

# Комплексы программ KLONDIKE и КОПРОТ для численного моделирования трехмерных полей систем с постоянными магнитами

В.М. Амосков, А.В. Белов, В.Е. Ерегин, В.В. Кашихин, В.П. Кухтин,  
Е.А. Ламзин, Ю.П. Севергин, С.Е. Сычевский, Н.А. Шатиль  
*НИИ электрофизической аппаратуры им. Д.В.Ефремова, С-Петербург, Россия*

## Введение

Постоянные магниты находят весьма широкое применение в различных электрофизических, электрических и электронных приборах.

К настоящему времени появились высокоэроэтивные материалы с высоким значением удельной энергии, технология их производства постоянно совершенствуется. Все это поддерживает интерес к разработке эффективных комплексов программ для расчета и конструирования электромагнитных систем с постоянными магнитами. Оптимизация таких систем в общем случае должна проводиться с учетом нелинейной зависимости магнитных свойств постоянных магнитов от величины и направления внешнего магнитного поля.

Наконец, общего подхода требуют магнитные системы, содержащие как магнитомягкие, так и магнитотвердые материалы, часто дополненные еще и токовыми элементами.

В достаточно общей постановке задача синтеза таких систем может быть решена на основе метода интегральных уравнений [1, 2]. Анализ прецизионных магнитных систем предполагает использование дифференциальных методов решения задач магнитостатики.

## 1. Конечно-элементный комплекс программ КОПРОТ

Анализ систем с магнитотвердыми материалами с учетом нелинейных свойств магнитных материалов является одной из возможностей конечно-элементного комплекса программ КОПРОТ [3].

Вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  может быть представлен с использованием единого и непрерывного во всей расчетной области скалярного потенциала (включая подобласти, занятые токами) в виде [4, 5]:  $\vec{H} = \text{grad } V + \vec{P}$ , где дополнительный (вихревой) вектор  $\vec{P}$  должен удовлетворять условию  $\text{rot } \vec{P} = \vec{j}$ ,  $\vec{j}$  — вектор плотности тока. С использованием дополнительного калибровочного условия  $\vec{P}$  может быть выбран в виде, наиболее удобном для практических целей. Одной из возможных формулировок является требование использования минимального объема локализации дополнительного вектора  $\vec{P} \cdot \vec{n} = 0$  [6]. Другая формулировка позволяет конструировать вектор  $\vec{P}$  таким образом, что он состоит только из одной компоненты, нормальной к оболочке произвольной формы, натянутой на токовую нить [4, 5]. Реальный проводник с током в этом случае моделируется в виде набора таких нитей. В частности, используя координаты  $n, \tau, b$ , можно представить  $\vec{P}$  в виде [7]  $\vec{P} = P_n \cdot \vec{e}_n$ , где  $P_n = \frac{1}{h_n} \int_{\tau_*}^{\nu(\tau)} j h_n h_\tau d\tau$ ,  $\nu(\tau) = \{\tau : \tau_* < \tau < \tau^*; \tau^* : \tau > \tau^*\}$ . Здесь вектор  $\vec{e}_n$  — единичный вектор нормали к оболочке, натянутой на токовую нить с сечением  $ds = h_\tau d\tau \times h_n dn$ ,  $h_n, h_{tau}, h_b$  — коэффициенты Ламе. Единичные

векторы  $e_{\tau}$ ,  $e_b$  — касательные к оболочке,  $e_b$  противоположен вектору  $\vec{I} = \vec{j} \cdot ds$ ;  $\tau_*$ ,  $\tau^*$  описывают сечение катушки.

Можно показать [4], что  $\vec{P}$  совпадает с удельным магнитным моментом токовой нити. В силу этого очевидно, что для постоянных магнитов вектор  $\vec{P}$  совпадает с вектором намагниченности  $\vec{P} = \vec{M}$  и локализован только в объеме, занимаемом постоянным магнитом. Такой подход делает возможным совместное рассмотрение систем с магнитотвердыми и магнитомягкими элементами конструкции, причем источниками поля являются как токи, так и постоянные магниты.

Выполнялось моделирование торцевого поля квадрупольной линзы, установленной в системе транспортировки заряженных частиц (радиус апертуры  $r_0 = 1.41$  см). Постоянные магниты были изготовлены из *SmCo* сплава, кривые размагничивания которого близки к прямой линии. Анализировалось не только распределение поля, но и его градиент. Сопоставление с магнитными измерениями показало, что точность расчета градиента магнитного поля составляет  $\sim 1\%$ .

## 2. Комплекс программ KLONDIKE, DIAMOND, COFIE

Общая интегральная формулировка базируется на представлении вектора напряженности поля для постоянного по объему  $V$  (с поверхностью  $S = \bigcup_{k=1}^K S_k$ ) вектора намагниченности  $\vec{M}$  в виде  $\vec{H} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{k=1}^K (\vec{n}, \vec{M}) \int_{S_k} \vec{r} ds / r^3$ , где  $S_k$  — часть поверхности  $S$ ;  $K$  — полное число частей, на которые разбита поверхность  $S$ ;  $\vec{n}$  — вектор внешней нормали к поверхности  $S$ ;  $\vec{r}$  — радиус вектор.

Разработка электромагнитных систем включает этап синтеза этих систем. В этом случае в связи с заметным влиянием ошибок округления при промежуточном вычислении коэффициентов матриц на результаты расчетов, предпочтительнее использовать модели, базирующиеся на точных аналитических выражениях. Для этих целей были разработаны комплексы программ DIAMOND, COFIE, KLONDIKE. Каждый комплекс программ может быть легко интегрирован в проблемно-ориентированную вычислительную программу или самостоятельно использоваться для расчетов. Комплекс программ DIAMOND позволяет рассчитать поле от однородно намагниченного многогранника произвольной формы. Поле такого элемента может быть представлено в виде суммы интегралов, вычисленных для каждой грани с использованием простых аналитических выражений. Комплекс программ COFIE позволяет вычислить магнитное поле от линейных и дугообразных токовых элементов, имеющих в сечении произвольный многогранник. Поле дугообразных элементов вычисляется с использованием прецизионной процедуры вычисления эллиптических интегралов 1-, 2-, 3-го рода. Поле от произвольных токовых объемов, ограниченных плоскими гранями, с постоянным вектором плотности тока  $\vec{j}$  также может быть найдено в виде простых аналитических выражений.

Конечно-элементный подход требует решения уравнения  $\text{div } \mu_{PM} \text{ grad } V = -\text{div } \vec{M}_0$ , где  $\vec{M} = \vec{M}_0 + \kappa \vec{H}$ ,  $\mu_{PM} = \mu_0(1 + \kappa)$  и не вызывает значительных трудностей в силу близкого качественного характера зависимости  $\mu_{PM}(H)$  и  $\mu(H)$  для магнитомягких материалов. Таким образом, возможно одновременное решение системы уравнений как для магнитомягких, так и для магнитотвердых материалов. Интегральный подход приводит к нелинейной системе алгебраических уравнений относительно векторов намагниченности, связанных с однородно-намагниченными объ-

емами  $\vec{H} = A\vec{M} + \vec{H}_{ext}$ , где  $A$  — матрица влияния;  $M$  — вектор решений;  $\vec{H}_{ext}$  — внешнее постоянное поле, кривые  $\mu = \mu(H)$  для всех материалов считаются известными. Вектор намагниченности постоянных магнитов определяется компонентой поля, сонаправленной оси намагничивания, в то время как для магнитомягких материалов намагниченность определяется полным полем. На базе комплексов программ COFIE и DIAMOND был разработан комплекс KLONDIKE, который позволяет использовать эти программы в комбинации с итерационной процедурой для расчета векторов намагниченности элементов с учетом нелинейных свойств материалов.

В процессе отладки комплекса программ DIAMOND решалась модельная задача расчета поля однородно намагниченного цилиндра. Размеры цилиндра были выбраны следующими: радиус —  $a = 1.5$  см; длина —  $l = 2b = 6$  см; вектор намагниченности  $\vec{M} = 80$  кА/м был направлен по оси цилиндра. Цилиндр заменялся многогранником. Полученные значения находятся в полном соответствии с данными [10].

Комплекс программ DIAMOND использовался для моделирования магнитного поля ЯМР-томографа [11] и при выборе параметров гексаполя ЭЦР-источника [8]. Гексаполь представляет собой набор секторных колец, для которых вектор намагниченности лежит в плоскости, перпендикулярной оси колец. Оптимизация гексаполя ограничивалась вариацией как внешнего радиуса намагниченных колец, так и числа их секторов с постоянной намагниченностью. Продольная длина и внутренние радиусы колец, определяемые размерами ионизационной камеры, считались неизменными. В качестве критерия оптимизации была выбрана эффективность использования материалов постоянных магнитов. Гексаполь состоит из 4 колец одинаковой длины с числом секторов, равным  $N = 18$ . Постоянный магнит изготавливался из  $NdFeB$  с остаточной индукцией  $B_0 = 10.5$  кГс. Система была изготовлена и измерена. Результаты измерений и расчетов отличаются не более чем на 1%. При этом отличие результатов, в первую очередь, объясняется отклонением свойств материалов постоянных магнитов от расчетных.

Рис. 1 схематически изображает модель двигателя, содержащего магнитомягкие и магнитотвердые (на статоре) материалы; катушки возбуждения (на роторе) не показаны. Рис. 2 показывает распределение магнитного поля для одного момента времени в режиме холостого хода двигателя. Данные расчета поля в зазоре с приемлемой точностью совпадают с данными измерений.

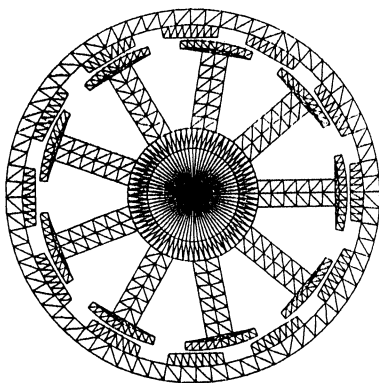


Рис. 1: Расчетная область пространственной модели двигателя.

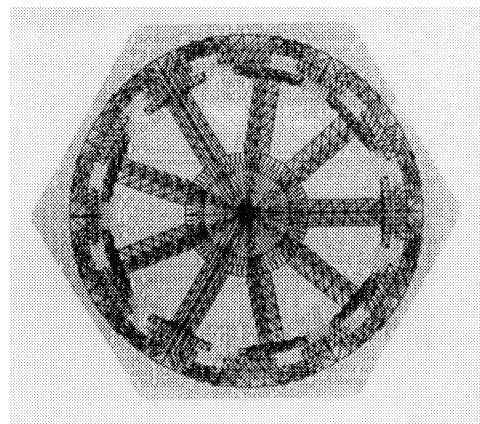


Рис. 2: Распределение вектора магнитной индукции в расчетной области.

Анализировалось магнитное поле концентратора поля, схематически показанного на рис. 3. Магнитная система представляет собой кольцевой постоянный магнит с прямоугольным сечением и ферромагнитными накладками. Результаты анализа ряда вариантов конструкции приведены на рис. 4.

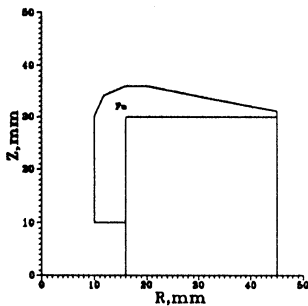


Рис. 3: Расчетная модель концентратора магнитного поля.

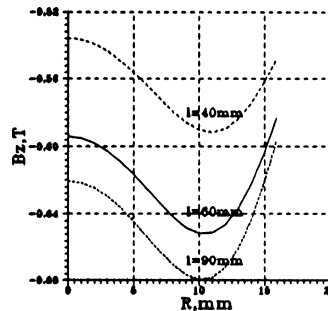


Рис. 4: Распределение z компоненты вектора индукции вдоль оси концентратора.

Описанные программные модули составляют основу программного обеспечения для расчета пространственных магнитостатических систем. Они являются элементами системы автоматизированного проектирования и позволяют анализировать достаточно широкий класс задач электрофизики и электротехники в условиях реального процесса проектирования.

#### Список литературы

- [1] Newman M.T., Trowbridge C.W., Turner L.R. GFUN: An interactive program as an aid to magnet design. Proc 4th Int. Conf. Magnet Technol., Brokhaven, 1972, pp. 617-626
- [2] Акишин П.Г. Численное моделирование магнитостатических полей на ЭВМ. Дисс. ...доктора ф.-м. наук, Дубна, 1993.
- [3] Doinikov N.I., Lamzin E.A., Sytchevsky S.E. On computation of 3-D magnetostatic fields of electrophysical apparatus magnet systems. IEEE Trans. on Magnetism, v. 28, №1, Jan., 1992, pp. 908-911.
- [4] Френкель Я.И. Собрание избранных трудов. М.-Л.: изд. АН СССР v. 1 (Электродинамика), 1956, p.370
- [5] Carpenter C.J. Theory and application of magnetic shells. Proc. IEE., v. 114, №7, 1967, pp. 995-1000.
- [6] Albenese R., Martone R., Miano G., Rubinacci G. A T formulation for 3-D finite element eddy current computation. IEEE Trans. on Magnetism, v. 21, №6, Nov., 1985, p. 2299.
- [7] Doinikov N.I., Lamzin E.A., Simakov A.S., Sytchevsky S.E. Features of 3-D magnetostatic field simulation. Proc. V Internat. Conf. on Mathematical Simulation, Programming and Mathematical Approaches for Physical Problems. Dubna, JINR, 1985, pp. 166-168
- [8] Kukhtin V., Lamzin E., Severgin Yu., Sytchevsky S. Choice of Hexapole Parameters for ECR Ion Source Proc. Part. Accel (PAC 93), Washington, v. 4, 1993, pp. 3205-3206.
- [9] Newnan M.T., Troubrige C.W., Turner L.R. GFUN: An interactive program as an aid to magnet design. Proc. 4th Int. Conf. Magnet Technol. pp. 617-626, Brookhaven, 1972.
- [10] Поливанов К.М., Основы теории электротехники. Энергия, Москва, т.3, 1975, с.56
- [11] Belov A., Bushuev V., Emelianov M., Eregin V., Sytchevsky S., Severgin Yu., Vasiliev V. Passive shimming of the superconducting magnet for MRI. IEEE Trans. on Appl. Supercon., v.5, №2 June 1995, pp.679-681