

## О чувствительности к отклонению параметров пучка от номинальных значений

Ю.В.Зуев, В.И.Петров

*НИИ электрофизической аппаратуры им Д.В.Ефремова  
Санкт.-Петербург, Россия*

В работе исследуется чувствительность оптики, согласующей источник ионов и структуру с ПОКФ, к току и ориентации фазового эллипса входного пучка, точности изготовления и настройки. Анализ осуществляется методом огибающей эллипсоида ошибок. Матрица преобразования ошибок (матрица чувствительности) формируется из характеристик линеаризованного уравнения возмущения среднеквадратичных размеров пучка. Изучение направлено на тестирование проектируемой оптики с точки зрения допустимых отклонений электрических и механических параметров системы.

Внимание к проблеме связано с разработкой в НИИЭФА компактного ускорителя ионов прикладного назначения на базе структуры с ПОКФ. Основные проектные параметры ускоряющей структуры представлены в табл.1. При создании машины с такими характеристиками кроме обычных трудностей, связанных с переходом в более высокий частотный диапазон, возникает еще одна. Пучок с энергией, необходимой для прикладного использования при небольших габаритах резонатора, может быть получен только за счет высокого среднего темпа ускорения (примерно 1,2 МэВ/м). Без принятия специальных мер форсированная группировка приводит к раскачке поперечных колебаний пучка. Увеличение ускоряющего поля требует большой модуляции электродов и сопровождается уменьшением апертуры канала. Как следствие, даже при номинальных параметрах пучка на входе в структуру, на участке основного ускорения происходит радиальный отсев частиц [1]. Любое рассогласование пучка увеличивает эти потери.

Обычно пучок считается согласованным со структурой по поперечному движению, если при номинальном токе имеет определенные фазовые характеристики. Необходимая на входе ориентация эллипсов, представляющих пучок в фазовом пространстве, осуществляется с помощью согласующей оптики. На практике абсолютное согласование не достигается по целому ряду причин. Всегда имеет место некоторое отклонение параметров системы от расчетных. Эти отклонения переносятся на пучок. В результате чего он на входе в ПОКФ также имеет характеристики, отличающиеся от теоретических даже при идеальной согласующей оптике. Поэтому в рассматриваемом случае ток на выходе ускорителя оказывается непосредственно связан с устойчивостью динамического поперечного согласования к изменению параметров входного пучка, с выбором допустимых отклонений этих параметров, с чувствительностью статической согласующей оптики к ошибкам изготовления и настройки.

Расчетная зависимость коэффициента захвата структуры от ориентации фазового эллипса приведена на рис.1. Чувствительность оптической системы, как изменение

выходных характеристик пучка при отклонении ее параметров от номинальных, может быть исследована в рамках теории устойчивости к изменению начальных условий уравнения среднеквадратичных размеров пучка. Это уравнение является адекватным для пучков с любой функцией распределения частиц, если изменение среднеквадратичного эмиттанса вдоль пучка известно [2]. Для электростатических полей с осевой симметрией уравнение имеет вид

$$r'' + \frac{U'r'}{2U} + \frac{U''r}{4U} = \frac{I}{4\pi\epsilon_0\sqrt{2e/m}U^{3/2}r} + \frac{mc^2 E_n^2}{2eU r^3}, \quad (1)$$

где  $U(z)$  — осевое распределение потенциала;  $I$  — ток пучка;  $e, m$  — заряд и масса частиц;  $E_n(z)$  — нормализованный среднеквадратичный эмиттанс, определенный, например, по результатам расчета динамики пучка методом крупных частиц. Пусть  $r_n(z)$  — решение уравнения (1) соответствующее номинальному току  $I_n$ , ориентации фазового эллипса входного пучка  $r_n(0)$ ,  $r'_n(0)$  и номинальному осевому потенциалу  $U_n$ , а  $r(z)$  — решение, возмущенное отклонением тока  $\delta I = I - I_n$ , разориентацией фазового эллипса  $\delta r_o = r(0) - r_n(0)$ ,  $\delta r'_o = r'(0) - r'_n(0)$ , отклонениями электрических и геометрических параметров системы  $\Delta_i$ , приведшими к изменению осевого потенциала. Тогда уравнение ошибки  $\delta r$  (уравнение возмущения) записывается как разность  $\delta r'' = r'' - r''_n$  и при определенных допущениях может быть заменено уравнением первого приближения:

$$\delta r'' + f(z)\delta r' + g(z)\delta r = h(z)\delta I + \sum_{i=1}^k \omega_i(z)\Delta_i, \quad (2)$$

$$f(z) = \frac{U'_n}{2U_n}, \quad g(z) = \frac{U''_n}{4U_n} + \frac{I_n}{4\pi\epsilon_0\sqrt{2e/m}U_n^{3/2}r_n^2} + \frac{mc^2}{2eU_n} \frac{3E_n^2}{r_n^4}, \quad h(z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\sqrt{2e/m}U_n^{3/2}r_n},$$

$$\omega_i(z) = - r'_n \frac{\partial}{\partial \Delta_i} \left( \frac{U'}{2U} \right)_{U=U_n} + \frac{mc^2 E_n^2}{2e r_n^3} \frac{\partial}{\partial \Delta_i} \left( \frac{1}{U} \right)_{U=U_n} -$$

$$- r_n \frac{\partial}{\partial \Delta_i} \left( \frac{U''}{4U} \right)_{U=U_n} + \frac{I_n}{4\pi\epsilon_0\sqrt{2e/m}r_n} \frac{\partial}{\partial \Delta_i} \left( \frac{1}{U^{3/2}} \right)_{U=U_n}.$$

Учитывая, что  $\delta I' = 0$ ,  $\Delta'_i = 0$ , уравнение (2) можно расширить до  $\vec{X}' = P(z)\vec{X}$ , где  $\vec{X} = \{\delta r', \delta r, \delta I, \Delta_1, \dots, \Delta_k\}$ , а матрицу чувствительности  $S$ , связывающую отклонения на входе и выходе системы

$$\vec{X}(z) = S(z | z_o)\vec{X}(z_o),$$

найти численным интегрированием

$$S(z | z_o) = \mathbf{I} + \int_{z_o}^z P(z)S(z | z_o)dz.$$

Как случайная величина с нулевым математическим ожиданием вектор начальных отклонений  $\vec{X}(z_o)$  характеризуется ковариационной матрицей  $D = \langle \vec{X}\vec{X}^T \rangle$ . Её диагональные компоненты  $\sigma_{ii}$  совпадают с дисперсией, недиагональные описывают

корреляцию отклонений  $\sigma_{ij} = \rho_{ij}\sqrt{\sigma_{ii}\sigma_{jj}}$ ,  $\rho_{ij}$  — коэффициент корреляции. По мере движения пучка вдоль системы ковариационная матрица изменяется как

$$D^{-1}(z) = S(z | z_o)D^{-1}(z_o)S^T(z | z_o).$$

Соответствующий ей гиперэллипсоид среднеквадратичных отклонений  $\vec{X}D^{-1}\vec{X}^T = 1$  в проекции на плоскость  $(\delta r, \delta r')$  дает эллипс [3]

$$\sigma_{11}\delta r^2 - 2\sigma_{12}r\delta r' + \sigma_{22}\delta r'^2 = \sigma_{11}\sigma_{22}(1 - \rho_{12}^2).$$

Этот эллипс охватывает все возможные фазовые отклонения огибающей пучка реальной системы, если ошибки её изготовления и настройки ограничены гиперэллипсоидом начальных отклонений. Свойства полученных уравнений дают возможность сделать ещё ряд выводов. Объем эллипсоида ошибок ускоренного пучка меньше начального. Невырожденный эллипсоид не может давать эллипс фазовых отклонений нулевой площади.

При одинаковых допусках на изготовление и настройку разные оптические системы в общем случае имеют разные эллипсы фазовых отклонений пучка на выходе. В связи с этим перед разработчиком возникает дополнительная задача: не только рассчитать номинальный режим работы, но и согласовать его по отклонениям. В противном случае реализация номинального режима требует использования специальной технологии при изготовлении узлов системы, длительной наладки, частых настроек в работе, т.е. дополнительных затрат на производство и эксплуатацию.

Изложенный подход был использован при расчете контуров фазовых ошибок на входе ПОКФ для двух вариантов согласующей оптики. Особенности вариантов, проектирование номинального режима представлены в [4]. Обеспечивая одинаковый выходной пучок в номинальном режиме, системы по-разному реагируют на одни и те же отклонения параметров. Рис.2 иллюстрирует изменение фазовых ошибок при последовательном увеличении числа воздействующих факторов. Эллипс 1 соответствует подаче на вход идеальной согласующей оптики пучка с номинальным током, но при фазовых отклонениях огибающей ограниченных пунктиром. Аналогичные фазовые отклонения входного пучка при изменении тока в пределах  $\pm 2$  мА дают на выходе эллипс 2. Эллипс 3 дополнительно учитывает возможное при сборке продольное смещение электродов  $\pm 1$  мм, а эллипс 4 — ещё и погрешности их изготовления, повлекшие отклонения радиусов апертуры в диапазоне  $\pm 0,5$  мм. Эллипс 5 отражает воздействие всех перечисленных факторов при нестабильности напряжения на электродах  $\pm 0,5$  КэВ.

Метод позволяет легко обнаруживать критические параметры, изменения (допуски) которых наиболее существенно влияют на функционирование системы. Простым пересчетом эллипсоида допустимых ошибок с выхода согласующей системы ко входу определяются недопустимые фазовые отклонения и допуски для источника ионов. В рамках подхода может осуществляться поиск оптики, минимизирующей при заданных допусках выходной эллипс фазовых ошибок. Знание матрицы чувствительности дает возможность коррекции фазовых отклонений пучка с помощью изменения геометрических и электрических параметров системы во время настройки.

Очевидным преимуществом данного подхода является максимальное использование информации о номинальной работе системы, простота математического аппарата

та, наглядность, существенное снижение объема вычислений по сравнению с традиционными методами статистических испытаний, особенно для сильноточных систем. Метод легко распространяется на двух- и трехмерные пучки. Точность метода ограничена отличием роли среднеквадратичного эмиттанса пучка в идеальной и возмущенной системах, возможностью замены полного изменения функций  $U'/U, U''/U, U^{-3/2}, U^{-1}$  их вариациями и обычными при линейаризации допущениями малости отклонений. Влияние нелинейных членов уравнения (1) рассмотрено в [5].

Таблица 1

Рабочая частота, МГц	433
Входная энергия, кэВ	60
Выходная энергия, МэВ	1.8
Длина электродов, мм	1530
Средний радиус, мм	3.5
Входной ток $H^\pm$ , мА	25.
Входной нормализованный эмиттанс, мм.мрад	$\pi$ 0.44
Напряжение между электродами, кВ	98
Максимальная напряженность поля, МВ/м	35

Рис.1. Зависимость захвата в ускорение от ориентации фазового эллипса пучка. ►

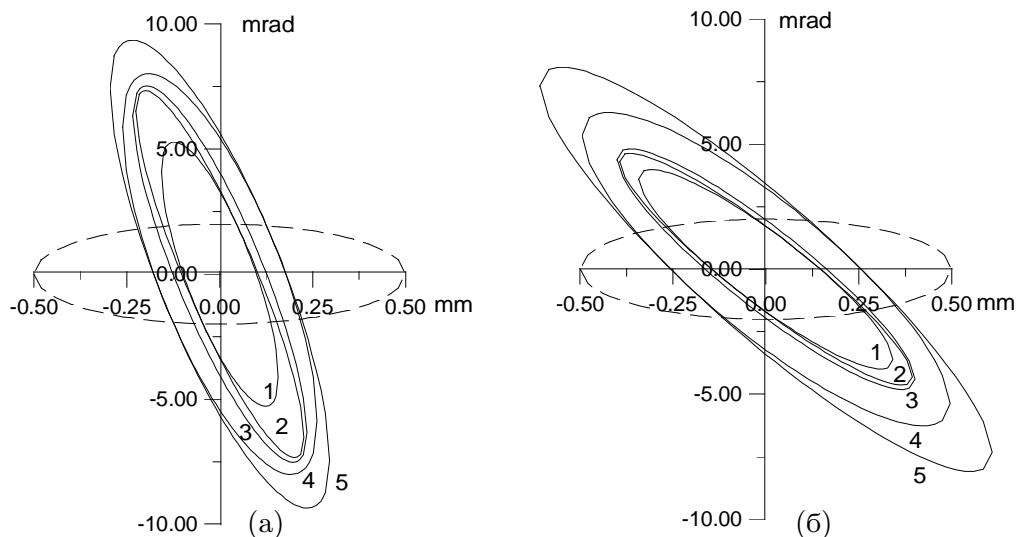
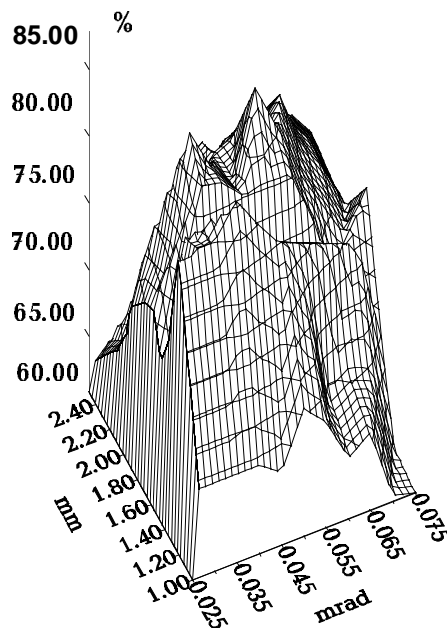


Рис. 2. Контуры фазовых отклонений огибающей пучка ( $\delta r, \delta r'$ ) на выходе. согласующей оптики инжектора с поворотным магнитом (а) и прямопролетного укороченного инжектора (б).

### Список литературы

- [1] Petrov V.I. – Proc. Int. Workshop: Beam Dynamics and Optimization BDO-94, S.Petersburg, 1994, p.155.
- [2] Sacherer F.J. // IEEE Trans. NS-18, 1971, p.1105.
- [3] Худсон Д. Статистика для физиков. – М., Мир, 1970.
- [4] Вьюга Е.Н., Зуев Ю.В. – Труды 14 Совещания по ускорителям заряженных частиц, ИФВЭ, Протвино, 1994, Т.3, с.118.
- [5] Zuev Yu., Petrov V. BDO-96, S.Petersburg, 1996 (to be published).