



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

96-49
На правах рукописи

Клименко Константин Григорьевич

**НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
СТРУКТУРЫ ВАКУУМА
В ТЕРМОПОЛЕВЫХ МОДЕЛЯХ**

01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Протвино 1996

Работа выполнена в Институте физики высоких энергий (г. Протвино).

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук Б.А. Арбузов, доктор физико-математических наук В.Ч. Жуковский, доктор физико-математических наук Р.Н. Фаустов.

Ведущая организация – Институт ядерных исследований РАН (г. Москва).

Захита диссертации состоится “_____” 1996 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 034.02.01 при Институте физики высоких энергий по адресу: 142284, г. Протвино Московской обл.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФВЭ.

Автореферат разослан “_____” 1996 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 034.02.01 Ю.Г. Рябов

© Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт физики высоких энергий, 1996

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

С самого начала своего возникновения лагранжева квантовая теория поля столкнулась с целым рядом серьезных препятствий. Дело в том, что аппарат перенормировок, разработанный в методе возмущений, оказался непригодным для описания сильных взаимодействий элементарных частиц из-за большого значения константы связи, а также неперенормируемости некоторых моделей. Выход был найден в развитии нетрадиционных подходов.

Один из них — аксиоматический подход к квантовой теории поля, где на основе таких общих принципов теории, как релятивистская инвариантность, причинность, унитарность и спектральность удалось получить модельно независимые, подтвержденные экспериментом оценки сечений различных процессов физики элементарных частиц. Второй подход применяется для нахождения точно решаемых моделей квантовой теории поля.

Наконец, существуют несколько методов, основанных на частичном суммировании ряда теории возмущений, которые называются непертурбативными методами квантовой теории поля. Они занимают промежуточное положение между точным решением задачи и вычислением по теории возмущений. Среди них такие широко известные в 50–70-е годы методы, как метод ренормализационной группы, методы решения линейных интегральных уравнений типа Дайсона–Шингера и Бете–Солпитера, квазипотенциального уравнения. Они с успехом применялись при описании процессов множественного рождения частиц, а также в других динамических задачах.

В последнее время в связи с новыми задачами теории появились и новые непертурбативные методы, а именно: $1/N$ -разложения, гауссова эффективного потенциала, оптимального разложения и др. Вообще говоря, непертурбативные методы имеют универсальный характер, т.е. могут быть формально использованы для решения любой проблемы. Однако для каждого из них существует круг задач, которые наиболее просто решаются данным непертурбативным методом. Оказывается, что $1/N$ -разложение, метод оптимального разложения и др. очень удобны для

построения эффективных потенциалов, а значит, и для исследования вакуумного состояния в квантовой теории поля.

Так как в основе многих явлений природы лежат фазовые превращения, то изучение структуры вакуума еще долго будет являться одной из актуальных задач современной физики, включая физику элементарных частиц. Следует отметить, что существование этой науки в настоящее время немыслимо без феномена спонтанного нарушения симметрии, при котором также происходит перестройка вакуума. Кроме того, именно структура основного состояния и его свойства в значительной степени влияют на физические следствия теории, а также определяют характер взаимодействия частиц (сильные, слабые и т.д.). Так как в мире нет абсолютно изолированных систем, то и квантовополевые системы подвергаются различным внешним воздействиям. Ясно, что при этом свойства основного состояния могут в значительной степени зависеть от таких факторов, как внешнее магнитное поле, температура, химический потенциал и др.

Еще совсем недавно для нахождения эффективных потенциалов и исследования вакуума использовался в основном метод возмущений. Существуют, однако, квантовополевые модели (например, квантовая хромодинамика), в которых пертурбативный вакуум не является истинным основным состоянием. Для анализа таких теорий необходимо привлекать методы, выходящие за рамки традиционной теории возмущений.

Таким образом, дальнейший прогресс при исследовании вакуумного состояния квантовой теории поля связан с непертурбативными методами.

Цель диссертационной работы — разработка новых непертурбативных методов вычисления в квантовой теории поля, а также анализ и обнаружение с их помощью непертурбативных эффектов на основе исследования фазовой структуры и критических свойств различных квантовополевых моделей в присутствии температуры, химического потенциала, внешнего магнитного поля и т.д.

Научные результаты и новизна работы

Основные результаты и выводы диссертации получены на стыке двух перспективных направлений исследования в квантовой теории поля: развитие непертурбативных методов и теории поля при конечных температурах. Все результаты условно можно разбить на несколько групп. К **первой** группе мы относим те, которые касаются непертурбативного метода оптимального разложения (ОР):

- Проведено лоренц-инвариантное обобщение непертурбативного метода ОР на случай теорий со спинорными полями, а также предложен целый класс эквивалентных между собой методов типа ОР.
- Предложен более общий принцип оптимизации, который в теоретикополевых моделях необходимо использовать в высших порядках ОР.
- С помощью метода ОР решена проблема невосстановления симметрии при больших температурах в теориях с несколькими мультиплетами полей.

- Непертурбативным методом ОР исследована фазовая структура некоторых моделей большого объединения, основанных на $O(N)$ группе симметрии.

Вторую группу формируют результаты исследования непертурбативным методом $1/N$ -разложения критических свойств различных трехмерных теорий. Эти модели представляют непосредственный физический интерес в связи с открытием высокотемпературной сверхпроводимости — явления, носящего планарный характер:

- Исследована структура вакуума в трехмерных теориях поля с обобщенным четырехфермионным взаимодействием. Найдены условия динамического возникновения члена Черна-Саймонса, играющего существенную роль при объяснении высокотемпературной сверхпроводимости с помощью феномена дробного спина и статистики.
- Показано, что в обобщенной модели Гросса–Невье наряду с киральными фазовыми переходами существуют и фазовые переходы сверхпроводящего типа, при которых спонтанно нарушается непрерывная группа калибровочных электромагнитных взаимодействий.
- Изучены термодинамические свойства трехмерной модели Гросса–Невье при ненулевых магнитном поле, температуре T и химическом потенциале μ . Доказано существование на ее фазовой плоскости переменных (T, μ) трикритической точки.
- Доказана точная решаемость во внешнем неабелевом поле — поле глюонного конденсата трехмерной модели с четырехфермионным взаимодействием в основном порядке $1/N$ -разложения. Исследована фазовая структура этой теории при ненулевых температуре и химическом потенциале.

Известно, что низкоразмерные модели служат хорошей лабораторией по изучению и предсказанию различных явлений реального четырехмерного мира. Наши результаты, полученные при рассмотрении трехмерных теорий, лишний раз это подтверждают:

- Открыт эффект спонтанного нарушения флэйворной и киральной симметрий внешним магнитным полем.
- Показано, что чисто хромомагнитный глюонный конденсат в квантовой хромодинамике является катализатором спонтанного нарушения киральной инвариантности.

К этому стоит добавить, что

- В диссертации исследована фазовая структура двумерной модели Гросса–Невье с компактифицированной пространственной осью при $\mu \neq 0$. Впервые показано существование нескольких различных массивных фаз теории. Получены выражения для критических кривых в плоскости (μ, L) (где L — радиус компактификации), а также доказано существование трикритических точек на этих кривых.

Наконец, часть результатов касается описания эффекта де Гааза – ван Альфена в рамках квантовой электродинамики:

- Найдены точные выражения для магнитных осцилляций (эффект де Гааза – ван Альфена) в КЭД₃ и КЭД₄ во внешнем магнитном поле H и с ненулевым химическим потенциалом μ . Показано, что в релятивистском случае в отличие от нерелятивистского частота магнитных осцилляций есть величина $\omega = (\mu^2 - m^2)/(2eH)$ (m, e — масса и заряд электрона).
- При $T, H, \mu \neq 0$ в КЭД₃ обнаружена зависимость частоты магнитных осцилляций от температуры.

Практическая ценность работы

Описанный в диссертации непертурбативный метод оптимального разложения можно применять в теоретикополевых расчетах.

Доказанный в работе эффект восстановления симметрии имеет общетеоретическое значение, а открытый автором эффект катализации спонтанного нарушения симметрии очень важен для развития физики элементарных частиц, поскольку предлагает одну из возможных причин спонтанного нарушения киральной инвариантности — внешнее (хромо)магнитное поле.

Предсказанные в диссертации критические свойства (2+1)-мерных моделей с четырехфермионным взаимодействием можно использовать при построении современной теории высокотемпературной сверхпроводимости.

Наконец, обобщение формулы Лившица–Косевича на релятивистский случай дает экспериментаторам важный инструмент исследований эффекта магнитных осцилляций де Гааза – ван Альфена в металлах.

Апробация работы

Результаты диссертации опубликованы в работах [1-27] и докладывались на международных семинарах по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля (Протвино — 1993, 1994, 1995 гг.), XXI Международном симпозиуме по теории элементарных частиц (Зеллин, ГДР, 1987 г.), III Международном совещании по проблемам термополевых теорий (Банфф, Канада, 1993 г.), сессиях Отделения ядерной физики АН СССР и России, семинарах Отдела теоретической физики ИФВЭ и на семинарах Кафедры теоретической физики МГУ.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, семи глав основного текста и заключения, содержит список литературы (138 ссылок), 6 рисунков, 8 приложений. Объем диссертации 163 страницы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность темы диссертации.

В первой главе с помощью метода оптимального разложения решена проблема невосстановления симметрии в квантовой теории поля при больших значениях температуры. Дело в том, что двадцать лет назад Вайнбергом было показано, что в теориях с несколькими мультиплетами скалярных полей симметрия, спонтанно нарушенная при низких температурах, может не восстанавливаться при сколь угодно больших температурах. При этом проводились вычисления с использованием обычной теории возмущений. Очевидно, что это явление противоречит физическому опыту, полученному на базе нерелятивистской квантовой статистики. В диссертации показано, что этот эффект на самом деле отсутствует, так как он лежит за рамками применимости теории возмущений. Если же использовать при расчетах непертурбативные методы типа оптимального разложения, то при достаточно больших температурах обязательно происходит восстановление симметрии.

Во второй главе разработана лоренц-инвариантная процедура исследования квантовых теорий со спинорными полями непертурбативным методом оптимального разложения. Исследование проводится на основе двух- и трехмерной теории с четырехфермионным взаимодействием (модель Гросса–Невье). Показано, что существует целый класс методов оптимального разложения, которые эквивалентны между собой потому, что предсказывают одну и ту же вакуумную структуру модели. Кроме того, предложен обобщенный принцип оптимизации, который необходимо использовать в более высоких порядках ОР.

В главах с третьей по пятую непертурбативным методом $1/N$ -разложения детально исследуются критические свойства различных трехмерных теорий с четырехфермионным взаимодействием при наличии внешних полей, температуры T и химического потенциала μ . Интерес к таким моделям обусловлен целым рядом обстоятельств. Прежде всего отметим, что их можно использовать для объяснения высокотемпературной сверхпроводимости и эффекта Холла, т.е. явлений, носящих планарный характер. Их можно привлекать для описания процессов, происходящих в тонких пленках. Наконец, из-за своей простоты трехмерные модели служат хорошей лабораторией для обнаружения новых эффектов и качественного анализа различных физических явлений четырехмерного мира.

Так, **в третьей главе** на основе трехмерной модели Гросса–Невье открыто явление динамического нарушения киральной и флэйворной симметрий сколь угодно малым внешним магнитным полем H . Здесь построены фазовые портреты модели в переменных $(T - \mu)$, $(H - T)$ и $(H - \mu)$, а также найдены критические значения параметров, при которых происходит восстановление исходной симметрии. Кроме

того, показано, что в плоскости $(T - \mu)$ существует трикритическая точка, где кризисная фазовых переходов первого рода превращается в критическую кривую второго рода.

В четвертой главе доказано, что модель Гросса–Невье с $SU(3)$ кварковыми полями точно решаема в главном порядке $1/N$ –разложения во внешнем хромомагнитном поле. Данная модель есть трехмерный аналог теории, эффективно описываемой низкоэнергетическую область квантовой хромодинамики. Внешнее неабелево поле здесь выступает в качестве поля глюонного конденсата, на фоне которого идут процессы с участием夸克ов. Показано, что внешние постоянные хромомагнитные как абелевоподобные, так и неабелевые поля служат катализатором спонтанного нарушения киральной инвариантности. Следовательно, в КХД ненулевой глюонный конденсат является одной из причин нарушения киральной симметрии. Найдено также критическое значение температуры, при котором происходит восстановление киральной симметрии.

В пятой главе детально исследуются две трехмерные модели с более сложной структурой взаимодействия фермионов. Показано, что в них возможны как киральные фазовые переходы, так и переходы сверхпроводящего типа со спонтанным нарушением $U(1)$ –группы электрического заряда. Кроме того, в этой главе уделяется особое внимание возможности динамической генерации члена Черна–Саймонса (топологической массы калибровочного поля), благодаря которому у частиц появляются дробные спин и статистика. На примере этих моделей показано, что нарушение P –четности есть только необходимое, но недостаточное, условие спонтанной генерации члена Черна–Саймонса. Обнаружен также эффект, когда параметром порядка теории (т.е. величиной, находящейся во взаимно однозначном соответствии со структурой вакуума) является топологическая масса калибровочного поля.

В шестой главе рассматривается влияние ненулевой плотности частиц и нетривиальной топологии пространства–времени $R^1 \times S^1$ (где компактифицирована пространственная координата, вдоль которой система имеет конечный размер L) на фазовую структуру двумерной модели Гросса–Невье. Эта модель своими свойствами напоминает КХД₄, а поскольку структуру вакуума последней при ненулевой плотности частиц не удается определить современными математическими методами, то существенную роль при развитии физической интуиции в этом случае начинают играть различные вспомогательные модели. Здесь представлены фазовые портреты модели Гросса–Невье в переменных μ (химический потенциал) и L как в случае с периодическими, так и в случае с антипериодическими граничными условиями. Показано, что теория описывает, по крайней мере, три различные фазы (две массивные со спонтанным нарушением киральной инвариантности и одну симметричную безмассовую). Найдены уравнения критических кривых и доказано, что на них существуют трикритические точки.

Седьмая глава диссертации посвящена исследованию магнитных осцилляций (эффект де Гааза – ван Альфена) в рамках квантовой электродинамики. Поскольку

этот эффект является чуть ли не единственным источником информации о состоянии поверхности Ферми различных металлов, а значит, и их свойств, то задача его изучения актуальна до сих пор. Причем акцент современных теоретических исследований смешен, в частности, в сторону учета релятивистских поправок. В данной главе рассматриваются магнитные осцилляции в релятивистском электрон–позитронном газе. Получены точные выражения для осциллирующей части термодинамического потенциала при $T = 0$ как в КЭД₃, так и в КЭД₄. Так как это точные формулы, то с их помощью нетрудно находить поправки более высокого порядка малости по внешнему магнитному полю H . Кроме того, показано, что в релятивистском случае частота магнитных осцилляций $\omega = (\mu^2 - m^2)/(2eH)$ отличается от нерелятивистской, а при $T \neq 0$ она зависит от температуры при достаточно больших значениях последней.

В Заключении сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Список литературы

1. Клименко К.Г. *Спонтанное нарушение симметрии в некоторых потенциалах Хиггса*. // ТМФ. 1983. Т.55. С.44–54.
2. Клименко К.Г. *Гауссов эффективный потенциал в $O(N)$ теории с присоединенным мультиплетом скалярных полей*. — Препринт ИФВЭ ОТФ 88–69. Серпухов, 1988.
3. Klimenko K.G. *Phase structure of generalized Gross-Neveu models*. // Z. Phys. C. 1988. V.37. P.457–463.
4. Клименко К.Г. *Массивная модель Гросса-Невье в главном порядке $1/N$ разложения. Учет температуры и химического потенциала*. // ТМФ. 1988. Т.75, С.226–233.
5. Klimenko K.G. *Gaussian effective potential and symmetry restoration at high temperatures in four-dimensional $O(N) \times O(N)$ field theory*. // Z.Phys.C. 1989. V. 43. P.581–586.
6. Клименко К.Г. *$1/N$ разложение в $O(N) \times O(N)$ скалярной теории и проблема восстановления симметрии при больших температурах*. // ТМФ. 1989. Т.80. С.363–371.
7. Klimenko *The Gaussian effective potential method and Higgs sector in some grand unification models*. // Z.Phys. C. 1990. V.48. P.511–518.
8. Klimenko K.G. *The optimized expansion technique in the three-dimensional Gross-Neveu model*. // Z.Phys.C. 1991. V.50. P.477–481.
9. Клименко К.Г. *Трехмерная модель Гросса-Невье во внешнем магнитном поле*. // ТМФ. 1991. Т.89. С.211–221.
10. Клименко К.Г. *Трехмерная модель Гросса-Невье во внешнем электрическом поле*. // ТМФ. 1991. Т.89. С.388–394.
11. Клименко К.Г. *Трехмерная модель Гросса-Невье во внешнем магнитном поле при ненулевой температуре*. // ТМФ. 1992. Т.90. С.3–11.
12. Клименко К.Г. *Динамическое нарушение $U(N)$ и генерация члена Черна-Саймонса в четырехфермионных теориях*. // ТМФ. 1992. Т.92. С.166–171.
13. Klimenko K.G. *Three dimensional Gross-Neveu model at non-zero temperature and in the presence of an external electromagnetic field*. // Z.Phys.C. 1992. V.54. P.323–329.

14. Klimenko K.G. *Four-fermion interactions: The dynamic parity violation and the Chern-Simons term.* // Z.Phys.C. 1993. V.57. P.175–180.
15. Klimenko K.G. *Nonlinear optimized expansion and the Gross-Neveu model.* // Z.Phys.C. 1993. V.60. P.677–682.
16. Клименко К.Г. *Динамическое нарушение четности и киральной инвариантности в обобщенной трехмерной четырехфермионной теории поля.* // ТМФ. 1993. Т.95. С.42–50.
17. Klimenko K.G., Vshivtsev A.S., Magnitsky B.V. *Three dimensional $(\bar{\psi}\psi)^2$ model with an external non-Abelian field, temperature and a chemical potential.* // Nuovo Cimento A. 1994. V.107. P.439–451.
18. Klimenko K.G. *Three dimensional $(\bar{\psi}\psi)^2$ model and optimized expansion.* // Mod.Phys.Lett. A. 1994. V.9. P.1767–1775.
19. Klimenko K.G., Vshivtsev A.S., Magnitsky B.V. *Three dimensional $(\bar{\psi}\psi)^2$ model with an external non-Abelian field and temperature.* // In: Proc. of the “BANFF/CAP Workshop on Thermal Field Theory” ed. by F.C.Khanna et al., World Scientific, Singapore, 1994.
20. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. *Трехмерная модель Гросса–Невье во внешних хромомагнитных полях при конечной температуре.* // ТМФ. 1994. Т.101. С.391–401.
21. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. *Глюонный конденсат и трехмерная $(\bar{\psi}\psi)^2$ теория поля.* // ЯФ. 1994. Т.57. С.2260–2264.
22. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. *Осцилляции Ландау в (2+1)-мерной квантовой электродинамике.* // ЖЭТФ. 1995. Т.107. С.307–321.
23. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. *Трикритическая точка в модели Гросса–Невье с химическим потенциалом и нетривиальной топологией пространства.* // Письма в ЖЭТФ. 1995. т.61. С.847–850.
24. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. *Нетривиальная топология, конечная плотность частиц и киральная симметрия в модели Гросса–Невье.* // ЯФ. 1996. Т.59. С.557–565.
25. Вшивцев А.С., Клименко К.Г. *Точное выражение для магнитных осцилляций в квантовой электродинамике.* – Препринт ИФВЭ ОТФ 95–89. Протвино, 1995. (ЖЭТФ–1996).
26. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Магницкий Б.В. *О спонтанном нарушении киральной инвариантности внешним магнитным полем в (2+1) измерении.* // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т.62. С.265–268.
27. Вшивцев А.С., Клименко К.Г., Татаринцев А.В. *Метод эффективного потенциала и вакуумная структура трехмерной $(\bar{\psi}\lambda^a\psi)^2$ теории поля.* // ЯФ. 1996. Т.59. С.367–371.

Рукопись поступила 20 июня 1996 г.

К.Г.Клименко.

Непертурбативные методы исследования структуры вакуума в термополевых моделях.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы L^AT_EX.

Редактор Н.В.Ежела.

Подписано к печати 25.06.96. Формат 60 × 84/8.

Офсетная печать. Печ.л. 1,1. Уч.-изд.л. 0,8. Тираж 100. Заказ 681.

Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т 96–49, И Ф В Э, 1996
