

# Система обратной связи для подавления самогруппировки пучка в ускорителе У–70

С.В. Иванов, О.П. Лебедев,  
ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

Медленный вывод интенсивного пучка из протонного синхротрона У–70 ИФВЭ осложняется эффектом самогруппировки пучка, циркулирующего на плато магнитного поля. Эффект вызывается взаимодействием частиц с рабочим видом колебаний 40 выключенных ВЧ-резонаторов. Предлагается система подавления этой неустойчивости с помощью цепи обратной связи (ОС) по пучку, замыкаемой через один из ВЧ-резонаторов. Обсуждаются принципы построения системы и поясняется выбор ее рабочих параметров. Приводятся результаты схематического моделирования электрической схемы канала ОС. Предлагаемая система является вариантом технического решения проблемы самогруппировки пучка, рассматриваемым в рамках программы модернизации ускорителя У–70.

## Введение

Продольная неустойчивость несгруппированного пучка в синхротроне известна давно [1]–[3]. Условия устойчивости пучка с разбросом по частотам обращения исследованы в [4]. Общепринятая форма критерия устойчивости предложена в [5]. Подробное изложение физической картины эффекта имеется, например, в обзоре [6]. Поэтому сразу перейдем к характеристическому уравнению неустойчивости для пучка с разбросом по частотам обращения:

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{Z_k(k\omega_s + \Omega)}{k} \cdot Y_k(\Omega) = 1. \quad (1)$$

В нем содержится вся информация, необходимая и достаточная для расчета системы подавления. Далее поясняется физический смысл входящих в (1) величин:

1. Множитель  $R$  описывает амплитуду когерентного отклика пучка на внешнее возбуждение,

$$R = \frac{\beta^2 \gamma \eta E_0 / e}{J_0} \left( \frac{\Delta p}{p_s} \right)^2, \quad [R] = \text{Ом}. \quad (2)$$

Здесь  $\beta$  и  $\gamma$  — релятивистские факторы;  $\eta = \alpha - \gamma^{-2}$ ;  $\alpha$  — коэффициент расширения орбит;  $E_0$  — энергия покоя протона;  $e$  — элементарный заряд;  $J_0$  — средний по орбите ток пучка;  $\pm \Delta p$  и  $p_s$  — импульсный разброс и равновесный импульс пучка. Знак  $R$  изменяется с отрицательного на положительный при переходе через критическую энергию.

2. Величина  $Z_k(\omega) = Z_{-k}(-\omega^*)^*$ ,  $\text{Re}Z_k(\omega) \geq 0$  есть продольный импеданс связи пучка с вакуумной камерой и характеризует ее электродинамические свойства. Наблюдаемый спектр частот пучка имеет вид линий  $\omega = k\omega_s + \Omega$ , где  $\omega_s$  — угловая скорость равновесной частицы;  $k$  — целое волновое число;  $\Omega$  — частота преобразования Фурье по времени  $t$  в системе пучка.

3. Величина  $Y_k(\Omega)$  есть безразмерная передаточная функция пучка, записываемая в виде

$$Y_k(\Omega) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dF(x)/dx}{x + \Omega/(k\eta\omega_s\Delta p/p_s)} dx, \quad \text{Im}\Omega \geq 0, \quad (3)$$

где  $x = (p - p_s)/\Delta p$  — отклонение импульса  $p$  от его равновесного значения  $p_s$ , измеренное в единицах  $\Delta p$ . Функция распределения пучка  $F(x)$  нормирована на 1. На пороге возникновения неустойчивости  $\text{Im}\Omega \rightarrow +0$ , и (3) принимает вид

$$Y_k(\Omega) = \frac{i}{2\pi} \text{p.v.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dF(x)/dx}{x + \Omega/(k\eta\omega_s\Delta p/p_s)} dx + \frac{1}{2} \text{sign}(k\eta) \frac{dF}{dx} \left( -\frac{\Omega}{k\eta\omega_s\Delta p/p_s} \right). \quad (4)$$

Наличие  $\text{Re}Y_k(\Omega) \neq 0$  означает появление затухания Ландау.

## 1. Выбор параметров системы

Включение ОС по пучку эквивалентно введению дополнительного импеданса связи  $Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega)$ . Суммарный импеданс камеры приобретает вид

$$Z_k^{(tot)}(k\omega_s + \Omega) = Z_k(k\omega_s + \Omega) + Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega). \quad (5)$$

Достаточный набор параметров системы проще всего установить, рассмотрев пучок без разброса по частотам. Его передаточная функция находится с помощью (3) и имеет вид

$$Y_k(\Omega) = \frac{i}{2\pi} \frac{k^2 \eta^2}{(\Omega/\omega_s)^2} \left( \frac{\Delta p}{p_s} \right)^2. \quad (6)$$

Подстановка (6) и (2) в (1) приводит к простому характеристическому уравнению

$$(\Omega/\omega_s)^2 - \frac{i\eta J_0 k Z_k(k\omega_s + \Omega)}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} = 0. \quad (7)$$

Для импедансов пассивных структур обычно выполняется  $Z_k(k\omega_s + \Omega) \simeq Z_k(k\omega_s)$ . Тогда (7) становится характеристическим уравнением осциллятора с комплексным квадратом собственной частоты. Этот квадрат вещественен и положителен (пучок устойчив) только для импеданса с  $\text{Re}Z_k(k\omega_s) = 0$  и  $k\eta \text{Im}Z_k(k\omega_s) < 0$ . В остальных случаях одна из двух наблюдаемых мод колебаний пучка без разброса всегда неустойчива.

Из аналогии с простым осциллятором понятно, что внесение затухания в систему должно сопровождаться появлением слагаемого  $+2i\lambda\Omega/\omega_s$  с  $\lambda > 0$  в левой части уравнения (7). В то же время возможность сильной неустойчивости “отрицательной массы” при  $\text{Re}Z_k(k\omega_s) = 0$  и  $k\eta \text{Im}Z_k(k\omega_s) > 0$  говорит о необходимости осуществления контроля также за реальной частью второго слагаемого (7). Обеих целей можно достичь, если вклад цепи ОС в (5) состоит из двух слагаемых (параметры  $A_{0,1}$  регулируются извне)

$$Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega) = -i \text{sign}(k\eta) [A_0 - i(\Omega/\omega_s) A_1], \quad [A_{0,1}] = \text{Ом}, \quad A_1 \propto \lambda > 0. \quad (8)$$

Эта формула описывает локальное поведение импеданса в окрестности гармоники  $k\omega_s$ .

В результате подстановки (5) и (8) в уравнение (7) оно превращается в

$$(\Omega/\omega_s)^2 + 2i\lambda(\Omega/\omega_s) - (\Omega_0/\omega_s)^2 = 0, \quad \text{где} \quad (9)$$

$$\lambda = \frac{|k\eta|J_0}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \cdot \left( \frac{A_1}{2} \right) > 0, \quad (\Omega_0/\omega_s)^2 = \frac{|k\eta|J_0}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \cdot (A_0 + i \text{sign}(k\eta) Z_k(k\omega_s)). \quad (10)$$

Собственные частоты колебаний системы имеют вид

$$\Omega_{1,2}/\omega_s = -i\lambda \pm \sqrt{(\Omega_0/\omega_s)^2 - \lambda^2}. \quad (11)$$

Выбор параметров  $A_{0,1}$  должен обеспечить размещение частот (11) в нижней полуплоскости:  $\text{Im}(\Omega_{1,2}/\omega_s) < 0$ . Этого можно добиться разными способами. Наиболее прост вариант, в котором устойчивость пучка без разброса обеспечивается за счет настройки

$$\text{Re}(\Omega_0/\omega_s)^2 \geq \lambda^2, \quad \lambda \geq \sqrt{|\text{Im}(\Omega_0/\omega_s)|^2/2} > 0, \quad (12)$$

где знак равенства соответствует границе устойчивости. В этом случае параметры цепи ОС выбираются в очередности  $A_1, A_0$  в соответствии с требованиями

$$A_1 \geq \sqrt{\frac{2\pi\beta^2\gamma E_0/e}{|k\eta|J_0} \cdot 2\text{Re}Z_k(k\omega_s)}, \quad A_0 \geq \frac{|k\eta|J_0}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \cdot \left( \frac{A_1}{2} \right)^2 + \text{sign}(k\eta) \text{Im}Z_k(k\omega_s). \quad (13)$$

Указанный набор параметров цепи ОС оказывается достаточным (но не необходимым) для обеспечения устойчивости пучка с разбросом по частотам обращения.

## 2. Подавление самогруппировки в У–70

Рассмотрим выводное плато магнитного поля (1.2022 Т) и интенсивность  $5 \cdot 10^{13}$  протонов/импульс. В этом случае  $\beta = 0.9999$ ,  $\gamma = 74.57$ ,  $\omega_s/2\pi = 202.0$  кГц,  $J_0 = 1.62$  А,  $\alpha = 0.01112$  и  $\Delta p/p_s = \pm 1 \cdot 10^{-3}$ . Пусть  $F(x) \propto (1 - x^2)^2 \neq 0$  для  $|x| \leq 1$ . Ускорение осуществляется 40 ВЧ-резонаторами. Импеданс связи каждого есть

$$Z(\omega) = R_1 \times (1 - iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega))^{-1}. \quad (14)$$

При отключении ускоряющего поля собственные частоты  $\omega_0$  выставляются в центр интервала между гармониками  $k = 26$  и  $27$  частоты обращения. Отсюда  $\omega_0/2\pi = 5.354$  МГц. На этой частоте шунтовое сопротивление  $R_1 = 7.3$  кОм и добротность  $Q = 150$ .

Наиболее опасна неустойчивость на гармонике  $k = 27$ . Ей соответствует пиковое значение величины  $k\eta \text{Im}Z(k\omega_s) > 0$ . Для  $k = 27$  из (13) следует  $A_1 = 1.29 \cdot 10^5$  кОм и  $A_0 = 55.0$  кОм. Для анализа устойчивости пучка с разбросом по частотам обращения используется графоаналитический метод обобщенных пороговых диаграмм — аналог известного в радиотехнике метода Найквиста. Суть его состоит в построении комплексного годографа левой части (1). Система устойчива, если этот годограф не охватывает точку  $1 + i0$ . Диаграмма устойчивости для  $k = 27$  показана на рис. 1 слева. Из нее видно, что включение ОС действительно стабилизирует пучок.

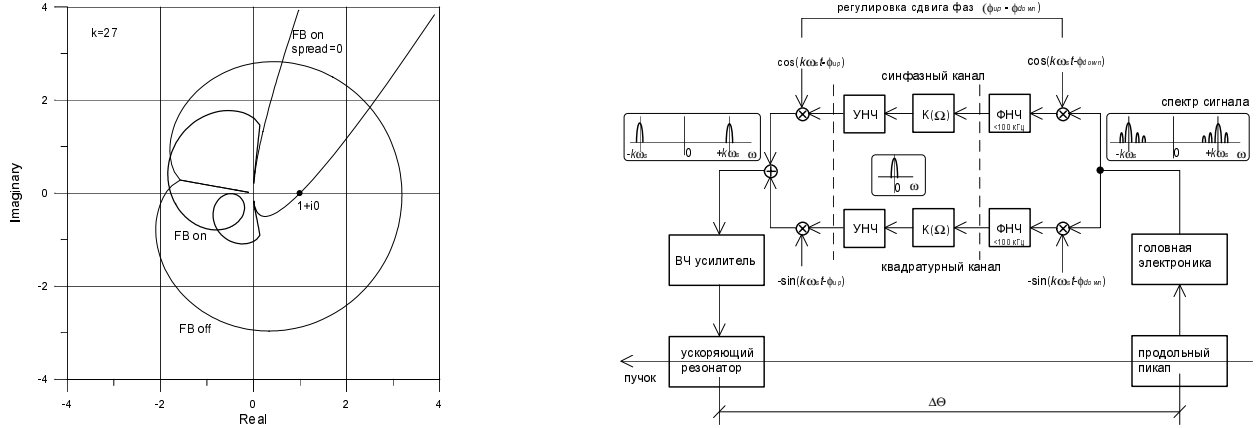


Рис. 1: Диаграмма устойчивости моды  $k = 27$  (слева). Блок-схема канала ОС (справа).

В условиях У–70 исполняющим элементом системы ОС по пучку может служить один из резонаторов (14). Это узкополосное устройство, имеющее разный отклик на соседних гармониках  $k\omega_s$ . Чтобы получить нужную амплитуду и фазу корректирующего поля, целесообразно создать многоканальную систему, обслуживающую каждую из опасных гармоник в отдельности ( $k = 27; 28$  и  $26$  в приоритетном порядке). Полоса пропускания одного канала должна находиться в пределах  $(0.1 \ll \dots \ll 100)$  кГц.

Обрабатывающая электроника каждого канала может быть построена по схеме обычного активного 2-канального фильтра с преобразованием сигнала на промежуточную частоту  $\omega = 0$ . Его принципиальная схема показана на рис. 1 справа.  $K(\Omega)$  обозначает передаточную функцию низкочастотной части цепи. Для воспроизведения импеданса (8) требуется выполнение условия

$$K(\Omega) \exp(i\Omega\tau) = 2(A_0 - i(\Omega/\omega_s)A_1). \quad (15)$$

На практике влияние задержки  $\tau \lesssim 2\pi/\omega_s$  на преобразование низкочастотного спектра огибающих сигнала незначительно (набег фазы на границе спектра  $\lesssim \pi \cdot 10^{-3}$ ). Поэтому вариант цепи ОС, представленный в левой части рис. 1 (оба параметра  $A_{0,1} > 0$ ), можно реализовать с помощью звена  $K(\Omega)$ , воспроизводящего передаточную функцию “ток–напряжение” обычной последовательной  $RL$ -цепочки.

Эквивалентная электрическая схема системы ОС по пучку приведена на рис. 2. Слева расположены два параллельных  $RLC$ -контур, представляющие импеданс (14) всех 40 ускоряющих резонаторов. Один из них выделен (нижний контур) и используется как исполняющее устройство. На его вход через сумматор и усилитель мощности поступает сигнал ОС. Затем подключена эквивалентная схема пучка, составленная из двух последовательных  $RLC$ -контуров. Она воспроизводит наиболее существенные аналитические свойства функции (4). Выходной сигнал пучка через источники тока  $G_{3,4}$  нагружает все 40 ускоряющих резонаторов. Этот же сигнал поступает на вход электроники цепи ОС. Вверху рис. 2 приведена схема генерации  $\sin$ - и  $\cos$ - несущих колебаний. В ней используются две фиксированных (набег фазы  $\pi/2$ ) и одна перестраиваемая линии задержки (перестройка на  $\pm 1/2$  периода гармоники  $k\omega_s$ ). Внизу показана схема двухканального фильтра с преобразованием сигнала на нулевую ПЧ. Импеданс связи (8) соответствует передаточной функции между узлами 7–3 при отключенном источнике  $G_4$ . В низкочастотных  $RL$ -цепочках номиналы  $R \propto A_0$  и  $L \propto A_1$ .

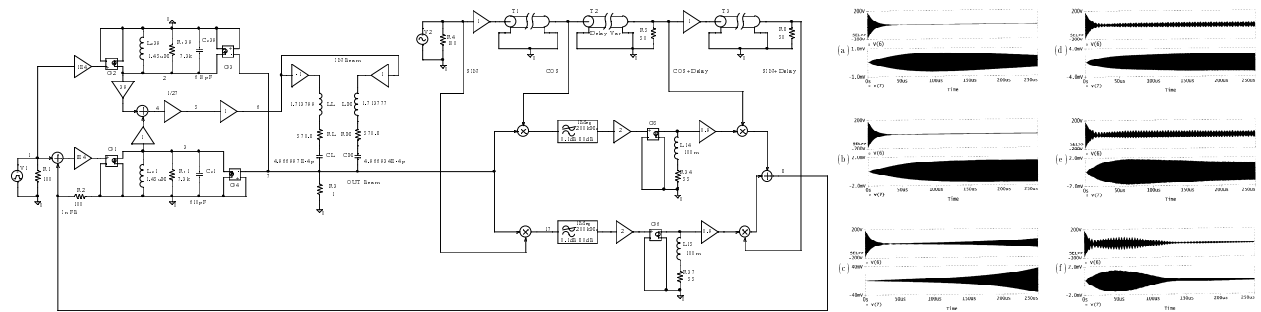


Рис. 2: Эквивалентная схема (слева). Моделирование переходной реакции (справа).

Для проверки работоспособности цепи с помощью программы PSpICE проводился расчет ее переходной реакции на импульсное возбуждение со стороны входа 1. Результаты моделирования приведены в виде осциллограмм на рис. 2 справа. Верхние лучи показывают суммарное напряжение на ускоряющих резонаторах, уменьшенное в  $k$  раз, а нижние — ток пучка. В левом столбце цепь ОС отключена. В случае (a) интенсивность составляет  $1 \cdot 10^{13}$  протонов. Когерентные колебания демпфируются за счет затухания Ландау. Случай (b) соответствует пороговому значению интенсивности в  $\sim 1.8 \cdot 10^{13}$  протонов. При  $5 \cdot 10^{13}$  протонов развивается неустойчивость пучка, случай (c). В правом столбце рис. 2 цепь ОС включена, а интенсивность всюду равна  $5 \cdot 10^{13}$  протонов. В случае (d) коэффициент усиления в цепи ОС вдвое меньше расчетного (граница самовозбуждения). В случае (e) достигнуты номинальные значения  $A_{0,1}$ . Система устойчива и имеет двукратный запас по самовозбуждению. В случае (f) коэффициент усиления превышает расчетное значение в два раза. Далее происходит затягивание переходного процесса.

**Заключение.** Как качественно, так и количественно поведение схемотехнической модели системы ОС по пучку соответствует расчетному. На основе предложенной схемы (рис. 2) с помощью простых радиотехнических средств можно создать систему подавления самогруппировки пучка в ускорителе У-70.

#### Список литературы

- [1] Nielsen C.E., Sessler A.M. and Symon K.R. Proc. of Int. Conf. on High Energy Accel. and Instrumentation, CERN, Geneve, 1959, p. 239–252.
- [2] Kolomenskij A.A., Lebedev A.N. Там же, p. 115–124.
- [3] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. АЭ, т. 7, 1959, с. 549–550.
- [4] Лебедев А.Н. ЖТФ, т. 37, 1967, с. 1652–1659.
- [5] Keil E. and Schnell W. Preprint CERN/ISR-RF-TH/69-48. Geneve, 1969.
- [6] Hofmann A. CERN Yellow Report 77-13, Geneve, 1977, p. 139–174.