Особенности ВЧ-фокусировки ионного пучка в аксиально-симметричной периодической структуре

Э.С. Масунов, Н.Е. Виноградов
Московский государственный инженерно-физический институт, Россия

Введение

Вопросы, связанные с изучением высокочастотной фокусировки ионов в периодических аксиально-симметричных структурах рассматривались во многих работах [1, 2]. Обычно все эти исследования ограничивались рассмотрением динамики пучка в поле двух бегущих волн, одна из которых (синхронная) ускоряет пучок, а вторая (несинхронная) — фокусирует. Более общий подход к изучению проблемы ВЧ-фокусировки в периодических резонансных структурах был продолжен в [3, 4], где в расчет принимались все пространственные гармоники ВЧ-поля. В работах [5, 6] был предложен простой полуаналитический метод исследования ВЧ-фокусировки с использованием трехмерной эффективной потенциальной функции U_{eff}, полученной в гладком приближении для любого числа гармоник. Анализ глубины и формы поверхности найденной потенциальной функции позволяет сформулировать условия на выбор величин пространственных гармоник ВЧ-поля для достижения оптимальных соотношений между продольным и поперечным аксептансами ускоряюще-фокусирующего канала. Ниже на примере учета только двух гармоник проведен анализ U_{eff} и дано сравнение с ранее известными выводами двухволновой теории. В конце работы приведено сопоставление предложенного метода исследования с результатами численного моделирования трехмерной динамики ионного пучка.

1. Уравнение динамики

Представим траекторию частицы в аксиально-симметричном ВЧ-поле произвольного гармонического состава в виде суммы медленно и быстро осциллирующих компонент. После усреднения по быстрым осцилляциям можно получить уравнение динамики в следующем виде:

$$\frac{d^2\mathbf{R}_c}{d\tau^2} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{R}_c} U_{\text{eff}}, \tag{1}$$

где

$$\begin{aligned}
U_{\text{eff}} &= U_0 + U_1 + U_2, \\
U_0 &= -e_s\left[\sin(\psi+\chi) - \chi\cos\psi\right], \\
U_1 &= \frac{1}{4}\sum_{n\neq s}\frac{{e_n}^2}{{\Delta_{s,n}}^2}\; g_{s,n}(R), \\
U_3 &= \frac{1}{4}\sum_{n\neq s}\frac{e_n e_{2s-n}}{{\Delta_{s,n}}^2}\Big[f_{s,n}(R)\cos(2\psi+2\chi+\theta_{s,n}) + 2\chi\sin(2\psi+\theta_{s,n})\Big].
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь

$$g_{s,n}(R) = I_0^2\left(\frac{n}{s}R\right) + I_1^2\left(\frac{n}{s}R\right) - 1,$$

$$f_{s,n}(R) \;=\; I_0\left(\frac{n}{s}R\right) I_0\left(\frac{2s-n}{s}R\right) - I_1\left(\frac{n}{s}R\right) I_1\left(\frac{2s-n}{s}R\right),$$

$\mathbf{R}_c = (\chi, R)$, $\mathbf{R}_c = 2\pi(\mathbf{r}_{\text{медл}} - \mathbf{r}_{s,\text{медл}})/\lambda\beta_s$, $e_n = (e\lambda E_n)/(2\pi mc^2\beta_s)$; $\tau = \omega t$, $\Delta_{s,n} = \frac{s-n}{s}$; $\theta_{s,n} = \alpha_n + \alpha_{2s-n}$; e — заряд частицы; m — ее масса; E_n и α_n — амплитуды и начальные фазы гармоник; λ — длина волны генератора.

В уравнении (1) эффективная потенциальная функция U_{eff} связывает продольное и поперечное движения частицы и полностью описывает ее динамику в ВЧ-поле.

2. Динамика пучка в поле синхронной и несинхронной гармоник

Для этого случая $U_3 = 0$ и в выражении для U_{eff} остается два слагаемых. Член U_0 описывает ускоряющее и дефокусирующее воздействие синхронной волны, а U_1 — фокусирующее влияние несинхронной волны. В гармоническом приближении из (1), (2) просто получить частоты продольных ω_χ и поперечных ω_R колебаний:

$$\begin{aligned} {\omega_\chi}^2 &= e_s \sin\psi, \\ {\omega_R}^2 &= -\frac{1}{2}\, e_s \sin\psi + \frac{3}{8}\, {e_n}^2 \frac{n^2}{(n-s)^2}. \end{aligned} \tag{3}$$

Отсюда условия устойчивости движения можно записать так:

$$0 < e_s \sin\psi < \frac{3}{4}\, {e_n}^2 \frac{n^2}{(n-s)^2}. \tag{4}$$

Как видно из (3), фокусировка (поперечный аксептанс) пучка тем лучше (больше), чем больше отношение амплитуды несинхронной гармоники к амплитуде синхронной. Эти результаты были получены ранее в [1], причем случай $s > n$ соответствует так называемой фокусировке в поле бегущей волны (ФПВБ).

Темп ускорения можно выразить через амплитуду несинхронной гармоники

$$\frac{\Delta W}{\Delta z} = T_{s,n} E_n \cos\psi, \qquad \text{где} \qquad T_{s,n} = \frac{3}{4}\,\frac{n^2}{(n-s)^2}\,\frac{e\lambda E_n}{2\pi mc^2\beta_s}. \tag{5}$$

Следует отметить, что сильно увеличивать амплитуду несинхронной (фокусирующей) волны опасно, так как это может привести к перекрытию сепаратрис, при котором возможно появление стохастической неустойчивости и срыв ускорения.

Кроме того, при малых β_s выбор амплитуды несинхронной гармоники ограничен из-за возможности появления продольно-поперечных резонансов. Если считать, что все вышеперечисленные ограничения удовлетворены, при заданном продольном аксептансе поперечный аксептанс будет максимальным при $s = 2$, $n = 3$. Этот результат остается в силе и для области с низкой энергией инжекции (для протонов $W > 30$ кэВ).

3. Динамика пучка в поле двух несинхронных гармоник

Пусть в резонансной структуре имеется только две гармоники с номерами n и l, и обе гармоники несинхронны с пучком. Тогда, если выполнено $n + l = 2s$, в выражении для U_{eff} становится отличным от нуля член U_2. Его влияния может оказаться достаточно для формирования трехмерной ямы. Условие поперечной устойчивости приобретает вид

$$3n^2{e_n}^2 + 3l^2{e_l}^2 > 2e_n e_l(n^2 + l^2 - nl). \tag{6}$$

Эту возможность можно реализовать практически, если в ускоряющую структуру, где есть только нечетные гармоники с $n = 1$ и $l = 3$, инжектировать пучок со скоростью, близкой к фазовой скорости отсутствующей гармоники $s = 2$. Отметим, что условие (6) будет выполняться для любых величин e_n, e_l. Однако целесообразно выбрать $ne_n = le_l$, при этом поперечная частота будет мало чувствительна к небольшим изменениям амплитуд.

Темп ускорения в такой системе

$$\frac{\Delta W}{\Delta z} = T_{n,l} E_n \cos\psi, \qquad \text{где} \qquad \frac{T_{n,l}}{T_{s,n}} = \frac{16}{3} \frac{(n-s)^2}{n^2} \frac{E_l}{E_n} > 1. \tag{7}$$

В данном случае важно выполнение условий неперекрытия сепаратрис, что приводит к ограничению параметра $e_n e_l$.

Еще одной интересной особенностью предлагаемого способа ускорения является то, что теперь заряд частицы входит в выражения (1), (2) квадратично. Это означает, что возможно ускорение разноименно заряженных ионов в одном сгустке. Таким образом можно добиться пространственной компенсации заряда и существенно повысить ток пучка.

4. Результаты моделирования динамики

Численное моделирование динамики пучка проводилось с использованием расчетного пакета MATHCAD 6 PLUS. Была выбрана система со следующими параметрами: пучок — протонный; $E_{\max} = 70$ кВ/см; $R_{\max} = 0.5$ см; $\lambda = 200$ см; $L = 250$ см; $\beta_0 = 0.015$. Сам анализ динамики проводился в широком диапазоне скоростей.

Исследование системы с синхронной и одной несинхронной гармониками позволило сделать следующие выводы. Для обеспечения хорошей поперечной фокусировки необходима малость отношения амплитуд синхронной и несинхронной гармоник, что согласуется с (4). В нашем случае было выбрано $[e_s I_0(R_{\max})]/[e_n I_0(nR_{\max}/s)] = 1/10$. Для реализации хорошей поперечной фокусировки при сохранении большого продольного аксептанса необходимо наличие в начальной части ускорителя группирующего участка длинной L_g, где синхронная фаза уменьшается по линейному закону $\pi/2 - \mu z$, а амплитуды плавно нарастают до максимального значения (например, $e_n \sin(0.5\pi z/L_g)$).

Были исследованы все системы с $s, n = 1, 2, 3$. При фиксированном продольном аксептансе наилучшую поперечную фокусировку обеспечивает система с $s = 2$, $n = 3$. Варианты, где $s = 1$, $n = 2$ и $s = 1$, $n = 3$ также устойчиво ускоряют пучок, но поперечный аксептанс в этих случаях меньше (на 40–60%). Остальные комбинации не позволяют получить оптимального соотношения между продольным и поперечным аксептансами из-за наличия того или иного резонанса. Перекрытия сепаратрис при указанных параметрах не происходит.

Расчеты показывают, что полученные при анализе U_{eff} выводы справедливы в широком диапазоне скоростей ($\beta_0 > 0.005$), при этом метод усреднения адекватно описывает динамику пучка и полностью характеризует его поведение.

Ускорение пучка в системе с двумя несинхронными гармониками также моделировалось численно. Оказалось, что такая схема обладает целым рядом интересных особенностей (большой темп ускорения, большая ширина фазового захвата — до 180°), но ее анализ требует углубленного изучения резонансных условий.

Выводы

Предложен метод исследования динамики пучка в полигармоническом осесимметричном ВЧ-поле с помощью эффективной потенциальной функции. С использованием этого метода сформулированы условия устойчивого ускорения частиц в поле синхронной и одной несинхронной гармоник. Предложена и проанализирована на устойчивость ускоряющая ВЧ-структура с двумя несинхронными гармониками. Проведено численное моделирование динамики пучка для подтверждения результатов проделанного анализа. Указаны способы достижения оптимального соотношения между продольным и поперечным аксептансами ускоряющего канала.

Список литературы

[1] Баев В.К. и др. ЖТФ, 1981, т. 51, вып. 11, с. 2310–2314.

[2] Баев В.К. и др. ЖТФ, 1983, т. 53, с. 1287.

[3] Данилов В.Д. и др. Теоретические и экспериментальные исследования заряженных частиц. — М.: Энергоатомиздат, 1985, с. 93–98.

[4] H. Okamoto. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A 284, p. 233, 1989.

[5] Masunov E.S. Proc. of the 18 Int. Linac Conference, Geneva, CERN 96–07, 1996, vol. 2, p. 487–489.

[6] Виноградов Н.Е., Масунов Э.С. Вопросы Атомной Науки и Техники, серия Ядерно-физические исследования, вып. 2, 3 (29, 30), Харьков, 1997, с.184–186.