона:  $\delta_n = (\Delta B/B)_n (< \delta_n > = < \Delta B/B >_n)$ .

$E_k, (\text{ГэВ/н})$	0.2	3	5
$\varepsilon, \pi \text{ м}^{-6}$	11	3	2
$\pm \Delta p/p, 10^{-3}$	1.5	1.0	0.83
Дипольные магниты			
$\delta_2, 10^{-4}$	-11.3 (1.6)	-12.0 (0.8)	3.8 (1.2)
$\delta_4, 10^{-4}$	0.6 (1.1)	2.7 (1.1)	9.1 (1.1)
$\delta_6, 10^{-4}$	2.8 (1.8)	2.2 (1.6)	4.4 (1.7)
Квадрупольные магниты			
$\delta_5, 10^{-4}$	-0.1 (2.2)	-0.02 (2.2)	-0.2 (2.6)
$\delta_9, 10^{-4}$	1.3 (0.2)	1.3 (0.2)	1.2 (0.2)
$\delta_{13}, 10^{-5}$	4.1 (0.7)	3.8 (0.7)	4.1 (0.7)

Используя данные табл. 1, получаем практические выражения для сдвигов частот:

$$\begin{aligned} \Delta Q_1 &= -137.4\varepsilon b_2^2, & \Delta Q_2 &= -9.7 \left( \frac{\Delta p}{p} \right) b_2, \\ \Delta Q_3 &= -10.2 \left( \frac{\Delta p}{p} \right)^3 b_4, & \Delta Q_4 &= -177.2 \left( \frac{\Delta p}{p} \right) \varepsilon b_4. \end{aligned}$$

Уравнение (1) определяет зависимость частоты от амплитуды бетатронных колебаний, а уравнение (2) — зависимость частоты от импульса как эффекты, обусловленные секступольными ошибками магнитного поля. Уравнение (3) представляет сдвиг частоты из-за декапольных ошибок и импульсного разброса, а уравнение (4) — комбинированную зависимость частоты от амплитуды и импульса. После подстановки соответствующих величины из табл. 1, численные значения сдвигов частот приведены в табл. 2 в сравнении с полной резонансной расстройкой бетатронной частоты  $\Delta Q_B$  при медленном выводе. Наибольшая расстройка  $\Delta Q_2$  может быть уменьшена введением октупольной коррекции.

Таблица 2: Сдвиги частот бетатронных колебаний.

$E_k, (\text{ГэВ/н})$	0.2	3	5
$\Delta Q_B$	0.035	0.020	0.015
$\Delta Q_1, 10^{-4}$	8.5	2.3	0.2
$\pm \Delta Q_2$	0.010	0.007	0.002
$\pm \Delta Q_3, 10^{-6}$	0.8	1.0	2.0
$\pm \Delta Q_4, 10^{-5}$	6.8	5.6	10.0

## 2. Эффекты, обусловленные случайными ошибками

Случайные секступольные ошибки дипольных магнитов могут интерферировать с 20-й гармоникой секступольной нелинейности, возбуждаемой секступольными линзами медленного вывода для резонанса  $3Q_x = 20$ . Интегрирование неоднородности магнитного поля  $(\Delta B/B)_2$  по всему кольцу Нуклотрона

$$A_c = \frac{1}{24\pi r_0^2 \rho} \int_s \left( \frac{\Delta B}{B} \right)_2 \beta^{3/2} \cos(20\Phi) ds \quad (5)$$

можно свести к суммированию по всем дипольным магнитам:

$$A_c = \frac{1}{24\pi r_0^2 \rho} \left[ \sum_i [l_\delta \beta_\delta^{3/2} \cos(20\Phi)]_i^2 \right]^{1/2} \left\langle \frac{\Delta B}{B} \right\rangle_2, \quad (6)$$

где  $\beta_\delta \simeq 8$  м — средняя величина амплитудной функции по длине магнита;  $l_\delta = 1.44$  м — эффективная длина магнита;  $\rho = 22$  м — радиус поворота в магните;  $\Phi = \int_0^s ds/Q\beta$  — фаза бетатронных колебаний. При энергии вывода 5 ГэВ/н  $\langle \frac{\Delta B}{B} \rangle_2 = 1.2 \cdot 10^{-4}$  величина  $A_c = 0.015$  м<sup>-1/2</sup>, что составляет  $\sim 2\%$  от амплитуды рабочей гармоники, генерируемой секступольными линзами медленного вывода  $A_p = 0.615$  м<sup>-1/2</sup>. Таким образом, вклад случайных секступольных ошибок дипольных магнитов в потери и в увеличение эффективного эмиттанса пучка при выводе достаточно мал.

### 3. Выведенный пучок

Моделирование медленного вывода пучка проводилось в диапазоне импульсного разброса  $\pm \Delta p/p$  и расстройки частоты горизонтальных бетатронных колебаний (при  $Q_y = 6.85$ ):

$$\Delta Q_B = 2\sqrt{\sqrt{3}\varepsilon} A_p + \Delta p/p |Q'|, \quad (7)$$

где  $Q'$  — хроматичность кольца в горизонтальной плоскости. Эффект искажения поперечного фазового объема выводимого пучка из-за нелинейностей магнитного поля исследовался при сравнении результатов трассировки частиц в структуре с нулевыми ошибками и при наличии мультипольных компонент поля дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона [2] (таблица 1). На рисунке 1 показана поперечная фазовая картина пучка ( $x-x'$ ) на азимуте первого выводного элемента Нуклотрона — электростатического септума, для энергий 0.2 и 5 ГэВ/н.

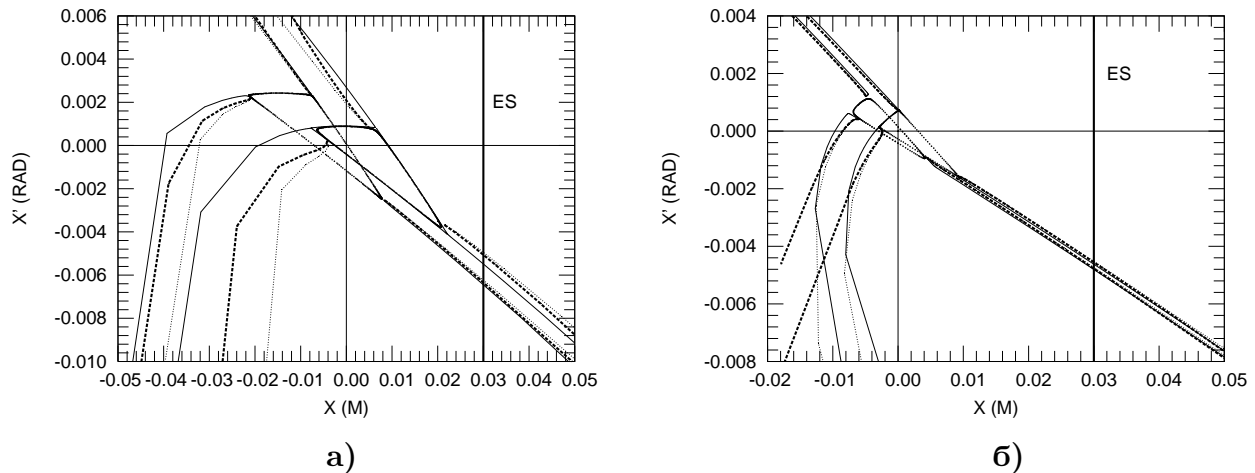


Рис. 1: Фазовая картина пучка на азимуте электростатического септума при энергии медленного вывода из Нуклотрона а) 200 МэВ/н и б) 5 ГэВ/н: — без мультипольных ошибок, - - - с ошибками, - - - ошибки поля + октупольная коррекция.

Как показывают расчеты, наибольший вклад в искажение формы сепаратрис, увеличение эффективного эмиттанса выведенного пучка и уменьшение его заброса в зазор электростатического септума вносят секступольные поля дипольных магнитов. Вклад нелинейных полей

квадрупольных линз в эти эффекты незначителен. Нелинейный сдвиг бетатронной частоты от амплитуды из-за секступольных полей дипольных магнитов, обуславливающий основные потери пучка при выводе может быть скорректирован при помощи пары диаметрально-противоположных октупольных корректоров одной и той же полярности и силы. Увеличение эффективного эмиттанса (на  $10 \div 30\%$ , рисунок 1) корректируется для пучка с энергией  $E_k = 200$  МэВ/н при силе октупольного корректора  $B'''l_{кор}/B\rho = 12$  м<sup>-3</sup> до номинальной величины  $\varepsilon_B = 10\pi$  мм · мрад, для 5 ГэВ/н при  $3$  м<sup>-3</sup> ( $\varepsilon_B = 2.5\pi$  мм · мрад).

В оптимально настроенной резонансной системе эффективность вывода определяется, в основном, потерями частиц на перегородке первого выводного элемента – электростатического септума. При эффективной толщине септума  $t = 0.3$  мм, шаге заброса  $\Delta x = 20$  мм и координате септума  $x_c = 30$  мм минимальные потери пучка при выводе составляют  $e = t(1/\Delta x + 1/x_c) \cdot 100\% = 2.5\%$ . Как показывают расчеты, потери пучка из-за нелинейностей дипольных и квадрупольных магнитов Нуклотрона могут быть эффективно минимизированы до приемлемой величины  $5 \div 7\%$  существующей системой коррекции.

При медленном выводе с ненулевой хроматичностью  $Q'$  бетатронная частота частицы пропорциональна отклонению импульса от равновесного значения. Тогда в каждый момент времени выводится только небольшой диапазон импульсов пучка. Мгновенный импульсный разброс выведенного пучка можно записать в виде [4]  $(\Delta p/p)_B = (4\pi\sqrt{3}\varepsilon)^{1/2}A_p/Q'$ . В этом случае мгновенный импульсный разброс в выведенном пучке может быть уменьшен (по сравнению с циркулирующим пучком) без увеличения потерь. Например, для энергии вывода  $E_k = 5$  ГэВ/н при естественной хроматичности Нуклотрона  $Q' \simeq -8$  мгновенный импульсный разброс составит  $(\Delta p/p)_B = \pm 4.5 \cdot 10^{-4}$ .

## Заключение

Проведенные аналитические вычисления сдвигов частот бетатронных колебаний и численное моделирование бетатронного движения пучка с учетом мультипольных компонент поля структурных магнитов Нуклотрона позволяют заключить, что основные потери частиц при медленном выводе будут обусловлены секступольными полями дипольных магнитов. Эти потери могут быть минимизированы введением октупольной коррекции.

## Список литературы

- [1] V.I. Chernikov, I.B. Issinsky, O.S. Kozlov et al. Status of the Nuclotron Slow Extraction System. — Proc. of PAC, Dallas, 1–5 May 1995, vol. 3, p. 1918–1920.
- [2] Donyagin A.M., Kovalenko A.D., Kozlov O.S., Mikhailov V.A., Smirnov A.A., Stchepunov V.A. Preliminary Analysis of the Nuclotron Magnetic Field. EPAC, Barcelona, 8–15 June 1996, vol. 3, p. 2281–2283.
- [3] Colton E. Effect of Magnet Errors on Slow Extraction. Proc. of Study and Utilisation of SSC, Snowmass 1984, p. 460–461.
- [4] U. Weinands, R.V. Servranckx. Preprint TRIUMF, TPI-PP-88-13, 1988.