



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

2006–6

На правах рукописи

Иванов Сергей Владиславович

**ИССЛЕДОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ
СТОХАСТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ
В ПРОТОННОМ СИНХРОТРОНЕ**

01.04.20 — физика пучков заряженных частиц
и ускорительная техника

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико–математических наук

Протвино 2006

УДК 621.384.634

Работа выполнена в Институте физики высоких энергий (г. Протвино).

Официальные оппоненты: член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук С.П. Денисов (ИФВЭ, г. Протвино); доктор физико-математических наук Н.В. Завьялов (ВНИИЭФ, г. Саров); доктор физико-математических наук Э.А. Перельштейн (ОИЯИ, г. Дубна).

Ведущая организация – Московский инженерно-физический институт (государственный университет), г. Москва.

Защита диссертации состоится “_____” _____ 2006 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета К 034.02.01 при Институте физики высоких энергий по адресу: 142281, Протвино Московской обл.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИФВЭ.

Автореферат разослан “_____” _____ 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета К 034.02.01

Ю.Г. Рябов

© Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт физики высоких энергий, 2006

Общая характеристика работы

Преамбула

В диссертационной работе изучались стохастические процессы продольной динамики частиц в протонном синхротроне. Они обусловлены действием случайных внешних сил (шумов) на нелинейную систему.

Объектом исследования явился сгруппированный пучок заряженных частиц и его гало, оба подверженные действию случайных волн продольного электрического поля, распространяющихся по орбите синхротрона. Случайные поля возникают из-за неустраняемых собственных шумов ускоряющей системы либо вводятся преднамеренно для управления функцией распределения пучка и диффузионными потоками частиц.

Диссертация выполнена в Государственном научном центре Российской Федерации Институт физики высоких энергий (ГНЦ ИФВЭ). В нее вошел цикл теоретических, численных и экспериментальных исследований, проведенных в период с 1982 г. по настоящее время в соответствии с:

- 1) планами НИР ИФВЭ по направлению “Разработка и сооружение ускорительно-накопительного комплекса протонов ИФВЭ

(УНК)” в рамках государственной научно-технической программы “Физика высоких энергий”;

2) программой международного научно-технического сотрудничества между DESY, Гамбург и ИФВЭ, Протвино по ускорительной технологии, электронике и средствам диагностики пучка;

3) программой НИР ИФВЭ по развитию и модернизации протонного синхротрона У-70 на энергию 70 ГэВ “Повышение интенсивности У-70”.

В диссертации осуществлено решение научной проблемы, важной для физики пучков заряженных частиц и ускорительной техники и актуальной для нового поколения больших протонных синхротронов.

Актуальность проблемы

Разработка, проектирование и эксплуатация больших протонных синхротронов (SPS, Tevatron, HERA, LHC, УНК, SSC, VLHC) поставили перед ускорительной физикой и техникой *новые научные задачи*:

1. *Достижение высокой интенсивности* ускорителя связано с решением проблемы когерентных неустойчивостей пучка. Практический интерес представляет обеспечение устойчивости когерентного движения с помощью цепей обратной связи по пучку. Они становятся неотъемлемой системой ускорителя, существенно влияющей на поведение пучка. Разработка таких систем требует решения новых задач, находящихся на стыке между физикой пучков и теорией радиотехнических систем.

2. Схемы инжекции пучка из промежуточных каскадов ускорения приводят к *частичному заполнению орбиты сгустками*. Возникает эффект импульсной нагрузки ускоряющей системы током пучка. Осуществление процесса ускорения становится невозможным без применения системы радиотехнической обратной связи вокруг конечных каскадов ВЧ-усиления.

3. Проведение протонного пучка через промежуточные каскады ускорения сопровождается накоплением ошибок инжекции и перевода. Протонный синхротрон на высокую энергию, завершающий

цепочку ускорителей, обычно принимает *сгустки с большим продольным размером*. Нелинейность продольных колебаний и высшие мультипольные моды когерентного движения сгустков начинают играть заметную роль в динамике частиц.

4. Большой периметр синхротрона приводит к *низкой частоте обращения частиц по орбите*. В полосе пропускания радиотехнических систем оказывается много гармоник частоты обращения. Возникает опасность развития большого числа межсгустковых мод когерентных колебаний пучка.

5. При *длительных циклах ускорения и накопления пучка* возникает опасность продольной диффузии сгустков под действием шумов ускоряющей системы. Типичные спектры радиотехнических шумов начинают перекрывать значительное число гармоник (низкой) частоты обращения. Включение систем обратной связи и близость к порогам когерентных неустойчивостей изменяют продольную передаточную функцию пучка. Возникает необходимость изучения шумовой диффузии сгустков в этих условиях.

Исследования, составляющие основу диссертации, проводились в ответ на эти практические запросы.

Комплекс задач физики пучков и ускорителей, объединяющих вопросы разработки ускоряющих систем и цепей обратной связи, подавления когерентных неустойчивостей пучка и решения проблемы шумовой диффузии в больших протонных синхротронах, является актуальным и востребованным. Об этом свидетельствует, например, недавнее рабочее совещание ICFA по динамике пучка LLRF05¹, целиком посвященное указанной теме.

Цель диссертационной работы — исследование стохастических процессов продольной динамики частиц в протонном синхротроне, включающее в себя:

1. *Теоретическое исследование* эффектов внешнего шума на основе динамического подхода, начинающегося с уравнения А.А.Власова.

¹<http://www.cern.ch/llrf05>

2. *Разработку* и реализацию *численных методов* решения краевой задачи для уравнения непрерывности (диффузии) и его верификацию прямыми итерационными методами макрочастиц и Монте-Карло.

3. *Экспериментальную проверку* достоверности разработанных методик анализа шумовой диффузии на пучке ускорителя У-70 ИФВЭ.

4. Физическое обоснование и проверку работоспособности прототипов технических систем, ориентированных на *практическое использование* эффектов внешнего шума в ускорителе У-70.

Таким образом, в диссертации представлен замкнутый цикл исследований, рассматривающий проблему стохастической продольной динамики в целом и имеющий внутреннее единство.

Рекомендации по использованию научных результатов

Представленная методика исследования эффектов внешнего шума, расчета и проектирования систем обратной связи и анализа когерентных неустойчивостей представляет интерес для эксплуатации и разработки больших протонных синхротронов с высокой интенсивностью пучка.

Ввод в строй на У-70 предложенной системы стохастического медленного вывода позволит улучшить условия для набора статистики в физических экспериментах на выведенном пучке. Это послужит вкладом в модернизацию материально-технической базы фундаментальных исследований по физике частиц высоких энергий на крупнейшем в России ускорителе — протонном синхротроне У-70 ИФВЭ на энергию 70 ГэВ.

Разработанная в диссертации и опробованная на практике схема стохастического медленного вывода может использоваться при создании кольцевых ускорителей прикладного назначения, требующих прецизионных выведенных пучков (медицина, материаловедение и т.д.).

Сведения о практическом применении

Элементарная теория образования гало пучка в условиях внешнего шума и слабых потерь энергии протонов на синхротронное излучение, разработанная в диссертации, объяснила феноменологическую картину формирования гало пучка в накопителе DESY HERA-*p* (г. Гамбург, Германия). Предложенная аргументация послужила основанием для начала программы экспериментального исследования шумов ускоряющей системы. Была выявлена сильно шумевшая ускоряющая станция. Последовавшая замена неисправного источника питания тока подмагничивания феррита улучшила ситуацию с шумами ускоряющего напряжения в кольце HERA-*p*.

Импедансный метод анализа цепей обратной связи в синхротроне зарекомендовал себя как эффективное средство для проектирования инженерных систем ускорителя. Он нашел практическое применение при разработке физического обоснования ВЧ-системы низкого уровня мощности для проекта УНК ИФВЭ, где позволил согласованно рассмотреть комплекс взаимосвязанных цепей продольной обратной связи.

Методика исследования эффектов внешнего шума использована при разработке и испытаниях на пучке синхротрона У-70 ИФВЭ прототипов двух принципиально новых, стохастических радиотехнических систем низкого уровня мощности (в сотрудничестве с О.П. Лебедевым, ИФВЭ):

1. Система шумовой ВЧ-гимнастики, предназначенная для контролируемого изменения продольной формы сгустков с целью уменьшения пиковой плотности пучка и снижения кулоновского сдвига частоты бетатронных колебаний на плато ввода.

2. Система стохастического медленного вывода, предназначенная для увеличения длительности медленного вывода, улучшения его временной структуры и увеличения интенсивности медленно выведенного пучка.

Обе системы имеют хорошие перспективы для последующего технологического применения. Работы по стохастическому медленному

выводу из У-70 получили поддержку и одобрение со стороны НТС ИФВЭ ².

Научная новизна и положения, выносимые на защиту

Автор выносит на защиту следующие результаты работы и положения, имеющие научную новизну:

1. Проведен вывод уравнения шумовой диффузии сгустка в протонном синхротроне на основе последовательного динамического подхода. Такой подход представляет самостоятельный методический интерес и способствует лучшему пониманию физики проблемы. В максимальной степени используется формальный аппарат, развитый в современной теории продольных когерентных неустойчивостей сгруппированного пучка. Установлены общие условия применимости диффузионного приближения: второй порядок теории возмущений, иерархия характерных времен, стационарность и согласованность сгустка в начальный момент времени $t = 0$.

2. Проведена классификация внешних шумов в протонном синхротроне. Выявлены два типа технически обусловленных стационарных (в широком смысле) источников шума, задаваемых в *лабораторной* системе: это шумы низкочастотные амплитудно-модулирующие и шумы высокочастотные полосовые. На этой основе построена универсальная модель случайного поля, изучавшаяся в диссертации.

3. Установлена структура, и впервые получено общее выражение для коэффициента диффузии сгруппированного пучка под действием широкополосного шума, спектр которого перекрывает произвольное число гармоник частоты обращения пучка по орбите. Установлен вид упрощений, позволяющих воспроизвести известные результаты других авторов и установить предел их применимости.

4. Произведен расчет коэффициента шумовой диффузии для пучка, движущегося вне (возможно, вблизи) стационарных сепаратрис ускоряющего поля. Для этой области впервые получены замкнутые

²Протокол Научно-технического совета ИФВЭ № 1–06 от 2 февраля 2006 г.

выражения в терминах эллиптических функций для весов суммирования вкладов мультипольных гармоник в коэффициент диффузии.

5. Получены аналитические выражения для коэффициента диффузии сгустка, находящегося под действием стационарного (в *лабораторной* системе) высокочастотного полосового шума. Эта классическая модель стохастической системы представляет самостоятельный методический интерес.

6. Подтверждена возможность интерпретации движения протонов по незамкнутым фазовым траекториям вне сепаратрис при слабых потерях энергии как медленного систематического дрейфа с постоянной скоростью изменения переменной действия.

7. Разработан последовательный импедансный подход к анализу работы систем обратной связи по пучку в протонном синхротроне и учтено их влияние на диффузию пучка под действием внешнего шума. Цепи обратной связи рассматриваются в расширенном смысле — как активные элементы штатного оборудования ускорителя, либо как паразитные системы, образованные пассивными импедансами вакуумной камеры и отвечающие за возможность развития продольных когерентных неустойчивостей пучка.

8. Разработана и отлажена методика численного решения несимметричной одномерной краевой задачи для уравнения непрерывности (диффузии) методом конечных элементов в трех сшитых частичных областях. Учтено пересечение частицами сепаратрис и возможное неравноправие верхней и нижней полуплоскостей продольной фазовой плоскости за сепаратрисами без перехода к двумерной пространственной модели.

9. Проведен обоснованный вычислительный эксперимент по проверке достоверности численных решений несимметричной краевой задачи для уравнения непрерывности с помощью прямых итерационных методов многооборотного трекинга макрочастиц и Монте-Карло.

10. Разработана элементарная теория формирования и транспорта гало сгруппированного пучка под действием внешнего шума и слабых потерь энергии. На ее основе с привлечением минимального

числа исходных предположений дано объяснение феноменологической картины образования гало пучка в синхротроне DESY HERA-*p*.

11. Обоснована и экспериментально проверена на пучке У-70 система шумовой ВЧ-гимнастики для контролируемого изменения продольной формы сгустка на плато ввода.

12. Обоснована и проверена на пучке У-70 оригинальная схема стохастического медленного вывода, обладающая существенными элементами новизны в принятых технических решениях.

Апробация работы и публикации

Основные научные результаты диссертации опубликованы в виде препринтов ИФВЭ и DESY, в журналах “Атомная энергия”, “Приборы и техника эксперимента”, “Nuclear Instruments and Methods”, в Сборниках докладов 16–19-го российских совещаний по ускорителям заряженных частиц, Трудах международных конференций по ускорителям EPAC-92,-94,-96, USPAC-93,-95 и HEACC-87,-98.

Результаты диссертации докладывались на научно-техническом семинаре ИФВЭ, на научных семинарах подразделений ОУНК и ОУ У-70 ИФВЭ, на семинарах групп ускорительной физики CERN SL/AP и DESY MPY, представлены в виде устных и приглашенных докладов на 16–19-м российских совещаниях по ускорителям заряженных частиц (1989–2004 гг.), 11 и 15-м международных рабочих совещаниях ICFA по динамике пучка (1996 и 2005 гг.) и Международной конференции HEACC-98 (1998 г.).

Апробация диссертации прошла в ГИЦ ИФВЭ 31 марта 2006 г.

В диссертацию вошли результаты исследований, опубликованных в работах [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31]. Общее число печатных работ по теме диссертации 31, из них 8 — в реферируемых журналах.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, 6 глав, заключения и списка цитируемой литературы (включает 78 наименований). Общий объем диссертации составляет 243 страницы текста, включая 65 рисунков и 10 таблиц.

Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы работы. Изложены новизна результатов и практическая ценность работы. Перечислены положения, выносимые на защиту. Кратко представлено содержание работы по главам.

В **Главе 1** рассмотрены **общие вопросы теории** стохастической продольной динамики частиц в протонном синхротроне.

Проблема продольной шумовой диффузии в сгруппированном пучке протонов приобрела особое практическое значение при осуществлении проекта встречных столкновений протонных и антипротонных сгустков в синхротроне CERN SPS. При методическом сопровождении этой программы получено уравнение диффузии для продольного распределения сгустка и проведено строгое теоретико-физическое обоснование этого результата. Работы по этой проблеме общепризнанны. По первым буквам фамилий авторов (Dôme-Krinsky–Wang) их подход получил название DKW-теории.

В рамках DKW-теории уравнение диффузии выводится в рамках чисто вероятностного подхода. Исходным является уравнение Фоккера-Планка для вероятности перехода частиц с одной фазовой траектории на другую под действием внешних возмущений:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = A_1 \frac{\partial P}{\partial \mathcal{J}} + \frac{1}{2} A_2 \frac{\partial^2 P}{\partial \mathcal{J}^2} \Big|_{A_1 = \frac{1}{2} \frac{\partial A_2}{\partial \mathcal{J}}} = \frac{\partial}{\partial \mathcal{J}} \left(\frac{1}{2} A_2 \frac{\partial P}{\partial \mathcal{J}} \right). \quad (1)$$

Расчету подлежат коэффициенты A_1 и A_2 этого уравнения. Они выражаются через линейную по Δt часть зависимости от времени первого $\langle \Delta \mathcal{J} \rangle$ и второго $\langle \Delta \mathcal{J}^2 \rangle$ моментов смещения координаты частицы на фазовой плоскости за интервалы времени $\Delta t \rightarrow 0$. Здесь используются переменные угол–действие (ψ, \mathcal{J}) продольного движения на фазовой плоскости $(\vartheta, \vartheta' = d\vartheta/dt)$, где ϑ — азимут в сопровождающей системе. Величина переменной действия на сепаратрисе обозначена \mathcal{J}_S . Угловые скобки $\langle \dots \rangle$ указывают на статистическое среднее по ансамблю шумов. Задача превращается в одномерную после математического усреднения по фазе ψ .

По существу, таким образом вводятся априорные (и заранее не очевидные) качественные предположения:

1) о полном отсутствии вероятностного последействия (так называемый марковский процесс),

2) о характере поведения вероятности перехода на исчезающе малых интервалах времени: третий и более высокие моменты смещения частицы на фазовой плоскости убывают быстрее первой степени Δt .

При таком подходе не анализируется конкретная связь между динамическими свойствами системы и статистическими характеристиками воздействия на нее. В результате не совсем ясны динамическое обоснование и физические условия применимости диффузионного приближения. Много усилий требуется для доказательства равенства $A_1 = \frac{1}{2}\partial A_2/\partial \mathcal{J}$. Только при его выполнении уравнение Фоккера-Планка переходит в уравнение диффузии в стандартной, дивергентной форме (правое выражение в (1)).

В данной работе уравнение продольной диффузии сгустка под действием шумов выводится иначе — на основе последовательно динамического подхода. Кратко суть его состоит в следующем. Сначала с помощью уравнения А.А. Власова во втором порядке теории возмущений исследуется динамика частиц, находящихся под действием детерминированного (неслучайного) возмущающего фактора. Лишь на конечном этапе происходит переход к собственно случайным процессам и проводится статистическое усреднение $\langle \dots \rangle$. В итоге удается получить уравнение одномерной диффузии по координате \mathcal{J} , причем сразу в его дивергентной форме,

$$\frac{\partial F(\mathcal{J}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \mathcal{J}} \left(D(\mathcal{J}) \frac{\partial F(\mathcal{J}, t)}{\partial \mathcal{J}} \right). \quad (2)$$

Коэффициент диффузии $D(\mathcal{J})$ записывается в терминах временных корреляций комплексных амплитуд случайных волн продольного электрического поля $\Delta E_k(\Omega) \exp(ik\vartheta - i\Omega t)$, распространяющихся по орбите (ϑ , Ω — азимут и частота в сопровождающей системе; k — целое волновое число),

$$D(\mathcal{J}) \propto \sum_{k, k_1, m=-\infty}^{\infty} m^2 \frac{I_{mk}^*(\mathcal{J})}{k} \frac{I_{mk_1}(\mathcal{J})}{k_1} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \overbrace{\langle \Delta E_k \Delta E_{k_1}^* \rangle}(\tau) \exp(im\Omega_s(\mathcal{J})\tau) d\tau. \quad (3)$$

Здесь $\Omega_s(\mathcal{J}) = d\psi/dt$ — угловая частота нелинейных синхротронных колебаний; $\Omega_s(0) = \Omega_0$ — частота малых синхротронных колебаний. Верхняя фигурная скобка обозначает математическое усреднение по t на отрезке $[t; t + 2\pi/\omega_s]$, где ω_s — частота обращения равновесной частицы. Функция распределения $F(\mathcal{J}, t)$ получается после трех операций усреднения:

$$F(\mathcal{J}, t) = \overbrace{\langle (1/2\pi) \int_0^{2\pi} F(\mathcal{J}, \psi, t) d\psi \rangle}. \quad (4)$$

Попутно легко устанавливаются другие условия применимости диффузионного приближения, а именно:

1. Стационарность ($\partial F/\partial t = 0$) и согласованность ($\partial F/\partial \psi = 0$) распределения сгустка $F(\mathcal{J}, \psi, t)$ в начальный момент времени $t = 0$.
2. Иерархия характерных времен

$$\tau_{\Delta E} \ll t \lesssim \tau_D, \quad 2\pi/\omega_s \ll t \lesssim \tau_D, \quad (5)$$

где $\tau_{\Delta E}$ обозначает время (авто)корреляции случайного поля; постоянная времени τ_D — диффузионное время жизни сгустка — характеризует скорость медленного изменения $F(\mathcal{J}, t)$ под действием внешнего шума; t есть интервал (масштаб) времени наблюдения за сгустком.

Альтернативный вывод уравнения шумовой диффузии представляет самостоятельный интерес и способствует лучшему пониманию физики проблемы. В рамках такого подхода удастся в полной мере использовать формальный аппарат, разработанный в теории когерентных неустойчивостей сгруппированного пучка. Например в ряде (3) участвуют весовые функции

$$I_{mk}^*(\mathcal{J}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} \exp(ik\vartheta(\mathcal{J}, \psi) - im\psi) d\psi, \quad (6)$$

$$\vartheta(\mathcal{J}, \psi + 2\pi) = \vartheta(\mathcal{J}, \psi) \quad \text{для} \quad \mathcal{J} \leq \mathcal{J}_S,$$

являющиеся коэффициентами разложения плоской волны $\exp(ik\vartheta - i\Omega t)$ в ряд по мультипольным колебаниям сгустка $\propto \exp(im\psi - i\Omega t)$. Эти функции хорошо известны по теории когерентных неустойчивостей, где они входят в определение продольной передаточной функции сгруппированного пучка. С точки зрения традиционной DKW-теории, принципиальная возможность представления $D(\mathcal{J})$ в терминах $I_{mk}^*(\mathcal{J})$ далеко не очевидна.

За сепаратрисами используется продолжение (6) в верхнюю или нижнюю полуплоскости (ϑ, ϑ') ,

$$I_{mk}^*(\mathcal{J}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(ik\vartheta(\mathcal{J}, \psi) - im\psi) d\psi, \quad (7)$$

$$\vartheta(\mathcal{J}, \psi + \pi) = \vartheta(\mathcal{J}, \psi) + \frac{2\pi}{q} \text{sgn}\vartheta' \quad \text{для } \mathcal{J} \geq \mathcal{J}_S.$$

Конкретный вид $D(\mathcal{J})$ зависит от способа представления случайного поля $\Delta E(\vartheta, t)$. Возможны два различных подхода к этому вопросу:

1. Традиционная DKW-теория предполагает, что поле $\Delta E(\vartheta, t)$ дано в *сопровождающей системе*, и независимые переменные ϑ и t разделяются:

$$\Delta E(\vartheta, t) = v(t) g(\vartheta)/L, \quad g(\vartheta) = g(\vartheta + 2\pi/q), \quad (8)$$

где L — длина орбиты; q — кратность ускорения; $v(t)$ — стационарное (в широком смысле) случайное напряжение с нулевым средним; функция $g(\vartheta)$ задает детерминированную (возможно, негармоническую) пространственную форму синхронной с пучком волны возмущающего поля.

Ускоряющая система синхротрона, работающая на кратности q , поддерживает синхронную с пучком волну электрического поля

$$E(\vartheta, t) = V_{\text{RF}} \cos(q\vartheta + \varphi_s)/L, \quad (9)$$

стационарную в сопровождающей системе координат. Здесь V_{RF} — амплитуда ускоряющего напряжения; φ_s — синхронная фаза (равновесный прирост энергии $\propto \cos \varphi_s$). По сути, DKW-теория изначально

предполагает присутствие амплитудного, (a) или фазового, (φ) шума синхронной волны (9). Это означает выбор функций $g(\vartheta)$ и $v(t)$ в виде

$$g^{(a)}(\vartheta) = \cos(q\vartheta + \varphi_s), \quad v^{(a)}(t) = \Delta V_{\text{RF}}(t); \quad (10)$$

$$g^{(\varphi)}(\vartheta) = \sin(q\vartheta + \varphi_s), \quad v^{(\varphi)}(t) = V_{\text{RF}}\Delta\varphi(t). \quad (11)$$

Тем не менее, вопрос о приемлемости представления (8) требует более тщательного рассмотрения. Действительно, априорное введение синхронных волн (8)–(11) подразумевает, что операция усреднения по времени на $[t; t + 2\pi/\omega_s]$ проводится еще до расчета корреляций случайного поля. При выводе $D(\mathcal{J})$ (3) неявно используется, вообще говоря, неправомерная замена $\overbrace{\langle \Delta E_k \Delta E_{k_1}^* \rangle}$ на $\overbrace{\langle \Delta E_k \rangle} \overbrace{\langle \Delta E_{k_1}^* \rangle}$. Ясно из общих соображений и подтверждается последующими расчетами, что она допустима только в случае

$$2\pi/\omega_s \ll \tau_{\Delta E} \ll \tau_D. \quad (12)$$

2. Левая часть неравенства (12) может стать серьезным ограничением. Дело в том, что естественные характеристики шума, в том числе его $\tau_{\Delta E}$, определяются исключительно техническими особенностями ВЧ-системы. Они никак не связаны, например, с размером синхротрона. Однако с ростом периметров орбит уменьшается частота обращения ω_s . Становится возможным соотношение $\tau_{\Delta E} \simeq 2\pi/\omega_s$ или даже $\tau_{\Delta E} \ll 2\pi/\omega_s$. Тем самым нарушается левая часть неравенства (12), и результаты ДКВ-теории становятся уже недостаточными.

В диссертации получены более общие формулы для коэффициента диффузии под действием шумов ускоряющего напряжения. Они справедливы не только в области (12), но и за ее пределами:

$$2\pi/\omega_s \simeq \tau_{\Delta E} \ll \tau_D, \quad \tau_{\Delta E} \ll 2\pi/\omega_s \ll \tau_D. \quad (13)$$

По порядку величины $\Delta\omega_{\Delta E}\tau_{\Delta E} \simeq 2\pi$, где $\Delta\omega_{\Delta E}$ есть ширина спектра шума. Поэтому условия (12) означают, что $\Delta\omega_{\Delta E} \ll \omega_s$, а (13) — что $\Delta\omega_{\Delta E} \simeq \omega_s$ или $\Delta\omega_{\Delta E} \gg \omega_s$. Именно в таком смысле шум именуется в работе “узкополосным” либо “широкополосным”.

Чтобы исследовать широкополосные шумы (13) вместо представления (8) изучается технически обусловленная модель сосредоточенного случайного поля, заданного в *лабораторной* системе. Она имеет вид

$$\Delta E(\Theta, t) = \frac{1}{L} \sum_{n=1}^N G_n(\Theta) u_n(t), \quad (14)$$

$$u_n(t) = \sum_{\zeta} v_n^{(\zeta)}(t) \cos(q'\omega_s t - \varphi_n^{(\zeta)}). \quad (15)$$

Здесь $n = 1, 2, \dots, N$ — номер ускоряющего резонатора; функции $G_n(\Theta) = G_n(\Theta + 2\pi)$ характеризуют способ локализации поля на орбите; $u_n(t)$ — случайное напряжение на зазоре n -го резонатора; амплитуды $v_n^{(\zeta)}(t)$ — стационарные и стационарно связанные (в широком смысле) вещественные случайные процессы, $\langle v_n^{(\zeta)}(t) \rangle = 0$; q' и $\varphi_n^{(\zeta)}$ — кратность и фаза детерминированных (неслучайных) несущих колебаний; в общем случае $q' \neq q$.

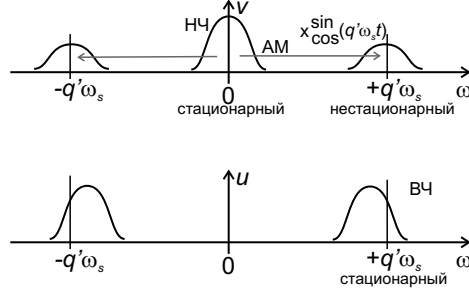


Рис. 1. К обоснованию модели случайного поля. Пояснения в тексте.

Общность модели (14), (15) заключается в следующем:

1. Она включает в себя амплитудно-модулирующие шумы $v_n^{(\zeta)}(t)$, переносимые несущими колебаниями с фазами $\varphi_n^{(\zeta)}$, возможно, сдвинутыми относительно опорного сигнала $\propto \cos(q'\omega_s t - \varphi_n)$, см. верхний рис. 1. В частности, выбор $\varphi_n^{(c)} = \varphi_n$ означает синфазный (амплитудный), а $\varphi_n^{(s)} = \varphi_n - \pi/2$ — квадратурный (фазовый) шум ускоря-

ющего поля в n -ом резонаторе. Такие сигналы представляют шумы маломощных задающих и формирующих цепей ВЧ-систем: генератора опорной частоты, амплитудного и фазового модуляторов, цепей обратной связи. Результирующий случайный сигнал $u_n(t)$ (15) — шумовое напряжение на n -ом зазоре — оказывается периодически нестационарным процессом.

2. В модели учтен также стационарный шум $u_n(t)$ без явной, аппаратно выделенной несущей, см. нижний рис. 1. Переход к нему проводится, например, тривиальной подстановкой $q' = \varphi_n^{(\zeta)} = 0$, $u_n(t) = \sum_{\zeta} v_n^{(\zeta)}(t)$. Такой сигнал представляет собственные высокочастотные полосовые шумы мощных ВЧ-усилителей: дробовый шум постоянной составляющей анодного тока лампы; наводки в источниках ее питания и т.п.

Использование модели (14), (15) в уравнении (3) позволяет получить коэффициент диффузии в общем случае широкополосного шума со спектром, перекрывающим произвольное число гармоник частоты обращения пучка по орбите ($\Delta\omega_{\Delta E} \simeq \omega_s$, $\Delta\omega_{\Delta E} \gg \omega_s$). Он имеет вид

$$D(\mathcal{J}) \propto \sum_{n, n_1=1}^N \sum_{\zeta, \zeta_1} \sum_{k, j=-\infty}^{\infty} P_{nn_1}^{(\zeta\zeta_1)}(k\omega_s + m\Omega_s(\mathcal{J})) \mathcal{V}_{n;mk}^{(\zeta)}(\mathcal{J}) \mathcal{V}_{n_1;mk}^{(\zeta_1)*}(\mathcal{J}). \quad (16)$$

Индекс суммирования j определяет номер m мультипольного колебания сгустка либо его аналог за сепаратрисой:

$$m = j, \quad (\mathcal{J} \leq \mathcal{J}_S); \quad m = 2\frac{k}{q}\text{sgn}\vartheta' + 2j, \quad (\mathcal{J} > \mathcal{J}_S). \quad (17)$$

Величины $P_{nn_1}^{(\zeta\zeta_1)}(\omega)$ обозначают взаимные спектральные плотности сигналов $v_n^{(\zeta)}(t)$ — преобразования Фурье их взаимных корреляций:

$$P_{nn_1}^{(\zeta\zeta_1)}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle v v \rangle_{nn_1}^{(\zeta\zeta_1)}(\tau) \exp(i\omega\tau) d\tau, \quad \text{где } n, n_1 = 1, 2, \dots, N. \quad (18)$$

Множители $\mathcal{V}_{n;mk}^{(\zeta)}(\mathcal{J})$ характеризуют эффективность возбуждения m -го мультипольного возмущения пучка под действием спектраль-

ных компонент шума $v_n^{(\zeta)}(t)$ на частоте $\omega \simeq k\omega_s$, включая и $\omega \simeq 0$:

$$\mathcal{V}_{n;mk}^{(\zeta)}(\mathcal{J}) = \frac{mq}{2} \left(\frac{I_{m,k+q'}^*(\mathcal{J})}{k+q'} G_{n;k+q'} \exp(+i\varphi_n^{(\zeta)}) + \right. \quad (19)$$

$$\left. + \frac{I_{m,k-q'}^*(\mathcal{J})}{k-q'} G_{n;k-q'} \exp(-i\varphi_n^{(\zeta)}) \right).$$

Эти функции зависят от частоты $q'\omega_s$ несущего колебания и от его фазы $\varphi_n^{(\zeta)}$ относительно сгруппированного пучка. Присутствие коэффициентов $I_{m,k\pm q'}^*$, осуществляющих разложение плоских волн $\propto \exp(i(k\pm q')\vartheta)$ в ряд по мультиполям $\propto \exp(im\psi)$, вполне объяснимо. Перемножение сигнала $v_n^{(\zeta)}(t)$ с высокочастотным гармоническим колебанием $\cos(q'\omega_s t - \varphi_n^{(\zeta)})$ переносит спектральные составляющие напряжения $v_n^{(\zeta)}(t)$ с частоты $\omega \simeq k\omega_s$ в область (высоких) частот $\omega \simeq (k \pm q')\omega_s$. Оттуда они и действуют на пучок, возбуждая его мультипольные колебания. Множители $G_{n;k\pm q'}$ — коэффициенты разложения функций $G_n(\Theta)$ в ряд Фурье — есть факторы пролетного времени на этих частотах (взаимодействия).

Рассмотрены два частных случая узкополосных (в масштабе ω_s) шумов, представляющих особый практический интерес (оба показаны на рис. 1):

1. Низкочастотного модулирующего шума $v^{(\zeta)}(t)$ со спектром

$$P^{(\zeta)}(k\omega_s + \Omega) = \delta_{k0} p^{(\zeta)}(\Omega), \quad (20)$$

где $p^{(\zeta)}(\Omega) = p^{(\zeta)}(-\Omega)$ есть низкочастотная функция с шириной $\Delta\omega_v \ll \omega_s$. На этом пути при соответствующем выборе фаз $\varphi_n^{(\zeta)}$ несущих колебаний частоты $q\omega_s$ в (15) удастся получить результаты ДКВ-теории для амплитудного (10) и фазового (11) шума внутри стационарных сепаратрис.

2. Высокочастотного полосового шума $u(t)$ со спектром

$$P^{(\zeta')}(k\omega_s + \Omega) = \frac{1}{2}\delta_{k,-q'} p^{(\zeta')}(-\Omega) + \frac{1}{2}\delta_{kq'} p^{(\zeta')}(\Omega), \quad (21)$$

где функция $p^{(\zeta')}(\Omega)$ сосредоточена в области низких частот $\Delta\omega_u \ll \omega_s$. $P^{(\zeta')}(\omega)$ есть четная функция ω , но в общем случае $p^{(\zeta')}(\Omega) \neq p^{(\zeta')}(-\Omega)$. Этот шум дополняет случай (20) и представляет самостоятельный методический интерес, приводя к модели классической стохастической системы.

Рассмотрен переход к пределу несгруппированного пучка. Он проводится подстановкой в выражение (19) вырожденных значений функций (7):

$$I_{mk}^*(\mathcal{J}) \rightarrow \delta_{m,(2k/q)\text{sgn}\vartheta'}, \quad \mathcal{J} \gg \mathcal{J}_s, \quad (22)$$

где $\delta_{kk'}$ — символ Кронекера. В итоге для высокочастотных шумов, стационарных в лабораторной системе, из (16) получаются известные выражения для коэффициента диффузии пучка, однородного по азимуту ϑ .

Обсуждаются эффекты переноса (дрейфа) частиц по импульсу. Они возникают из-за любых механизмов слабых потерь энергии (например, на синхротронное излучение протонов), приводящих к выбору $0 < |\cos\varphi_s| \ll 1$. Тогда уравнение (2) принимает более общий вид уравнения непрерывности:

$$\frac{\partial F(\mathcal{J}, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(\mathcal{J}, t)}{\partial \mathcal{J}} = 0, \quad (23)$$

где $Q(\mathcal{J}, t)$ есть сумма дрейфового и диффузионного потоков частиц

$$Q(\mathcal{J}, t) = V(\mathcal{J}) F(\mathcal{J}, t) - D(\mathcal{J}) \frac{\partial F(\mathcal{J}, t)}{\partial \mathcal{J}}. \quad (24)$$

Скорость дрейфа — кусочно-постоянная и знакопеременная функция:

$$V(\mathcal{J}) = \begin{cases} 0, & \mathcal{J} \leq \mathcal{J}_s \\ V \text{sgn}\vartheta', & \mathcal{J} > \mathcal{J}_s, \end{cases} \quad \text{где} \quad (25)$$

$$V = -2 \left(\frac{\Omega_0^2}{q^2} \right) \text{ctg}\varphi_s = -\frac{\pi}{4} \Omega_0 \mathcal{J}_s \text{ctg}\varphi_s.$$

В **Главе 2** изучается влияние цепей обратной связи на динамику пучка в протонном синхротроне.

Продольные цепи обратной связи рассматриваются в расширенном смысле — как активные элементы штатного оборудования ускорителя, либо как паразитные системы, образованные пассивными импедансами вакуумной камеры и отвечающие за возможность развития продольных когерентных неустойчивостей интенсивного пучка.

Обоснован последовательный подход к анализу линейных систем продольной обратной связи по пучку в протонном синхротроне. Фактически проводится формальное обоснование распространенного представления о том, что пучок “видит” любую систему обратной связи как искусственный импеданс связи, параметры которого контролируются извне.

Импедансный подход обладает двумя преимуществами:

1. Действие цепей обратной связи легко интегрируется в рамки современной теории когерентных неустойчивостей. В результате появляется возможность использования наиболее эффективных понятий и методов, разработанных к настоящему времени, — передаточные функции пучка, пороговые диаграммы, затухание Ландау, учет мод связанных колебаний сгустков, высших мультипольных внутрисгустковых мод и т. д.

2. Дестабилизирующее влияние пассивных элементов окружения пучка обычно учитывается в терминах импедансов связи и потому естественно принимается во внимание уже на стадии разработки цепи обратной связи.

На рис. 2 показана блок-схема цепи обратной связи по пучку, построенной на принципах фильтрации сигналов. Эта цепь извлекает информацию о состоянии пучка с помощью пикапа (PU) в виде полосового сигнала с центральной частотой $\omega \simeq \pm \bar{q}\omega_s$, обрабатывает его на промежуточной частоте $\omega = 0$ после сдвига спектра сигнала вниз, а затем возвращает корректирующее напряжение пучку с помощью исполняющего устройства (AD) в виде полосового сигнала, сдвинутого вверх по частоте в диапазон $\omega \simeq \pm q'\omega_s$.

Кратности преобразования \bar{q} и q' являются целыми числами. Рассматривается общий случай, когда $\bar{q} \neq q'$ и $\bar{q}, q' \neq q$, где q есть кратность ускорения. Чаще всего используется $\bar{q} = q' = q$, но это не всегда так.

В общем случае цепь обратной связи имеет два канала — синфазный (c) и квадратурный (s), обладающие неодинаковыми передаточными функциями, $H^{(c)} \neq H^{(s)}$. В малосигнальном приближении в окрестности рабочей точки первый из них контролирует амплитуду, а второй — фазу ускоряющего поля. Любой из этих каналов может отсутствовать. Так, $H^{(c)} = 0$ в системе, осуществляющей только фазовый контроль.

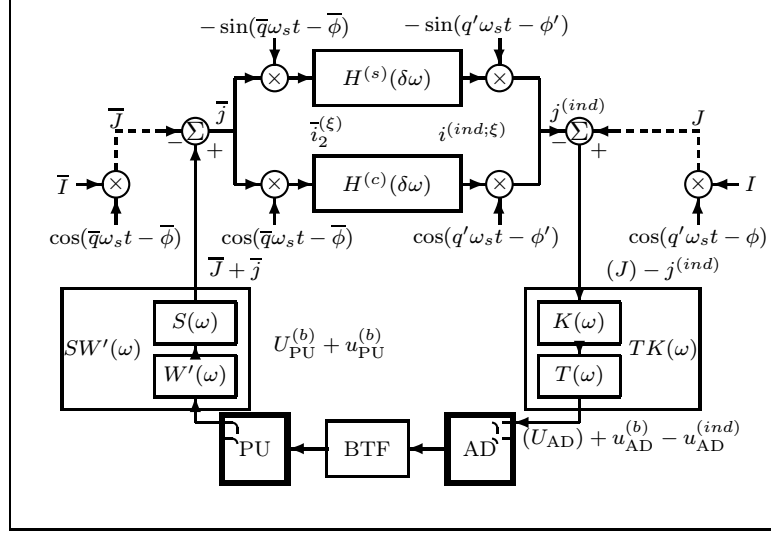


Рис. 2. Структурная схема цепи ОС по пучку.

Для учета перекрестного взаимодействия между различными гармониками электрического поля и тока пучка, вызываемого сдвигами спектра сигналов при их обработке, вводится понятие матрицы импедансов. Такая матрица имеет не более трех нетривиальных элементов в строке, выражающихся через передаточные функции каналов обратной связи и параметры установленной рабочей точки,

$$\mathcal{Z}_{kk'}(\omega) = Z_{kk}(\omega)\delta_{kk'} + Z_{kk'}^{(fb)}(\omega) (\delta_{k',k-(q'-\bar{q})\text{sgn}k} + \delta_{k',k-(q'+\bar{q})\text{sgn}k}), \quad (26)$$

где k, k' — продольные волновые числа; $\omega = k\omega_s + \Omega$, Ω — частота в сопровождающей системе. В первом слагаемом учтен вклад всех имеющихся пассивных структур, третье слагаемое обнуляется при $H^{(c)} = H^{(s)}$.

Радиотехнические цепи обратной связи вокруг конечных каскадов усиления ускоряющей системы рассматриваются как вырожденные цепи обратной связи по пучку. В них пикап и исполняющее устройство объединены в одном устройстве — ускоряющем резонаторе. Это распространяет импедансный подход и на системы, подающие импульсную нагрузку током. В этом случае $q' = \bar{q} = q$, а первые два слагаемых в (26) рассматриваются слитно с учетом возможности самовозбуждения системы без пучка.

Суммарное (индекс (tot)) электрическое поле на орбите есть сумма

$$E_k^{(tot)}(\Omega) = E_k^{(ext)}(\Omega) + E_k^{(fb)}(\Omega), \quad (27)$$

где индексы (ext) и (fb) указывают соответственно на поле, возбуждаемое сторонними источниками, и поле, являющееся откликом окружения пучка на его когерентное движение. Гармоники тока возмущенного пучка $J_k(\Omega)$ возбуждают цепи обратной связи по пучку посредством (26), и потому

$$E_k^{(fb)}(\Omega) = -\frac{1}{L} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \mathcal{Z}_{kk'}(k\omega_s + \Omega) J_{k'}(\Omega). \quad (28)$$

Из линеаризованного по возмущению уравнения А.А. Власова следует

$$J_k(\Omega) = L \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \mathcal{Y}_{kk'}(\Omega) E_{k'}^{(tot)}(\Omega), \quad (29)$$

где $\mathcal{Y}_{kk'}(\Omega)$ является матрицей проводимости пучка.

Совместный учет (27), (28) и (29) позволяет установить матрицы “диэлектрической восприимчивости” $\hat{\chi}'(\Omega)$ и “проницаемости” $\hat{\epsilon}(\Omega)$ сложной системы — пучка, охваченного цепями обратной связи:

$$E_k^{(fb)}(\Omega) = - \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \chi'_{kk'}(\Omega) E_{k'}^{(tot)}(\Omega), \quad (30)$$

$$\chi'_{kk'}(\Omega) = \sum_{k''=-\infty}^{\infty} \mathcal{Z}_{kk''}(k\omega_s + \Omega) \mathcal{Y}_{k''k'}(\Omega), \quad (31)$$

$$E_k^{(ext)}(\Omega) = \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \epsilon_{kk'}(\Omega) E_{k'}^{(tot)}(\Omega), \quad (32)$$

$$\epsilon_{kk'}(\Omega) = \delta_{kk'} + \chi'_{kk'}(\Omega). \quad (33)$$

При включении цепей обратной связи выражение (16) для $D(\mathcal{J})$ остается в силе, если в качестве его спектральных матриц $P_{nn_1}^{(\zeta\zeta_1)}(\omega)$ использовать матрицы для $E_k^{(tot)}(\Omega)$ из (27). Это неудобно, поскольку на практике известны только спектральные свойства поля $E_k^{(ext)}(\Omega)$.

В устойчивом состоянии нули $\text{Det } \hat{\epsilon}(\Omega)$ располагаются в нижней полуплоскости $\text{Im } \Omega \leq -1/\tau_\epsilon < 0$, где τ_ϵ — постоянная времени демпфирования когерентных колебаний. Поэтому матрица $\hat{\epsilon}(\Omega)$ (33) для вещественных Ω не является особой. Существует обратная матрица $\hat{\epsilon}^{-1}(\Omega)$ с элементами, обозначенными $\epsilon_{kk'}^{-1}(\Omega)$. Это позволяет обратить уравнение (32)

$$E_k^{(tot)}(\Omega) = \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \epsilon_{kk'}^{-1}(\Omega) E_{k'}^{(ext)}(\Omega). \quad (34)$$

Таким образом, благодаря дисперсионным свойствам системы “пучок + цепи обратной связи” внешний источник случайного поля $E_{k\pm q'}^{(ext)}(\Omega)$ — он один учитывался при выводе (16) — возбуждает различные гармоники поля $E_{k'}^{(tot)}(\Omega)$. Именно они действуют на сгусток, вызывая его мультипольные колебания через передаточные функции, пропорциональные $I_{mk'}^*(\mathcal{J})/k'$.

В итоге мы снова получаем представление (16) для $D(\mathcal{J})$, в котором спектральные матрицы $P_{nn_1}^{(\zeta\zeta_1)}(\omega)$ относятся уже к внешнему полю $E_k^{(ext)}(\Omega)$ из (27). Однако весовые множители (19) теперь записываются в виде

$$\mathcal{V}_{n;mk}^{(\zeta)}(\mathcal{J}) = \frac{mq}{2} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} \left(\frac{I_{mk'}^*(\mathcal{J})}{k'} \epsilon_{k',k+q'}^{-1}(m\Omega_s(\mathcal{J})) G_{n;k+q'} \exp(+i\varphi_n^{(\zeta)}) + \frac{I_{mk'}^*(\mathcal{J})}{k'} \epsilon_{k',k-q'}^{-1}(m\Omega_s(\mathcal{J})) G_{n;k-q'} \exp(-i\varphi_n^{(\zeta)}) \right). \quad (35)$$

При размыкании обратных связей, в том числе и за счет малой интенсивности пучка, $\epsilon_{k'k}^{-1} = \delta_{k'k}$ и уравнение (35) переходит в (19).

Выражение (35) является решением поставленной задачи о влиянии цепей обратной связи и механизмов продольных когерентных неустойчивостей интенсивного пучка на его диффузию под действием внешнего шума.

В **Главе 3** обсуждаются **численные методы** изучения шумовых эффектов в протонном синхротроне.

Разработана методика и представлена программа численного решения несимметричной краевой задачи для уравнения непрерывности (23), (24). Она учитывает все существенные аспекты проблемы — большую нелинейность движения, пересечение частицами сепаратрис и неравноправие верхней и нижней полуплоскостей (ϑ, ϑ') за сепаратрисами, в области гало. Такое неравноправие может возникнуть по трем причинам (см. рис. 3):

1. Неодинаковые коэффициенты диффузии.
2. Разные направления скорости дрейфа (25) вдоль координаты \mathcal{J} .
3. Разные апертурные ограничения — координаты стока, где заданы нулевые граничные условия $F(\mathcal{J}_A^{[b,c]}, t) = 0$.

Программа (1600 строк кода, FORTRAN) основана на методе конечных элементов в варианте слабой формулировки метода взвешенных невязок в форме Галеркина (пространственная дискретизация) и на схеме Кранка-Николсона (интегрирование по времени).

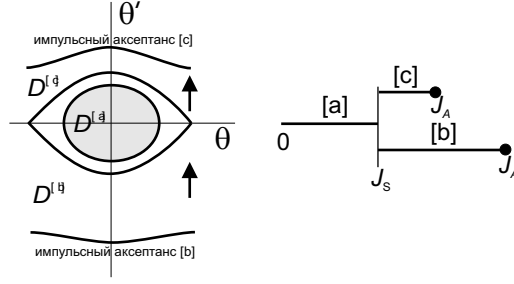


Рис. 3. К постановке несимметричной краевой задачи для уравнения непрерывности.

Поиск решения уравнения непрерывности (23) осуществляется в трех шитых частичных областях (см. рис. 3) без перехода к двумерной пространственной модели на плоскости (ϑ, ϑ') .

На сепаратрисе функция $V(\mathcal{J})$ испытывает скачок, а $D(\mathcal{J})$ имеет интегрируемую расходимость. При $\mathcal{J} = \mathcal{J}_S$ на стыке областей $[a]$ и $[b, c]$ выполняются условия сшивки плотности частиц и их потоков:

$$\frac{1}{2}F(\mathcal{J}_S - 0, t)^{[a]} = F(\mathcal{J}_S + 0, t)^{[b]} = F(\mathcal{J}_S + 0, t)^{[c]}, \quad (36)$$

$$Q(\mathcal{J}_S - 0, t)^{[a]} = Q(\mathcal{J}_S + 0, t)^{[b]} + Q(\mathcal{J}_S + 0, t)^{[c]}. \quad (37)$$

Уравнение (36) учитывает, что непрерывными являются условные функции распределения $F(\mathcal{J}, t | \vartheta' \leq 0)$ и $F(\mathcal{J}, t | \vartheta' \geq 0)$. Для согласованного сгустка

$$F(\mathcal{J}, t | \vartheta' \leq 0)^{[a]} = F(\mathcal{J}, t | \vartheta' \geq 0)^{[a]} = \frac{1}{2}F(\mathcal{J}, t)^{[a]}, \quad \mathcal{J} \leq \mathcal{J}_S.$$

Разработанная программа предоставляет возможность отследить любой этап жизни сгустка и формирования гало пучка. Стал возможен и расчет характерных времен жизни сгустков произвольной длины, находящихся под влиянием шума с произвольным спектром. Эти времена жизни могут вытекать из любого практически значимого критерия: степень деградации эмиттанса сгустка, достижение сепаратрисы частицами, доля потерянных частиц и т.д.

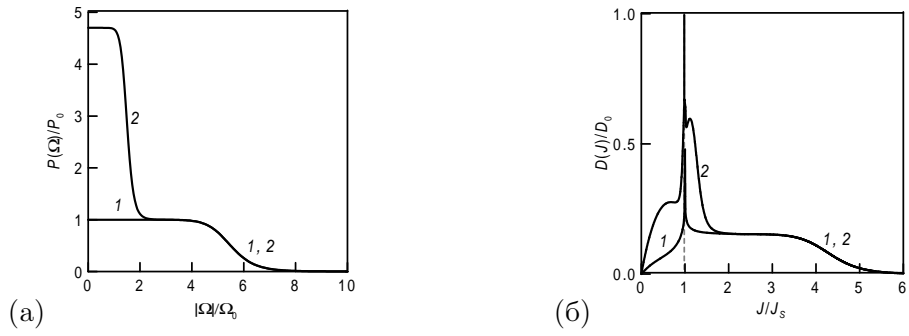


Рис. 4. Спектр шума $v^{(\varphi)}(t)$ (а) и коэффициент диффузии (б).

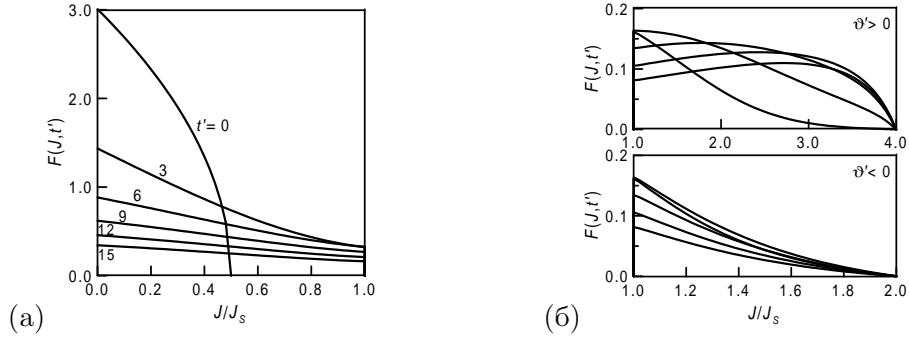


Рис. 5. Эволюция функции распределения пучка внутри (а) и вне (б) сепаратрис.

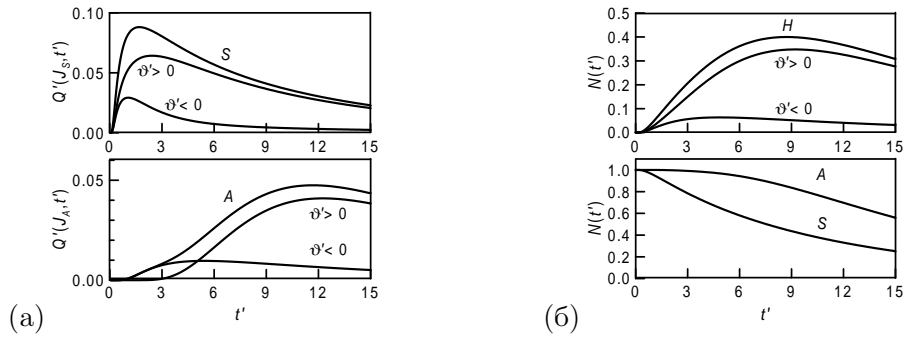


Рис. 6. Поток частиц через сепаратрису S и апертуру A (а). Доля частиц внутри сепаратрисы S , апертуры A и в области гало пучка H (б).

Стало возможным исследование и более тонких вопросов стохастической динамики частиц — шумовой ВЧ-гимнастики для формирования сгустка, механизмов транспорта гало, шумового наведения при медленном выводе в условиях сильной нелинейности продольного движения и др.

Пример расчета эволюции пучка под действием фазового шума со спектром 1 и коэффициентом диффузии 1 из рис. 4 показан на рис. 5 и 6. Здесь и далее используется безразмерное время диффузии $t' = t\Omega_0^2 P(0)$.

Известный закон эволюции распределения $F(\mathcal{J}, t)$ позволяет восстановить профили сгустка вдоль осей ϑ и ϑ' . Отсюда легко найти ход изменения любых характеристик пучка, представляющих практический интерес и регистрируемых средствами диагностики ускорителя. Выбор способа постобработки определяется потребностями конкретной задачи.

Корректность разработанной методики решения несимметричной краевой задачи проверена и полностью подтверждена обоснованным вычислительным экспериментом — использованием прямых итерационных методов многооборотного трекинга макрочастиц и Монте-Карло.

В **Главе 4** проведено **численное исследование** особенностей образования и транспорта гало сгруппированного пучка в условиях внешнего шума и слабых потерь энергии протонов на синхротронное излучение. В качестве числового примера использованы технические параметры и опубликованные результаты измерений на пучке в накопителе DESY HERA-*p* (г. Гамбург, Германия). Это исследование является примером использования разработанной в диссертации методики для решения конкретной задачи, поставленной в рамках программы международного научно-технического сотрудничества между DESY, Гамбург и ИФВЭ, Протвино.

Обоснована элементарная аналитическая теория формирования гало пучка, справедливая при малых отношениях “шум – дрейф” в системе. На ее основе с единых позиций объяснена вся феноменологическая картина формирования несгруппированного гало пучка в кольце HERA-*p*.

Материал главы служит косвенной экспериментальной проверкой достоверности расчетных методик, разработанных в диссертации.

В Главе 5 излагается результат **экспериментального исследования и практического применения** эффекта внешнего шума — физическое обоснование системы шумовой ВЧ-гимнастики для ускорителя У-70. Система предназначена для контролируемого изменения продольной формы сгустков на плато ввода с целью уменьшения пиковой плотности пучка и снижения кулоновского сдвига частоты бетатронных колебаний.

Описан комплект исследовательской электронной аппаратуры, установленной на ускорителе У-70. В ее состав входят генератор белого шума и схема формирования узкого резонансного спектра мощности фазового шума на пучке ³. Центральная частота спектра совпадает с частотой малых синхротронных колебаний. Экспериментально измеренный спектр показан на рис. 7а, соответствующий ему коэффициент диффузии — на рис. 7б.

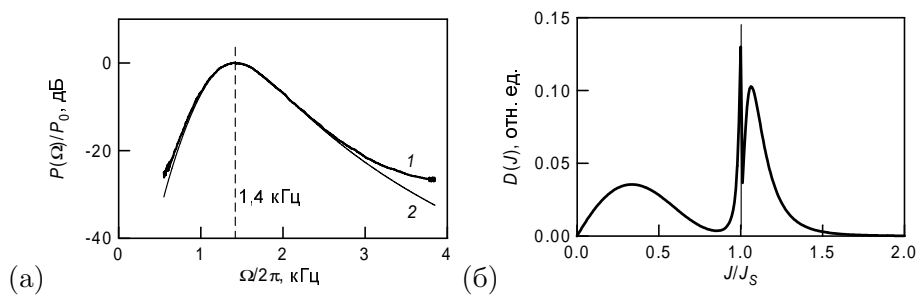


Рис. 7. Спектр шума (а) и коэффициент диффузии (б).

³Разработка и наладка систем электроники выполнена О.П. Лебедевым.

Получено хорошее согласие между результатами расчетов шумовой динамике и экспериментальными измерениями на пучке У-70 в сеансе 2002 г., см. рис. 8. Продемонстрировано, что ценой $\leq 1\%$ дополнительных потерь можно уменьшить пиковую плотность пучка и кулоновский сдвиг частоты бетатронных колебаний примерно на 25%.

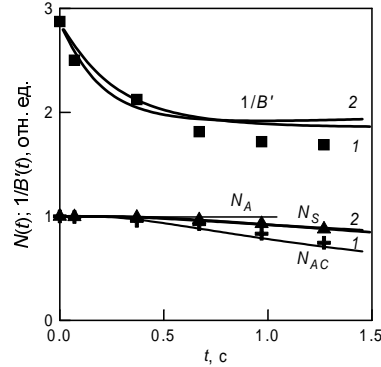


Рис. 8. Измерение эволюции параметров сгустка при шумовой ВЧ-гимнастике. Сплошные линии — результат расчета, маркеры — экспериментальные точки. Здесь B' — фактор группировки пучка; N_S — доля частиц, оставшихся внутри сепаратрис; N_{AC} — нормализованная площадь под переменной частью сигнала тока сгустка.

С переходом к инъекции более коротких сгустков (с 95–100 до 80 нс по основанию) эффективность метода только возрастет. Это свидетельствует о возможности создания технологической системы для контролируемого изменения продольной формы сгустков в ускорителе У-70 с помощью шумовой ВЧ-гимнастики. Система имеет хорошие перспективы для практического применения при дальнейшем увеличении интенсивности ускорителя.

В **Главе 6** излагается еще один результат **экспериментального исследования и практического применения** эффекта внешнего шума — физическое обоснование и итоги испытаний макета системы стохастического (шумового) медленного вывода пучка протонов из синхротрона У-70.

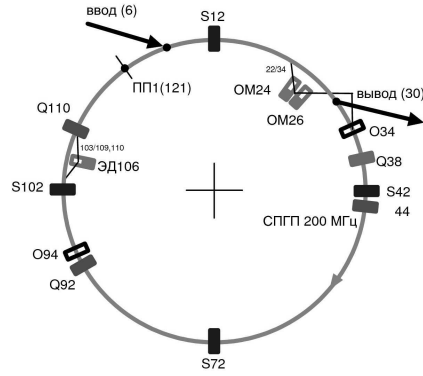


Рис. 9. Оборудование системы медленного вывода пучка из У-70.

Схема размещения оборудования системы медленного вывода пучка из У-70 показана на рис. 9. Трасса вывода начинается в электростатическом дефлекторе ЭД106, проходит через отклоняющие магниты ОМ24, 26 и завершается в выводном окне 30-го прямолинейного промежутка магнитной структуры. Протоны забрасываются за перегородку ЭД106 с помощью поперечного резонанса $3Q_x = 29$, где Q_x — горизонтальная бетатронная частота. Резонансная гармоника квадратичной нелинейности магнитного поля возбуждается секступольными линзами S12, 72 и S42, 102. Регистрация тока медленно выведенных частиц осуществляется косвенным методом. В качестве датчика сигнала сброса пучка используется монитор вторичных частиц. Он измеряет потери пучка на перегородке ЭД106 и установлен в 106-м прямолинейном промежутке (монитор-106).

При обычном медленном выводе пучок подводится к рабочему резонансу $3Q_x = 29$ с помощью магнитооптических элементов — квадрупольной линзы Q38 и/или ведущего магнитного поля (создается так называемый “наклон” или спад поля). В результате многолетних усилий службы вывода ⁴ пульсации токов возбуждения магнитной оптики уменьшены до предела технических возможностей источни-

⁴Ю.С. Федотов. Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. — Автореферат ИФВЭ 2004–29, Протвино, 2004.

ков питания. Поэтому обычный медленный вывод практически исчерпал свои возможности в плане увеличения длительности вывода при сохранении его качества.

Стохастический (шумовой) медленный вывод призван решить эту проблему — увеличить длительность вывода и заметно улучшить его временную структуру. Для наведения пучка на резонанс вместо линзы Q38 или спада магнитного поля используется вспомогательная ускоряющая система частоты 200 МГц — станция перегруппировки пучка (СПГП). Это пара резонаторов, расположенных в 44-м прямолинейном промежутке У-70 (рис. 9).

Идея *продольного* шумового наведения пучка на *поперечный* выводной резонанс в протонном синхротроне с ненулевой хроматичностью бетатронных колебаний предложена Симоном ван дер Меером (Simon van der Meer, CERN) в 1978 г. Техническая реализация классической схемы шумового вывода, использовавшейся в CERN, имеет следующие особенности:

1. Пучок является однородным вдоль азимута кольцевого ускорителя.
2. Шумовое наведение проводится путем изменения граничной частоты спектра шума. Она постепенно надвигается на пучок, ожидающий вывода.
3. Локальное увеличение скорости наведения вблизи резонанса вывода достигается с помощью дополнительного источника шума, имеющего выраженный резонансный спектр (так называемый *chimney*, “труба, дымоход”).

Схема шумового вывода пучка из У-70 заметно отличается от классического варианта. Причиной тому являются технические ограничения, присущие У-70 и влияющие на выбор принципиальных решений.

Длительность верхнего плато магнитного поля в У-70 не превышает 2–3–4 с (для энергий 70–60–50 ГэВ соответственно). Поэтому шумовой вывод реализуется на пределе возможности метода со стороны малых времен.

В качестве продольного толкателя приходится использовать уже имеющуюся станцию перегруппировки пучка на частоту 200 МГц (СПГП). Поэтому надо учитывать следующие обстоятельства:

1. При доступных амплитудах напряжения частоты 200 МГц возможности воздействия на пучок ограничены. Для сокращения времени диффузии пучок и выводной резонанс должны быть размещены как можно ближе друг к другу на продольной фазовой плоскости.

2. По техническим причинам невозможна генерация шумового напряжения при полностью подавленном детерминированном (неслучайном) несущем колебании частоты 200 МГц. Можно реализовать только комбинированный режим “гармоническое колебание + аддитивный шум”.

3. Ограниченная полоса пропускания резонаторов позволяет работать только с НЧ модулирующими случайными сигналами в полосе 0–10 кГц. Полный некогерентный разброс по частотам пучка вблизи 990-й гармоники частоты обращения (200 МГц) равен 4–6 кГц. Частотный портрет пучка должен находиться рядом с линией 200 МГц, а на продольной фазовой плоскости пучок вынужден оказаться вблизи сепаратрис 200 МГц.

Поэтому при шумовом выводе из У-70 диффузия по импульсам проходит в области сильно нелинейного продольного движения в непосредственной близости от пустых сепаратрис вспомогательного ускоряющего поля. Выводимый пучок уже не однороден по азимуту, но еще не сгруппирован.

Принципиальная схема шумового вывода из У-70 показана на рис. 10. Цифровые обозначения к нему объяснены в табл. 1, где A_x — амплитуда горизонтальных бетатронных колебаний, Q_x — их частота.

Концентрические кривые — линии уровня двумерной функции распределения пучка на плоскости $(A_x, (p-p_s)/p_s)$, где p — импульс, p_s — его равновесное значение.

Равнобедренный треугольник с основанием 1–4 является образом поперечного резонанса $3Q_x = 29$ на плоскости $(A_x, (p-p_s)/p_s)$.

Рабочая полуширина выводного резонанса 3–4 полностью размещается в верхней половине сепаратрисы 2–5. Изменение расстояния 2–3 регулирует меру возможного выхода частиц в нерабочую область $Q_x < 29/3$.

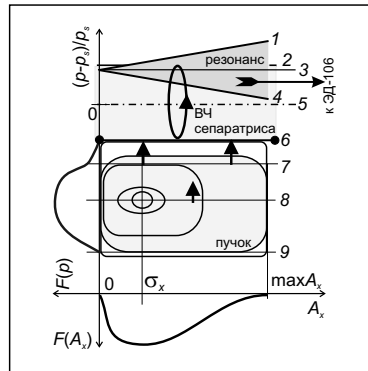


Рис. 10. Диаграмма Стейнбаха (Ch. Steinbach) для режима стохастического медленного вывода пучка из У-70.

Процесс шумового наведения не влияет на распределение частиц по A_x . Диффузионные потоки направлены вверх на плоскости $(A_x, (p - p_s)/p_s)$, рис. 10. Имеются три зоны с различными механизмами транспорта:

1. На участке 7–9 идет медленная диффузия. Попутно она сглаживает и унифицирует импульсный профиль пучка, ожидающего вывода.

2. В буферном слое 6–7 скорость диффузии увеличена. Это уменьшает пульсации вывода из-за возможной нестабильности взаимного положения центра пучка 8 и сепаратрисы 2–6.

3. После пересечения границы 6 частицы очень быстро, менее чем за один период продольных колебаний попадают в верхнюю полуплоскость $(A_x, (p - p_s)/p_s)$. Там они оказываются в зоне действия резонанса 1–4, быстро увеличивают амплитуду A_x и выводятся из ускорителя. Слой 2–6 оказывается функциональным аналогом области “chimney” (см. п. 3 из списка на стр. 29) с той разницей, что

в нем диффузионный механизм передвижения частиц заменен на более быстрый поступательный циклический.

Таблица 1. Легенда к рис. 10 и 11а.

3	Центр резонанса $3Q_x = 29$. Вывод частиц с $A_x = 0$.
1, 4	Вывод частиц с $\max A_x$.
1-3, 3-4	Две полуширины резонанса.
3-4	Рабочая полуширина резонанса с $Q_x > 29/3$.
5	Импульс равновесной частицы сепаратрисы 200 МГц. Центральная орбита.
2-6	Импульсный размер сепаратрисы 200 МГц.
8	Центр пучка, ожидающего вывода.
7-9	Ядро пучка. Медленный диффузионный транспорт.
7-6	Буферный слой. Быстрый диффузионный транспорт. Малая плотность пучка.
6-3 (4)	Очень быстрый транспорт за счет циклических синхротронных колебаний.
6	“Поглощающая стенка” (сток) для краевой задачи диффузии по импульсу.

Внутренняя область сепаратрисы становится ловушкой для частиц, задерживающей их в зоне действия выводного резонанса. При этом задействованы два механизма перемешивания частиц перед выводом, способствующие уменьшению когерентных пульсаций, — случайная величина начальной фазы синхротронного движения, при которой пересекается нижняя ветвь 6 сепаратрисы, и большой естественный разброс по частотам нелинейных синхротронных колебаний вблизи сепаратрис.

Характерный масштаб времени диффузии в слоях 7-9 и 6-7 сравним с длительностью вывода (секунды, доли секунд). Синхротронное движение в слое 2-6 и вывод частицы в полосе 2-4 проходят со временами 1-5 мс. Столь большая разница характерных масштабов t позволяет рассматривать линию 6 как “поглощающую

стенку” для краевой задачи диффузии. Важно, что положение этой “стенки” не зависит от A_x . Одно решение уравнения диффузии представляет все бетатронные амплитуды в пучке. Упрощается процесс управления выводом, поскольку поток частиц более не зависит от вида функции распределения по A_x в ожидающем пучке.

На рис. 11а показан срез диаграммы рис. 10 вдоль фазовой плоскости (ϑ, ϑ') в $t = 0$. Правая колонка цифровых обозначений расшифрована в табл. 1. На обоих рис. 10 и 11а направление к центру ускорителя — вниз.

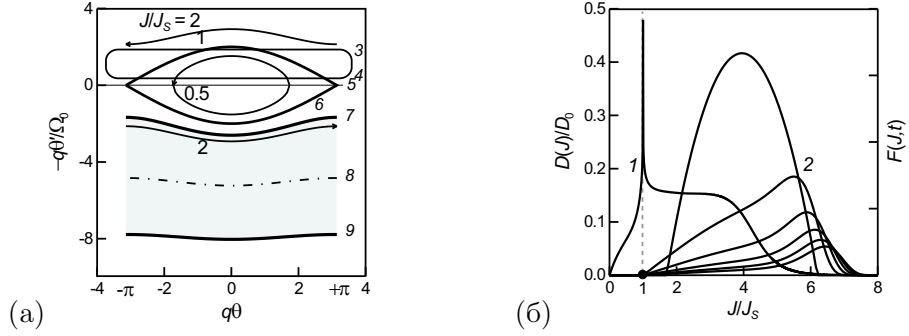


Рис. 11. Портрет пучка и сепаратриса на продольной фазовой плоскости (а). Коэффициент диффузии (кривая 1) и эволюция профиля пучка (кривые 2) (б).

Начальный профиль пучка $F(\mathcal{J}, t = 0)$ нормирован на 1. Он формируется после выключения ускоряющего поля частоты 6 МГц в результате последующей разгруппировки пучка и перехода к фазовому портрету рис. 11а. Далее эволюция $F(\mathcal{J}, t)$ описывается уравнениями (23) и (24) в пространственной области [c]: $\mathcal{J}_S \leq \mathcal{J} \leq \infty$ (см. рис. 3). Дрейф частиц (25) не учитывается. Граничные условия $F(\mathcal{J}_S, t) = F(\infty, t) = 0$. Доля частиц $N(t)$, остающихся в пучке ко времени t , находится как

$$N(t) = \int_{\mathcal{J}_S}^{\infty} F(\mathcal{J}, t) d\mathcal{J}, \quad N(0) = 1. \quad (38)$$

Убыль интенсивности пучка идет по закону

$$\frac{dN}{dt}(t) = Q(\mathcal{J}_S, t), \quad Q(\mathcal{J}, t) = -D(\mathcal{J}) \frac{\partial F(\mathcal{J}, t)}{\partial \mathcal{J}}, \quad (39)$$

где $Q(\mathcal{J}_S, t) < 0$ есть диффузионный поток частиц извне через сепаратрису. Поток частиц на вывод обозначен $\Phi(t) = -Q(\mathcal{J}_S, t) > 0$.

Кривая 1 на рис. 4а показывает используемый спектр фазового шума. Технически он получен после фильтрации белого шума через реализуемый фильтр нижних частот (ФНЧ) Баттерворта 6-го порядка. Кривые 1 на рис. 4б и 11б показывают соответствующий коэффициент диффузии. Частота среза $P(\Omega)$ выбрана так, чтобы основание $D(\mathcal{J})$ не выходило за наружную границу профиля пучка при $t = 0$.

Результаты решения уравнения диффузии для фазового шума со спектром 1 (рис. 4а) представлены рис. 11б. Семейство кривых 2 показывает профили пучка в 6 равноудаленных точках времени диффузии $t' = 0, 50, \dots, 250$ (определение t' см. на стр. 25).

На рис. 12 показаны графики функций $N(t')$ и $\Phi'(t') = dN(t')/dt'$, соответствующих решениям рис. 11б. Это так называемые “естественные” сбросы пучка, получаемые при постоянной мощности шума наведения. Они не имеют плоской вершины. Однако потребителям пучка нужен равномерный вывод частиц (прямоугольные импульсы сброса).

Для уплощения импульса сброса в классическом варианте схемы шумового вывода изменяется граничная частота спектра шума. В результате уравнение диффузии, описывающее вывод, получает существенно нестационарный коэффициент $D(\mathcal{J}, t)$, а сам процесс диффузии оказывается весьма непростым для анализа и практического применения.

В У-70 используется другая схема наведения. В ней спектр шума имеет вид функции 1 на рис. 4а. Его верхняя граничная частота фиксирована и согласована с частотой обращения частиц на границе пучка, дальней от центральной орбиты, см. рис. 11. Для управления потоком $\Phi(t)$ изменяется уровень мощности шума $P(\Omega)$. Таким образом достигаются три цели:

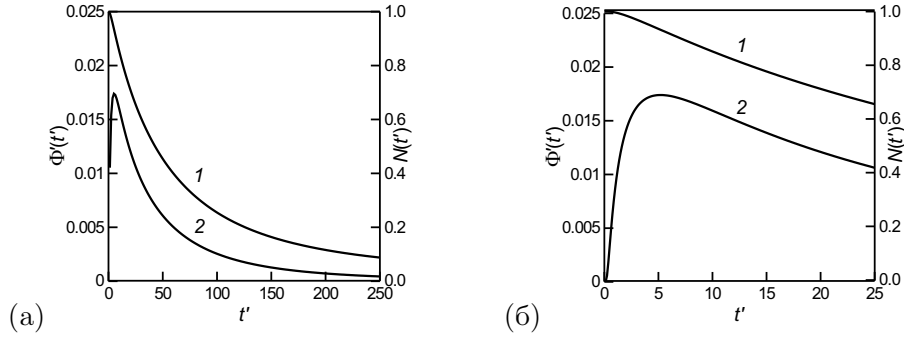


Рис. 12. Интенсивность пучка (кривая 1) и поток частиц на вывод (кривая 2). Общая картина (а) и начало (б) процесса диффузии. Естественный сброс.

1. Упрощается техническая реализация метода — используются схемы управляемой амплитудной модуляции случайного несущего колебания.

2. Шум действует сразу на весь циркулирующий пучок, ожидающий вывода. Тем самым попутно формируется профиль пучка, слабо зависящий от предыстории ускорения в данном магнитном цикле.

3. Легко доказать существование идеального закона наведения и получить расчетные характеристики импульсов сброса. Это особенно важно для У-70, где шумовой вывод реализуется вблизи предела длительности по t со стороны малых времен и важно выбрать все допуски.

Таким образом, при стохастическом наведении в У-70 происходит медленное изменение уровня мощности шума, когда его спектр $P(\Omega)$ приобретает дополнительный фактор $P(\Omega)G(t)$, где $G(t) \geq 1$ обозначает закон наведения — фактор форсирования шума. При $G(t) = 1$ получаем естественный сброс. Его представляют расчетные либо измеренные экспериментально функции 1 и 2, показанные на рис. 12. Отметим такие естественные законы вывода нижним индексом-маркером \bullet :

$$N(t) = N_{\bullet}(t), \quad \Phi(t) = \Phi_{\bullet}(t) \quad \text{для} \quad G(t) = 1. \quad (40)$$

Из-за введения медленного фактора $G(t) \neq 1$ ход сброса изменится как

$$N(t) = N_{\bullet} \left(\int_0^t G(t) dt \right), \quad \Phi(t) = G(t) \Phi_{\bullet} \left(\int_0^t G(t) dt \right). \quad (41)$$

Отсюда легко установить закон наведения $G(t)$, обеспечивающий линейную убыль $N(t)$ и плоский импульс $\Phi(t)$ в управляемом сбросе. Рис. 13 показывает результаты применения расчетной процедуры выравнивания импульса вывода. Тонкие линии представляют естественный сброс. Закон наведения (рис. 13с) немонотонен и имеет особенности при $t' = 0$ и t'_S , где $t'_S = N(0)/\max \Phi'$ – предельная (асимптотическая) длительность сброса.

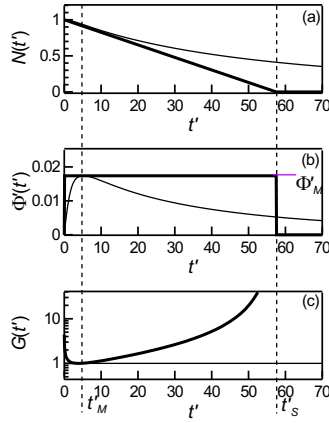


Рис. 13. Уплотнение импульса выводного потока при шумовом наведении.

Форсирование шума в начале вывода нужно для укорочения переднего фронта импульса. Уже при $G(0) = 3-5$ этот фронт становится пренебрежимо малым. Для получения идеального импульса вывода с нулевым задним фронтом (рис. 13b) потребуется сколь угодно большое увеличение уровня шума к концу вывода. Это недостижимо технически. Поэтому шумовой вывод 100% пучка (как вообще, так и под плоской вершиной импульса) невозможен. Остаток пучка придется выводить другими способами (быстрый вывод, внутренние

мишени). Размер этого остатка, как и длина плоской вершины импульса, зависят от аппаратно приемлемого фактора форсирования шума $G_M = \max G(t)$.

После достижения этого предела функция $G(t)$ насыщается и формируется задний фронт импульса. В нем вывод идет по естественным законам (40) для постоянного уровня мощности шума $P(\Omega) G_M$. В У-70 используются величины $G_M \leq 15\text{--}20$.

В осеннем (2004 г.) сеансе синхротрона У-70 проведено экспериментальное исследование естественных сбросов.

На рис. 14а показаны сигналы индукционного датчика интенсивности циркулирующего пучка. Нормализация сигнала $N(t)$ на 1 в $t = 0$ осуществлена при постобработке данных. На рис. 15а показаны сигналы сброса — выводимый поток $\Phi(t)$, измеренный с помощью монитора-106 вторичных частиц. Учтена только низкочастотная часть сигнала сброса со спектром в полосе 0–10 Гц (по уровню –3 дБ). Экспериментальные кривые на рис. 14а и 15а измерялись одновременно. На рис. 14б и 15б построены расчетные зависимости. Коэффициенты геометрического подобия между экспериментальными кривыми согласуются с фактором изменения мощности шума на входе задающего генератора. Статические регулировочные характеристики пучка при шумовом выводе соответствуют ожидаемому поведению (41).

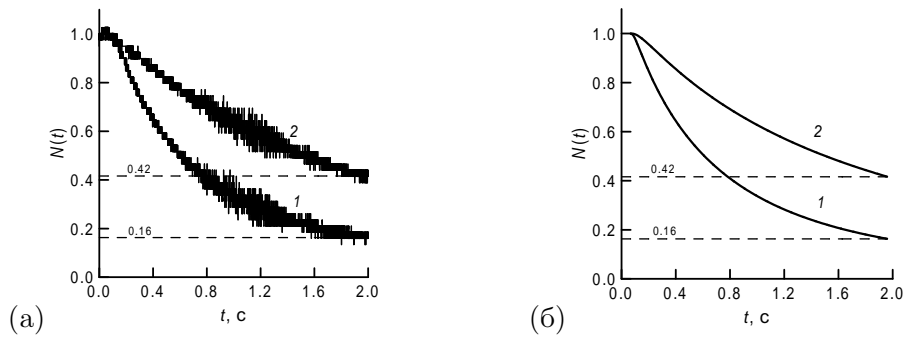


Рис. 14. Интенсивность циркулирующего пучка, эксперимент (а) и расчет (б).

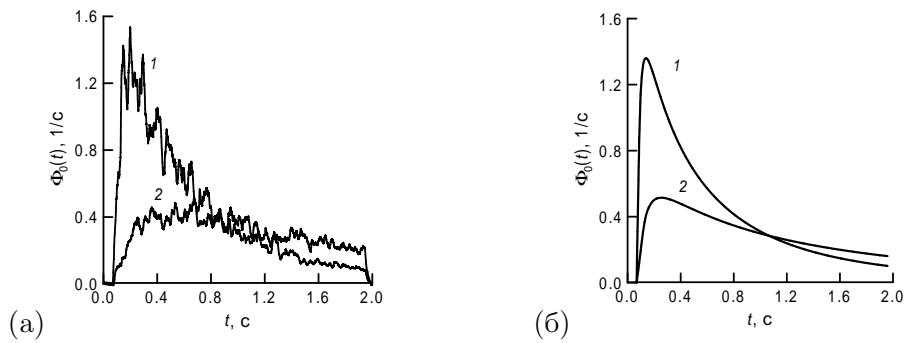


Рис. 15. Низкочастотная часть сигнала сброса, эксперимент (а) и расчет (б).

Таким образом, в результате осеннего (2004 г.) сеанса У-70 получены следующие результаты:

1. Экспериментально продемонстрирована принципиальная возможность создания системы стохастического медленного вывода в ускорителе У-70.

2. Установлено, что возможностей вспомогательной ускоряющей системы частоты 200 МГц (мощность, линейность и динамический диапазон фазочастотного модуляционного входа тракта) достаточно для медленного вывода 80–90% циркулирующего пучка с растяжкой в 2–3 с и более.

3. Определены первичные технические данные, необходимые для разработки полнофункционального макета систем обратной связи для формирования плоской вершины импульса и подавления пульсаций вывода.

Принципиальная схема системы обратной связи по току выведенного пучка для стохастического медленного вывода показана на рис. 16.

Объектом управления является пучок при шумовой раскачке. Его поведение описывается уравнениями (41). Такая система не является линейной и инвариантной во времени. Функции $N_{\bullet}(t)$ и $\Phi_{\bullet}(t)$ — законы естественного сброса — неизменны и выполняют роль структурных функций задачи. Точка приложения управляющего воздей-

ствия — это закон наведения $G(t)$. Цель управления — получение прямоугольного импульса сброса с плоской вершиной Φ_{FT} и длительностью $1/\Phi_{FT}$.

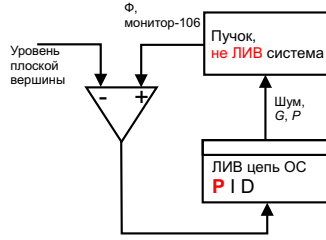


Рис. 16. Система обратной связи по току выведенного пучка.

Уравнение замыкания обратной связи есть

$$\delta\Phi^{(tot)}(t) = \delta\Phi^{(ext)}(t) - \delta\Phi^{(fb)}(t), \quad (42)$$

где $\delta\Phi^{(tot)}(t)$ — остаточная ошибка регулирования; $\delta\Phi^{(ext)}(t)$ — внешняя ошибка, задаваемая сторонними факторами; $\delta\Phi^{(fb)}(t)$ — корректирующий сигнал.

Исполняющее воздействие доводится до пучка в пропорциональном виде

$$G(t) = G_0(t) - \delta G(t), \quad \delta G(t) = K \delta\Phi^{(tot)}(t), \quad (43)$$

где $K > 0$ — постоянный коэффициент усиления; $G_0(t)$ — невозмущенный закон наведения.

Для режима малого сигнала получим

$$\int_0^t \delta\Phi^{(tot)}(t) dt = \frac{1}{1 + K \Phi \bullet \left(\int_0^t G_0(t) dt \right)} \int_0^t \delta\Phi^{(ext)}(t) dt. \quad (44)$$

Обслуживается интегральная ошибка сигнала сброса, накопленная к текущему моменту t . Такова природа объекта управления.

Возможны два варианта дальнейшего применения формулы (44):

1. Цепь с обратной связью по постоянному сигналу. Ее назначение — формирование плоской вершины импульса вывода. В этом случае $G_0(t) = 1$, а внешняя ошибка суть

$$\delta\Phi^{(ext)}(t) = \Phi_{\bullet}(t) - \Phi_{FT}. \quad (45)$$

2. Цепь с обратной связью по переменному сигналу. Ее назначение — подавление пульсаций вывода. В этом случае невозмущенный закон наведения $G_0(t)$ обеспечивает прямоугольный сброс, и в знаменателе формулы (44) нужно использовать равенство

$$\Phi_{FT} = G_0(t) \Phi_{\bullet} \left(\int_0^t G_0(t) dt \right), \quad 0 < t < 1/\Phi_{FT}. \quad (46)$$

Теперь внешняя ошибка имеет смысл переменной составляющей (пульсаций) сигнала вывода, наблюдаемой при разомкнутой цепи обратной связи,

$$\delta\Phi^{(ext)}(t) = \Phi(t) - \Phi_{FT}. \quad (47)$$

На практике вычитание постоянной составляющей происходит за счет использования фильтра верхних частот (ФВЧ) .

Схемотехническим аналогом задачи управления пучком при стохастическом медленном выводе является задача получения и стабилизации прямоугольного импульса разряда конденсаторной батареи C через апериодическую RLC цепь с управляемыми переменными сопротивлением R и индуктивностью L . Обоснование и применение этой схемотехнической модели сэкономило время на создание системы управления выводом. Оно позволило объединить этап изучения динамики системы обратной связи в замкнутом состоянии в режиме большого сигнала и разработку электроники.

Макетный вариант аналоговой электронной аппаратуры низкого уровня мощности для стохастического вывода был разработан и установлен в стойке управления ускоряющей системой частоты 200 МГц в технологическом здании 5/6 ускорительного комплекса У-70 ⁵. Реализована блок-схема, показанная на рис. 17. Цепь с

⁵Разработка и наладка систем электроники выполнена О.П. Лебедевым.

обратной связью по постоянному сигналу имеет полосу пропускания 0–10 Гц, а по переменному — 10–100 Гц (по уровню –3 дБ). Коэффициенты усиления каналов устанавливаются отдельно.

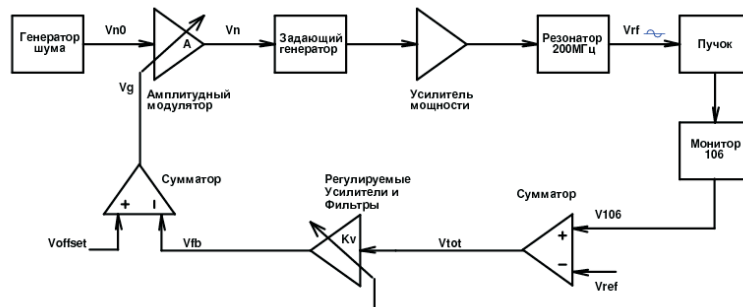


Рис. 17. Блок-схема цепи обратной связи для управления стохастическим выводом.

Стохастический медленный вывод с плоскими вершинами сброса надежно и воспроизводимо получен в осеннем (2005 г.) сеансе У-70. Энергия 50 ГэВ. Интенсивность выведенного пучка $2\text{--}5 \cdot 10^{12}$ протонов в импульсе.

Предварительная отработка методики настройки аппаратуры и измерений с помощью схмотехнической модели пучка при стохастическом выводе полностью оправдала себя. Аппаратура оказалась достаточно простой и понятной в работе с пучком.

На рис. 18 показаны осциллограммы, полученные при настройке стохастического вывода из У-70. Длительность вывода 2.2 с.

На рис. 18а показан естественный сброс при постоянной мощности шума наведения 1. Сигнал обратной связи 3 сформирован, но не подключен к исполняющему устройству. В этих условиях луч 3 — это постоянная составляющая сигнала естественного сброса 4.

На рис. 18б цепь обратной связи замкнута, но ее амплитудный модулятор входит в режим насыщения (см. огибающую шума 1). После этого управляемый плоский сброс 4 переходит в естественный затухающий. Выброс на переднем фронте сигнала 4 вызван перере-

гулировкой при включении обратной связи. Этот выброс устраняется введением задержки момента включения обратной связи.

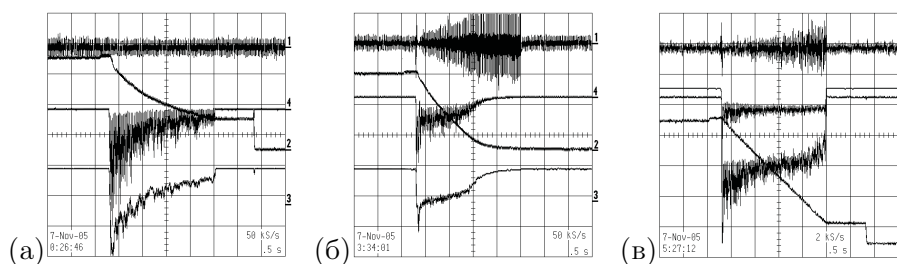


Рис. 18. Экспериментальные осциллограммы: шум наведения (луч 1); интенсивность циркулирующего пучка (2); сигнал обратной связи (3); сигнал сброса (4), его знак инвертирован. Цена деления по шкале времени 0.5 с.

Рис. 18в показывает, что согласованном выборе начальной мощности шума, уровня плоской вершины сброса и длительности стохастического вывода удастся получить хороший медленный вывод 84% пучка за 2.2 с.

На рис. 19 показаны экспериментальные осциллограммы стохастического вывода пучка после их постобработки. Заданы разные опорные сигналы в устройстве сравнения цепи обратной связи. Они определяют среднюю скорость сброса. Количественные характеристики импульсов сброса представлены в табл. 2. Длительность импульса вывода по основанию составляет 1.40 с. Только это время было доступно по программе исследований на У-70: на второй половине плато магнитного поля использовались внутренние мишени, работавшие на физический эксперимент.

Лучи 1 на рис. 19 показывают шумовое напряжение $u(t)$ (в единицах мВ) на входе задающего генератора частоты 200 МГц. Квадрат сглаженной огибающей этого сигнала повторяет закон наведения $G(t)$.

Лучи 2 на рис. 19 показывают сигнал индукционного датчика тока циркулирующего пучка, нормированный на 1 в $t = 0$ при постобработке.

Таблица 2. Измеренные характеристики импульсов сброса.

	Рисунок:	19а	19б, 21а	21б
Доля выведенного пучка, %		80	43	86
Время вывода, с		1.40	1.40	2.10
Средняя скорость вывода Φ_{dc} , 1/с		0.57	0.31	0.41
Отношение с.к.в. $\delta\Phi/\Phi_{dc}$		0.27	0.20	1.06

Лучи 3 на рис. 19 показывают нормализованный сигнал монитора-106 вторичных частиц. Он пропорционален току медленно выводимого пучка. Сигнал сброса имеет малую переменную составляющую. Отсутствуют пульсационные отсечки потока вывода. Измеренный спектр пульсаций непрерывен и равномерен в полосе 5–500 Гц. Он не содержит выраженных сетевых гармоник и проходит на уровне $-(40-45)$ дБ по отношению к постоянной составляющей сигнала сброса Φ_{dc} .

Гистограмма плотности распределения наблюдавшихся пульсационных выбросов показана на рис. 20. В первом приближении пульсации стохастического сброса являются белым гауссовым шумом.

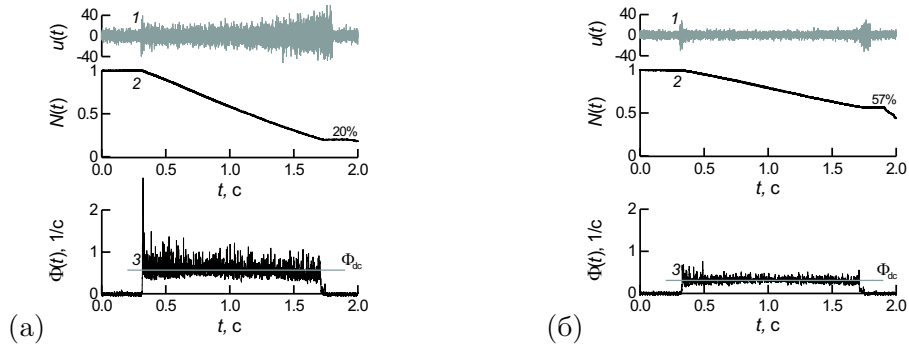


Рис. 19. Осциллограммы стохастического вывода при разной скорости наведения. Шум действует на пучок в интервале времени 315–1715 мс.

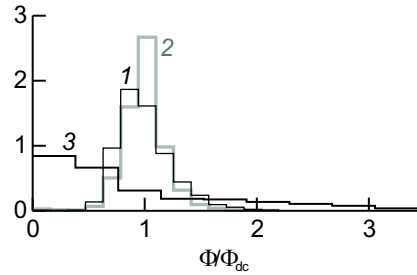


Рис. 20. Гистограммы распределения пульсационных выбросов. Кривая 1 соответствует сигналу сброса рис. 19а и 21а, кривая 2 — рис. 19б, кривая 3 — рис. 21б.

Со скоростью сброса, указанной на рис. 19б, 80% пучка могло бы быть выведено за время 2.6 с. Это является проектной цифрой из физического обоснования системы стохастического вывода. Максимальная длительность вывода ограничена допустимым временем работы магнитных дефлекторов трассы вывода (3.5 с при энергии 50 ГэВ). Видно, что система стохастического вывода способна обслужить такие растяжки.

Переход к стохастическому наведению позволяет заметно улучшить качество медленного вывода. Сравнение между стохастическим и обычным выводом в сеансе 2005 г. проведено на рис. 21 и 22. Количественные характеристики сигналов представлены в табл. 2. Спектр пульсаций сброса при обычном наведении квадрупольной линзой Q38 сильно поражен сетевыми гармониками. Непрерывная составляющая спектра пульсаций имеет примерно одинаковый уровень при обычном и стохастическом выводе.

Таким образом, стохастический (шумовой) медленный вывод протонного пучка из синхротрона У-70 проверен экспериментально в макетном варианте, понятен, работоспособен и прост в управлении. Он соответствует потребностям и возможностям ускорителя У-70. Физическое обоснование системы успешно прошло практическую проверку.

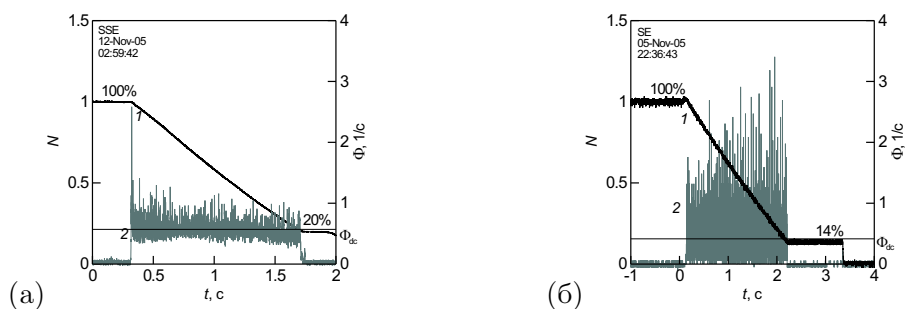


Рис. 21. Импульсы сброса при стохастическом (а) и обычном (б) медленном выводе.

Фактически У-70 приобретает новую по функциональным возможностям систему вывода. Она обладает рядом свойств, важных как для *ускорителя*, так и *потребителей* пучка.



Рис. 22. Амплитудные спектры пульсаций при стохастическом (а) и обычном (б) медленном выводе. Сбросы показаны на рис. 21.

С точки зрения *ускорителя*, открываются новые возможности по повышению эффективности медленного вывода. Тому служат:

1. Стационарность токов возбуждения магнитной оптики в процессе вывода. Квадрупольная линза Q38 и спад магнитного поля более не нужны.
2. Стационарность центрального импульса выводимого пучка протонов. Трасса пучка в пределах кольца, в канале транспортировки и положение пучка на внешней мишени не изменяется во время вывода.
3. Отсутствие так называемой “пробежки” по бетатронной амплитуде выводимого пучка. Этим обеспечена стационарность функции

распределения по забросу в дефлектор ЭД106 при постоянном токе вывода.

4. Оперативная свобода в выборе направления перемещения рабочей точки по плоскости бетатронных частот (Q_x, Q_y) . Это направление задано корректируемым вектором хроматичности (χ_x, χ_y) . При обычном наведении на резонанс с помощью линзы Q38 рабочая точка перемещается только параллельно вектору $(-0.03, +0.02)$.

С точки зрения *потребителей* пучка, интерес представляют:

1. Большие растяжки вывода. Длина медленного вывода ограничивается уже не схемой наведения, а длительностью верхнего плато магнитного поля и возможным временем работы дефлекторов трассы вывода.

2. Хорошее качество временной структуры импульсов вывода. В сигнале сброса наблюдается уменьшенный уровень пульсаций, отсутствуют пульсационные отсечки и подавлены когерентные сетевые гармоники.

3. Хорошая повторяемость импульсов вывода в циклах У-70. Это связано с работой сильной стабилизирующей обратной связи и “стиранием памяти пучка” о предыстории ускорения в данном цикле благодаря фоновому действию шума наведения.

4. Возможность увеличения интенсивности медленного вывода. В ходе стохастического наведения ожидающий пучок, взаимодействующий с рабочим видом колебаний выключенных резонаторов основной ускоряющей системы, удаляется от порога самогруппировки.

5. Принципиальная возможность организации параллельной (одновременной) работы стохастического медленного вывода и внутренних мишеней, расположенных на “отрицательных” (внутренних) радиусах ускорителя У-70. (Возможность последовательной работы в одном цикле ускорения стохастического медленного вывода и внутренних мишеней сохраняется.)

В **Заключении** сформулированы **основные результаты** диссертационной работы:

1. Проведен вывод уравнения шумовой диффузии сгустка в протонном синхротроне на основе последовательного динамического

подхода, начинающегося с уравнения А.А. Власова. В максимальной степени использован формальный аппарат, развитый в теории продольных когерентных неустойчивостей сгруппированного пучка. Установлены общие условия применимости диффузионного приближения.

2. Проведена классификация внешних шумов в протонном синхротроне. Выявлены два типа технически обусловленных стационарных (в широком смысле) источников шума, задаваемых в *лабораторной* системе, — это шумы низкочастотные амплитудно-модулирующие и шумы высокочастотные полосовые. На этой основе предложена универсальная модель случайного поля, изучавшаяся в диссертации.

3. Установлена структура, и впервые получено общее выражение для коэффициента диффузии сгруппированного пучка под действием широкополосного шума, спектр которого перекрывает произвольное число гармоник частоты обращения пучка по орбите. Установлен вид упрощений, позволяющих воспроизвести известные результаты других авторов и установить предел их применимости.

4. Произведен расчет коэффициента шумовой диффузии для пучка, движущегося вне (возможно, вблизи) стационарных сепаратрис ускоряющего поля. Для этой области впервые получены замкнутые выражения в терминах эллиптических функций для весов суммирования вкладов мультипольных гармоник в коэффициент диффузии.

5. Получены аналитические выражения для коэффициента диффузии сгустка, находящегося под действием стационарного (в *лабораторной* системе) высокочастотного полосового шума. Эта классическая модель стохастической системы представляет самостоятельный методический интерес.

6. Подтверждена возможность интерпретации движения протонов по незамкнутым фазовым траекториям вне сепаратрис при слабых потерях энергии как медленного систематического дрейфа с постоянной скоростью изменения переменной действия.

7. Разработан последовательный импедансный подход к анализу работы систем обратной связи по пучку в протонном синхротроне и учтено их влияние на диффузию пучка под действием внешнего

шума. Цепи обратной связи рассматриваются в расширенном смысле — как активные элементы штатного оборудования ускорителя, либо как паразитные системы, образованные пассивными импедансами вакуумной камеры и отвечающие за возможность развития продольных когерентных неустойчивостей пучка.

8. Разработана и отлажена методика численного решения несимметричной одномерной краевой задачи для уравнения непрерывности (диффузии) методом конечных элементов в трёх сшитых частичных областях. Учтено пересечение частицами сепаратрис и возможное неравноправие верхней и нижней полуплоскостей продольной фазовой плоскости за сепаратрисами без перехода к двумерной пространственной модели.

9. Проведен обоснованный вычислительный эксперимент по проверке достоверности численных решений несимметричной краевой задачи для уравнения непрерывности с помощью прямых итерационных методов многооборотного трекинга макрочастиц и Монте-Карло.

10. Разработана элементарная теория формирования и транспорта гало сгруппированного пучка под действием внешнего шума и слабых потерь энергии. На ее основе дано объяснение феноменологической картины образования гало пучка в синхротроне DESY HERA-*p*.

11. Обоснована и экспериментально проверена на пучке У-70 система шумовой ВЧ-гимнастики, предназначенная для контролируемого изменения продольной формы сгустка на плато ввода.

12. Обоснована и экспериментально проверена на пучке У-70 оригинальная схема стохастического медленного вывода, обладающая существенными элементами новизны в принятых технических решениях.

Пункты 11 и 12 этого списка представляют работы над прототипами стохастических радиотехнических систем, предназначенных для практического использования эффектов внешнего шума в синхротроне У-70 ИФВЭ.

Таким образом, выполнен цикл теоретических, численных и экспериментальных исследований стохастических процессов продольной

динамики частиц в протонном синхротроне, имеющий внутреннее единство.

Решена научная проблема, имеющая важное значение для физики пучков заряженных частиц и ускорительной техники. Предложены научно обоснованные технические решения, актуальные для эксплуатации и разработки больших протонных синхротронов на высокие энергии.

Внедрение результатов диссертации расширит возможности использования протонного синхротрона У-70 ИФВЭ — крупнейшего в России ускорителя — для экспериментальных исследований по физике высоких энергий.

Результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

Список литературы

- [1] С.В. Иванов. *Продольная диффузия сгустка протонов под действием внешнего шума*. Препринт ИФВЭ 92-43, — Протвино, 1992. (рус./анг.).
- [2] С.В. Иванов. *Продольная диффузия сгустка протонов под действием внешнего шума (широкополосный шум)*. Препринт ИФВЭ 93-14, — Протвино, 1993. (рус./анг.).
- [3] S. Ivanov. *Calculated Evolution of a Proton Bunch under RF-Noise*. — В кн.: Proceedings of 3-rd European Particle Accelerator Conference EPAC-92, том 2, стр. 956-958, — Берлин, 1992.
- [4] S. Ivanov. *Longitudinal Diffusion as Inflicted by Arbitrary Band-Width Random-Modulated Currents in Feeders of De-tuned Cavities*. — В кн.: Proceedings of US Particle Accelerator Conference USPAC-93, том 5, стр. 3561-3563, — Вашингтон, 1993.
- [5] S. Ivanov. *Effect of Feedbacks and Below-Threshold Instabilities on Bunched-Beam Longitudinal Diffusion Inflicted by an External RF-Noise*. — В кн.: Proceedings of 4-th European Particle Accelerator Conference EPAC-94, том 2, стр. 1087-1089, — Лондон, 1994.

- [6] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Изменение продольной формы сгустков в ускорителе У-70 с помощью шумовой ВЧ-гимнастики.* — Атомная энергия, том 93, вып. 6, стр. 456–460, 2002.
- [7] S. Ivanov, O. Lebedev. *Coasting Beam in HERA-p Ring.* Report DESY HERA 01–03, — Гамбург, 2001.
- [8] S. Ivanov, O. Lebedev. *Noise Performance Studies at the HERA-p Ring.* Report DESY HERA 03–02, — Гамбург, 2003.
- [9] S. Ivanov, O. Lebedev, R. Wagner. *Upgrading Noise Performance of 52 MHz RF Cavity B in the HERA-p Machine.* DESY Technical Note 2003–02, — Гамбург, 2003.
- [10] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Исследование возможности стохастического медленного вывода пучка из синхротрона У-70.* Препринт ИФВЭ 2004–22, — Протвино, 2004.
- [11] S. Ivanov, O. Lebedev. *A Stochastic Slow Extraction Scheme for U70 Synchrotron.* — В кн.: Proceedings of 19-th Russian Particle Accelerator Conference RuPAC-2004, том CD-ROM, стр. 192–194, — Дубна, 2004.
- [12] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Экспериментальное исследование режима стохастического медленного вывода пучка из синхротрона У-70.* — Приборы и техника эксперимента, том (вып.) 2, стр. 14–31, 2006.
- [13] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Цепь обратной связи для стохастического вывода протонов из синхротрона ИВФЭ. Разработка и эксперименты на пучке.* Препринт ИФВЭ 2006–3, — Протвино, 2006.
- [14] S. Ivanov, O. Lebedev. *Beam Tests of a Stochastic Slow Extraction in the U70.* — ICFA Beam Dynamics Newsletter, том (вып.) 36, стр. 60–62, 2005.

- [15] S. Ivanov. *Impedance Treatment of Longitudinal Coupled Bunch Feedbacks in a Proton Synchrotron*. Препринт ИФВЭ 96–8, — Протвино, 1996. (анг.).
- [16] S. Ivanov. *Impedance Matrix — an Unified Approach to Longitudinal Coupled Bunch Feedbacks in a Synchrotron*. — В кн.: Proceedings of 1995 US Particle Accelerator Conference and International Conference on High Energy Accelerators, том 5, стр. 2949–2951, — Даллас, 1995.
- [17] S. Ivanov. *Longitudinal Coupling Impedance Imposed by a Beam Feedback in a Synchrotron*. Nuclear Instruments & Methods in Physics Research, Sect. A, том 391, вып. 1, стр. 64–68, 1997.
- [18] С.В. Иванов. *Система обратной связи для стабилизации ускоряющего поля в УНК*. Препринт ИФВЭ 94–43, — Протвино, 1994.
- [19] С.В. Иванов, А.Ю. Маловицкий. *Система продольной обратной связи по пучку в УНК*. Препринт ИФВЭ 96–7, — Протвино, 1996.
- [20] S. Ivanov, A. Malovitsky. *Longitudinal Coupled Bunch Beam Feedback System in the UNK*. — В кн.: Proceedings of 5-th European Particle Accelerator Conference EPAC-96, том 2, стр. 1048–1050, — Барселона, 1996.
- [21] С.В. Иванов. *Фазо-частотный контур УНК*. Препринт ИФВЭ 98–31, — Протвино, 1998.
- [22] S. Ivanov. *Phase-Frequency Beam Feedback System in the UNK*. — В кн.: Proceedings of 17-th International Conference on High Energy Accelerators HEAC-98, том CD-ROM Rep. ID: 50b, — Дубна, 1998.
- [23] С.В. Иванов. *Ускорение интенсивного пучка протонов и системы обратной связи в проекте УНК (обзор)*. — В кн.: Сборник докладов 16 Совещания по ускорителям заряженных частиц, том 2, стр. 5–12, — Протвино, 1998.

- [24] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Анализ устойчивости комплекса обратных связей высокочастотной системы синхротрона У-70.* — Приборы и техника эксперимента, том (вып.) 5, стр. 6–19, 2002. Также, препринт ИФВЭ ОУ У-70 2001–46, — Протвино, 2001.
- [25] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Система подавления квадрупольных колебаний пучка в ускорителе У-70.* — Атомная энергия, том 93, вып. 6, стр. 460–464, 2002.
- [26] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. *Подавление самогруппировки пучка в ускорителе У-70.* Препринт ИФВЭ 99–39, — Протвино, 1999.
- [27] С.В. Иванов, В.И. Балбеков. *Микроволновая неустойчивость пучка в протонных синхротронах.* Атомная энергия, том 59, вып. 1, стр. 42–48, 1985. Также, препринт ИФВЭ ОУНК 84–28 — Серпухов, 1984.
- [28] С.В. Иванов, В.И. Балбеков. *Пороги продольной неустойчивости сгруппированного пучка в протонных синхротронах.* Атомная энергия, том 60, вып. 1, стр. 45–51, 1986. Также, препринт ИФВЭ ОУНК 84–211, — Серпухов, 1984.
- [29] С.В. Иванов, В.И. Балбеков. *Исследование методов подавления продольной неустойчивости сгруппированного пучка при помощи затухания Ландау.* Атомная энергия, том 62, вып. 2, стр. 98–104, 1987.
- [30] С.В. Иванов, В.И. Балбеков. *Продольные неустойчивости пучка в протонных синхротронах (обзор).* — В кн.: Труды 13 Международной Конференции по ускорителям высоких энергий, том 2, стр. 124–129, — Новосибирск, Наука, 1987.
- [31] С.В. Иванов. *Пороги продольной неустойчивости встречных p^+p^- или e^-e^+ пучков в накопителе.* Препринт ИФВЭ 89–163, — Серпухов, 1989. (рус./анг.).

Рукопись поступила 10 мая 2006 года.

С.В. Иванов
Исследование и применение стохастических эффектов в протонном синхротроне.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **L^AT_EX**.

Редактор Н.В. Ежела.

Подписано к печати 06.05.2006. Формат 60 × 84/8.
Офсетная печать. Печ.л. 3,32. Уч.-изд.л. 2,85. Тираж 100. Заказ 59
Индекс 3649. ЛР т020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т 2006-6, И Ф В Э, 2006
