

О характеристиках системы наведения на резонанс третьего порядка для медленного вывода пучка из У-70

В.В. Лалин

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий, Протвино, Россия

Введение

При создании системы наведения на резонанс, выполняющей изменение расстройки частоты бетатронных колебаний δ от резонансного значения $Q_r = 9^2/3$, использовались частотные характеристики для малых отклонений от установившегося движения. Экспериментальные частотные характеристики приводились в работах [1] и [2]. Практика работы с системой показала необходимость более углублённого изучения её характеристик. В частности, представляет интерес построить модель системы на базе численного решения уравнений движения пучка на фазовой плоскости.

Изложению основ построения этой модели и первым результатам, полученным с её помощью, посвящено настоящее сообщение. Рассмотрено одномерное движение без учета паразитных нелинейностей в магнитном поле и импульсного разброса в пучке.

1. Уравнения движения пучка на фазовой плоскости

Для получения характеристик системы использованы уравнения движения пучка в переменных действие–угол с числом оборотов N в качестве независимой переменной. Уравнения в их конечной форме получены с использованием [3]. Гамильтониан во вращающейся системе координат, независимый от N ,

$$H = 2\pi\delta J + \varepsilon J^{3/2} \cos 3\phi_1, \quad (1)$$

где $\phi_1 = \phi - \frac{n\Theta}{m}$ (Θ — обобщённый азимут, $n=29$, $m=3$); (J, ϕ) — переменные действие-угол линейного движения; $\delta = \nu - n/m$ (ν — частота бетатронных колебаний); $\varepsilon = \frac{C \operatorname{Re}(C_{29})}{6\sqrt{2}}$ (C — длина орбиты; $\operatorname{Re}(C_{29})$ — действительная часть комплексной амплитуды 29-й гармоники разложения в ряд Фурье возмущения $S(\theta)\beta(\theta)^{3/2}$; $S(\theta) = \frac{e}{p_0c} \frac{d^2 B_y}{dx^2}$).

Уравнения Гамильтона

$$\frac{dJ}{dN} = -\frac{\partial H}{\partial \phi_1} = 3\varepsilon J^{3/2} \sin 3\phi_1, \quad (2)$$

$$\frac{d\phi_1}{dN} = \frac{\partial H}{\partial J} = 2\pi\delta + \frac{3}{2}\varepsilon J^{1/2} \cos 3\phi_1.$$

Отсюда координаты стационарных точек в полярных координатах: (\sqrt{J}, ϕ_1) при $\delta > 0$

$$\phi_{1\text{стац}} = \frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \quad (3)$$

$$\sqrt{J_{\text{стац}}} = \frac{4\pi\delta}{3\varepsilon}$$

и уравнения сепаратрис

$$\sqrt{J} \cos \phi_1 - \frac{2\pi\delta}{3\varepsilon} = 0,$$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{J}\cos\phi_1 + \sqrt{J}\sin\phi_1 - \frac{4\pi\delta}{3\sqrt{3}\varepsilon} &= 0, \\
\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{J}\cos\phi_1 + \sqrt{J}\sin\phi_1 + \frac{4\pi\delta}{3\sqrt{3}\varepsilon} &= 0.
\end{aligned}
\tag{4}$$

2. О методике расчёта характеристик системы

Входной величиной рассматриваемой системы является δ , установившимся движением — линейное уменьшение δ во времени. Выходной величиной является ток пучка в апертуре головного септума. Общий подход к численному решению системы (2) следующий. На треугольник устойчивости накладывается сетка из радиальных линий и линий, параллельных его сторонам. Вычисляются площади и координаты центров тяжести полученных элементарных трапеций. Электрический заряд, соответствующий каждой элементарной трапеции (макрочастице), считается пропорциональным площади с поправочным коэффициентом, учитывающим распределение частиц по амплитуде, которое принимается релеевским. Система (2) для каждой макрочастицы решается методом Булирша-Стоера [4].

Вычисляется число оборотов, необходимое для достижения макрочастицей координаты головного септума. Запуская через заданное число оборотов элементарные слои треугольника устойчивости, параллельные одной из его сторон, можно смоделировать движение частиц при линейном уменьшении δ во времени. Суммируя заряды макрочастиц, оказавшихся в апертуре головного септума на каждом последовательном обороте, находим выходной ток пучка. При этом учитываем, что выходной ток определяется движением частиц вдоль трёх уходящих ветвей сепаратрисы, сменяющих друг друга на азимуте септума через один оборот. На линейное уменьшение δ накладываем дополнительно скачок. Разность выходных токов при линейном уменьшении δ с дополнительным скачком и без скачка представляет собой переходную функцию системы. Одностороннее преобразование Фурье от переходной функции, умноженное на $i\omega$, даёт амплитудно-фазовую характеристику системы.

Исходные для расчёта параметры ускорителя взяты из работы [5]. Расстояние головного септума от равновесной орбиты принято равным 30 мм, секступольное возмущение создается одной парой линз с $\frac{d^2B_y}{dx^2} = 144$ гс/см², что обеспечивает нарастание амплитуды за три оборота равным 20 мм. Эмиттанс частицы с максимальной амплитудой принят равным 2 мм·мрад.

3. Некоторые результаты расчётов

В качестве первого шага по использованию предлагаемой модели представляется целесообразным найти переходную функцию в виде реакции на скачок отрицательного знака, пренебрегая линейным изменением δ . При этом исходим из имеющейся информации [5] о слабой зависимости процессов в системе от скорости наведения на резонанс и предполагаемой линейности системы, на чём вообще основано использование метода частотных характеристик. Такой шаг позволяет найти характеристики системы в первом приближении.

На рис. 1 изображены переходные функции системы, полученные при величине скачка $10^{-4}\delta_p$, где δ_p — ширина полосы резонанса, для максимальной амплитуды (рис. 1.1) и амплитуд, равных 0,5 (рис.1.2) и 0,25 (рис.1.3) от максимальной. Скачок δ подаётся в момент времени, равный нулю. На рис. 2 изображены соответствующие амплитудные частотные и на рис. 3 — фазовые частотные характеристики. Задержка появления выходного импульса определяется временем нарастания амплитуды до величины, равной координате головного

септума. Длительность импульса переходной функции определяется главным образом временем движения частиц вдоль стороны треугольника устойчивости. Этому отвечает наличие в системе аperiodических звеньев. Видно, что задержка импульса переходной функции, равная 0,55 мсек для максимальной амплитуды, изменяется обратно пропорционально начальной амплитуде. Аналогично изменяется длительность импульса переходной функции.

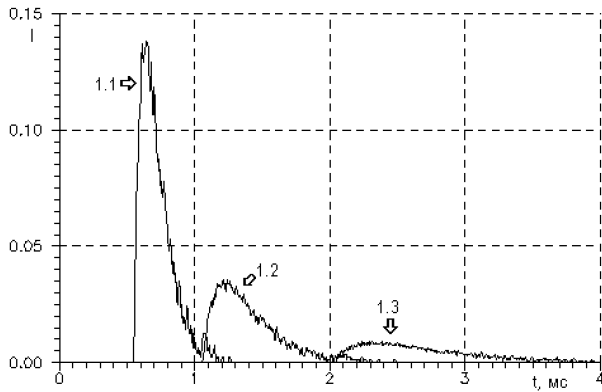


Рис. 1: Переходные функции системы при пренебрежении линейным изменением δ , отрицательном скачке $10^{-4}\delta_p$ для разных начальных амплитуд.

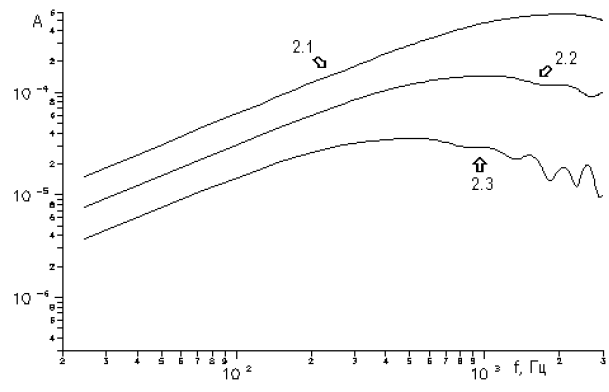


Рис. 2: Амплитудные частотные характеристики, соответствующие переходным функциям рис.1.

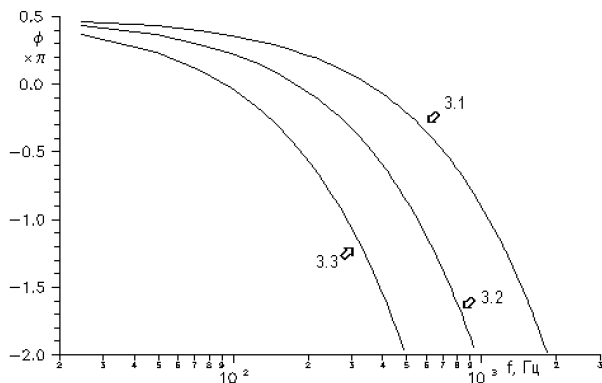


Рис. 3: Фазовые частотные характеристики, соответствующие переходным функциям рис.1.

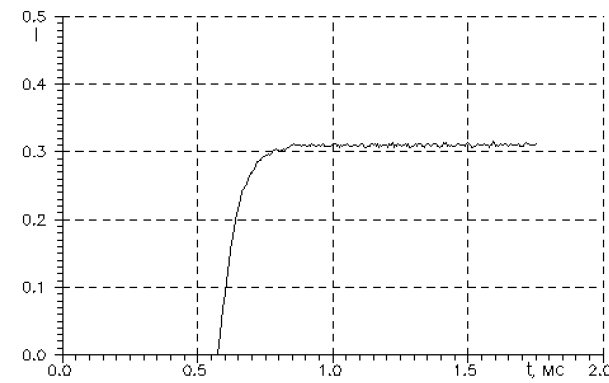


Рис. 4: Выходной ток системы при линейном уменьшении δ во времени.

Для расчёта частотных характеристик использована программа БПФ с шагом выборки 1 оборот, или 5 мкс, с числом точек отсчёта 8192. Величина скачка $10^{-4}\delta_p$ выбрана не случайно. Расчёт, выполненный с использованием предлагаемой модели для скорости наведения на резонанс, равной δ_p за 1 секунду, показывает, что система остаётся квазилинейной при величинах скачка несколько больших чем $10^{-4}\delta_p$.

На рис. 4 изображён выходной ток системы при линейном уменьшении δ , включаемом в момент времени, равный нулю, при максимальной начальной амплитуде и скорости наведения на резонанс, соответствующей прохождению δ_p за 1 сек. На рис. 1 и 4 ток в условных единицах.

Заключение

Исследование характеристик системы при реальных режимах работы медленного вывода выходит за рамки настоящей работы, но может быть выполнено с использованием разработанной методики. Работа позволяет получить лучшее представление о природе и форме характеристик системы наведения на резонанс.

Список литературы

- [1] Мызников К.П. — В сб.: Труды 5-го Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, т.2, стр.78.
- [2] Комаров В.В. и др. — Там же, стр.92.
- [3] Ruth R.D. Single particle dynamics and nonlinear resonances in circular accelerators, SLAC-PUB-3836, 1985.
- [4] Press W.H. et al. Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing. Second edition. Cambridge university press, 1992.
- [5] Федотов Ю.С. Диссертация на соискание учёной степени к.т.н. — ИФВЭ: Серпухов, 1980