ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 96-7
ОУНК

С.В. Иванов, А.Ю. Маловицкий

СИСТЕМА ПРОДОЛЬНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ПО ПУЧКУ В УНК

Протвино 1996

УДК 621.384.634 М–24

Аннотация

Иванов С.В., Маловицкий А.Ю. Система продольной обратной связи по пучку в УНК: Препринт ИФВЭ 96-7. – Протвино, 1996. – 21 с., 6 рис., библиогр.: 6.

Для подавления продольных ошибок инжекции и обеспечения лучшей устойчивости связанных колебаний сгустков на нечетных мультипольных модах в протонном синхротроне УНК предполагается использовать систему обратной связи по пучку. Полоса пропускания этой системы в несколько раз превышает частоту обращения частиц. В качестве исполняющего устройства рассматривается пара резонаторов штатной ускоряющей системы со сниженной добротностью, возбуждаемых в квадратуре к основному ускоряющему полю. Для определения запаса по устойчивости пучка и скорости демпфирования ошибок инжекции используется импедансный подход к анализу систем обратной связи в частотной области. Проверка работоспособности этой системы проводилась также численным методом макрочастиц. Определены технические контуры системы обратной связи по пучку, которая, действуя совместно с радиотехнической системой обратной связи вокруг оконечных каскадов усиления ускоряющей системы, способна обеспечить требуемые параметры сгустков в УНК.

Abstract

Ivanov S.V., Malovitsky A.Yu. Longitudinal Coupled-Bunch Beam Feedback System in UNK: IHEP Preprint 96-7. – Protvino, 1996. – p. 21, figs. 6, refs.: 6.

To damp longitudinal injection errors and ensure better stability against coupled-bunch lower-order odd multipole instabilities in the UNK proton synchrotron a band-pass coupled-bunch beam feedback near RF is proposed, its bandwidth exceeding a revolution frequency. The employment of a pair of issued over-coupled RF cavities driven in quadrature to the net accelerating voltage as its acting device is foreseen. A frequency-domain impedance treatment is applied to find feasible beam stability safety margins and damping rates of injection transients. The operational performances of the system are verified in time domain with a macroparticle tracking. Being employed together with an RF feedback around power amplifiers driving accelerating cavities, the beam feedback proposed is shown to yield beam parameters which comply with the UNK Project's requirements.

© Государственный научный центр
Российской Федерации
Институт физики высоких энергий, 1996

Введение

В протонном синхротроне УНК [1] предполагается использовать две системы продольной обратной связи (ОС) с полосой пропускания, существенно превышающей частоту обращения пучка по орбите, и центральной частотой, близкой к частоте ускорения.

Первая предназначена для стабилизации ускоряющего поля и описана в работе [2]. Это чисто радиотехническая ОС вокруг оконечных каскадов усиления с двумя низкочастотными каналами (синфазным и квадратурным) и однооборотной временной задержкой. Она использует внешний опорный сигнал и противодействует отклонениям амплитуды и фазы ускоряющего напряжения от номинальных в условиях сильной периодической помехи. Ее роль выполняет напряжение, наводимое на резонаторах азимутально несимметричным пучком (период такой помехи равен периоду обращения частиц по орбите). При этом помимо собственно стабилизации ускоряющего поля значительно ослабляются два наиболее опасных эффекта в продольной динамике частиц, вызываемых рабочим видом колебаний ускоряющих резонаторов: импульсная нагрузка током и сильные мультипольные неустойчивости пучка.

Обычно действие этой системы вполне обоснованно интерпретируется как уменьшение эффективного импеданса связи пучка с резонатором. Однако оговоримся, что преобразование спектра сигнала в подобных цепях ОС может усложнить столь простую картину: импеданс связи расщепляется в двумерную комплексную функцию в окрестности каждой гармоники частоты обращения. Этот вопрос исследован в работе [2].

В данной работе рассматривается вторая из упомянутых систем — продольная ОС по пучку. В качестве ее исполняющего устройства в УНК [1] предусмотрено использование двух резонаторов штатной ускоряющей системы, возбуждаемых в квадратуре к суммарному ускоряющему полю. Для увеличения быстродействия предполагается уменьшить их нагруженную добротность в несколько раз по сравнению с номинальной. Основное отличие этой системы от предыдущей состоит в

том, что ее пикап и исполняющее устройство разнесены по орбите, а контур управления включает в себя продольную передаточную функцию пучка. Данная система демпфирует продольные ошибки инжекции и контролирует наиболее опасное дипольное когерентное движение пучка. (Впрочем, ее действие распространяется на все нечетные мультипольные моды.) Следует подчеркнуть, что эти системы взаимно дополняют друг друга.

С одной стороны, ОС по пучку не в состоянии в одиночку справиться с дестабилизирующим эффектом более многочисленных ускоряющих резонаторов (всего 12). Импедансы связи их рабочего вида колебаний должны быть существенно ослаблены первой системой и в таком виде учитываться в расчетах ОС по пучку.

С другой стороны, система стабилизации ускоряющего поля обеспечивает устойчивую, синхронизованную с внешним опорным сигналом картину траекторий на продольной фазовой плоскости. Эта картина почти не зависит от азимутальной структуры пучка и его когерентного движения. При этом ошибки инжекции приводят к обычным колебаниям рассогласованного пучка, наблюдаемым как сигналы на боковых полосах гармоник частоты обращения. Тогда ОС по пучку может быть спроектирована как чисто динамическая система с периодическими полосно-заграждающими фильтрами на гармониках частоты обращения. Это подавит сигналы нагрузки током стационарного пучка, на фоне которых трудно было бы выделить относительно слабые сигналы, связанные с когерентным движением. Таким образом, ОС по пучку освобождается, вообще говоря, от несвойственных ей функций по контролю за стационарными параметрами сгустков.

Последовательное изложение импедансного подхода к расчету цепей продольной ОС по пучку в синхротроне и вывод характеристического уравнения содержатся в работе [3]. Поэтому далее теория вопроса обсуждается только в кратком плане со ссылками на эту работу, а главное внимание посвящено выбору технических контуров системы ОС для протонного синхротрона УНК-1.

1. Характеристическое уравнение

Вводные замечания

Введем азимут в сопровождающей системе $\vartheta = \Theta - \omega_s t$, где Θ — обобщенный азимут ускорителя в лабораторной системе; ω_s — угловая скорость равновесной частицы, t — время.

Ток пучка $J(\vartheta, t)$ и продольное электрическое поле $E(\vartheta, t)$ представляются в виде суммы бегущих по азимуту волн:

$$\sum\nolimits_k (J, E)_k\,(\Omega)\ \mathrm{e}^{ik\vartheta - i\Omega t}, \tag{1}$$

где Ω обозначает частоту преобразования Фурье в сопровождающей системе. В лабораторной системе ей соответствует сигнал на боковых полосах гармоник частоты обращения $\omega = k\omega_s + \Omega$.

Обратная связь по отклонению

Идеальная ускоряющая система характеризуется тремя параметрами: кратностью ускорения q, амплитудой напряжения V_0 и равновесной фазой φ_s. Эта система должна поддерживать синхронную с пучком волну электрического поля:

$$E^{(0)}(\vartheta) = L^{-1} V_0 \cos(q\vartheta + \varphi_s), \qquad \eta\varphi_s < 0, \tag{2}$$

стационарную в сопровождающей системе. Здесь L — длина ускорителя; $\eta = \alpha - \gamma^{-2}$; α — коэффициент расширения орбит; γ — релятивистский фактор.

Пусть идеальный пучок (ему соответствует нулевая реакция цепи ОС) согласован с сепаратрисами поля (2). Это означает, что он стационарен, имеет ток $J^{(0)}(\vartheta, t) = J^{(0)}(\vartheta)$ и линейчатый спектр:

$$J_k^{(0)}(\omega) = 2\pi\, \delta(\omega - k\omega_s) J_k^{(0)}. \tag{3}$$

Начало отсчета $\vartheta = 0$ совмещено с центром одного из сгустков этого пучка.

На практике невозможно получить ускоряющее поле, точно совпадающее с расчетным (2). Пусть сторонние факторы добавляют к нему некоторое дополнительное поле $E^{(ext)}(\vartheta, t)$, возмущающее движение частиц. Оно не зависит от пучка, и его природа здесь не важна. Соответствующее возмущение тока обозначим $J(\vartheta, t)$. Система ОС по пучку реагирует на отклонения параметров пучка от эталонных (3), индуцируя сигнал коррекции $E^{(fb)}(\vartheta, t)$. Суммарная ошибка по ускоряющему полю становится равной

$$E^{(tot)}(\vartheta, t) = E^{(ext)}(\vartheta, t) + E^{(fb)}(\vartheta, t). \tag{4}$$

В $E^{(fb)}(\vartheta, t)$ мы учитываем не только полезный корректирующий сигнал от штатной системы ОС, но и поле, наводимое $J(\vartheta, t)$ на элементах вакуумной камеры. Его можно трактовать как сигнал паразитной обратной связи через импеданс камеры.

Отклик $E^{(fb)}(\vartheta, t)$ цепи ОС по пучку линейно зависит от величины сигнала рассогласования $J(\vartheta, t')$ относительно номинала $J^{(0)}(\vartheta)$ в предшествующие моменты времени $t' \leq t$. Конкретный вид соответствующей передаточной функции определяется технической реализацией системы ОС. Естественно в дальнейшем интерпретировать ее воздействие на пучок как внесение дополнительного импеданса связи.

В свою очередь, когерентное возмущение тока пучка $J(\vartheta, t)$ линейно зависит от суммарной ошибки поля $E^{(tot)}(\vartheta, t')$ в $t' \leq t$. Эта зависимость — продольная передаточная функция пучка — рассчитывается по стандартной методике, принятой в теории когерентных неустойчивостей.

Совместное рассмотрение двух указанных каналов связи между полем на орбите и пучком приводит к соответствующему характеристическому уравнению. Оно определяет собственные частоты — полюса передаточной функции системы в замкнутом состоянии. В сущности, роль ОС по пучку сводится к контролю за размещением этих полюсов на комплексной плоскости ω. При этом переход хотя бы одной из собственных частот в верхнюю полуплоскость $\operatorname{Im}\omega > 0$ означает

самовозбуждение системы, наблюдаемое как когерентная неустойчивость пучка. Отсюда следует, что полюса должны находиться в нижней полуплоскости. При этом ордината самого верхнего полюса характеризует постоянную времени системы, охваченной ОС.

Продольный импеданс связи

В теории когерентных неустойчивостей линейную связь между электрическим полем и током пучка принято записывать в терминах продольных импедансов связи. С учетом действия цепи ОС, имеющей центральную частоту вблизи $\omega \simeq (\pm q\omega_s)$, эта связь имеет вид

$$\begin{aligned} E_k^{(fb)}(\Omega) &= -L^{-1}\Big(Z_{kk}(\omega)\, J_k(\Omega) + \\ &\quad + Z_{kk}^{(fb)}(\omega)\, J_k(\Omega) + Z_{k,k-2q\mathrm{sgn}k}^{(fb)}(\omega)\, J_{k-2q\mathrm{sgn}k}(\Omega)\Big), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\omega = k\omega_s + \Omega$, $|k| \sim q$, $|\Omega| \ll \omega_s$.

Первое слагаемое в (5) прямо следует из линейности уравнений Максвелла и является обычным импедансом связи пучка с пассивными элементами камеры ($\mathrm{Re}\, Z_{kk}(\omega) \geq 0$). Остальные соответствуют активному корректирующему воздействию цепи ОС и записаны с учетом линейности операций демодуляции и модуляции над медленно меняющимися сигналами (с ними работает большинство систем продольной ОС). На эти слагаемые не распространяется ограничение $\mathrm{Re}\, Z_{kk}(\omega) \geq 0$, что означает возможность внесения затухания в когерентное движение пучка. “Недиагональный” импеданс $Z_{k,k-2q\mathrm{sgn}k}(\omega)$ появляется при несбалансированных сдвигах спектра сигнала в цепи ОС с неидентичными синфазным и квадратурным каналами [2]. Он заведомо присутствует, скажем, при отключении синфазного канала (контроля амплитуды), как это происходит в системе ОС, рассматриваемой ниже.

Передаточная функция пучка

Она находится с помощью линеаризованного уравнения Власова по обычной методике, принятой в теории когерентных неустойчивостей. Изложение этой методики выходит за рамки настоящей работы, поэтому далее для справки приведены только итоговые формулы, использовавшиеся в расчетах.

Из-за азимутальной неоднородности сгруппированного пучка его передаточная функция носит матричный характер,

$$J_k(\Omega) = L \sum_{k'=-\infty}^{\infty} y_{kk'}(\Omega)\, E_{k'}^{(tot)}(\Omega), \tag{6}$$

где $y_{kk'}(\Omega)$ обозначает матрицу проводимости. Для пучка из M одинаковых равноотстоящих сгустков она имеет наиболее простой вид

$$y_{kk'}(\Omega) = C J_0\left(Y_{kk'}(\Omega)/k'\right) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta_{k-k',lM}, \tag{7}$$

$$C = \Omega_0^2 / \left(qV_0 \sin\varphi_s\right), \tag{8}$$

где J_0 — средний по орбите ток пучка; Ω_0 — круговая частота малых синхротронных колебаний; $\delta_{kk'}$ — символ Кронекера. Величины $Y_{kk'}(\Omega)$ обозначают дисперсионные интегралы

$$Y_{kk'}(\Omega) = -i \sum_{m=-\infty}^{\infty} m \int_0^{\infty} \frac{\partial F_0(\mathcal{J})/\partial \mathcal{J}}{\Omega - m\Omega_s(\mathcal{J})} I_{mk}(\mathcal{J})\, I^*_{mk'}(\mathcal{J})\, d\mathcal{J}, \tag{9}$$

$$I^*_{mk}(\mathcal{J}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathrm{e}^{ik\vartheta(\mathcal{J},\psi) - im\psi}\, d\psi. \tag{10}$$

Здесь $(\psi, \mathcal{J})$ — переменные угол-действие на продольной фазовой плоскости $(\vartheta, \vartheta' \equiv d\vartheta/dt)$; $\Omega_s(\mathcal{J}) = d\psi/dt$ — частота нелинейных синхротронных колебаний; $F_0(\mathcal{J})$ — равновесная функция распределения, нормированная на единицу; $I^*_{mk}(\mathcal{J})$ — коэффициенты разложения плоской волны в ряд по мультиполям m.

Выражение (9) справедливо в верхней полуплоскости комплексной частоты Ω. Чтобы обеспечить аналитическое продолжение $Y_{kk'}(\Omega)$, в нижнюю полуплоскость, при $\operatorname{Im}\Omega < 0$ к (9) надо добавить слагаемое

$$\Delta Y_{kk'}(\Omega) = 2\pi \sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{sgn}(\operatorname{Im}\mathcal{J}_m) \left(\frac{\partial F_0(\mathcal{J})/\partial \mathcal{J}}{\partial \Omega_s(\mathcal{J})/\partial \mathcal{J}} I_{mk}(\mathcal{J})\, I^*_{mk'}(\mathcal{J}) \right)_{\mathcal{J}=\mathcal{J}_m}, \tag{11}$$

где $\mathcal{J}_m$ — комплексный корень уравнения $\Omega = m\Omega_s(\mathcal{J})$ с $\operatorname{Re}\mathcal{J}_m > 0$ и $\operatorname{Im}\mathcal{J}_m \to 0$ при $\operatorname{Im}\Omega \to 0$. Предполагается, что $\mathcal{J}_m$ являются простыми полюсами подынтегральной функции (9). По отрицательной части действительной оси комплексной плоскости $\mathcal{J}$ проходит разрез.

Для сгустка без разброса частот

$$Y_{kk'}(\Omega) = ik\,k' \textstyle\sum_{m=1}^{\infty} m^2 \Phi^{(m)}_{kk'} / \left(\Omega^2 - (m\Omega_0)^2\right), \tag{12}$$

где $\Phi^{(m)}_{kk'}$ обозначает формфактор сгустка ($\Phi^{(m)}_{kk'} \to \delta_{|m|,1}$ при $\Delta\vartheta_0 \to 0$),

$$\Phi^{(m)}_{kk'} = 2\Omega_0 \int_0^{\infty} (-\partial F_0(\mathcal{J})/\partial \mathcal{J})\, (I_{mk}(\mathcal{J})/k)\, (I^*_{mk'}(\mathcal{J})/k')\, d\mathcal{J}. \tag{13}$$

Характеристическое уравнение

Обозначим азимутальные моды связанных колебаний сгустков пучка индексом $n = 0, 1, \ldots, M-1$. Каждой моде соответствует сдвиг фазы синхротронных колебаний между соседними сгустками, равный $2\pi n/M$.

Пусть полоса цепи ОС много меньше частоты следования сгустков $M\omega_s$. Тогда внутри этой полосы одновременно оказывается не более двух гармоник поля и тока пучка, принадлежащих моде n. Их номера суть

$$k_1 = n + l_1 M,\ \ k_1 \sim q > 0; \qquad k_2 = n + l_2 M,\ \ k_2 \sim -q < 0, \tag{14}$$

где $l_{1,2}$ — целые числа.

В интересующей нас области относительно низких частот $\omega \simeq (\pm q\omega_s)$ справедливо предположение, что разные мультипольные моды индивидуальных колебаний сгустка (они нумеруются индексом $m \neq 0$) возбуждаются независимо. Это означает, что при $\Omega \simeq m\Omega_0$ в $Y_{kk'}(\Omega)$ можно оставить одно резонансное слагаемое $Y_{kk'}(\Omega) \simeq Y_{kk'}^{(m)}(\Omega)$.

Тогда совместное рассмотрение уравнений (4)–(6) приводит к характеристическому уравнению для моды (n, m) колебаний пучка [3]

$$1 + CJ_0 \left(\mu_{nm}(\Omega) + \mu_{nm}^{(fb)}(\Omega)\right) Y_{qq}(\Omega) = 0. \tag{15}$$

Величины $\mu_{nm}(\Omega)$ и $\mu_{nm}^{(fb)}(\Omega)$ имеют смысл эффективных импедансов неустойчивости на боковых полосах $\Omega \simeq m\Omega_0$ частот моды n. Это суммы приведенных импедансов из (5):

$$\mu_{nm}(\Omega) = Z_{k_1k_1}(k_1\omega_s + \Omega)/k_1 + \ \ldots \quad k_1 \to k_2, \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \mu_{nm}^{(fb)}(\Omega) &= Z_{k_1k_1}^{(fb)}(k_1\omega_s + \Omega)/k_1 + \\ &+ (-1)^m Z_{k_1,k_1-2q}^{(fb)}(k_1\omega_s + \Omega)/k_1 + \\ &+ \ \ldots \quad k_1 \to k_2, \quad q \to -q. \end{aligned} \tag{17}$$

Появление множителя $(-1)^m$ связано с симметрией $J_{-k}(\Omega) \simeq (-1)^m J_k(\Omega)$ гармоник возмущения тока. Слагаемые с $(-1)^m$, если таковые имеются, отвечают за неодинаковую эффективность подавления мультипольных колебаний разной четности. Например, действие ОС с контролем по фазе распространяется только на нечетные, с контролем по амплитуде — на четные мультиполи.

При подавлении ошибок инжекции коэффициент усиления в цепи ОС и, следовательно, $\mu_{nm}^{(fb)}(\Omega)$ может изменяться обратно пропорционально, например, среднему току пучка. Поэтому множитель J_0 (в принципе, его можно включить в константу C) в (7) и (15) записан отдельно.

Для практического применения уравнения (15) осталось выразить импеданс связи, вносимый цепью ОС, через передаточные функции ее звеньев и параметры выбранной рабочей точки. Этот вопрос рассмотрен в следующем разделе.

2. Обратная связь по пучку

Структурная схема цепи ОС

Будем исходить из известной возможности представления произвольного полосового сигнала в виде суммы двух амплитудно-модулированных колебаний — синфазного (c) и квадратурного (s), [4]. Поэтому в общем случае цепь ОС должна иметь два соответствующих канала контроля. Ее структурная схема показана на рис.1 (см., например, работу [5]).

Возможен и несколько иной подход к построению ОС, основанный на измерении и коррекции фазы и(или) амплитуды полосового сигнала. Однако иссле-

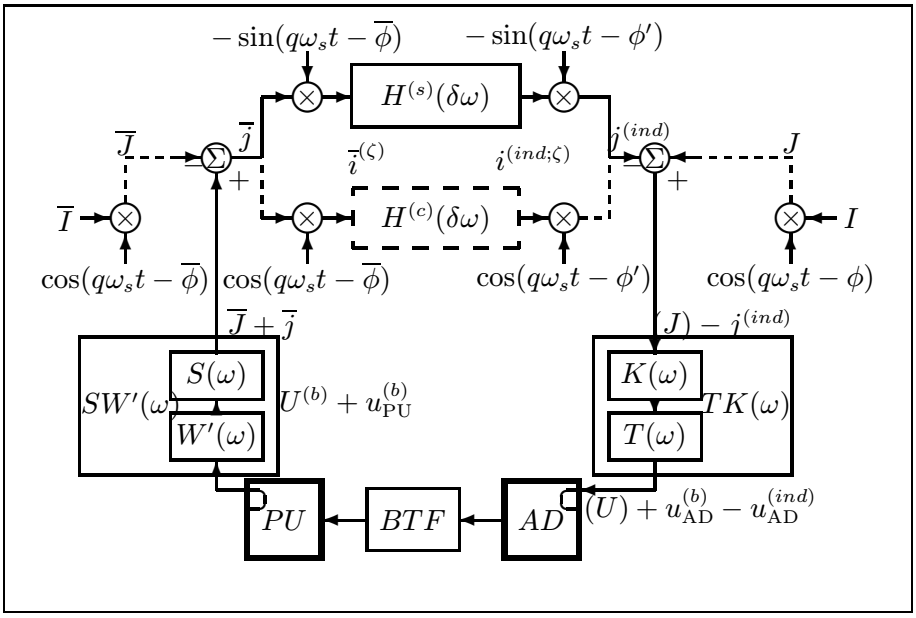

Рис. 1. Структурная схема.

дование устойчивости таких систем неизбежно сводится к линейному синфазно-квадратурному представлению сигналов отклонения от рабочей точки. А это, по сути, эквивалентно анализу поведения локальной ОС типа схемы, показанной на рис.1.

Частотные характеристики каналов могут отличаться ($H^{(s)} \neq H^{(c)}$) вплоть до полного отключения одного из них. Так, в системах фазового контроля вовсе отсутствует амплитудный канал. Именно этот случай мы исследуем далее, хотя заранее условие $H^{(c)} \equiv 0$ не используется. Тем самым учитывается возможность создания в УНК в случае необходимости синфазного канала для контроля за четными мультиполями.

Оговоримся, что рис.1 — это лишь принципиальная схема цепи ОС, показывающая основные преобразования сигналов в системе. Конкретная техническая реализация в деталях (положение узла сравнения, если таковой необходим, явное присутствие опорного сигнала и т.п.) может отличаться от представленной схемы.

Для определенности будем рассматривать цепь ОС с пикапом (PU) и исполняющим устройством (AD) резонаторного типа. В них могут возбуждаться продольные электрические поля

$$E^{(a)}(\Theta,t) = L^{-1}G^{(a)}(\Theta)\,u_a(t); \qquad a = \mathrm{PU}, \mathrm{AD}, \tag{18}$$

где $u_a(t)$ — напряжение на зазоре устройства. Функция $G^{(a)}(\Theta)$ с периодом 2π характеризует способ локализации поля на орбите (собственная функция рабочего вида колебания устройства, взятая на оси). Пусть она нормирована условием $\int_0^{2\pi}|G^{(a)}(\Theta)|d\Theta = 2\pi$. Тогда коэффициенты $G^{(a)}_k$ разложения в ряд Фурье $\sum_k G^{(a)}_k \mathrm{e}^{ik\Theta}$ приобретают смысл комплексных факторов пролетного времени на

частотах $\omega = k\omega_s$ с $|G_k^{(a)}| \leq 1$; величина $\arg G_k^{(a)}$ пропорциональна азимутальной координате устройства $\Theta^{(a)}$.

Представление пикапа в виде объемного резонатора не является принципиальным. От него несложно отказаться, подставив в конечные формулы передаточную функцию произвольного (но короткого) пикапа.

Рабочая точка цепи ОС

Установка рабочей точки цепи ОС включает: а) настройку фазы несущих колебаний, осуществляющих сдвиги спектра сигнала, с учетом координат пикапа и исполняющего устройства и фазовых набегов между ними; б) выбор эталонного сигнала для устройства сравнения.

Пусть $-W'(\omega)$, $\operatorname{Re} W'(\omega) \geq 0$ — передаточная функция от тока пучка к напряжению на зазоре пикапа; $S(\omega)$ — чувствительность измерительного канала, имеющая размерность проводимости. В случае каскадного соединения звеньев используем упрощенную запись:

$$SW'(\omega) = S(\omega)\, W'(\omega). \tag{19}$$

Установим фазу демодулирующего опорного колебания как

$$\overline{\phi} = \pi + \arg\left(SW'(q\omega_s)\, G_{-q}^{(\mathrm{PU})}\right). \tag{20}$$

Такую фазу имела бы измеренная радиогармоника тока пучка из q точечных сгустков, находящихся в центрах сепаратрис поля (2).

Пусть $K(\omega)$ — безразмерная передаточная функция по току от входа ВЧ-усилителя через фидер к зазору исполняющего устройства; $T(\omega)$ — передаточная функция от тока ВЧ-генератора в узле связи к напряжению на зазоре. Как и выше, используем упрощенную запись:

$$TK(\omega) = T(\omega)\, K(\omega). \tag{21}$$

Установим фазу модулирующего опорного колебания как

$$\phi' \;=\; \varphi_s - \arg\left(TK(q\omega_s)\, G_q^{(\mathrm{AD})}\right). \tag{22}$$

Такую фазу имел бы ток возбуждения ВЧ-усилителя, обеспечивающий синфазный вклад исполняющего устройства в ускоряющее поле (2).

В динамических цепях ОС вычитание эталонного сигнала (это ток (3), пропущенный через звено SW') из измеренного суммарного тока осуществляется периодическими полосно-заграждающими фильтрами на частотах $k\omega_s$. Поэтому явное устройство сравнения требуется только в цепях ОС с $H^{(\zeta)}(k\omega_s) \neq 0$, контролирующих, помимо когерентного движения, еще и стационарные параметры сгустков.

При выборе рабочей точки по формулам (20) и (22) происходит полная компенсация пролетных эффектов на частоте $\omega = (\pm q\omega_s)$, возникающих из-за конечного расстояния между пикапом и исполняющим устройством (их координаты учитываются посредством $\arg G_k^{(a)}$).

Матрица импедансов

Пусть полоса пропускания звеньев $H^{(\zeta)}(\omega)$ много меньше радиочастоты, $\Delta\omega_H \ll q\omega_s$. Как показано в работах [2] и [3], в этом приближении состояние системы описывается в терминах двухкомпонентных векторов-столбцов $\vec{u}(\delta\omega)$. В них представлены значения полосового сигнала $u(\omega)$ на положительных и отрицательных частотах:

$$\vec{u}(\delta\omega) = \begin{pmatrix} u(q\omega_{\rm s} + \delta\omega) \\ u(-q\omega_{\rm s} + \delta\omega) \end{pmatrix}, \tag{23}$$

где $\delta\omega$ — малая расстройка частоты; $|\delta\omega| \ll q\omega_s$.

Будем считать, что наводимое пучком на пикапе поле само по себе не влияет на динамику частиц, а служит просто входным сигналом для цепи ОС. Тогда корректирующее напряжение можно записать в виде

$$\vec{u}^{(tot)}_{\rm AD}(\delta\omega) = \vec{u}^{(b)}_{\rm AD}(\delta\omega) - \vec{u}^{(ind)}_{\rm AD}(\delta\omega), \tag{24}$$

где индексы (b) и (ind) указывают соответственно на поля, наводимые пучком и собственно цепью ОС. Последнее линейно связано с напряжением на пикапе через передаточную функцию разомкнутого канала ОС

$$\vec{u}^{(ind)}_{\rm AD}(\delta\omega) = \widehat{\chi}(\delta\omega)\ \vec{u}^{(b)}_{\rm PU}(\delta\omega), \tag{25}$$

где $\widehat{\chi}(\delta\omega)$ есть матрица размерности 2×2 с элементами

$$\chi_{11}(\delta\omega) = \frac{1}{4}TK(q\omega_{\rm s}+\delta\omega)S(q\omega_{\rm s}+\delta\omega)\left(H^{(c)}(\delta\omega)+H^{(s)}(\delta\omega)\right)\times \times\exp\left(+i(\phi'-\overline{\phi})\right); \tag{26}$$

$$\chi_{12}(\delta\omega) = \frac{1}{4}TK(q\omega_{\rm s}+\delta\omega)S(-q\omega_{\rm s}+\delta\omega)\left(H^{(c)}(\delta\omega)-H^{(s)}(\delta\omega)\right)\times \times\exp\left(+i(\phi'+\overline{\phi})\right); \tag{27}$$

$$\chi_{22}(\delta\omega) = \chi_{11}(-\delta\omega^*)^*, \qquad \chi_{21}(\delta\omega) = \chi_{12}(-\delta\omega^*)^*. \tag{28}$$

Напряжения, наводимые пучком на пикапе и исполняющем устройстве (замкнутые объемные резонаторы), имеют вид

$$u^{(b)}_a(\omega) = -\begin{pmatrix} W'(\omega) \\ T'(\omega) \end{pmatrix} \sum\nolimits_{k=-\infty}^{\infty} G^{(a)}_{-k}\, J_k(\omega), \tag{29}$$

где — $T'(\omega)$; $\mathrm{Re}\,T'(\omega) \geq 0$ — передаточная функция от тока пучка к напряжению на зазоре исполняющего устройства (для объемного резонатора $T'(\omega) = T(\omega)$.) Подстановка (29) в (24) и (25) дает передаточную функцию “возмущение тока пучка – корректирующее напряжение” разомкнутой системы ОС в общем виде.

Однако согласно принципу резонансного ускорения в уравнениях (24), (25), (29) достаточно оставить лишь слагаемые, описывающие систематическое воздействие

на пучок. Именно они учитываются в понятии вносимых цепью ОС импедансов связи, которые в нашем случае имеют вид [3]

$$
\begin{aligned}
Z_{kk}(\omega) &= T'(\omega)|G_k^{(\mathrm{AD})}|^2 + \ldots, && (30)\\
Z_{kk}^{(fb)}(\omega) &= -\chi_{11}(\omega - q\omega_s)\, W'(\omega)\, G_k^{(\mathrm{AD})} G_{-k}^{(\mathrm{PU})}, && (31)\\
Z_{k,k-2q}^{(fb)}(\omega) &= -\chi_{12}(\omega - q\omega_s)\, W'(\omega - 2q\omega_s)\, G_k^{(\mathrm{AD})} G_{-k+2q}^{(\mathrm{PU})}. && (32)
\end{aligned}
$$

Здесь $\omega = k\omega_s + \Omega$; $k \sim q > 0$; $|\Omega| \ll \omega_s$. Соответствующие выражения для области отрицательных частот $k \sim -q < 0$ можно получить с помощью $Z_{-k,-k'}(-\omega^*)^* = Z_{kk'}(\omega)$.

Выражение (30) есть импеданс связи самого исполняющего устройства как пассивной структуры, а многоточие ... обозначает импедансы прочих пассивных элементов вакуумной камеры.

3. Технические контуры системы

Приведем результаты расчета одного из вариантов системы ОС по пучку для подавления когерентных продольных колебаний сгустков в УНК.

Исполняющее устройство

Рассмотрим плато инжекции в первую ступень УНК [1]: амплитуда напряжения $V_0 = 4{,}5$ МВ; синхронная фаза $\varphi_s = -\pi/2$; частота обращения $\omega_s/2\pi = 14{,}43$ КГц; кратность ускорения $q = 13860$; средний ток пучка $J_0 = 1{,}6$ А в $M = q$ сгустках; фазовый полуразмер сгустка $q\Delta\vartheta_0/\pi = 0{,}54$; частота малых синхротронных колебаний $\Omega_0/2\pi = 96$ Гц.

Ускоряющее поле создается $N_{\mathrm{AC}} = 6 \times 2 = 12$ резонаторами с нагруженными добротностью $Q_T = 3100$ и шунтовым сопротивленим каждого $R_T = 0{,}5$ МОм. Еще пару таких резонаторов предполагается использовать в качестве исполняющего устройства системы ОС по пучку, $N_{\mathrm{AD}} = 2$. Примем, что для увеличения быстродействия величины Q_T и R_T снижены в пять раз: $Q_T = 620$, $R_T = 0{,}1$ МОм. Передаточные функции объемного резонатора имеют вид

$$
T(\omega) = T'(\omega) = R_T \times \left(1 - iQ_T \frac{\omega^2 - \omega_T^2}{\omega\omega_T}\right)^{-1}. \qquad (33)
$$

Пусть собственная частота ω_T точно совпадает с радиочастотой, $\omega_T = q\omega_s$.

Рабочим является вид колебаний E_{010}, поэтому функция $G^{(a)}(\Theta)$ кусочно постоянна и отлична от 0 при $|\Theta - \Theta^{(a)}| \le \Delta\Theta^{(a)}/2$, где $\Delta\Theta^{(a)} = 1{,}512 \cdot 10^{-4}$ рад. (Это соответствует резонатору длиной 0,5 м.) Отсюда

$$
G_k^{(a)} = \frac{\sin(k\Delta\Theta^{(a)}/2)}{k\Delta\Theta^{(a)}/2} \exp(-ik\Theta^{(a)}), \quad a = \mathrm{AD}. \qquad (34)
$$

Пикап, измерительная цепь и ВЧ-усилитель

Будем считать передаточные функции $W'(\omega)$ пикапа, $S(\omega)$ измерительного канала и $K(\omega)$ ВЧ-усилителя с волноводным фидером широкополосными в масштабе полосы пропускания исполняющего устройства $\omega_T/(2Q_T)$. Тогда можно принять

$$SW'(\omega) = 1, \qquad K(\omega) = 1. \tag{35}$$

Вещественный коэффициент усиления по току (масштабный множитель) звеньев $SW'(\omega)$, $K(\omega)$, как и временно́е запаздывание в них, приписываем передаточной функции $H^{(s)}(\delta\omega)$ квадратурного канала. Пикап считаем коротким,

$$G^{(a)}(\Theta) = 2\pi\delta(\Theta - \Theta^{(a)}), \quad a = \mathrm{PU}. \tag{36}$$

Квадратурный канал

Предположим, что в квадрупольном канале установлен идеальный трехточечный КИХ фильтр на линиях задержки с общим запаздыванием на один оборот:

$$H^{(s)}(\delta\omega) = A^{(s)} \exp\left(2\pi i\delta\omega/\omega_s\right) \sum\nolimits_{h=0}^{2} w_h \exp\left(2\pi i\delta\omega d_1 h/\omega_s\right). \tag{37}$$

Здесь w_h — вещественные весовые коэффициенты; d_1 — период отсчетов в единицах числа оборотов; $A^{(s)} > 0$ — вещественный коэффициент усиления от квадратурной составляющей тока пучка в пикапе к ВЧ-току возбуждения исполняющего устройства (пересчитанного к его зазору). Фильтр нижних частот, обеспечивающий $\Delta\omega_H \ll q\omega_s$, в (37) для краткости опущен.

Коэффициенты w_h определяются исходя из двух условий.

(а) Звено $H^{(s)}(\delta\omega)$ является периодическим полосно-заграждающим фильтром, т.е.

$$H^{(s)}(k\omega_s) = A^{(s)} \sum\nolimits_{h=0}^{2} w_h = 0. \tag{38}$$

(б) Оно обеспечивает заданный сдвиг υ-фазы сигнала на боковых полосах дипольных колебаний, т.е.

$$H^{(s)}(k\omega_s + \Omega_0) = A^{(s)} \exp(-i\upsilon). \tag{39}$$

При квадратурном сдвиге $\upsilon = \pi/2$ (это общепринятый вариант настройки цепи ОС по пучку) наибольшее активное корректирующее воздействие направлено на моду $(n, m) = (0, 1)$, представляющую колебания центра тяжести всего пучка,

$$\mathrm{Re}\,\mu_{01}^{(fb)}(\Omega_0) \simeq \min_n \left(\mathrm{Re}\,\mu_{n1}^{(fb)}(\Omega_0)\right) < 0, \qquad \mathrm{Im}\,\mu_{01}^{(fb)}(\Omega_0) \simeq 0.$$

Однако оговоримся, что мода $(n, m) = (0, 1)$ не обязательно является самой опасной. Тогда подбором параметра υ можно настроить цепь ОС на чисто активную коррекцию любой моды (n, m) (нечетные m), совместимой с диапазоном перестройки центральной частоты цепи ОС.

Разрешив уравнения (38) и (39) относительно w_h, получаем

$$w_0 = (+\sin\varphi - \cos\varphi\ \mathrm{ctg}(\delta\varphi_1/2))\,/(2\sin\delta\varphi_1), \tag{40}$$

$$w_1 = \cos\varphi/(2\sin^2(\delta\varphi_1/2)), \tag{41}$$

$$w_2 = (-\sin\varphi - \cos\varphi\ \mathrm{ctg}(\delta\varphi_1/2))\,/(2\sin\delta\varphi_1), \tag{42}$$

$$\varphi = \upsilon + \delta\varphi_0 + \delta\varphi_1, \quad \delta\varphi_0 = 2\pi\Omega_0/\omega_s, \quad \delta\varphi_1 = 2\pi\Omega_0 d_1/\omega_s. \tag{43}$$

Выбор периода отсчетов d_1 — результат компромисса между несколькими противоречивыми требованиями. С одной стороны, при малых d_1 возрастает роль технических погрешностей при измерении возмущений пучка. Они не позволяют достоверно восстановить параметры относительно медленного синхротронного движения ($\Omega_0 \ll \omega_s$) и выработать на их основе правильный сигнал коррекции.

С другой стороны, увеличение временно́й задержки d_1 приводит к понятной деградации фазочастотных свойств системы. Происходит сдвиг высших азимутальных мод n к порогу их самовозбуждения. Кроме того, цепь ОС начинает дестабилизировать высшие нечетные мультипольные колебания. Впрочем, на практике сколько-нибудь заметную опасность помимо дипольных могут представлять только секступольные возмущения ($m = \pm 3$). Например, мода $(n, m) = (0, 3)$ испытывает корректирующее воздействие с активной компонентой ($\mathrm{Re}\,\mu_{03}^{(fb)}(3\Omega_0) \lesssim 0$) до тех пор пока $\delta\varphi_1/2\pi \lesssim 1/6$, т.е. для задержек с шагом не более 1/6 периода синхротронных колебаний.

Для надежности уменьшим это отношение в УНК-1 до 1/10 и выберем d_1 равным 15 оборотам. Соответствующие весовые коэффициенты есть $w_0 = 2{,}30$; $w_1 = -3{,}26$ и $w_2 = 0{,}96$.

В уравнении (37) остался еще один свободный параметр — коэффициент усиления $A^{(s)}$. При $A^{(s)} \gtrsim 12$ часть азимутальных мод n дипольных колебаний выходит за порог неустойчивости (самовозбуждается). Приняв двукратный запас устойчивости по амплитуде, установим $A^{(s)} = 6$. Допустим, что предельный ток на выходе ВЧ-усилителя, пересчитанный к зазору исполняющего устройства, примерно равен амплитуде радиогармоники тока пучка. В этом случае максимальная величина ошибки инжекции, обрабатываемая цепью ОС в линейном режиме, составит (в единицах фазового смещения) $|q\delta\vartheta_{\mathrm{inj}}| \lesssim 2/A^{(s)}$, т.е. около 20°.

Подавление продольных неустойчивостей

Удобство записи характеристического уравнения в виде (15) состоит в том, что его можно исследовать стандартным методом пороговых диаграмм.

Рис.2 является диаграммой устойчивости, иллюстрирующей стабилизирующий эффект системы продольной ОС. Буквами A и B отмечены пороговые кривые для $m = 1, 2$ соответственно. Это образы линий $\Omega = m\Omega_s(\mathcal{J}) + i0$ при отображении $(-CJ_0Y_{qq}(\Omega))^{-1}$ (кривая для $m = 3$ проходит за пределами рисунка). Область устойчивых параметров находится слева от пороговых кривых.

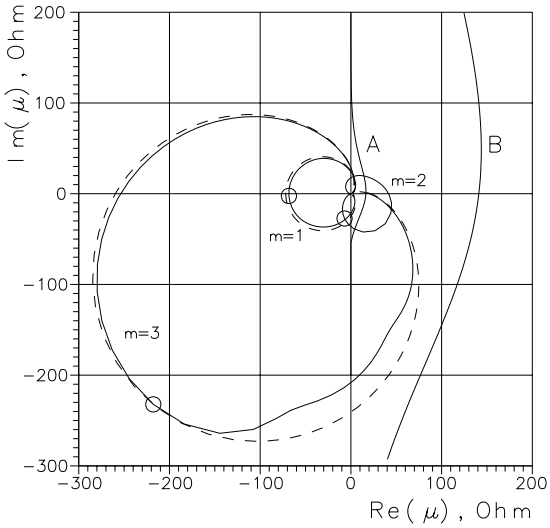

Рис. 2. Стабилизирующее влияние системы ОС.

Используется функция распределения

$$F_0(\mathcal{J}) = B\left(1+\exp\left(b\frac{\mathcal{J}-a\mathcal{J}_0}{\mathcal{J}_0}\right)\right)^{-1}, \qquad B=\frac{b}{\ln(1+\exp(ba))}. \tag{44}$$

Здесь $\mathcal{J} = a\mathcal{J}_0$ соответствует максимуму модуля производной $F_0(\mathcal{J})$ (в расчетах принято $a = 0{,}5$). Выбор параметра $b = 8{,}04$ обеспечивает достаточно резкую границу распределения при $\mathcal{J} \simeq \mathcal{J}_0$. Эта функция вполне реалистична, допускает простое аналитическое продолжение в комплексную плоскость $\mathcal{J}$ и, главное, обеспечивает разумное соответствие пороговых диаграмм результатам численного моделирования методом макрочастиц.

Закон нелинейности колебаний в поле (2) имеет вид

$$\frac{\Omega_s(\mathcal{J})}{\Omega_0} \simeq 1-\frac{\Delta\Omega_s}{\Omega_0}\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_0}, \qquad \frac{\Delta\Omega_s}{\Omega_0} \simeq \frac{(q\Delta\vartheta_0)^2}{16}\left(1+\frac{5}{3}\mathrm{ctg}^2\varphi_s\right) > 0, \tag{45}$$

где $\Delta\Omega_s$ — естественный разброс синхротронных колебаний в сгустке, $\Delta\vartheta_0 = \Delta\vartheta(\mathcal{J}_0)$. Также используется приближение

$$|I_{mk}(\mathcal{J})|^2 \simeq J_m^2\left(k\Delta\vartheta_0\sqrt{\mathcal{J}/\mathcal{J}_0}\right), \tag{46}$$

где $J_m(x)$ — функция Бесселя.

На рис.2 пунктирные кривые проведены через точки $\mu_{nm}(\Omega) + \mu_{nm}^{(fb)}(\Omega)$ для $\Omega = m\Omega_0$ и $m = 1, 3$. Они показывают работу собственно цепи ОС. (На моду $m = 2$ квадратурная ОС влияния не оказывает.) В сплошных кривых учтен дестабилизирующий эффект всех 12 ускоряющих резонаторов. Напомним, что они охвачены радиотехнической обратной связью (см. рис.6 работы [2]), поскольку система ОС по пучку не в состоянии в одиночку справиться с неустойчивостями в районе 200 МГц. Импеданс, соответствующий моде $n = 0$, отмечен кружком. Индексы n отсчитываются против часовой стрелки.

Видно, что совместное действие двух упомянутых систем ОС обеспечивает устойчивость наиболее опасных мультипольных мод $m = 1, 2, 3$ в пучке из $M = q$ одинаковых равноудаленных сгустков. Из работы [6] следует, что тем самым заведомо обеспечена и когерентная устойчивость пучка с пропущенными сгустками. Подобный пучок получается в УНК-1 из-за принятой схемы инжекции (см. ниже).

Подавление ошибок инжекции

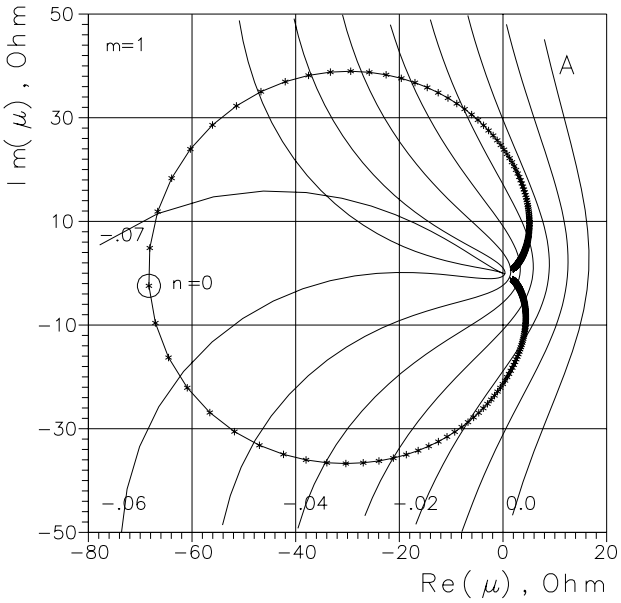

Рис. 3. Подавление дипольных колебаний.

Переходные процессы при инжекции проявляются главным образом как дипольное когерентное движение пучка. Поэтому на рис.3 приведена детальная диаграмма устойчивости для $m = 1$ с линиями уровня постоянного декремента. Это образы прямых $\Omega \simeq \Omega_s(\mathcal{J}) + i\Omega_2$ из нижней полуплоскости (Ω) при отображении $(-CJ_0Y_{hh}(\Omega))^{-1}$ для $\Omega_2/\Omega_0 = -0{,}07$ (0,01) 0,0. Представлены только наиболее медленно затухающие моды колебаний. Именно они определяют асимптотическую (при $t \to \infty$) постоянную времени $\tau = \tau(n, m = 1)$ системы, охваченной ОС.

В отсутствие затухания Ландау эти линии проходили бы параллельно мнимой оси. Отклонение от такого поведения вызывается перемешиванием частиц из-за нелинейности продольных колебаний.

Заполнение орбиты УНК-1 пучком предполагается проводить путем последовательной инжекции 12 цугов сгустков из У-70. Длина каждого такого цуга составляет 1/14 периметра УНК-1. Все сгустки вновь инжектированного цуга имеют одинаковые начальные ошибки посадки в сепаратрисы. Спектр такого возмущения сосредоточен в основном в азимутальных модах $|n| \lesssim 14$ (mod$M$). Все они попадают в полосу пропускания цепей ОС, и потому испытывают заметное демпфирование.

Из рис.3 видно, что соответствующая постоянная времени составит

$$0,015 \lesssim 1/\left(\Omega_0 \tau\right) \lesssim 0,075, \tag{47}$$

или в терминах некогерентного разброса синхротронных частот

$$0,08 \lesssim 1/\left(\Delta\Omega_s \tau\right) \lesssim 0,42. \tag{48}$$

Система ОС, использующая объемные резонаторы в качестве исполняющего устройства и имеющая полосу пропускания $\omega_s \lesssim \Delta\omega^{(fb)} \lesssim M\omega_s/2$, не позволяет получить сколь угодно большую скорость демпфирования. Величина $1/\tau$ может составлять лишь определенную долю разброса $\Delta\Omega_s$, зависящую от конкретных характеристик цепи (48). Действительно, увеличение коэффициента усиления $A^{(s)}$ с целью достижения апериодического демпфирования, скажем, моды $(n,m) = (0,1)$ приводит к самовозбуждению нерезонансных мод n, находящихся на краю полосы пропускания. Отсюда следует, что нелинейность колебаний всегда оказывает значительное влияние на эффективность работы подобных ОС, поскольку даже в случае малых сгустков приходится уменьшать $A^{(s)} \propto \Delta\Omega_s$.

Понятно, что в цепях ОС с $\Delta\omega^{(fb)} \ll \omega_s$ либо $\Delta\omega^{(fb)} \gg M\omega_s/2$ такого ограничения не существует. Поэтому при их расчете для больших $A^{(s)}$ допустимо использовать вместо (9) и (11) упрощенную передаточную функцию пучка в виде колебательного звена второго порядка (12), не учитывающую разброс частот. Однако в УНК система с $\Delta\omega^{(fb)} \ll \omega_s$ не обеспечит устойчивость мод $n \neq 0$. Условие же $\Delta\omega^{(fb)} \gg M\omega_s/2$, означающее контроль за каждым отдельным сгустком, сложно реализовать технически.

Численное моделирование

Для демонстрации работоспособности предложенной системы ОС и проверки результатов, полученных выше графоаналитическим методом пороговых диаграмм, проводилось численное моделирование во временно́й области методом макрочастиц.

Мода $n = 0$. Воспользуемся тем, что для моды $(n,m) = (0,1)$ уравнение (15) в точности совпадает с характеристическим уравнением вынужденных колебаний ансамбля нелинейных осцилляторов с функцией распределения $F_0(\mathcal{J})$ и уравнением движения

$$d^2\vartheta/dt^2 + \Omega_0^2\, dU(\vartheta)/d\vartheta = \cos q\vartheta \int_0^\infty \mathcal{G}(t')\,\langle \sin q\vartheta/q\rangle\,(t-t')\,dt'. \tag{49}$$

Здесь $U(\vartheta)$ — потенциальная яма продольного движения в поле (2), $U(\vartheta) \to \vartheta^2/2$ при $\vartheta \to 0$. Скобки $\langle\ldots\rangle$ означают усреднение по ансамблю. Запаздывающая (вещественная) функция Грина $\mathcal{G}(t)$ задана посредством преобразования Фурье

$$\mathcal{G}(\Omega) = i\,q^2\,C\,J_0\,\left(\mu_{01}(\Omega) + \mu_{01}^{(fb)}(\Omega)\right), \qquad \mathcal{G}(\Omega) = \mathcal{G}^*(-\Omega). \tag{50}$$

Оговоримся, что систему (49) можно интерпретировать как уравнение движения частиц сгустка только при $M = 1$. Для $M > 1$ она описывает, вообще говоря, иной физический объект — изолированную моду пучка $(n, m) = (0, 1)$.

Пока будем учитывать действие только цепи ОС, оставив лишь слагаемое $\mu_{01}^{(fb)}(\Omega)$. Считаем $\Omega_0 \ll \omega_T/Q_T$ и $\omega_T = q\omega_s$. Игнорируем зависимость от частоты в широкополосных звеньях $T(\omega)$, $SW'(\omega)$ и $K(\omega)$. Тогда

$$\mu_{01}^{(fb)}(\Omega) \simeq i\, \sin\varphi_s\, N_{\rm AD}\, R_T\, \left|G_q^{(\rm AD)} G_{-q}^{(\rm PU)}\right|\, H^{(s)}(\Omega)/q, \tag{51}$$

где $|G_{-q}^{(\rm PU)}| = 1$ для узкого пикапа (36).

Проведем обратное преобразование Фурье в (51) с учетом (37) и подставим результат в правую часть (49). В итоге получим

$$\begin{aligned} d^2\vartheta/dt^2 + \Omega_0^2\, dU(\vartheta)/d\vartheta &= -\Omega_0^2\, K\, \cos q\vartheta \times \\ &\times \sum\nolimits_{h=0}^{2} w_h\, \langle \sin q\vartheta/q\rangle\, (t - 2\pi(d_1 h + 1)/\omega_s). \end{aligned} \tag{52}$$

Через K обозначена величина

$$K = J_0\, N_{\rm AD}\, R_T\, \left|G_q^{(\rm AD)} G_{-q}^{(\rm PU)}\right|\, A^{(s)}/V_0 > 0. \tag{53}$$

Ей можно придать физический смысл коэффициента усиления в канале “фазовая ошибка центра тяжести пучка — коррекция фазы ускоряющего поля” (в нашем случае $K = 0{,}35$).

Уравнение (52) исследовалось численно (500 макрочастиц, 1500 оборотов по орбите или 10 периодов малых фазовых колебаний). На рис.4 сплошной линией показана эволюция центра тяжести пучка после начальной фазовой ошибки $q\delta\vartheta_{\rm inj} = 0{,}2$. Два излома в начале кривой не имеют принципиального значения и лишь отражают переходные процессы в КИХ фильтре при его нулевых начальных условиях. Пунктирная кривая соответствует $K = 0$ (затухание только из-за нелинейности синхротронных колебаний). Видно, что система ОС достаточно быстро приводит центр пучка в положение равновесия.

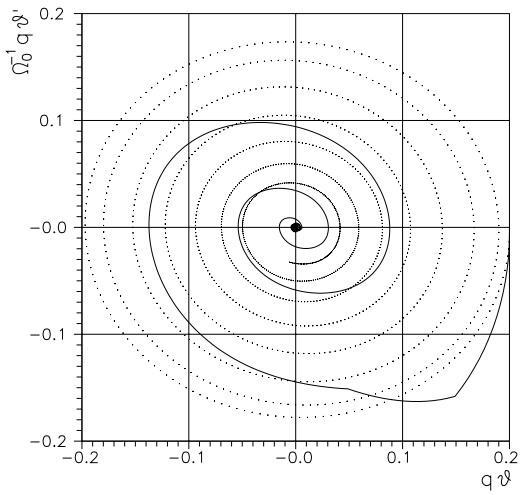

Рис. 4. Эволюция центра тяжести.

Моды $n \neq 0$. На них также можно распространить модель (52). Однако для этого приходится рассматривать $K \ll 1$. Действительно, обратим внимание на следующую особенность этой модели.

С одной стороны, при $K \ll 1$ и выборе $w_h(\upsilon)$ по формулам (40)–(42) действие ОС на сгусток (52) без разброса частот колебаний будет описываться простым характеристическим уравнением

$$(\Omega/\Omega_0)^2 \simeq 1 + K\,\Phi_{qq}^{(1)}\,\exp(-i\upsilon). \tag{54}$$

В нем учитывается только главная ветвь собственных частот системы, не исчезающая при $K \to 0$. Формфактор сгустка можно найти по приближенной формуле

$$\Phi_{qq}^{(1)} \simeq 1 - (q\Delta\vartheta_0)^2\,\langle \mathcal{J}/\mathcal{J}_0\rangle/2, \qquad q\Delta\vartheta_0/\pi \lesssim 0,6, \tag{55}$$

где числовой параметр $\langle \mathcal{J}/\mathcal{J}_0\rangle \simeq 0{,}30$ для распределения (44).

С другой стороны, использование передаточной функции (12) в уравнении (15), справедливом и для мод $n \neq 0$, приводит к характеристическому уравнению вида (54), в котором следует полагать

$$K\,\exp(-i\upsilon) = -i\,J_0\,\left(\mu_{n1}(\Omega_0) + \mu_{n1}^{(fb)}(\Omega_0)\right)\,q/(V_0\,\sin\varphi_s), \tag{56}$$

где в силу $K \ll 1$ в аргументе импедансов стоит Ω_0.

Отсюда видно, что в линейном по K приближении результаты численного исследования модели (52) можно распространить также на моды $n \neq 0$ и вдобавок учесть дестабилизирующий эффект ускоряющих резонаторов. Достаточно изменить согласно (56) параметры K и $w_h(\upsilon)$ правой части уравнения (52).

Взаимное положение эффективного импеданса неустойчивости и линий уровня на пороговой диаграмме рис.3 почти не изменяется при согласованном изменении разброса частот (размера сгустка) и амплитуды вносимого импеданса таком, чтобы выполнялось комплексное равенство

$$(K/2)\,\Phi_{qq}^{(1)}\,\exp(-i\upsilon)\cdot(\Delta\Omega_s/\Omega_0)^{-1} = \mathrm{const}. \tag{57}$$

Левая часть этого уравнения имеет смысл отношения комплексного когерентного сдвига частоты $(\Omega - \Omega_0)$, вносимого цепью ОС согласно (54), к некогерентному разбросу частот в сгустке $\Delta\Omega_s$. При выполнении (57) естественно ожидать, что существенные параметры продольного движения также не изменятся, поскольку сохранится баланс между процессами внешнего демпфирования и фазового перемешивания частиц. Будем использовать условие (57) для экстраполяции из $K \ll 1$ к интересующим нас рабочим значениям $K \simeq 0{,}35$.

К сожалению, мы не можем напрямую использовать модель (52) для исследования мод $n \neq 0$ при $K \simeq 0{,}35$. Дело в том, что при столь больших K и появлении заметной реактивной компоненты в демпфирующем воздействии ($\upsilon \neq \pi/2$) сказывается зависимость $H^{(s)}(\Omega)$ от частоты, и система (52) более не описывается простым уравнением типа (54). Ее поведение при $t \to \infty$ определяется уже корнями характеристического уравнения, не принадлежащими главной ветви. Это означает, что

при больших K используемая модель оказывается адекватной только для моды $n = 0$ и не допускает расширенного толкования.

Так, в соответствии с критерием (57) динамическими аналогами должны быть численные модели со следующими параметрами:

$q\Delta\vartheta_0/\pi$	N, turns	K/K_0	$\Phi_{qq}^{(1)}$
0,54	1500	1,000	0,646
0,27	6000	0,180	0,898
0,18	13500	0,075	0,953

(58)

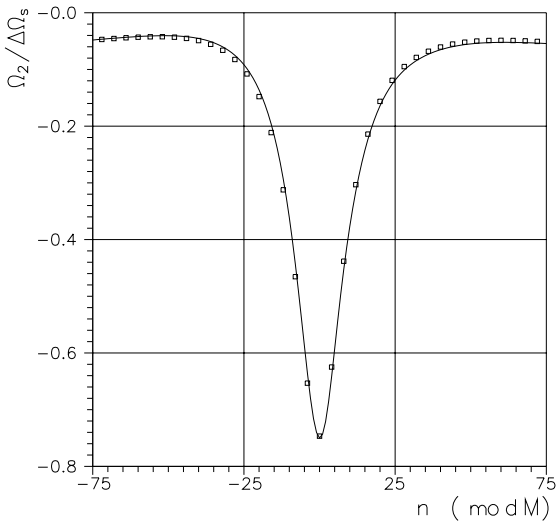

Рис. 5. Демпфирование когерентного движения.

На рис.5 показана мнимая часть когерентного сдвига частоты $\Omega_2/\Delta\Omega_s$ для разных мод n. Эффективные импедансы неустойчивости $\mu_{n1}(\Omega_0) + \mu_{n1}^{(fb)}(\Omega_0)$ те же, что и на рис.3 (с учетом масштабного множителя K/K_0, приведенного в таблице). Сплошная кривая и маркеры относятся ко второй и третьей строкам (58) соответственно. Совпадение этих результатов дает основание для экстраполяции кривой также на вариант из первой строки таблицы, представляющий параметры сгустка УНК-1. Постоянные времени демпфирования дипольного когерентного движения, полученные численно, составляют

$$0,04 \lesssim 1/\left(\Delta\Omega_s\tau\right) \lesssim 0,75. \tag{59}$$

В частности, экстраполяция к параметрам сгустка УНК-1 (первая строка (58)) для моды $n = 0$ дает $1/(\Omega_0\tau) \simeq 0{,}13$ и согласуется с данными рис.4.

Качественно ход зависимости $\Omega_2/\Delta\Omega_s$ от n соответствует пороговой диаграмме рис.3. Это профиль “высоты” при обходе вдоль годографа импеданса складки поверхности, образованной пересечением двух встречных склонов. Однако минимум сместился от точки $n \simeq -5$ к $n = 0$, а перепад “высот” (59) возрос примерно вдвое

по сравнению с (48). Причина состоит в том, что в методе макрочастиц функция распределения (44) представлена в виде вещественного массива на ограниченной сетке. Трудно ожидать, что этого достаточно для точного воспроизведения аналитической структуры (44) при комплексных $\mathcal{J}$ (именно она определяет поведение линий уровня декрементов на рис.3. Численные расчеты показывают, что за ними стоит своя пороговая диаграмма. Ей соответствует некая функция $F_0(\mathcal{J})$, о которой заранее известно лишь то, что она совпадает с (44) в узлах вещественной сетки.

Учитывая плохую обусловленность проблемы аналитического расчета декрементов в зоне сильного влияния затухания Ландау, достигнутое соответствие между (48) и (59) следует признать хорошим. Дальнейшее сближение результатов двух подходов возможно на пути более скрупулезного подбора функций распределения $F_0(\mathcal{J})$. Однако это весьма трудоемкая задача превышает потребности данной работы.

Важной функцией цепи ОС является также контроль за ростом продольного эмиттанса сгустка при инжекции. Этот вопрос рассматривался с помощью той же численной модели. Заметим, однако, что эмиттанс является квадратичной функцией фазовых размеров сгустка, и, следовательно, в данном случае неприменим принцип суперпозиции. Поэтому (в отличие от рассмотренной выше задачи определения декрементов) исследование прироста эмиттанса в рамках приближения изолированной азимутальной моды может дать лишь весьма грубое представление о порядке величин.

Введем переменную $\langle\mathcal{J}\rangle$, которая имеет смысл среднего по распределению эмиттанса сгустка в соответствующей нормировке. Результирующий (для $t \to \infty$) прирост $\delta\langle\mathcal{J}\rangle$ из-за ошибки инжекции зависит от действия цепи ОС. В качестве меры ее эффективности с точки зрения контроля за ростом эмиттанса используем безразмерный параметр

$$y = (\delta\langle\mathcal{J}\rangle/\mathcal{J}_0) \cdot (\delta\vartheta_{\rm inj}/\Delta\vartheta_0)^{-2}. \tag{60}$$

В отсутствие ОС по пучку $y \simeq 1$ (для коротких сгустков и малых ошибок инжекции равенство точное).

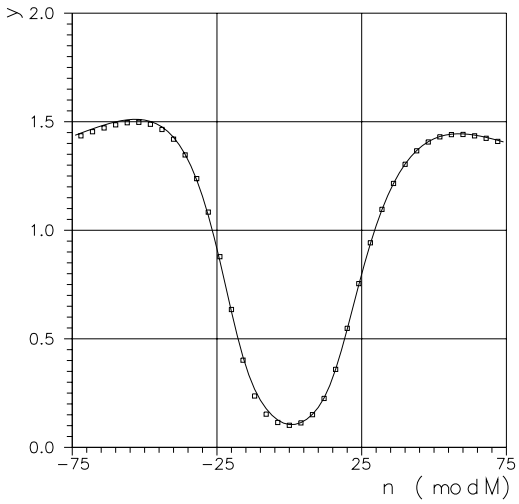

Рис. 6. Контроль прироста эмиттанса.

Рис.6 дополняет предыдущий рисунок и показывает величины y для тех же мод n. Как и следовало ожидать, результаты для сгустков из второй и третьей строк таблицы (58) совпадают.

Для мод $|n| \gtrsim 25$ $(\mathrm{mod} M)$ импедансы $\mu_{n1}(\Omega_0) + \mu_{n1}^{(fb)}(\Omega_0)$ попадают в правую полуплоскость, где цепь ОС стремится дестабилизировать пучок. При этом демпфирование когерентного движения происходит исключительно благодаря затуханию Ландау. Это, как видно из рис.6, ведет к явному ухудшению контроля за эмиттансом: $1 < y \lesssim 1{,}5$. Однако выше упоминалось, что спектр ошибок инжекции в УНК-1 приходится в основном на $|n| \lesssim 14$ $(\mathrm{mod} M)$. На этих модах цепь ОС способна достаточно эффективно уменьшить прирост эмиттанса сгустков: $y \simeq 0{,}1$–$0{,}3$.

Сравнение рис.3, 5 и 6 дает количественное представление о связи скорости демпфирования когерентного движения с долей ошибки инжекции, переходящей в продольный эмиттанс. Для получения результатов, учитывающих конкретные условия инжекции в УНК-1 (отказ от приближения изолированной моды n), в дальнейшем предполагается перейти к более реалистичной многосгустковой численной модели.

Заключение

Рассмотрен вариант технического решения и установлены рабочие характеристики полосовой системы обратной связи по пучку для протонного синхротрона УНК-1.

Он предполагает использование ВЧ-усилителей и исполняющего устройства в виде двух резонаторов штатной ускоряющей системы, возбуждаемых в квадратуре к суммарному ускоряющему полю, как предусмотрено в проекте УНК [1]. Нагруженная добротность этих резонаторов уменьшена в пять раз по сравнению с номинальной.

Показано, что совместное действие данной цепи ОС по пучку и радиотехнической ОС вокруг оконечных каскадов усиления [2] обеспечивает:

1. Устойчивость сгустков на наиболее опасных мультипольных модах $m = 1, 2, 3$, возбуждаемых рабочим видом колебаний ускоряющих резонаторов.

2. Обработку в линейном режиме ошибок инжекции вплоть до $\pm 20^\circ$ (в единицах ВЧ-фазы) для номинального тока пучка.

3. Демпфирование ошибок инжекции с постоянными времени

$$0,01 \lesssim 1/\left(\Omega_0 \tau\right) \lesssim 0,10,$$

зависящими от номера азимутальной моды n.

Авторы благодарят В.И.Балбекова и Г.Г.Гурова за полезные обсуждения и критические замечания.

Список литературы

[1] *Ускорительно-накопительный комплекс на энергию 3000 ГэВ (Физическое обоснование)*: Препринт ИФВЭ 93–27. Протвино, 1993.

[2] Иванов С.В. *Система обратной связи для стабилизации ускоряющего поля в УНК*: Препринт ИФВЭ 94–43. Протвино, 1994.

[3] Иванов С.В. *Impedance Treatment of Longitudinal Coupled-Bunch Feedbacks in a Proton Synchrotron*: Препринт ИФВЭ 96-8. Протвино, 1996.

[4] Сиберт У.М. *Цепи, сигналы, системы.* В 2-х частях. — М.: Мир, 1988.

[5] Pedersen F. *Feedback Systems*: Preprint CERN/PS/90–49 (AR). Geneva, 1990.

[6] Балбеков В.И., Иванов С.В. *Продольная неустойчивость азимутально несимметричного пучка в синхротроне*: Препринт ИФВЭ 89–125. Серпухов, 1989.

Рукопись поступила 31 января 1996 г.

С.В. Иванов А.Ю. Маловицкий.
Система продольной обратной связи по пучку УНК.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Ежела.

Подписано к печати 07.02.1996 г. Формат $60 \times 84/8$.
Офсетная печать. Печ.л. 2,8. Уч.-изд.л. 2,1. Тираж 240. Заказ 579.
Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 96-7, И Ф В Э, 1996