

# Эффективная программа FLRECON реконструкции пространственного поля по данным на границе расчетной области

Д.А. Баранов, А.В. Белов, Т.Ф. Белякова, В.Л. Васильев, В.С. Кашихин,  
В.П. Кухтин, Е.А. Ламзин, Ю.П. Севергин, С.Е. Сычевский, Н.А. Шатиль  
*НИИ электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова, С-Петербург, Россия*

## Введение

На практике используются два различных подхода к проблеме реконструкции данных измерений магнитного поля:

- прямое измерение поля во всех точках рассматриваемой области  $\Omega$ ;
- решение граничной задачи относительно компонент магнитной индукции или магнитного скалярного потенциала.

В силу весьма значительных объемов работы по измерению и обработке 3 компонент индукции в внутренних точках области для достаточно точного восстановления поля, требуемого для последующего траекторного анализа, второй подход представляется более привлекательным.

Помимо этого, он обладает рядом преимуществ:

- показания разнесенных в пространстве датчиков для измерения различных компонент поля легко пересчитывается в одни и те же точки внутри объема;
- высокочастотные по отношению к измерительной сетке ошибки, внесенные в результате измерений на границах области, быстро затухают при удалении от границы;
- сетка данных для траекторного анализа легко может быть изменена (сгущена, разрежена, деформирована) для получения эффективного соотношения точность/производительность;
- значительная часть планарного эффекта датчиков Холла может быть убрана [10];
- исходные данные значительно меньше по объему и могут быть легко визуализированы и проанализированы.

Одной из первых работ, посвященных реконструкции поля по данным измерениям на границе канонической области для прецизионных магнитов, является работа [1]. Высокая точность восстановления поля с использованием простых аналитических функций в таких областях как цилиндр, сфера показана в работах [2, 3]. Прямой численный эксперимент с использованием конечно-разностных методов решения дифференциального уравнения продемонстрировал возможность применения данного подхода для восстановления поля систем сложной геометрической формы [4].

В данном докладе описывается комплекс программ FLRECON, который базируется на методе конечных элементов и позволяет восстанавливать магнитное и электрическое поле для прецизионных систем сложной геометрической формы.

Комплекс программ FRELCLON был разработан на базе комплекса программ КОПРОТ [7], предназначенного для расчета пространственных магнитостатических

полей. Определенное сужение класса решаемых задач позволило разработать высокоавтоматизированную систему, которая легко может быть адаптирована к имеющимся или разрабатываемым системам измерения поля. Приведен пример решения тестовой задачи, близкой к реальной, демонстрирующий точность восстановления магнитного поля. Данный комплекс программ без каких-либо изменений может быть применен также и к восстановлению электростатического поля.

## Постановка задачи

Решение пространственной задачи Дирихле

$$\begin{aligned} \nabla^2 B^{(i)} = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad B^{(i)} \Big|_{\partial\Omega} = B_{mes}^{(i)} \quad (1) \\ B^{(1)} = B^{(x)}; \quad B^{(2)} = B^{(y)}; \quad B^{(3)} = B^{(z)}; \quad B^{(4)} = \varphi; \\ \nabla\varphi = \vec{B} \end{aligned}$$

проводится на основе проекционно-сеточного метода Бубнова-Галеркина [5]. В случае, если вводится скалярный потенциал  $\varphi$ , граничные значения потенциала  $\partial\varphi_{mes}$  должны быть получены путем интегрирования данных измерений компонент поля вдоль границы области.

В качестве конечных элементов используются шестигранные элементы с трилинейными функциями формы  $N_i$ . Окончательная форма дискретизированных уравнений примет вид

$$\sum_e \left\{ \sum_j \left[ \int_{V^{(e)}} \left( \frac{dN_i}{dx} \frac{dN_j}{dx} + \frac{dN_i}{dy} \frac{dN_j}{dy} + \frac{dN_i}{dz} \frac{dN_j}{dz} \right) dV^{(e)} \right] B_j^{(k)} \right\} = 0$$

$$\forall i \in [1, neq], \quad k \in [1, 4],$$

где  $neq$  — полное число уравнений.

Система линейных алгебраических уравнений решается итерационным методом. В качестве базового выбран метод симметричной последовательной верхней релаксации с ускорением сходимости на основе В-Т процессов [6, 8, 7]. Используется автоматическая процедура выбора оптимальной длины  $n$  "слова"  $BT^{n-1}$ .

## Описание комплекса программ FLRECON

Комплекс программ реализован на языке FORTRAN 77. Условно его можно разделить на 3 группы программ:

- 1) препроцессор;
- 2) центральный процессор;
- 3) постпроцессор.

Препроцессор, в свою очередь, состоит из 2 частей:

- постоянная часть препроцессора;
- переменная (настраиваемая) часть препроцессора.

Входной информацией для препроцессора являются текстовые файлы, содержащие данные об узлах измерительной сетки, т.е. сетки, в узлах которой задаются измеренные значения компонент поля. Часто для удобства пользователя измерительная сетка

погружается в регулярную пространственную сетку. В этом случае пользователь должен указанием целочисленных индексов "привязать" точки с данными измерений к регулярной пространственной сетке.

Одним из наиболее распространенных и удобных способов является задание пространственной сетки в виде совокупности двух файлов: файла, содержащего сечение сетки в одной плоскости, и файла, описывающего трансформацию сечения (сдвиг, вращение, отражение, сжатие) с целью получения трехмерной сетки.

Программные модули, осуществляющие первичную обработку исходных файлов с целью учета специфики конкретной системы измерений, являются переменной частью препроцессора. Далее на всех этапах программные модули порождают рабочие файлы и обмениваются ими автоматически без вмешательства пользователя.

Постоянная часть препроцессора проводит дополнительную обработку данных, позволяет визуализировать полученные данные, предполагаемую конечноэлементную сетку, сетку для интерполяции поля на стадии траекторного анализа. Центральное ядро состоит из двух программ, обеспечивающих генерацию и решение системы алгебраических уравнений.

Постпроцессор также состоит из двух частей — изменяемой и неизменяемой. Изменяемая часть позволяет создавать файлы данных результатов восстановления поля, графически отображать полученную информацию. Изменяемая часть постпроцессора включает модули, позволяющие автономно и оперативно проводить восстановление поля по данным, полученным на предыдущем этапе. При этом используется сетка, которая часто может быть совмещена с конечноэлементной сеткой.

Программный комплекс FLRECON может быть установлен практически на любой ЭВМ, начиная с IBM PC 386/387, содержащей необходимую величину свободного дискового пространства. Возможность создания промежуточных буферных массивов и набора накопителей на жестких дисках позволяет работать с сетками размерностью от  $10^3$  до  $(5-10) \cdot 10^6$  узлов. Программа работает автоматически, управление всем программным комплексом ведется с использованием единого входного файла. Задание данных пользователем сводится к заданию менее десятка цифр, являющихся основными характеристиками задачи, и имен входных и выходных файлов.

## Результаты численных экспериментов

Для иллюстрации точности расчетов и верификации кодов было выполнено моделирование магнитного поля в области, совпадающей с расчетной областью мюонного детектора установки PHENIX [9], строящейся в Брукхейвенской национальной лаборатории США. Сечение области, определенное в плоскости  $\varphi = \text{const}$ , представляет собой четырехугольник с координатами вершин (0.2116, 2.1), (0.9043, 1.2), (4.7512, 6.305), (1.1117, 6.305) в метрах вдоль осей R и Z соответственно. Регулярная сетка содержала  $N_r \times N_\varphi \times N_Z = 15 \times 180 \times 50 = 135000$  узлов. Две катушки мюонного магнита имели в сечении  $\varphi = \text{const}$  координаты: (4.07, 1.6), (4.07, 1.65), (4.77, 1.65), (4.77, 1.6) и (4.77, 1.87), (4.77, 1.875), (5.77, 1.875), (5.47, 1.87).

Для исключения влияния неточности задания свойств материалов ферромагнитные элементы не рассматривались. Для проверки качества восстановления поля вычисленные  $H_Z$  компоненты поля  $H_Z^{\text{cal}}$  сопоставлялись с компонентой поля  $H_Z^{\text{coil}}$ , рассчитанной по той же программе, с помощью которой вычислялось поле на границе

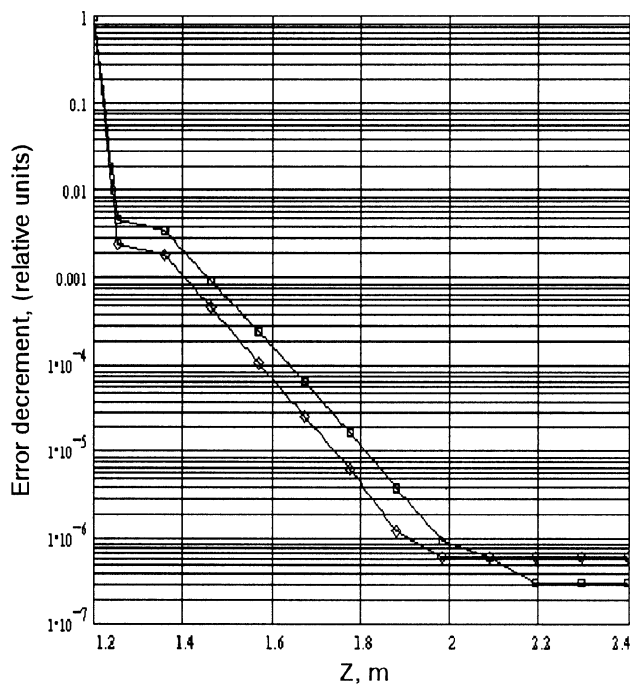


Рис. 1: Затухание высокочастотной ошибки при удалении от границы области.

области. Было получено, что относительная точность  $\delta = |H_Z^{cal} - H_Z^{coil}| / |H_Z^{coil}|$  не превышала величины  $(2-3) \cdot 10^{-6}$ . С целью изучения влияния высокочастотных ошибок в задании данных на границе области был выполнен расчет модельной задачи. Рис.1 демонстрирует степень затухания ошибки, искусственно внесенной в одном из узлов на границе области.

#### Список литературы

- [1] H. Wind. Evaluating a Magnetic Field Component from Boundary Observations Only. Nuclear Instruments and Methods, Vol. 84, No. 1, July 1, 1970, pp. 117-128.
- [2] J.E.C.Williams, E.S.Bobrov, Y.Iwasa, et.al. NMR Magnet Technology at MIT. IEEE Trans. Mag., Vol. 28, No. 1, Jan. 1992, pp. 627-630.
- [3] E.S.Bobrov, R.D.Pilsburg, W.F.V.Punchard, et.al. A 60 cm Bore 2.0 Tesla High Homogeneity Magnet for Magnetic Resonance Imaging. IEEE Trans. Mag., Vol. 23, March 1987, pp. 1303-1308.
- [4] С.Б.Ворожцов, Р.М.Лебедев, Л.К.Лыткин, Л.Н.Сомов. Восстановление трехмерного магнитного поля по его значениям, измеренным на границе рассматриваемого объема. ОИ-ЯИ, P13-7610, Дубна, 1973.
- [5] G. Strang, G. Fix. An Analysis of the Finite Element Method. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New York, 1973.
- [6] Д.К.Фаддеев, В.Н.Фаддеева. Вычислительные методы линейной алгебры, М.-А., Физматгиз, 1963, с. 743.
- [7] N. I. Doinikov, E. A. Lamzin, S. E. Sytchevsky. On computation of 3D magnetostatic fields of electrophysical apparatus magnet systems. IEEE Trans. on Magnetics, v. 28, No. 1, Jan. 1992 pp. 908-911.
- [8] L.A.Hageman, D.M.Young. Applied Iterative methods, Academic Press, Inc., 1981.
- [9] R.Yamamoto, J.Bovers, A.Harvey et.al. The PHENIX Detector Magnet Subsystem. IEEE Trans. on Magnetics, vol. 32, No4, July, 1996, pp. 2140-2143.
- [10] J. Bilian, J. P. Grillet, K. N. Schaft. Proceedings 4th International Conference on Magnet. Technology p. 779, Brockhaven, 1972.