

# Возбуждение продольных дипольных колебаний из-за импульсной нагрузки резонаторов на плато инжекции в У-70

П.Т. Пашков

*ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия*

Рассмотрим пучок, состоящий из  $n_B$  следующих друг за другом сгустков частиц. Колебания центров тяжести сгустков пучка описываются системой из  $n_B$  дифференциальных уравнений второго порядка (фазовых уравнений):

$$\ddot{\phi}_n = \frac{qe\eta}{2\pi R_0^2 m_0 \gamma} \left[ V_G \sin \phi_n + \sum_{i=1}^{n_B} u_{in} \right], \quad n = 1, \dots, n_B, \quad (1)$$

где приняты следующие обозначения:  $e$  — заряд частицы;  $\eta = 1/\gamma_{tr}^2 - 1/\gamma^2$  ( $\gamma$  — релятивистский фактор,  $\gamma_{tr}$  — критическая энергия ускорителя в единицах энергии покоя частицы);  $R_0$  — средний радиус ускорителя;  $m_0$  — масса покоя частицы. Отсчёт фаз центров тяжести сгустков  $\phi_n$  в (1) будем вести от ближайшего к первому сгустку нуля внешнего напряжения  $V_G$ , создаваемого на резонаторах ВЧ-генераторами, а нумерацию сгустков примем возрастающей в направлении, противоположном направлению их вращения в ускорителе.

Напряжение  $u_{in}$ , с которым сгусток с номером  $i$  воздействует на сгусток с номером  $n$ , даётся выражением

$$u_{in} = u_1(\phi_n) + \sum_{k=0}^{\infty} u_2[\phi_i(t - \tau_{in} - 2\pi k/\omega_0), \phi_n(t)], \quad (2)$$

в котором напряжение  $u_1$  учитывает воздействие сгустка с номером  $n$  на собственный центр тяжести,

$$u_1(\phi_n) = U_0 \frac{\omega_c}{q\omega_0} \int_{\phi_n - \phi_{max}}^{\phi_n} \rho(\xi) g(\phi - \xi) d\xi + \sum_{k=1}^{\infty} u_2[\phi_n(t - 2\pi k/\omega_0), \phi_n(t)], \quad (3)$$

где  $U_0 = 2\pi I_0 R_s / Q$  ( $I_0$  — средний ток пучка при заполнении всех сепаратрис ускорителя,  $R_s$  — суммарное шунтовое сопротивление резонаторов,  $Q$  — добротность);  $\omega_c$  — собственная частота резонаторов;  $q$  — кратность ускорения;  $\omega_0$  — частота обращения пучка в ускорителе;  $\phi_{max}$  — фазовая полуширина сгустков; нормированная на единицу функция  $\rho$  пропорциональна линейной плотности частиц в сгустках (при численных расчётах использовалась параболическая зависимость  $\rho(\phi)$ );  $g$  — переходная функция,

$$g(\phi) = \exp\left(-\frac{\omega_c \phi}{q\omega_0 2Q}\right) \left[ \frac{\omega_c}{2\omega_0 Q} \sin\left(\frac{\omega}{q\omega_0} \phi\right) - \cos\left(\frac{\omega}{q\omega_0} \phi\right) \right], \quad (4)$$

$$\omega = \omega_c \sqrt{1 - 1/4Q^2}.$$

Через  $u_2$  в (2) обозначено напряжение, возникающее в резонаторах после прохождения сгустка частиц,

$$u_2(\phi, \phi_i) = \exp\left(-\frac{\phi - \phi_i - \phi_{max}}{q\omega_0 \tau_c}\right) [A \cos(\phi - \phi_i - \phi_{max} + \psi) + B \sin(\phi - \phi_i - \phi_{max} + \psi)],$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные, определяемые из условий непрерывности напряжения  $u_2$  и его производной при  $\phi = \phi_i + \phi_{max}$ ;  $\psi = (\phi - \phi_i - \phi_{max})\Delta\omega/\omega_c$  — изменение фазы напряжения  $u_2$ , связанное с расстройкой резонаторов  $\Delta\omega = \omega_c - q\omega_0$  относительно

частоты возбуждающих их генераторов, обычно возникающей автоматически из-за компенсации реактивности, вносимой в резонаторы пучком. Промежуток времени  $\tau_{in}$  в (2), равный

$$\tau_{in} = \begin{cases} 2\pi(i-n)/q\omega_0, & \text{если } i > n, \\ 2\pi[1-(n-i)/q]/\omega_0, & \text{если } i < n, \end{cases} \quad (5)$$

учитывает запаздывание прохождения через резонаторы сгустка с номером  $i$  относительно  $n$ -го сгустка в пределах одного оборота пучка в ускорителе.

При расчёте удлинений сгустков учитывалась работа автоматических систем резонаторов (системы АРА и АПФ). Характерное время срабатывания этих устройств велико по сравнению с периодом обращения пучка в ускорителе, поэтому они не могут непосредственно влиять на переходные процессы в резонаторах, связанные с пересечением пучком сгустков ускоряющих зазоров. Однако оно мало по сравнению с продолжительностью рабочего цикла бустера, так что данные автоматические системы успевают, в принципе, выработать поправки к собственной частоте резонаторов и амплитуде токов ВЧ-генераторов к моменту инжекции очередного сгустка частиц в ускоритель. Расстройка резонаторов, связанная с нагрузкой током пучка, учитывалась при расчётах введением фазового сдвига  $\phi_c$  между ВЧ-напряжением на зазоре и возбуждающим его током:

$$\tan \phi_c = \frac{2n_B I_0 F R_s}{qV}, \quad (6)$$

где  $V$  — амплитуда  $q$ -ой гармоники суммарного ВЧ-напряжения, которая поддерживается постоянной в течение плато инжекции за счёт работы системы АРА, а коэффициент  $F$ , равный по порядку величины единице, учитывает форму сгустка.

При решении задачи исходное состояние пучка предполагалось стационарным. Уравнения, описывающие стационарное распределение синхронных фаз в пучке  $\phi_{s,n}$  в зависимости от номера сгустка  $n$ , получаются из системы уравнений (1) при  $\dot{\phi}_n = 0$ :

$$\sin \phi_{s,n} = -\frac{1}{V_G} \sum_{i=1}^{n_B} u_i(\phi_{s,n}), \quad n = 1, \dots, n_B. \quad (7)$$

Данная система из  $n_B$  трансцендентных уравнений является самосогласованной и в общем случае, при произвольном значении  $n_B$ , может быть решена лишь численно.

Результаты решения системы уравнений (7) с использованием метода последовательных приближений (для следующих параметров У-70:  $Q = 110$ ,  $R_s = 230$  кОм,  $I_0 = 0,64$  А,  $q = 30$ ,  $V = 250$  кВ) даны на рис. 1, где представлены огибающие значений синхронных фаз в зависимости от номера сгустка  $n$ ; в качестве параметра отложено число сгустков в пучке  $n_B$ . Видно, что с возрастанием  $n_B$  увеличиваются также значения синхронных фаз, стремясь к предельному значению при  $n_B = q$ , причём данные зависимости, вообще говоря, нелинейны.

Амплитуды дипольных колебаний, возбуждаемых в стационарном пучке при инжекции в ускоритель сгустка с номером

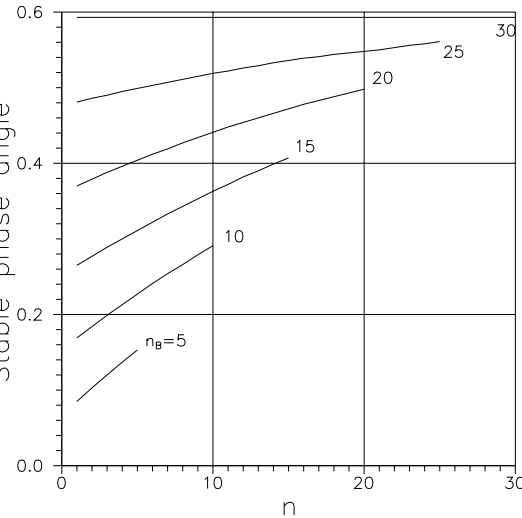


Рис. 1: Распределение синхронных фаз вдоль пучка сгустков.

$n_B + 1$ , определялись в результате численного решения системы фазовых уравнений (1), а напряжения  $u_{in}$  вычислялись с помощью формулы (2). При каждом значении  $n_B$  система уравнений (1) интегрировалась в течение примерно пяти периодов синхротронных колебаний частиц (за это время устанавливаются амплитуды колебаний центров тяжести всех сгустков цуга). Установившиеся значения амплитуд фиксировались и запоминались. Далее исходное число сгустков в цуге увеличивалось на единицу (в пределах от 1 до  $q - 1$ ), и процесс повторялся — определялись новые стационарные значения фаз, вводился очередной сгусток и снова интегрировалась система (1).

Необходимо отметить, что описанная методика расчёта удлинений сгустков частиц может оказаться некорректной, если инкремент продольной дипольной неустойчивости, возникающей из-за автоматически растущей в процессе накопления пучка расстройки резонаторов, имеет достаточно большую величину. Учитывая, что на практике неустойчивость пучка должна демпфироваться с помощью соответствующей радиотехнической системы (способы реализации подобных систем обсуждаются, например, в работах [1÷3] и цитируемой там литературе), она подавлялась при расчётах за счёт исключения из спектра пучка соответствующих гармоник частоты обращения, ответственных за неустойчивость.

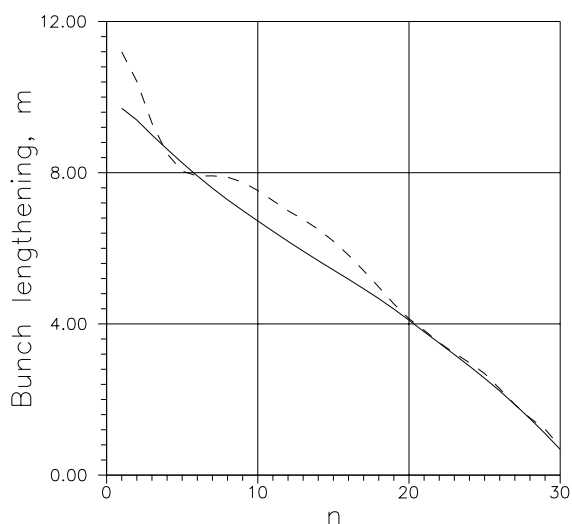


Рис. 2: Результирующие удлинения сгустков частиц на плато инжекции.

На рис. 2 представлены огибающие результирующих удлинений сгустков на плато инжекции У-70 в зависимости от номера сгустка  $n$ . При расчёте данных, представленных сплошной линией, брались существующие параметры резонаторов, приведенные выше. Пунктирная линия рассчитана для добротности  $Q = 50$  и шунтового сопротивления  $R_s = 288$  кОм (остальные параметры У-70 те же, что и в варианте, даваемом сплошной линией) для случая, имевшего место до изменения параметров ускоряющей системы У-70 [4]. Фаза сгустка в момент инжекции полагалась равной синхронному значению, т.е. находилась в результате решения системы уравнений (7) (с учётом подавления в спектре пучка гармоник частоты обращения с номерами  $q \pm 1$ ).

Из сравнения кривых, представленных на рис. 2, нетрудно видеть, что ситуация с импульсной нагрузкой резонаторов током пучка после изменения их параметров улучшилась незначительно. Последнее обстоятельство объясняется тем, что наряду с возрастанием эквивалентной ёмкости резонаторов имело место также увеличение примерно в той же пропорции их добротности. При этом напряжение, наводимое на ускоряющих зазорах резонаторов пролетающим сгустком частиц, понизилось примерно в три раза, но одновременно с этим почти во столько же раз увеличилась добротность  $Q$  и, следовательно, время затухания колебаний  $\tau_c$ , так что величина результирующего напряжения, создаваемого пучком в резонаторах, при этом практически не изменилась.

### Список литературы

- [1] Boussard D. // IEEE Trans. on Nucl. Sci., **NS-32**, №5 (1985) P. 1852.  
Preprint CERN/SPS/85-31(ARF). Geneva, 1985.
- [2] Pedersen F. — Preprint CERN/PS/90-49 (AR). Geneva, 1990.
- [3] Иванов С.В. — Препринт ИФВЭ 94-43. Протвино, 1994.
- [4] Лебедев О.П., Чубрик В.А. — Препринт ИФВЭ 93-43. Протвино, 1993.