

Компьютерное моделирование эффектов аксиально-симметричной ВЧ-фокусировки в линейных ионных ускорителях

Э.С. Масунов, Н.Е. Виноградов

Московский государственный инженерно-физический институт, Москва, Россия

Исследована динамика сильноточного ионного пучка в ускоряющей структуре с аксиально-симметричной ВЧ-фокусировкой (АВФ). С помощью гладкого приближения получены уравнения движения заряженной частицы в полигармоническом ВЧ-поле. Предложен новый подход к выбору параметров ускоряющего канала с ВЧ-фокусировкой. Эффективность подхода подтверждается компьютерным моделированием.

Введение

Для ускорителей ионов на небольшие энергии представляется перспективным использование так называемой ВЧ-фокусировки, которая может быть достигнута при использовании ускоряющих ВЧ-полей специальной конфигурации. Ранее для ее описания использовался механизм фазопеременной фокусировки (ФПФ). Новый подход к анализу ВЧ-фокусировки в аксиально-симметричном полигармоническом ВЧ-поле был развит в [1-3]. Там же были сформулированы условия достижения одновременно продольной и поперечной устойчивостей движения частиц. В работе предложен метод выбора гармонического состава ВЧ-поля и параметров ускоряющего канала, обеспечивающих наиболее эффективную поперечную фокусировку при максимально возможном коэффициенте токопрохождения и достаточном темпе ускорения. Для проверки разработанного подхода выполнено численное моделирование динамики ионного пучка с учетом кулоновского взаимодействия частиц.

1. Уравнение движения

Представим ускоряющее ВЧ-поле структуры в виде

$$E_z = \sum_{n=0}^{\infty} E_n I_0 \cos\left(\int h_n dz\right) \cos(\omega t), \quad E_r = \sum_{n=0}^{\infty} E_n I_1 \sin\left(\int h_n dz\right) \cos(\omega t), \quad (1)$$

где E_n — амплитуды гармоник ВЧ-поля на оси; $h_n = h_0 + 2\pi/D$; μ — вид колебаний; I_0 , I_1 — модифицированные функции Бесселя. Траектории частиц в полигармоническом поле (1) могут быть представлены в виде суммы медленно меняющегося слагаемого \mathbf{r}^{slow} и быстро осциллирующего члена \mathbf{r}^{rapid} . Проводя усреднение по быстрым осцилляциям [2, 3], получим уравнение движения в виде

$$\frac{d^2 \mathbf{R}}{d\tau^2} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} U_{eff}, \quad (2)$$

где

$$U_{eff} = U_0 + U_1 + U_2 + U_3,$$

$$U_0 = -\frac{1}{2} e_s \beta_c [I_0(\eta/\beta_c) \sin(\psi + \chi/\beta_c) - \chi/\beta_c \cos \psi], \quad U_1 = \frac{1}{16} \sum_{n \neq s} \frac{e_n^2}{\Delta_{s,n}^2} g_{s,n}(\eta) + \frac{1}{16} \sum_n \frac{e_n^2}{\Delta_{s,n}^2} g_{s,n}(\eta),$$

$$U_2 = \frac{1}{16} \sum_{n \neq s} \frac{e_n e_p}{\Delta_{s,n}^2} [f_{s,n,p}^{(1)}(\eta) \cos(2\psi + 2\chi/\beta_c) + 2\chi/\beta_c \sin(2\psi)], \quad n + p = 2s, \quad (3)$$

$$U_3 = \frac{1}{8} \sum_{n \neq s} \frac{e_n e_p}{\Delta_{s,n}^2} [f_{s,n,p}^{(2)}(\eta) \cos(2\psi + 2\chi/\beta_c) + 2\chi/\beta_c \sin(2\psi)], \quad h_n - h_p = 2h_s.$$

Здесь $e_n = e\lambda E_n/2\pi mc^2$, $\mathbf{R} = (\chi, \eta)$, $\chi = 2\pi(z^{slow} - z_c^{slow})/\lambda$, $\eta = 2\pi r^{slow}/\lambda$, $\tau = \omega t$, $\Delta_{s,n}^{\pm} = (h_n \pm h_s)/h_s$, $g_{s,n}(\eta) = I_0^2(\frac{h_n \eta}{h_s \beta_c}) + I_1^2(\frac{h_n \eta}{h_s \beta_c}) - 1$, $f_{s,n,p}^{(1)}(\eta) = I_0(\frac{h_n \eta}{h_s \beta_c})I_0(\frac{h_p \eta}{h_s \beta_c}) - I_1(\frac{h_n \eta}{h_s \beta_c})I_1(\frac{h_p \eta}{h_s \beta_c})$, $f_{s,n,p}^{(2)}(\eta) = I_0(\frac{h_n \eta}{h_s \beta_c})I_0(\frac{h_p \eta}{h_s \beta_c}) + I_1(\frac{h_n \eta}{h_s \beta_c})I_1(\frac{h_p \eta}{h_s \beta_c})$; ψ , z_c , $\beta_c = \omega/h_s c$ есть фаза, координата и скорость синхронной частицы.

Эффективная потенциальная функция U_{eff} полностью описывает 3-мерную динамику частицы и связь между продольным и поперечным движениями. Гармонический состав ВЧ-поля определяет слагаемые, входящие в выражение для U_{eff} . Член U_0 описывает взаимодействие частицы с синхронной гармоникой, которая ускоряет и дефокусирует пучок. Слагаемое U_1 обеспечивает поперечную фокусировку и не зависит от фазы и амплитуды синхронной волны. Эти два члена соответствуют так называемому двухволновому приближению, при котором в ускоряющей системе присутствуют только синхронная и одна несинхронная гармоники поля. Слагаемые U_2 , U_3 влияют и на продольное и на поперечное движения частиц пучка. Необходимым условием достижения одновременно радиальной и фазовой фокусировки сгустка является наличие у U_{eff} абсолютного минимума, при этом эффективная потенциальная функция приобретает форму 3-мерной ямы в системе пучка. Разлагая U_{eff} вблизи координаты синхронной частицы ($\chi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0$), можно сформулировать эти условия как

$$\omega_\chi^2(e_s, e_n, \dots) > 0, \quad \omega_\eta^2(e_s, e_n, \dots) > 0, \quad (4)$$

где ω_χ , ω_η есть частоты малых продольных и поперечных колебаний. Еще одним важным ограничением на выбор величин пространственных гармоник является условие неперекрывания сепаратрис соседних гармоник в фазовом пространстве. Оно также является необходимым условием продольной устойчивости сгустка.

2. Выбор параметров структуры

2.1. Выбор гармонического состава ВЧ-поля

Компьютерное моделирование показывает, что наиболее эффективная ускоряюще-фокусирующая система соответствует двухволновому приближению $U_{eff} = U_0 + U_1$, при этом условие поперечной устойчивости (4) приобретает вид

$$e_s \beta_s \sin \psi - \frac{3}{32} e_s^2 < \frac{3}{8} e_n^2 \left(\frac{1}{\Delta_{s,n}^+{}^2} + \frac{1}{\Delta_{s,n}^-{}^2} \right) \left(\frac{h_n}{h_s} \right)^2. \quad (5)$$

Из (5) видно, что эффективность АВФ снижается с увеличением синхронной скорости. Это также означает, что АВФ может оказаться эффективной для ускорения тяжелых ионов.

Для простейшего случая ФПФ, рассматриваемого в литературе, ускоряющая волна быстрее фокусирующей $s < n$, и амплитуды гармоник убывают с ростом их номера $e_s > e_n$. Тогда условие (5) может быть выполнено только при $\sin \psi \ll 1$, что приводит к малому значению продольного акцептанса. В рассматриваемом нами случае также $s < n$, однако условие (5) может быть выполнено и при $\sin \psi \sim 1$. Это возможно, если амплитуда $e_n \gg e_s$. Темп ускорения $dW_s/dz = 0.5E_s \cos \psi$ пропорционален e_s , что ограничивает этот параметр снизу. Такой вариант ВЧ-фокусировки может быть реализован за счет специальной конструкции периода структуры, содержащего два и более ускоряющих зазора. Из (5) также следует, что системы с $s > n$ малоприспособны из-за слабой поперечной фокусировки. Структуры с большими номерами гармоник также неэффективны из-за малости величины амплитуды поля, соответствующей перекрыванию сепаратрис соседних гармоник, и трудностей с реализацией.

Для выбора гармонического состава ВЧ-поля при фиксированных значениях e_s, e_n, ψ вычисляются величины частот поперечных колебаний ω_η , соответствующие различным s, n, μ . Набор $\{s, n, \mu\}$, соответствующий наибольшему значению ω_η , следует признать наилучшим. При этом должны быть приняты во внимание приведенные выше аргументы. Для рассматриваемых в данной работе параметров структуры наилучшей является система $\{\mu = \pi, s = 0, n = 1\}$.

2.2. Выбор параметров ускоряющего канала

Разделим ускоряющий канал на два участка: группирующий и основной. На группирующем участке синхронная фаза уменьшается линейно от значения $\psi = \pi/2$ до некоторого номинального, а амплитуда ВЧ-поля монотонно возрастает. На ускоряющем участке эти параметры фиксированы. Такое разделение позволяет существенно увеличить фазовый захват. Амплитуда ВЧ-поля как функция продольной координаты на группирующем участке подлежит определению, при этом целью является увеличение коэффициента токопрохождения до максимально возможного значения.

Удобно определить амплитуды гармоник ВЧ-поля как $E_n(z) = \alpha_n E_{max}(z)$, $\alpha_n \leq 1$. Для отыскания оптимальной функции $E_{max}(z)$ начнем с рассмотрения одномерной модели. Представим гамильтониан системы на оси в виде $H_1 = \frac{P_\phi^2}{2m_\phi} + V_{ext}(\phi) + V_c$, где $\{P_\phi, \phi\}$ — канонически сопряженные переменные: импульс $P_\phi = W - W_c$ и координата $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int dz^{slow} (\frac{1}{\beta_c} - \frac{1}{\beta})$, $m_\phi = mc^2 \beta_c^2 / \omega$, $V_{ext} = \frac{2\pi mc^3}{\lambda} U_0(\phi, \eta = 0)$, V_c — часть потенциальной функции, связанная с пространственным зарядом. Функция распределения может быть выбрана в виде

$$f = f_0 \sqrt{H_0 - H_1}, \quad H_1 \leq H_0, \quad (6)$$

$$f = 0, \quad H_1 > H_0.$$

В этом случае при некотором значении тока I_n , которое назовем предельным током системы, реализуется состояние безразличного равновесия. Этот параметр является функцией продольной координаты

$$I_n(z) \propto \beta_c^2(z) E_{max}(z) \Phi(\psi), \quad (7)$$

где $\Phi = \Delta(2\psi \cos \psi - \sin \psi) + \cos(\Delta - \psi) - \cos \psi + (\Delta^2/2 - 2\Delta\psi) \cos \psi$; Δ — фазовая ширина сепаратриссы. Можно показать, что предельный ток I_n примерно пропорционален величине продольного акцептанса.

Для того чтобы обеспечить большую величину коэффициента токопрохождения, продольный акцептанс должен быть неубывающей функцией продольной координаты. Полагая на группирующем участке $I_n(z) = I_n(0)F(z)$, где $I_n(0)$ — значение предельного тока при инъекции, $F(z)$ — некоторая неубывающая функция продольной координаты, найдем $E_{max}(z)$. Соотношения (2), (7) позволяют определить связь между параметрами ускоряющего канала $E_{max}(z)$, $\beta_c(z)$, $\psi(z)$. Она содержит неизвестную функцию $F(z)$, которая должна быть выбрана как достаточно быстро возрастающая функция. В то же время максимальная амплитуда поля ограничена максимальным по пробое напряжением, что ограничивает сверху функцию $F(z)$.

3. Численное моделирование

Численное моделирование динамики сильноточного протонного пучка в описанной аксиально-симметричной ускоряющей структуре с ВЧ-фокусировкой было проведено методом крупных частиц, для чего была разработана специальная компьютерная программа. Гармонический состав ВЧ-поля структуры был выбран с помощью описанной выше методики: $\{\mu = \pi, s = 0, n = 1\}$.

Параметры ускоряющего канала как функции продольной координаты представлены на рис. 1. Амплитуда поля $E_{max}(z)$ на группирующем участке была определена с помощью подхода, описанного в предыдущем разделе, и оптимизирована численно методом покоординатного спуска. Характеристики разработанной ускоряющей системы таковы: длина волны ускоряюще-фокусирующего поля 2 м, максимальная амплитуда поля 300 кВ/см, $\alpha_s = 0.1$, $\alpha_n = 1$, радиус апертуры 0.6 см, длина канала 3 м, энергия инжекции 0.1 МэВ при токе 0.1 А. Моделирование показало, что коэффициент токопрохождения составляет 0.79 при темпе ускорения 0.7 МэВ/М, что является большим достижением для ускорителей с аксиально-симметричной ВЧ-фокусировкой. Для проверки применимости метода усреднения численное моделирование проводилось и в полном, и в усредненном полях. Все результаты, полученные в гладком приближении и в полном поле, совпали с точностью до 5-10 процентов.

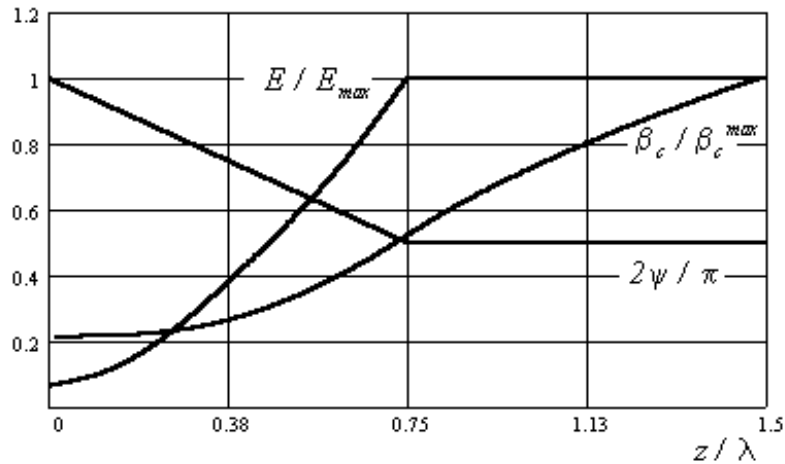


Рис. 1: Параметры ускоряющей структуры как функции продольной координаты.

Заключение

В работе разработан новый подход к описанию ВЧ-фокусировки в аксиально-симметричном полигармоническом ВЧ-поле линейного ускорителя ионов. На основании предложенной теории АВФ проведен выбор параметров ускоряющего канала, направленный на достижение максимально возможного значения коэффициента токопрохождения. Выполнено компьютерное моделирование динамики сильноточного ионного пучка в структуре с АВФ. Показана применимость метода усреднения. Характеристики полученной ускоряющей системы в некоторых случаях оказались близки к ПОКФ, что доказывает эффективность АВФ.

Список литературы

- [1] E.S. Masunov. — In: in Proceedings of the 1996 International Linac Conference, Geneva, CERN 96-07, vol. 2, p. 487, 1996.
- [2] Э.С. Масунов, Н.Е. Виноградов. Материалы 16-го Совещ. по уск. зар. частиц. — Протвино, т.2, с. 140, 1999.
- [3] E.S. Masunov, N.E. Vinogradov. — In: Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference, New-York, vol. 4, p. 2855, 1999.