

Экспериментальное исследование нелинейной динамики на накопителе ВЭПП-4М

В.А.Киселев, Е.Б.Левичев, В.В.Сажаев, В.В.Смалюк

Институт ядерной физики СО РАН им.Г.И.Будкера, Новосибирск, Россия

Введение

Методика измерений основывалась на быстром импульсном возбуждении когерентных колебаний пучка и их наблюдении пооборотно с помощью пикапа. Для исследования фазовых траекторий реализован метод синтеза фазовых траекторий по спектру Фурье. Измерения можно проводить одним датчиком вместо принятых двух. Метод позволяет значительно уменьшить влияние погрешности измерения и ошибок, связанных с шумом. Спектр Фурье позволяет изучать нелинейность системы, т.е. зависимость частоты бетатронных колебаний от амплитуды.

Методика измерений

Накопитель ВЭПП-4М предназначен для экспериментов со встречными электрон-позитронными пучками и рассчитан на максимальную энергию $E = 6$ ГэВ [1].

Измерения проводились на энергии инжекции $E = 1,8$ ГэВ со следующими параметрами пучка: горизонтальный эмиттанс $\epsilon_x = 35$ нм, частоты бетатронных колебаний $\nu_x = 8,620$ $\nu_z = 7,572$, натуральный хроматизм $\xi_x = -13,6$, $\xi_z = -20,6$, период обращения $\tau = 1,2$ мкс. Значительный натуральный хроматизм ВЭПП-4М в сильной степени определяется финальным фокусом ($\simeq 50$ % по горизонтали и $\simeq 60$ % по вертикали) и компенсируется секступольными линзами, расположенными здесь же. Оставшаяся часть компенсируется коррекциями, размещенными в полукольцах.

Когерентные бетатронные колебания возбуждались "быстрым" кикером по вертикали/горизонтали. Для регистрации положения пучка использовался пикап системы пооборотного измерения координат пучка. Сигнал с электродов пикапа измерялся с помощью аналого-цифрового преобразователя (10 бит, $\tau = 100$ нс, 4096 Кслов), запуск которого был синхронизован с импульсом кикера. Измеренное разрешение пооборотного определения координаты для токов пучка $I \simeq 1 \div 5$ мА составляет $\sigma_x \simeq 100$ мкм, $\sigma_z \simeq 70$ мкм.

Фазовые траектории пучка

Фазовые траектории обычно измеряются двумя пикапами, отстоящими по бетатронной фазе на $\Delta\phi \simeq \pi/2$ [2]. Координата на втором пикапе интерпретируется как угол траектории на первом пикапе. В реализованном нами методе используется только один пикап. Последовательность $x_{\pi/2}(n)$ находится следующим образом: (1) измеряются значения координат центра тяжести $x(n)$, (2) с помощью БПФ находится средний сдвиг $\Delta\phi$ для одного оборота, (3) каждой координате $x(n)$ ставится в соответствие $x(k)$, для которой значения нецелой части $\Delta\phi_{nk} \simeq \pi/2$, (4) с помощью основных

гармоник синтезируются значения фазовых переменных $X(n)$, $X'(n) = X_{\pi/2}(n)/\beta_x$. Удобно пользоваться переменными "действие-фаза", которые в нашем случае записываются как

$$J_x(n) = (X_{\pi/2}^2(n) + X^2(n))/2\beta_x, \quad \tan \phi_x(n) = X_{\pi/2}(n)/X(n), \quad (1)$$

Преимущество таких переменных для одного пикапа состоит в том, что в получающихся выражениях не участвует $\alpha_x = -\beta'_x/2$, которую трудно измерить, а β_x легко измеряется на азимуте пикапа с хорошей точностью.

Для повышения точности мы пользовались накоплением серии координатных массивов, усредняя шум. Среднеквадратичное значение спектральной плотности шума для 10-кратного накопления уменьшалось с 10-20 мкм до 4-6 мкм. Фазовые траектории, измеренные с помощью двух пикапов без дополнительной обработки, показаны на рис.1. Сравнение с приведенными далее траекториями, полученными новым методом, показывает преимущество последнего.

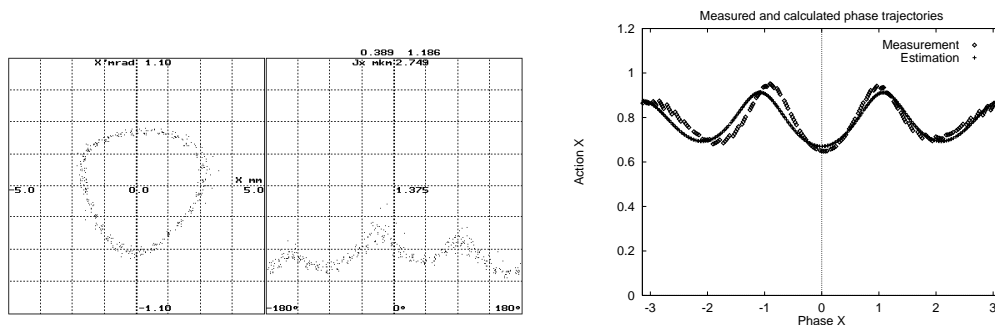


Рис. 1: Слева: фазовая траектория, измеренная с помощью двух пикапов. Справа: измеренная новым методом и полученная с помощью расчета фазовая траектория.

Искажение фазового пространства наиболее заметно вблизи резонансов. В нашем случае ближайшим горизонтальным резонансом является $3\nu_x = 26$. Вблизи резонанса $3\nu_{x0} = m$ для описания зависимости $J_x(\phi_x)$ достаточно приближения первого порядка, которое дает неявное уравнение вида [3]

$$\bar{J}_x \simeq J_x + 3\sqrt{8} \frac{A_{3m}}{3\nu_x - m} J_x^{3/2} \cos 3\phi_x, \quad (2)$$

где $\bar{J}_x \propto x_0^2 = const$, x_0 — начальное значение амплитуды колебаний, а A_{3m} — величина азимутальной гармоники секступольного потенциала возмущения:

$$A_{3m} = \frac{1}{48\pi} \int_0^{2\pi} \beta_x^{3/2} \mathcal{S} \cos(3(\psi_x - \nu_x \theta) + m\theta) d\theta, \quad (3)$$

где $\mathcal{S}(s) = (d^2 B_z(s)/dx^2)/B\rho$ — секступольное возмущение. Экспериментальная оценка A_{3m} была проделана при $\nu_{x0} = 8,623$ и $\nu_{z0} = 7,540$ ($m = 26$) для различных амплитуд удара, и дала значение $A_{326} = (-3.1 \pm 1.0) \text{ м}^{-1/2}$, при расчетной величине согласно (3) $A_{326} = -2.0 \text{ м}^{-1/2}$. На рис. 1 приведены измеренная фазовая траектория и траектория, полученная численным моделированием.

Другим горизонтальным резонансом вблизи выбранной рабочей точки бетатронных частот является резонанс $4\nu_x = 35$. На рис.2 показаны инвариантные кривые

вблизи рассматриваемого резонанса. Путем аккуратной подстройки бетатронной частоты можно получить движение внутри сепаратрис резонанса $4\nu_x = 35$ (рис.2, справа).

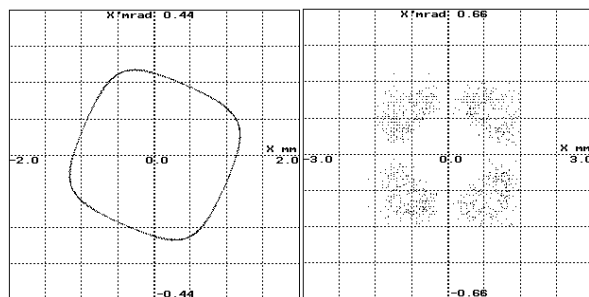


Рис. 2: Фазовая траектория вблизи резонанса (левый рис.) и на резонансе $4\nu_x = 35$ (правый рис.). Последний рисунок сделан без использования гармонического синтеза.

Нелинейность

Основными источниками нелинейности (т.е. зависимости частоты колебаний от амплитуды) следует ожидать мультипольные компоненты поля низших порядков: секступольную и октупольную. Первая обусловлена главным образом наличием в структуре секступольных линз для коррекции хроматизма, а вторая — погрешностями поля основных элементов.

Нелинейность движения частиц в накопителе ВЭПП-4М изучалась с помощью импульсного возбуждения когерентных колебаний пучка и регистрации их пооборотно на пикапе *SRP3*. Для различных значений напряжения на пластинах кикера частота бетатронных колебаний вычислялась по массиву 1024 значений координат в то время, как координата центра тяжести пучка (a_x , a_z) определялась по первым 30 оборотам, чтобы избежать влияния затухания. Точность измерения бетатронной частоты была на уровне $\delta\nu \sim 2 \times 10^{-4}$.

Выражения для зависимости частоты колебаний от амплитуды для октупольного и секступольного возмущений (с точностью до второго порядка малости) имеют вид

$$\begin{aligned} \Delta\nu_x(a_x, a_z) &= C_{11}a_x^2 + C_{12}a_z^2, \\ \Delta\nu_z(a_x, a_z) &= C_{21}a_x^2 + C_{22}a_z^2, \end{aligned} \quad (4)$$

где коэффициенты C_{nm} зависят от соответствующих потенциалов возмущения (секступольного и октупольного).

В таблице приведены измеренные (рассчитанные для секступольного потенциала) значения коэффициентов C_{nm}

$$\begin{aligned} C_{11} &= +0.1(+9.0) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-2}, & C_{12} &= -0.6(-1.0) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-2}, \\ C_{21} &= -1.9(-4.0) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-2}, & C_{22} &= -0.6(-1.0) \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-2}. \end{aligned}$$

Азимутальное распределение октупольных погрешностей поля нам неизвестно, поэтому мы не можем сделать теоретические оценки. Однако пользуясь тем, что октупольная компонента нелинейности не зависит от невозмущенной бетатронной частоты, а

секступольная зависит от ν_{x0} резонансным образом $\Delta\nu^{(s)} \propto A_{3m}^2/(3\nu_{x0} - m)$, можно попытаться разделить оба слагаемых. К необходимости более подробного изучения нелинейности приводит и серьезное различие между измеренным и расчетным значением C_{11} .

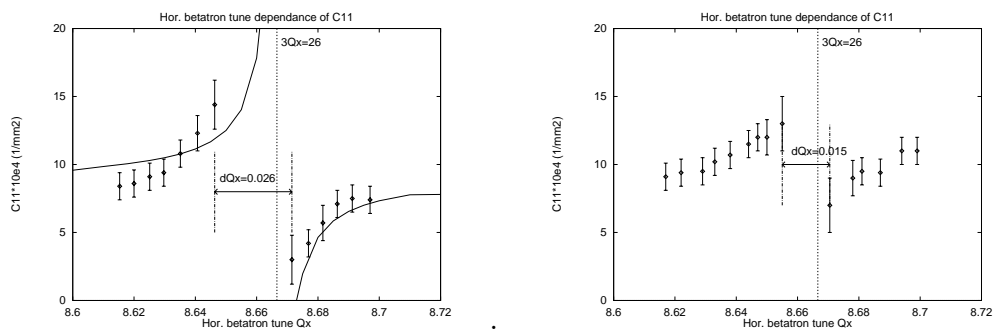


Рис. 3: Слева — зависимость нелинейности $d\nu_x/da_x^2$ от рабочей точки (линия — расчет для секступольного потенциала $+8 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-2}$). Справа — то же при уменьшенной силе секступольных линз *SES2* и *NES2*.

На рис.3 показана зависимость горизонтальной нелинейности от положения исходной рабочей точки. Чтобы добиться совпадения с расчетной кривой, приведенной здесь же, последнюю нужно сместить относительно нуля на величину $\simeq +8 \times 10^{-4} \text{ мм}^{-2}$. Смещение, которое можно трактовать как октупольный вклад, не зависит от невозмущенной частоты ν_{x0} . Снижение тока секступольных линз места встречи приводит к уменьшению гармоники A_{326} и, соответственно, секступольной составляющей сдвига частоты, как показано на рис.3 (справа) и ширины резонанса $3\nu_x = 26$. Ширина запрещенной зоны в исходном режиме $\Delta\nu_x \simeq 0,26$, а в "слабом" - $\Delta\nu_x \simeq 0,015$.

С другой стороны, введение октупольной коррекции (ранее зануленной), напротив, приводит к уменьшению октупольной составляющей, не меняя секступольного характера зависимости от невозмущенной частоты ν_{x0} . Детальное исследование показывает, что наиболее вероятный источник октупольной нелинейности — малые погрешности поля квадрупольных линз финального фокуса. Большие значения бета-функций (более 100 м) обуславливают сильное влияние таких погрешностей на зависимость частоты колебаний от амплитуды, т.к. октупольная ее часть квадратично зависит от величины амплитудных функций.

Список литературы

- [1] В.В.Анашин и др. Состояние работ на накопителе ВЭПП-4М. Труды XIII Совещания по ускорителям заряженных частиц, т.1, с.369, Дубна 1993.
- [2] P.L.Morton et al. A diagnostic for dynamic aperture.- SLAC-PUB-3627, April 1985.
- [3] Е.Б.Левичев, В.В.Сажаев. Приближение потенциала секступольного возмущения малым числом азимутальных гармоник.- Препринт ИЯФ 95-58, 1995.