

Подавление продольных ошибок инжекции и когерентных неустойчивостей сгруппированного пучка УНК

С.В. Иванов, А.Ю. Маловицкий

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

Введение. В протонном синхротроне УНК предполагается использовать две широкополосные системы продольной обратной связи (ОС). Первая описана в работе [1]. Это чисто радиотехническая ОС вокруг оконечных каскадов усиления ВЧ-системы, предназначенная для стабилизации ускоряющего поля. В настоящей работе рассматривается вторая система — продольная ОС по пучку. Она должна демпфировать продольные ошибки инжекции и обеспечить устойчивость когерентного движения пучка [2]. Полоса пропускания $\Delta\omega^{(fb)}$ обеих систем ОС в несколько раз превышает частоту ω_s обращения пучка, откуда возникает опасность самовозбуждения *межсгустковых* азимутальных мод n .

С учетом большой длины сгустка в УНК-1 становится также заметной роль не только дипольной ($m = 1$), но и высших ($m \neq 1$) *внутрисгустковых* мультипольных мод. Поэтому влияние этих систем ОС на моды (n, m) колебаний пучка, попадающие в $\Delta\omega^{(fb)}$, требует детального изучения. В этих целях используется импедансный подход к системам ОС [3]. Суть его состоит в представлении цепей ОС в виде управляемого извне искусственного импеданса связи, что позволяет исследовать их в рамках обычной теории когерентных неустойчивостей пучка.

1. Характеристическое уравнение. Введем азимут в сопровождающей системе $\vartheta = \Theta - \omega_s t$, где Θ — обобщенный азимут ускорителя; ω_s — угловая скорость равновесной частицы. Пусть пучок со средним током J_0 состоит из M одинаковых равноотстоящих сгустков. Продольное поле $E(\vartheta, t)$ и ток пучка $J(\vartheta, t)$ представим в виде суммы бегущих волн: $(E_k(\Omega), J_k(\Omega))e^{ik\vartheta - i\Omega t}$, где Ω — частота преобразования Фурье в сопровождающей системе. В лабораторной системе она наблюдается как боковая полоса $\omega = k\omega_s + \Omega$. Пронумеруем азимутальные моды $n = 0, 1, \dots, M - 1$. Каждой моде соответствует сдвиг фазы колебаний $2\pi n/M$ между соседними сгустками.

Рассматриваемая ОС получает информацию о возмущении пучка и вырабатывает корректирующее воздействие в одной и той же полосе частот вокруг $\pm q\omega_s$ (q — кратность ускорения). Поэтому ее воздействие на пучок можно представить в виде матрицы импеданса $Z_{kk'}(\omega)$, линейно связывающего $J_{k'}(\Omega)$ с коррекцией $E_k^{(fb)}(\Omega)$:

$$E_k^{(fb)}(\Omega) = -L^{-1} \left(Z_{kk}(\omega) J_k(\Omega) + Z_{kk}^{(fb)}(\omega) J_k(\Omega) + Z_{k, k-2q\text{sgnk}}^{(fb)}(\omega) J_{k-2q\text{sgnk}}(\Omega) \right). \quad (1)$$

Здесь L — длина орбиты; $\omega = k\omega_s + \Omega$, $|k| \simeq q$, $|\Omega| \ll \omega_s$. Первый член — это обычный импеданс пассивных элементов камеры. Остальные описывают активное воздействие ОС. “Недиагональный” импеданс $Z_{k, k-2q\text{sgnk}}(\omega)$ появляется при несбалансированных сдвигах спектра сигнала в процессе его модуляции и демодуляции в цепи ОС.

Пусть $\Delta\omega^{(fb)} \ll M\omega_s/2$, где $M\omega_s$ — частота следования сгустков. Тогда подстановка (1) в теорию неустойчивостей приводит к характеристическому уравнению [3]:

$$1 + C J_0 \left(\mu_{nm}(\Omega) + \mu_{nm}^{(fb)}(\Omega) \right) Y_{qq}(\Omega) \simeq 0, \quad C = \Omega_0^2 / (qV \sin \varphi_s), \quad \Omega \simeq m\Omega_0, \quad (2)$$

где Ω_0 — круговая частота малых фазовых колебаний; V — ускоряющее напряжение, φ_s — синхронная фаза ($\varphi_s < 0$ выше критической энергии). Величина $Y_{qq}(\Omega)$ есть передаточная функция пучка от $E_q(\Omega)$ к $J_q(\Omega)$. Ее общий вид приведен, например, в работах [2, 3]. В отсутствие разброса синхротронных частот

$$Y_{qq}(\Omega) = iq^2 \sum_{m=1}^{\infty} m^2 \Phi_{qq}^{(m)} / (\Omega^2 - (m\Omega_0)^2), \quad (3)$$

где $\Phi_{qq}^{(m)}$ — формфактор сгустка ($\Phi_{qq}^{(m)} \rightarrow \delta_{|m|1}$ при полудлине сгустка $q\Delta\vartheta_0 \rightarrow 0$).

В (2) μ_{nm} и $\mu_{nm}^{(fb)}$ имеют смысл эффективных импедансов неустойчивости на боковых полосах $\Omega \simeq m\Omega_0$ гармоник $k_{1,2} = n + Ml_{1,2} \simeq \pm q$, попадающих в полосу ОС,

$$\mu_{nm}(\Omega) = Z_{k_1 k_1}(k_1\omega_s + \Omega)/k_1 + \dots \quad k_1 \rightarrow k_2, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mu_{nm}^{(fb)}(\Omega) &= Z_{k_1 k_1}^{(fb)}(k_1\omega_s + \Omega)/k_1 + \dots \quad (5) \\ &+ (-1)^m Z_{k_1, k_1-2h}^{(fb)}(k_1\omega_s + \Omega)/k_1 + \dots \quad k_1 \rightarrow k_2, q \rightarrow -q. \end{aligned}$$

Чтобы воспользоваться уравнением (2), осталось записать импедансы Z и μ в терминах передаточных функций элементов цепи ОС и параметров ее рабочей точки.

2. Обратная связь по пучку. Ее структура показана на рис.1. В основу положена синфазно-квадратурная схема фильтрации сигналов. $H^{(c,s)}(\delta\omega)$ есть передаточные функции низкочастотных фильтров с полосой $\Delta\omega_H \ll q\omega_s$. Амплитудный контроль отсутствует, хотя в формулах для общности оставлено $H^{(c)} \neq 0$. Введены также передаточные функции: $T(\omega)$ — от тока в устройстве связи к напряжению на зазоре исполняющего устройства AD (от *Acting Device*); $K(\omega)$ по току через ВЧ-усилитель; $T', W'(\omega)$ — от тока пучка к напряжению на зазорах AD и пикапа; чувствительность $S(\omega)$ измерительного канала.

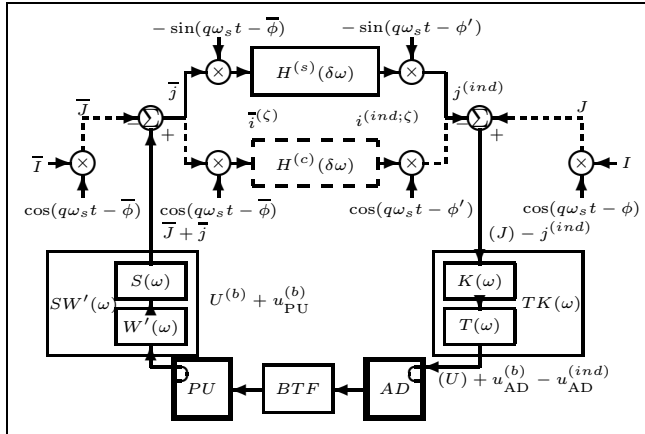


Рис. 1: Структурная схема.

Фаза модулирующего колебания ϕ' совпадает с фазой ϕ тока возбуждения ВЧ-усилителя, обеспечившего бы синфазный вклад AD в ускоряющее поле. Фаза демодулирующего колебания $\bar{\phi}$ выбирается так, чтобы компенсировать пролетные эффекты между пикапом и AD. Вычитание эталонного сигнала осуществляется самими периодическими полосно-заграждающими фильтрами

на частотах $\omega = k\omega_s$, что делает ненужным устройство сравнения, изображенное слева.

Вносимые цепью ОС импедансы связи имеют вид

$$Z_{kk}(\omega) = T'(\omega) |G_k^{(AD)}|^2, \quad (6)$$

$$Z_{kk}^{(fb)}(\omega) = -\chi_{11}(\omega - q\omega_s) W'(\omega) G_k^{(AD)} G_{-k}^{(PU)}, \quad (7)$$

$$Z_{k,k-2q}^{(fb)}(\omega) = -\chi_{12}(\omega - q\omega_s) W'(\omega - 2q\omega_s) G_k^{(AD)} G_{-k+2q}^{(PU)}. \quad (8)$$

Здесь $\omega = k\omega_s + \Omega$, $k \simeq q > 0$, $|\Omega| \ll \omega_s$. Соответствующие выражения для отрицательных частот $k \simeq -q < 0$ получаются с помощью $Z_{-k,-k'}(-\omega^*)^* = Z_{kk'}(\omega)$. Множители $G_k^{(a)}$ с $a = \text{PU, AD}$ есть комплексные факторы пролетного времени на частотах $\omega = k\omega_s$ (их $|G_k^{(a)}| \leq 1$, а $\arg G_k^{(a)}$ пропорциональны координатам устройств $\Theta^{(a)}$). Это коэффициенты ряда Фурье $\sum_k G_k^{(a)} e^{ik\Theta}$ функции $G^{(a)}(\Theta)$ с нормировкой $\int_0^{2\pi} |G^{(a)}(\Theta)| d\Theta = 2\pi$, описывающей распределение электрического поля на орбите. Величины $\chi_{ij}(\delta\omega)$ являются элементами матрицы размерности 2×2 , представляющей передаточную функцию разомкнутой цепи ОС,

$$\chi_{11}(\delta\omega) = 0,25TK(q\omega_s + \delta\omega) S(q\omega_s + \delta\omega) \left(H^{(c)}(\delta\omega) + H^{(s)}(\delta\omega) \right) e^{i(\phi' - \bar{\phi})}; \quad (9)$$

$$\chi_{12}(\delta\omega) = 0,25TK(q\omega_s + \delta\omega) S(-q\omega_s + \delta\omega) \left(H^{(c)}(\delta\omega) - H^{(s)}(\delta\omega) \right) e^{i(\phi' + \bar{\phi})}; \quad (10)$$

$$\chi_{21}(\delta\omega) = \chi_{12}(-\delta\omega^*)^*; \quad \chi_{22}(\delta\omega) = \chi_{11}(-\delta\omega^*)^*.$$

Ключевыми элементами цепи ОС являются: (1) AD в виде пары резонаторов штатной ВЧ-системы с пониженной (для увеличения быстродействия) добротностью и (2) — идеальный трехточечный КИХ фильтр с общей задержкой на один оборот

$$H^{(s)}(\delta\omega) = A^{(s)} \sum_{h=0}^2 w_h \exp(2\pi i \delta\omega (d_1 h + 1) / \omega_s). \quad (11)$$

Здесь d_1 — период отсчетов (в оборотах); $A^{(s)}$ — коэффициент усиления от квадратурной составляющей тока пучка в пикапе к ВЧ-току возбуждения AD, приведенного к его зазору. Веса w_h определяются из двух условий: $H^{(s)}(k\omega_s) = 0$ (периодический полосно заграждающий фильтр) и $H^{(s)}(k\omega_s + \Omega_0) = -iA^{(s)}$ (квадратурный сдвиг фазы сигнала на боковых полосах дипольных колебаний). В результате получаем

$$w_0 = (+\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{ctg}(\delta\varphi_1/2)) / (2 \sin \delta\varphi_1), \quad (12)$$

$$w_1 = \cos \varphi / (2 \sin^2(\delta\varphi_1/2)), \quad (13)$$

$$w_2 = (-\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{ctg}(\delta\varphi_1/2)) / (2 \sin \delta\varphi_1), \quad (14)$$

где $\varphi = \pi/2 + \delta\varphi_0 + \delta\varphi_1$, $\delta\varphi_0 = 2\pi\Omega_0/\omega_s$ и $\delta\varphi_1 = 2\pi\Omega_0 d_1/\omega_s$. Чтобы достоверно измерить параметры фазового движения, следует увеличивать d_1 . Однако это может привести к деградации фазочастотных свойств ОС: она сама начинает возбуждать нечетные мультипольные моды. На практике опасность могут представлять только секступольные возмущения ($m = 3$). С учетом этого для УНК-1 выбрана оптимальная задержка $d_1\Omega_0/\omega_s = 1/10$ (или 15 оборотов).

При $A^{(s)} \gtrsim 12$ часть азимутальных мод n дипольных колебаний самовозбуждается. Поэтому установившим $A^{(s)} = 6$. При этом коэффициент усиления в канале “фазовая ошибка центра тяжести пучка — коррекция фазы ВЧ-поля” составит $K = J_0 N_{\text{AD}} R_T \left| G_q^{(\text{AD})} G_{-q}^{(\text{PU})} \right| A^{(s)} / V \simeq 0,35$, где N_{AD} — число резонаторов в AD, R_T — нагруженное шунтовое сопротивление каждого из них. Линейный динамический диапазон по входу цепи ОС составит $|q\delta\vartheta| \lesssim 2/A^{(s)}$ (около 20°).

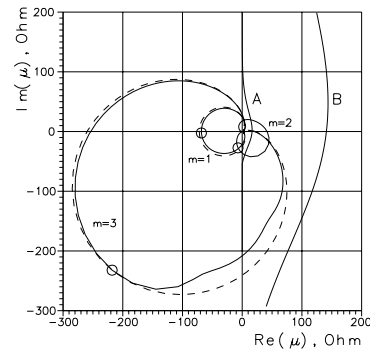


Рис. 2: Влияние системы ОС.

Рис.2 является диаграммой устойчивости, иллюстрирующей работу системы ОС. Пунктирные кривые проведены через точки $\mu_{nm}(\Omega) + \mu_{nm}^{(fb)}(\Omega)$ для $\Omega = m\Omega_0$ и $m = 1, 3$. Они показывают работу собственно цепи ОС по пучку (на моду $m = 2$ квадратурная ОС не влияет). Сплошные кривые учитывают дестабилизирующий эффект всех 12 ускоряющих резонаторов, охваченных радиотехнической ОС [1]. Кривые A, B являются пороговыми для $m = 1, 2$. Полуудлина сгустка $q\Delta\vartheta_0 = 0,54\pi$.

Ошибки инжекции приводят в основном к дипольному когерентному движению пучка. На рис.3 приведена детальная диаграмма устойчивости для $m = 1$ с линиями постоянного декремента. Это образы прямых $\Omega \simeq \Omega_1 + i\Omega_2$ для $\Omega_2/\Omega_0 = -0,07(0,01)0,0$. Представлены только наиболее медленно затухающие моды, которые определяют наблюдаемую постоянную времени τ системы, охваченной ОС. Величина τ зависит от номера моды n и находится в диапазоне $0,015 \lesssim 1/(\Omega_0\tau) \lesssim 0,075$.

Полученные с помощью пороговых диаграмм результаты проверялись численным моделированием методом макрочастиц. На рис.4 показана мнимая часть когерентного сдвига частоты Ω_2 в единицах разброса фазовых частот в сгустке $\Delta\Omega_s$. Кривая соответствует обходу годографа импеданса на рис.3 против часовой стрелки. С учетом плохой обусловленности задачи аналитического продолжения $Y_{qq}(\Omega)$ в область $\text{Im}\Omega < 0$ соответствие между рис.3 и 4 приемлемо.

Рис.5 дополняет рис.4 и показывает величину $y = (\delta\epsilon/\epsilon_0) \cdot (\delta\vartheta_{inj}/\Delta\vartheta_0)^{-2}$, характеризующую долю ошибки инжекции, переходящую в с.к.в. эмиттанс ϵ (в отсутствие ОС $y \simeq 1$). Видно, что в грубом приближении изолированной моды n прирост эмиттанса контролируется достаточно эффективно в диапазоне $\omega = q\omega_s \pm 25\omega_s$.

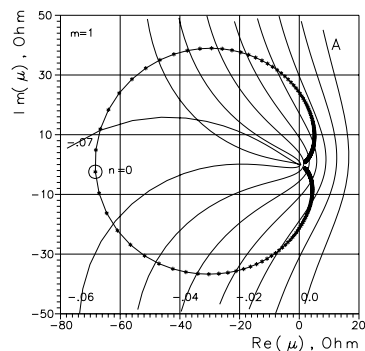


Рис. 3: Подавление дипольных колебаний.

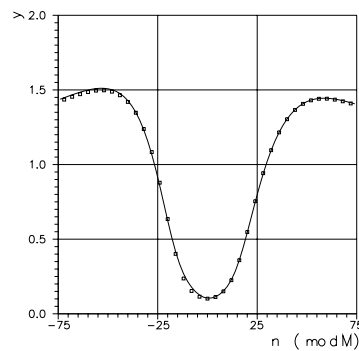


Рис. 4: Демпфирование когерентного движения.

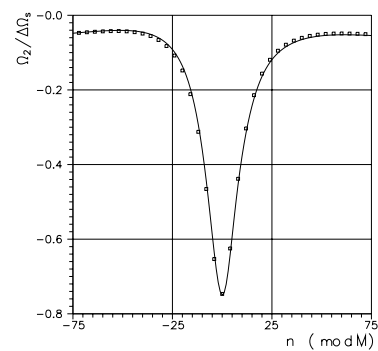


Рис. 5: Контроль эмиттанса.

Список литературы

- [1] С.В. Иванов. Препринт ИФВЭ 94-43, Протвино, 1994.
- [2] С.В. Иванов, А.Ю. Маловицкий. Препринт ИФВЭ 96-7, Протвино, 1996.
- [3] С.В. Иванов. Препринт ИФВЭ 96-8, Протвино, 1996.