



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 97-25

ОП

В.А. Маишеев

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПУЧКА γ -КВАНТОВ
В ПОЛЕ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ЛАЗЕРНОЙ ВОЛНЫ**

Направлено в *ЖЭТФ*

Протвино 1997

Аннотация

Маишеев В.А. Распространение пучка γ -квантов в поле монохроматической лазерной волны: Препринт ИФВЭ 97–25. – Протвино, 1997. – 15 с., 4 рис., библиогр.: 16.

Рассмотрено встречное прохождение пучка γ -квантов через поле лазерной волны. Оптические свойства лазерной волны описаны тензором диэлектрической проницаемости. Найдены показатели преломления и исследованы поляризационные характеристики нормальных электромагнитных волн, которые могут распространяться в такой среде. Получены соотношения, описывающие изменение начальной поляризации и интенсивности γ -пучка при его распространении в поле лазерной волны. Обсуждается влияние интенсивности лазерной волны на исследуемый процесс.

Abstract

Maishev V.A. γ -beam Propagation in the Field of Monochromatic Laser Wave: IHEP Preprint 97–25. – Protvino, 1997. – p. 15, figs. 4, refs.: 16.

Propagation of γ -beam in the field of a monochromatic laser wave is considered. The optical properties of the laser wave are described with the use of a permittivity tensor. The refractive indices and polarization characteristics of normal electromagnetic waves propagating in a laser wave are found. The relations describing variations of γ -beam intensity and Stokes parameters as functions of the propagation length are obtained. The influence of laser wave intensity on the considered process is calculated.

Введение

Поляризационные эффекты [1,2], возникающие при прохождении видимого света через анизотропные или гиротропные среды, известны давно. Аналогичные эффекты предсказываются теорией [3] и для γ -квантов с энергией ≥ 1 ГэВ, распространяющихся в монокристаллах, которые по своим свойствам являются анизотропной средой. Основным процессом поглощения γ -квантов в монокристаллах — образование электрон-позитронных пар, сечение которого зависит от направления их линейной поляризации по отношению к кристаллографическим плоскостям. В результате взаимодействия с электрическим полем монокристалла монохроматический линейно поляризованный пучок γ -квантов в общем случае представляет две электромагнитные волны с разными показателями преломления, что приводит к преобразованию линейной поляризации в циркулярную или наоборот.

С другой стороны, замечено [4], что процесс образования пар в монокристаллах аналогичен такому процессу в поле линейно поляризованной электромагнитной волны. В работе [5], посвященной вопросам распространения γ -квантов в монокристаллах, на основе этой аналогии указывается на возможность существования двойного лучепреломления высокоэнергетических γ -квантов, движущихся в линейно поляризованной волне лазера, хотя никаких оценок эффекта не приводится.

В недавно опубликованной статье [6] впервые было показано, что при существующих параметрах лазеров эффекты двойного лучепреломления и вращения плоскости поляризации γ -квантов с энергиями в десятки ГэВ и выше носят ярко выраженный характер уже для сравнительно коротких (несколько пикосекунд) лазерных банчей с параметрами, которые может обеспечить современная техника. Здесь же рассчитано изменение параметров Стокса и интенсивности γ -квантов при прохождении через лазерный сгусток произвольной поляризации. При этих вычислениях использованы известные амплитуды рассеяния света на свете [7,8].

Данная работа посвящена дальнейшему изучению распространения γ -квантов высокой энергии через лазерную волну, основываясь на более традиционном подходе [1,2] на базе кристаллоптики анизотропных и гиротропных сред. При таком

подходе анизотропная (гиротропная) среда описывается с помощью тензора диэлектрической проницаемости. Зная этот тензор, можно получить дисперсионное уравнение для распространяющихся в этой среде электромагнитных волн и рассчитать их показатели преломления. Следует отметить, что для расчета преобразования поляризации γ -квантов при их движении в поле лазерной волны достаточно знать только разность показателей преломления, в то время как есть процессы, которые требуют для своего описания абсолютные их значения, например черенковское излучение заряженных частиц.

1. Тензор диэлектрической проницаемости лазерной волны

Уравнения электромагнитного поля в среде запишем в виде [1,2]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{B} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{D} &= 0, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где \vec{E} — напряженность электрического поля; \vec{D} и \vec{B} — индукция электрического и магнитного полей; t — время; c — скорость света. Свойства среды (а в данном случае такой средой является монохроматическое электромагнитное поле лазерной волны) отражены в связи между векторами \vec{B} , \vec{E} и \vec{D} . Выбор уравнений в таком виде позволяет не вводить в рассмотрение напряженность магнитного поля [1,2]. Связь между \vec{D} и \vec{E} будем рассматривать в виде

$$D_i(\omega) = \varepsilon_{ij} E_j(\omega), \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (2)$$

где $\varepsilon_{ij} = \varepsilon'_{ij} + i\varepsilon''_{ij}$ — комплексный тензор диэлектрической проницаемости; ω — частота, распространяющегося в лазерной волне γ -кванта.

Средние потери энергии монохроматической электромагнитной волны (пучка γ -квантов высокой энергии) $\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ с волновым вектором \vec{k} в единицу времени и единицу объема V равны [1,2]

$$\tilde{q} = \frac{1}{4\pi V} \int_V \vec{E} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dV = \frac{i\omega}{16\pi} (\varepsilon_{ij}^* - \varepsilon_{ji}) E_j^* E_i. \quad (3)$$

Механизм потерь энергии — рождение электрон-позитронных пар в поле волны [9]. При этом процесс определяется в основном поперечной частью тензора диэлектрической проницаемости, а продольные его компоненты более высокого порядка малости — по константе взаимодействия α [4,10]. С учетом этого и в системе координат с одной осью, направленной вдоль волнового вектора γ -кванта, соотношение (3) можно представить в виде

$$\tilde{q} = \frac{i\omega J}{4} \{ (\varepsilon_{11}^* - \varepsilon_{11})(1 + \xi_3) + (\varepsilon_{12}^* - \varepsilon_{21})(\xi_1 - i\xi_2) + (\varepsilon_{21}^* - \varepsilon_{12})(\xi_1 + i\xi_2) + (\varepsilon_{22}^* - \varepsilon_{22})(1 - \xi_3) \}, \quad (4)$$

где $J = (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*)/8\pi$, ξ_i — параметры Стокса пучка γ -квантов. С другой стороны, зная сечение $\sigma_{\gamma\gamma}$ процесса образования пар, можно записать

$$\tilde{q} = 2n_l \sigma_{\gamma\gamma} (c n_\gamma E_\gamma) = 2n_l \sigma_{\gamma\gamma} c J, \quad (5)$$

где $c n_\gamma$ — плотность потока γ -квантов с энергией E_γ ; n_l — число фотонов в единице объема лазерной волны. Коэффициент 2 в формуле возникает из-за встречного движения пучков γ -квантов и лазерных фотонов. В выбранной системе координат с осью вдоль волнового вектора γ -кванта две другие оси направим параллельно и перпендикулярно линейной поляризации лазерной волны (если она равна нулю, то выбор этих осей произволен). Тогда в этой системе координат сечение рождения пар определяется соотношением [6]

$$\sigma_{\gamma\gamma}(z) = \sigma_0(z) + \sigma_c(z) \xi_2 P_c + \sigma_l(z) \xi_3 P_l, \quad 0 < z \leq 1, \quad (6)$$

где инвариантная переменная $z = \frac{m^2 c^4}{E_\gamma E_l}$; m — масса электрона, E_l — энергия и P_c, P_l циркулярная и линейная поляризации лазерного фотона. Как известно, рождение пары — пороговый процесс, и поэтому лазерная волна при $E_\gamma E_l \leq m^2 c^4$ или $z > 1$ представляет собой прозрачную среду для пучка γ -квантов. Функции σ_0, σ_c и σ_l можно найти в работах [4,6,7,9] и согласно соотношениям (9)-(11), они входят в формулы (17)-(19), (23)-(25) (см. ниже). Сравнивая соотношения (4) и (5), можно найти компоненты тензора диэлектрической проницаемости, связанные с поглощением γ -квантов.

При нахождении тензора диэлектрической проницаемости будем использовать следующие дисперсионные соотношения [2];

$$\varepsilon'_{ij} - \delta_{ij} = \frac{2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{x \varepsilon''_{ij}(x) dx}{x^2 - \omega^2}, \quad (7)$$

$$\varepsilon''_{ij} = -\frac{2\omega}{\pi} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{(\varepsilon'_{ij} - \delta_{ij}) dx}{x^2 - \omega^2}, \quad (8)$$

где δ_{ij} — символы Кронекера. Сравнивая (4) и (5), получаем

$$\varepsilon''_{11} + \varepsilon''_{22} = 4n_l c \sigma_0 / \omega, \quad (9)$$

$$\varepsilon''_{11} - \varepsilon''_{22} = 4n_l c \sigma_l P_l / \omega, \quad (10)$$

$$\varepsilon'_{12} - \varepsilon'_{21} = 4n_l c \sigma_c P_c / \omega. \quad (11)$$

Нетрудно увидеть, что $\varepsilon_{12} + \varepsilon_{21} = 0$. Это следует из того факта, что для циркулярно поляризованной лазерной волны ($P_c \neq 0, P_l = 0$) тензор ε_{ij} не должен меняться при вращении системы координат вокруг волнового вектора. Этот же результат следует из теории обобщенных восприимчивостей [11] для величин, меняющих свой знак при обращении времени, что соответствует в данном случае моменту импульса фотона. Таким образом, часть компонент тензора диэлектрической проницаемости,

связанных с поглощением, определяется соотношениями

$$\varepsilon''_{11} = 2n_l c(\sigma_0 + P_l \sigma_l) / \omega, \quad (12)$$

$$\varepsilon''_{22} = 2n_l c(\sigma_0 - P_l \sigma_l) / \omega, \quad (13)$$

$$\varepsilon'_{12} = -\varepsilon'_{21} = 2n_l c P_c \sigma_c / \omega. \quad (14)$$

Используя соотношения (7 - 8), можно найти оставшиеся компоненты тензора. Ниже приведены результаты расчета компонент тензора ε_{ij} для системы координат с одной осью вдоль волнового вектора γ -кванта и двумя другими, направленными параллельно и перпендикулярно линейной поляризации лазерной волны P_l . Интегралы (7)-(8) приводятся к интегралам, найденным с помощью теории вычетов в работе[5] (препринт).

$$\varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{22} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{2\pi E_{cr}^2} P_l z^2 F_1'(z), \quad (15)$$

$$\varepsilon'_{11} + \varepsilon'_{22} = 2 + \frac{2\alpha \langle E^2 \rangle}{\pi E_{cr}^2} z^2 F_2'(z, 1), \quad (16)$$

$$\varepsilon'_{12} = -\varepsilon'_{21} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{2E_{cr}^2} P_c z^2 F_c'(z), \quad (17)$$

$$\varepsilon''_{11} - \varepsilon''_{22} = -\frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{4 E_{cr}^2} P_l F_1''(z), \quad (18)$$

$$\varepsilon''_{11} + \varepsilon''_{22} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} F_2''(z, 1), \quad (19)$$

$$\varepsilon''_{12} = -\varepsilon''_{21} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{\pi E_{cr}^2} P_c F_c''(z), \quad (20)$$

где $\langle E^2 \rangle = 4\pi n_l E_l$ — средний квадрат напряженности электрического поля лазерной волны; $E_{cr} = \frac{m^2 c^3}{e\hbar}$ — критическое поле, а функции $F_1', F_2', F_c', F_1'', F_2'', F_c''$ имеют вид

$$F_1'(z) = \begin{cases} [\sqrt{1-z} + \frac{z}{2}L_-]^2 + [\sqrt{1+z} - \frac{z}{2}L_+]^2 - \frac{\pi^2 z^2}{4}, & 0 < z \leq 1, \\ -[\sqrt{z-1} - z \operatorname{arctg} \sqrt{z-1}]^2 + [\sqrt{1+z} - \frac{z}{2}L_+]^2, & z > 1; \end{cases} \quad (21)$$

$$F_2'(z, \mu) = \begin{cases} -2 - \mu - (1 + \mu(z - \frac{z^2}{2}))\frac{1}{4}L_-^2 - (1 - \mu(z + \frac{z^2}{2}))\frac{1}{4}L_+^2 + \\ + \frac{(1+\mu z)\sqrt{1-z}}{2}L_- - \frac{(\mu z - 1)\sqrt{z+1}}{2}L_+ + \frac{\pi^2}{4}(1 + \mu(z - \frac{z^2}{2})), & 0 < z \leq 1, \\ -2 - \mu + (1 + \mu(z - \frac{z^2}{2})) \operatorname{arctg}^2(\sqrt{z-1}) - (1 - \mu(z + \frac{z^2}{2}))\frac{1}{4}L_+^2 + \\ + (1 + \mu z)\sqrt{z-1} \operatorname{arctg} \sqrt{z-1} - \frac{(\mu z - 1)\sqrt{1+z}}{2}L_+, & z > 1; \end{cases} \quad (22)$$

$$F_c'(z) = \begin{cases} 3\sqrt{1-z} - L_-, & 0 < z \leq 1, \\ 0, & z > 1; \end{cases} \quad (23)$$

$$F_1''(z) = \begin{cases} z^4(L_- + \frac{2\sqrt{1-z}}{z}), & 0 < z \leq 1, \\ 0, & z > 1; \end{cases} \quad (24)$$

$$F_2''(z, \mu) = \begin{cases} z^2((1 + \mu(z - \frac{z^2}{2}))L_- - \sqrt{1-z}(1 + \mu z)), & 0 < z \leq 1, \\ 0, & z > 1; \end{cases} \quad (25)$$

$$F_c''(z) = \begin{cases} z^2(\frac{3}{2}\sqrt{1-z}L_- - \frac{3}{2}\sqrt{1+z}L_+ - \frac{1}{4}L_-^2 + \frac{1}{4}L_+^2 + \frac{\pi^2}{4}), & 0 < z \leq 1, \\ z^2(3\sqrt{z-1} \operatorname{arccctg} \sqrt{z-1} - \frac{3}{2}\sqrt{1+z}L_+ + \operatorname{arccctg}^2(\sqrt{z-1}) + \frac{1}{4}L_+^2), & z > 1. \end{cases} \quad (26)$$

Функции L_- и L_+ равны

$$L_- = \ln \frac{1 + \sqrt{1-z}}{1 - \sqrt{1-z}}, \quad L_+ = \ln \frac{\sqrt{1+z} + 1}{\sqrt{1+z} - 1}.$$

Представленные данные полностью определяют тензор диэлектрической проницаемости для γ -квантов, распространяющихся в движущейся навстречу им монохроматической лазерной волне. В ряде задач удобнее использовать тензор η_{ij} , обратный тензору ε_{ij} . Когда $|\varepsilon_{ij} - \delta_{ij}| \ll 1$, эти тензоры связаны соотношением

$$\eta_{ij} + \varepsilon_{ij} = 2\delta_{ij}. \quad (27)$$

Компоненты тензора диэлектрической проницаемости как функции от инвариантной переменной z показаны на рис.1.

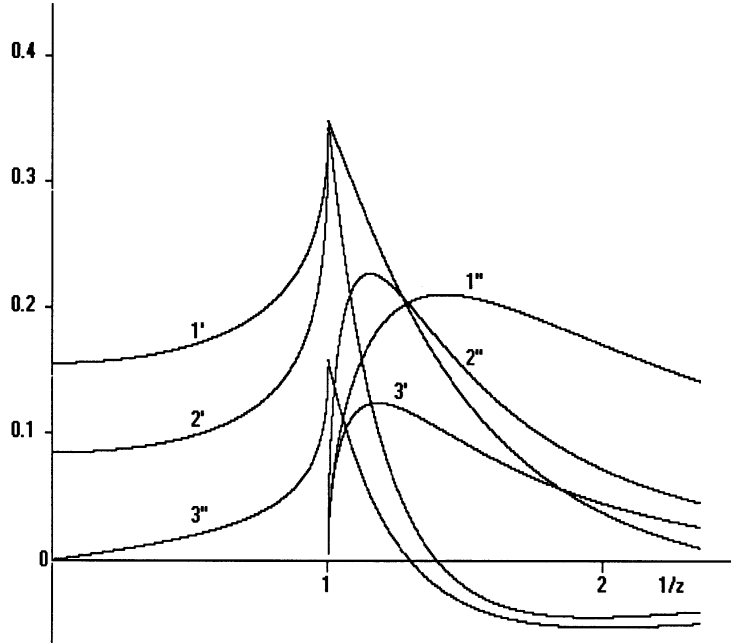


Рис. 1. Компоненты тензора диэлектрической проницаемости как функции инвариантной переменной z . Кривые $1', 1'' - k(\varepsilon'_{11} + \varepsilon'_{22} - 2)/2, k(\varepsilon''_{11} + \varepsilon''_{22})/2$; $2', 2'' - k(\varepsilon'_{22} - \varepsilon'_{11})/P_l, k(\varepsilon''_{22} - \varepsilon''_{11})/P_l$; $3', 3'' - k\varepsilon'_{12}/P_c, k\varepsilon''_{21}/P_c$. Компоненты $\varepsilon'_{21} = -\varepsilon'_{12}, \varepsilon''_{12} = -\varepsilon''_{21}$. Множитель $k^{-1} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2}$.

2. Показатели преломления γ -квантов в поле волны

Основной задачей оптики анизотропных и гиротропных сред является исследование распространения в таких средах плоских монохроматических волн, характеризующихся определенными значениями частоты ω и волнового вектора \vec{k} . Такие волны, удовлетворяющие однородному волновому уравнению, называются нормальными электромагнитными волнами [2] и имеют вид $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$, $\vec{k} = \omega \tilde{n} \vec{s} / c$, где \vec{E}_0 — комплексный вектор, не зависящий от координат r и времени t ; \tilde{n} — комплексный показатель преломления и $\vec{s} = \vec{k} / |\vec{k}|$ — единичный вещественный вектор. Векторы \vec{D} и \vec{B} имеют такой же вид.

Из уравнений Максвелла (1) с учетом связи между \vec{D} и \vec{E} в системе координат с осью x вдоль волнового вектора получаем волновое уравнение [1,2]

$$\begin{aligned} \eta_{11} \frac{\partial^2 D_1}{\partial x^2} + \eta_{12} \frac{\partial^2 D_2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D_1}{\partial t^2} &= 0, \\ \eta_{21} \frac{\partial^2 D_1}{\partial x^2} + \eta_{22} \frac{\partial^2 D_2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 D_2}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Для плоской монохроматической волны из этих уравнений следует

$$(\tilde{n}^{-2} \delta_{ij} - \eta_{ij}) D_j = 0, \quad i, j = 1, 2. \quad (29)$$

Из условия совместности двух однородных уравнений находим показатель преломления γ -квантов

$$\tilde{n}^{-2} = \frac{S}{2} \pm \sqrt{\frac{S^2}{4} - D_\eta} = (\eta_{11} + \eta_{22})/2 \pm \sqrt{(\eta_{11} - \eta_{22})^2/4 + \eta_{12}\eta_{21}}, \quad (30)$$

где S и D_η — след и определитель матрицы η_{ij} .

Таким образом, в поле лазерной волны пучок γ -квантов распространяется как суперпозиция двух электромагнитных волн, имеющих, в общем случае разные показатели преломления. Заметим, что два корня уравнения (30) вида $(-1 + \text{малая величина})$ являются в данном случае лишними и соответствуют движению в обратном направлении.

В общем случае показатели преломления являются комплексными величинами. Однако при $z \geq 1$, как нетрудно видеть из (30), они действительны, т.е. в этом случае лазерная волна является прозрачной средой. Если волна лазера линейно поляризована ($P_c = 0$) или циркулярно поляризована ($P_l = 0$), то коэффициенты преломления легко находятся и соответственно равны $n_1^2 = \varepsilon_{11}$, $n_2^2 = \varepsilon_{22}$ и $n_{1,2}^2 = (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})/2 \pm i\varepsilon_{12}$, где компоненты тензора диэлектрической проницаемости записаны в указанной ранее системе координат, а также учтено $\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21}$.

При $z \rightarrow \infty$ показатели преломления для линейно и циркулярно поляризованных волн лазера соответственно равны

$$n_\perp, n_\parallel = 1 + \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{\pi E_o^2} \left(\frac{11 \pm 3P_l}{45} \right), \quad (31)$$

$$n_{\Rightarrow}, n_{\Leftarrow} = 1 + \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{\pi E_o^2} \left(\frac{11}{45} \pm \frac{16P_c}{315z} \right). \quad (32)$$

Поведение этих показателей преломления в зависимости от переменной z иллюстрируется рис.2 и 3.

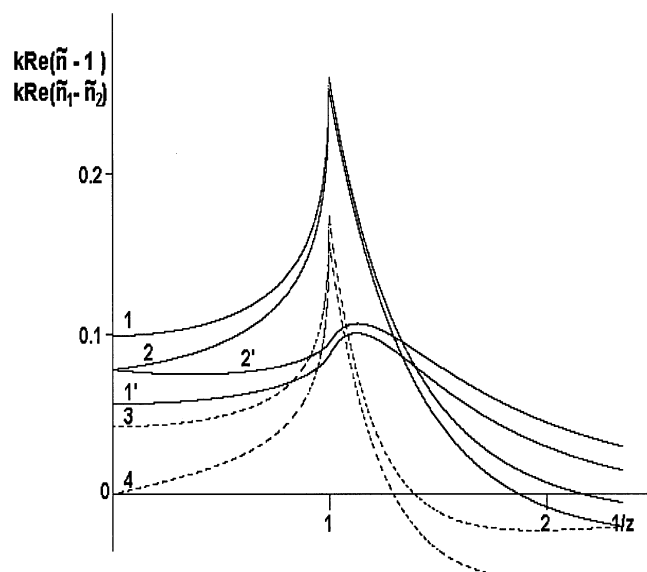


Рис. 2. Действительные части показателей преломления (1, 1') для линейно ($P_l = 1, P_c = 0$) и (2, 2') циркулярно ($P_l = 0, P_c = 1$) поляризованных лазерных волн, а также соответствующие разности (3, 4) этих величин в зависимости от инвариантной переменной z . Множитель $k^{-1} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2}$.

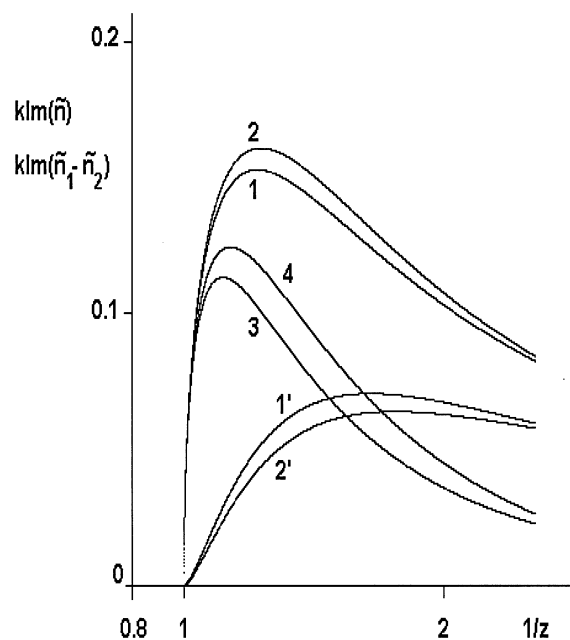


Рис. 3. Мнимые части показателей преломления (1, 1') и (2, 2') для линейно ($P_l = 1, P_c = 0$) и (2, 2') циркулярно ($P_l = 0, P_c = 1$) поляризованных лазерных волн, а также соответствующие разности (3, 4) этих величин в зависимости от инвариантной переменной z . Множитель $k^{-1} = \frac{\alpha \langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2}$.

3. Поляризационные характеристики γ -квантов, распространяющихся в лазерной волне

Из дисперсионных уравнений (29) находим соотношение для компонент вектора \vec{D}

$$\frac{D_1}{D_2} = \kappa = \frac{\tilde{n}^{-2} - \eta_{22}}{\eta_{21}} = \frac{|D_1|}{|D_2|} e^{i\delta}, \quad (33)$$

где δ — сдвиг фаз между D_1 и D_2 . Вращая систему координат вокруг волнового вектора γ -кванта, это соотношение можно привести к виду $\kappa = 0$, либо к виду $\kappa = i\rho$ (так как $|D_1||D_2|\sin\delta = b_1b_2$, где b_1 и b_2 — величины полуосей эллипса, а $|\rho| = b_1/b_2$ [12]). Первый случай соответствует распространению линейно поляризованной волны, а второй — волне с эллиптической поляризацией, причем $\rho > 0$ ($\rho < 0$) соответствует левой (правой) поляризации γ -кванта.

Рассмотрим сначала случай $z > 1$, когда нет поглощения γ -квантов. Тогда, если $\eta''_{12} \neq 0$,

$$\kappa = i\rho = i \frac{(\eta'_{11} - \eta'_{22})/2 \pm \sqrt{(\eta'_{11} - \eta'_{22})^2/4 + \eta''_{12}{}^2}}{\eta''_{12}}. \quad (34)$$

Видно, что в общем случае нормальные волны эллиптически поляризованы, причем главные оси эллипса параллельны осям выбранной системы координат. Циркулярная P_{circ} и линейная P_{line} поляризации волны находятся из известных соотношений

$$P_{circ} = 2\rho/(1 + \rho^2), \quad (35)$$

$$P_{line} = (1 - \rho^2)/(1 + \rho^2). \quad (36)$$

Нетрудно видеть, что, вообще говоря, $P_{circ} \neq P_c$ и $P_{line} \neq P_l$, даже если $P_c^2 + P_l^2 = 1$. Если $\eta''_{12} = 0$, то волны линейно поляризованы вдоль осей системы координат. В случае, когда есть поглощение ($0 < z < 1$) нормальные волны, распространяющиеся в линейно поляризованной лазерной волне ($P_c = 0$), полностью линейно поляризованы ($P_{line} = \pm 1$) вдоль осей координат. То же наблюдается и для циркулярно поляризованной лазерной волны ($P_l = 0$), причем $P_{circ} = \pm 1$.

Если $P_c \neq 0$ и $P_l \neq 0$ в присутствии поглощения ($z < 1$), то пучок γ -квантов, распространяющийся в лазерной волне, является суперпозицией двух эллиптически поляризованных волн, причем главные оси этих эллипсов поляризации смещаются на некоторый угол φ относительно выбранной ранее системы координат. Действительно, поскольку показатели преломления в этом случае комплексные величины, то и величина κ тоже комплексная, причем, как нетрудно установить прямым расчетом,

$$\kappa^{(1)}\kappa^{(2)} = 1 \quad (37)$$

где цифры в скобках соответствуют нормальным волнам с показателями преломления \tilde{n}_1 и \tilde{n}_2 . Так как величины $\kappa^{(1)}$ и $\kappa^{(2)}$ связаны между собой приведенным простым соотношением, то далее будем использовать одну из этих величин $\kappa = \kappa^{(1)}$ без указания номера в скобках.

В рассматриваемом случае можно получить следующие соотношения:

$$D_1^{(1)} D_1^{(2)} + D_2^{(1)} D_2^{(2)} = 2D_2^{(1)} D_2^{(2)}, \quad (38)$$

$$D_1^{(1)} D_1^{*(2)} + D_2^{(1)} D_2^{*(2)} = D_2^{(1)} D_2^{(2)} (\kappa + \kappa^*) / \kappa^*, \quad (39)$$

где цифры в скобках соответствуют нормальным волнам с показателями преломления \tilde{n}_1 и \tilde{n}_2 . Таким образом, векторы индукции $\vec{D}^{(1)}$ и $\vec{D}^{(2)}$, а также $\vec{D}^{(1)}$ и $\vec{D}^{*(2)}$ не являются ортогональными (см. работу [2]).

Обозначим параметры Стокса нормальной волны с показателем \tilde{n}_1 через величины X_1, X_2, X_3 , а с показателем преломления \tilde{n}_2 — через Y_1, Y_2, Y_3 . Тогда получаем

$$X_1 = \frac{\kappa + \kappa^*}{1 + \kappa\kappa^*}, \quad (40)$$

$$X_2 = -\frac{i(\kappa^* - \kappa)}{1 + \kappa\kappa^*}, \quad (41)$$

$$X_3 = \frac{\kappa\kappa^* - 1}{1 + \kappa\kappa^*}. \quad (42)$$

И, кроме того, $Y_1 = X_1, Y_2 = -X_2, Y_3 = -X_3$. Угол φ находится из соотношения $\operatorname{tg}2\varphi = X_1/X_3$ (для второй волны он равен $-\varphi$).

На рис.4 представлены в качестве иллюстрации результаты расчетов величин $|P_{circ}|, |P_{line}|$ и угла $|\varphi|$ в зависимости от переменной z для волны лазера с $P_c = P_l = 1/\sqrt{2}$.

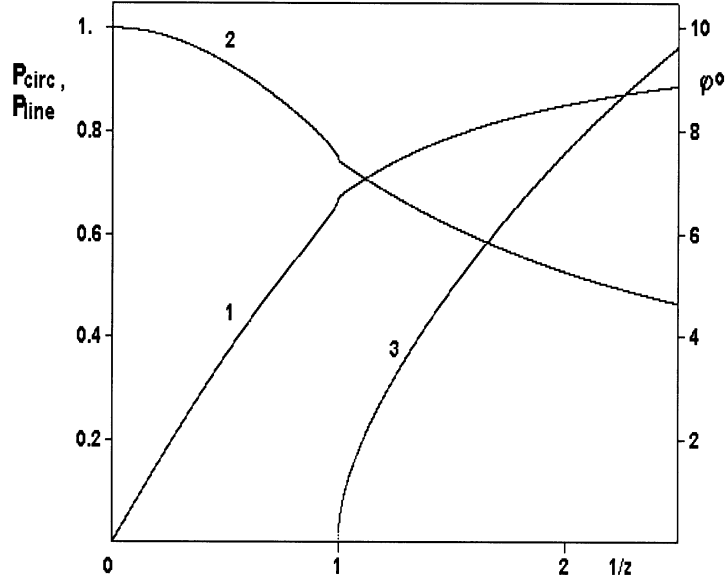


Рис. 4. Изменение абсолютных значений величин P_{circ} и P_{line} , а также угла поворота осей эллипса поляризации φ (в градусах) относительно выбранной координатной системы в зависимости от инвариантной переменной z . Линейная и циркулярная поляризации лазерной волны выбраны равными $P_l = P_c = 1/\sqrt{2}$. При значениях $z > 1 (z^{-1} < 1)$ угол $\varphi = 0$.

4. Распространение γ -квантов в лазерной волне

Проведенный выше анализ позволяет найти соотношения, описывающие изменение интенсивности и поляризации γ -квантов, распространяющихся в однородной ($n_l = const$) лазерной волне. Представляя пучок γ -квантов как суперпозицию двух нормальных электромагнитных волн с определенными ранее показателями преломления и поляризационными характеристиками, получаем соотношения, описывающие изменение интенсивности и параметров Стокса пучка γ -квантов при прохождении его через лазерную волну:

$$J_\gamma(x) = J_1(x) + J_2(x) + 2J_3(x), \quad (43)$$

$$\xi_1(x) = (X_1 J_1(x) + Y_1 J_2(x) + p_1 J_3(x))/J_\gamma(x), \quad (44)$$

$$\xi_2(x) = (X_2 J_1(x) + Y_2 J_2(x) + p_2 J_4(x))/J_\gamma(x), \quad (45)$$

$$\xi_3(x) = (X_3 J_1(x) + Y_3 J_2(x) + p_3 J_4(x))/J_\gamma(x), \quad (46)$$

где $J_\gamma(x), \xi_1(x), \xi_2(x), \xi_3(x)$ — интенсивность и параметры Стокса пучка γ -квантов на толщине x . Парциальные интенсивности $J_i(x), (i = 1-4)$ имеют вид (физический смысл этих величин легко понять, если расписать выражение $(\vec{D}^{(1)} + \vec{D}^{(2)})(\vec{D}^{*(1)} + \vec{D}^{*(2)})$)

$$J_1(x) = J_1(0) \exp(-2 \operatorname{Im}(\tilde{n}_1)\omega x/c), \quad (47)$$

$$J_2(x) = J_2(0) \exp(-2 \operatorname{Im}(\tilde{n}_2)\omega x/c), \quad (48)$$

$$J_3(x) = \exp(-\operatorname{Im}(\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2)\omega x/c) \{ J_3(0) \cos(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) - J_4(0) \sin(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) \}, \quad (49)$$

$$J_4(x) = \exp(-\operatorname{Im}(\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2)\omega x/c) \{ J_3(0) \sin(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) + J_4(0) \cos(\operatorname{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c) \}. \quad (50)$$

Причем начальные парциальные интенсивности определяются из следующих соотношений:

$$J_1(0) = \frac{\xi_2(0) - f\xi_3(0)}{2(X_2 - fX_3)} + \frac{\xi_1(0) - q}{2(X_1 - q)}, \quad (51)$$

$$J_2(0) = -\frac{\xi_2(0) - f\xi_3(0)}{2(X_2 - fX_3)} + \frac{\xi_1(0) - q}{2(X_1 - q)}, \quad (52)$$

$$J_3(0) = \frac{X_1 - \xi_1(0)}{2(X_1 - q)}, \quad (53)$$

$$J_4(0) = \frac{\xi_3(0)X_2 - \xi_2(0)X_3}{p_3(X_2 - fX_3)}. \quad (54)$$

При получении этих соотношений использована связь между величинами X_i и Y_i , вследствие чего последние отсутствуют в формулах. Кроме того, принято $J_\gamma(0) = 1$.

Параметры f, q, p_1, p_2, p_3 имеют вид

$$f = \frac{i(\kappa\kappa^* - 1)}{\kappa - \kappa^*}, \quad q = \frac{1 + \kappa\kappa^*}{\kappa + \kappa^*},$$

$$p_1 = \frac{2(1 + \kappa\kappa^*)}{\kappa + \kappa^*}, \quad p_2 = \frac{2(1 - \kappa\kappa^*)}{\kappa + \kappa^*}, \quad p_3 = \frac{2i(\kappa - \kappa^*)}{\kappa + \kappa^*}.$$

Полученные соотношения описывают общий случай распространения γ -квантов, когда $P_l \neq 0, P_c \neq 0$, и $z < 1$. Однако формально этими соотношениями не описываются такие случаи, когда $\kappa + \kappa^* = 0$ (например, когда пучок γ -квантов полностью циркулярно (или линейно) поляризован, или когда $z > 1$ при произвольной поляризации пучка). При названных условиях для описания распространения пучка γ -квантов можно воспользоваться известными соотношениями [6,13], или в полученных здесь соотношениях перейти к пределу, положив, например $\kappa = \delta + i\rho$ и устремив δ к нулю. Этот же случай описан в Приложении.

5. Влияние интенсивности лазерной волны на распространение γ -квантов

Влияние интенсивности электромагнитной волны на процесс образования электрон-позитронных пар исследовано в ряде работ (см. работу [4] и цитированную там литературу). До сих пор рассматривался случай относительно невысокой интенсивности волны лазера, степень которой можно охарактеризовать безразмерным параметром $\xi^2 = \frac{\langle E^2 \rangle}{E_{cr}^2} \frac{m^2 c^4}{E_l^2}$. Полученные здесь соотношения для тензора ε_{ij} справедливы, когда $\xi^2 \ll 1$. Результаты, полученные в [4], позволяют записать компоненты тензора диэлектрической проницаемости с учетом их разложения в ряд по ξ . Важным моментом в таком учете интенсивности является то что переменная z заменяется на переменную, которую обозначим как \tilde{z} , причем $\tilde{z} = z(1 + \xi^2)$. Условие для рождения пар в данном случае есть $\tilde{z} < 1$, что при фиксированной частоте лазерной волны означает увеличение пороговой энергии γ -пучка. В целом, соответствующие компоненты тензора диэлектрической проницаемости сохраняют свой вид, однако переменная z заменяется переменной \tilde{z} , критическое поле E_{cr} заменяется на $\tilde{E}_{cr} = \frac{m^2 c^3 (1 + \xi^2)}{e\hbar}$, функции $F'_2(z, 1), F''_2(z, 1), F'_1(z), F''_1(z), F'_c(z), F''_c(z)$ — соответственно на $F'_2(\tilde{z}, \mu), F''_2(\tilde{z}, \mu), F'_1(\tilde{z}), F''_1(\tilde{z}), F'_c(\tilde{z}), F''_c(\tilde{z})$, где $\mu = 1/(1 + \xi^2)$. Строго говоря, область применимости этих уточненных формул ограничивается условием $\xi^2 \ll 1$, но и в этом случае можно получить важную информацию. Так, некоторые оценки в работе [6] выполнены для лазера с $E_l = 1,18$ эВ и $\xi^2 \approx 0,1$. С учетом интенсивности лазерной волны порог образования пар смещается с 221 до 247 ГэВ, что, принимая во внимание резкую зависимость показателей преломления вблизи порога, требует соответствующего учета при экспериментах.

При $\xi^2 \gg 1$ процесс образования пар в лазерной волне становится похожим на аналогичный процесс в постоянном электромагнитном поле. Для постоянного поля тензор диэлектрической проницаемости получен в работе [14], а некоторые конкретные результаты расчетов можно найти в работе [15].

6. Обсуждение результатов

Как уже указывалось, в работе [6] впервые было показано, что при существующих параметрах лазеров возможно наблюдение изменения поляризационных параметров γ -пучков. Авторы этой работы рассмотрели процесс рассеяния света на свете и показали, что это взаимодействие вызывает изменение поляризационных характеристик пучка, которое можно описать с помощью дифференциальных уравнений для параметров Стокса. Эти уравнения были решены для прозрачной среды, а также для циркулярно ($P_l = 0$) и линейно ($P_c = 0$) поляризованных γ -квантов в случае их поглощения. Несмотря на достаточность такого описания прохождения γ -квантов через поле волны, ряд моментов не нашел отражения в указанной работе (в основном это отсутствие описания лазерной волны как специфической оптической среды). Так, разность действительных коэффициентов преломления определена по эффекту изменения поляризации γ -квантов, а не как свойство самой среды. С целью восполнения этого пробела и проведено настоящее рассмотрение прохождения γ -квантов через поле лазерной волны.

В данной работе был получен тензор диэлектрической проницаемости для поля лазерной волны на основе поглощения γ -квантов в процессе образования электрон-позитронных пар. Такой подход к проблеме с точки зрения получения конечных результатов, описывающих изменение поляризации пучка в лазерном сгустке, эквивалентен рассмотрению рассеяния света на свете (точнее, нахождению амплитуды рассеяния на нулевой угол), так как оба эти процесса связаны оптической теоремой. С другой стороны, согласно положениям макроскопической электродинамики при распространении электромагнитной волны (γ -квантов) в среде происходит ее поляризация, которая в данном случае обусловлена наличием виртуальных электрон-позитронных пар, линии которых присутствуют на диаграммах обоих упомянутых процессов [8].

На основе дисперсионных уравнений найдены показатели преломления нормальных электромагнитных волн и определены их поляризационные характеристики. Эти волны, по существу, являются собственными решениями задачи о распространении пучка γ -квантов в среде, что позволило получить в общем случае достаточно простые соотношения, описывающие изменение параметров Стокса пучка γ -квантов, движущегося в лазерной волне. Сравнение результатов расчетов изменения параметров Стокса по формулам (43)-(46) с такими же результатами, полученными путем численного интегрирования дифференциальных уравнений [6], показывает хорошее их согласие (в пределах точности вычислений). Сравнение проводилось при аналогичных условиях, в частности параметр ξ^2 , учитывающий влияние интенсивности лазерной волны на исследуемый процесс, был положен равным 0.

Полученные в данной работе соотношения для тензора диэлектрической проницаемости позволяют учесть влияние интенсивности поля лазерной волны в приближении $\xi^2 \ll 1$. Несмотря на это ограничение, такой учет представляется важным во-первых, из-за достаточно резкой зависимости показателей преломления вблизи

порога образования пар (см. рис.2,3), а во-вторых значения $\xi^2 = 0,05 - 0,2$ (и более) уже вполне технически достижимы [6].

Формулы для разности показателей преломления в случаях циркулярно и линейно поляризованных лазерных волн, полученные в работе [6], совпадают с аналогичными показателями данной работы, и, хотя выражены через разные элементарные функции, легко переводятся друг в друга путем тождественных преобразований.

Следует отметить, что получение абсолютных значений показателей преломления (а не только, их разности) расширяет круг проблем, связанных с прохождением частиц через поле волны, например, позволяет рассмотреть их черенковское излучение [5] в такой среде. При существующих параметрах лазеров по грубым оценкам такое излучение может иметь место для частиц с гамма-фактором $\sim 10^6 - 10^7$, причем частица должна быть достаточно массивной, чтобы тормозные потери энергии были малы. Характерные энергии черенковских γ -квантов порядка нескольких сотен ГэВ.

Поляризация нормальных электромагнитных волн имеет довольно нетривиальный характер. В общем случае ($P_c, P_l \neq 0$) они эллиптически поляризованы. В отсутствии поглощения оси эллипсов параллельны линейной поляризации лазерной волны. Поглощение вызывает поворот этих осей относительно этого направления и при этом нарушается их взаимная ортогональность.

При значениях параметра $\xi^2 \ll 1$ распространение γ -квантов в поле линейно поляризованной лазерной волны имеет много общего с таким процессом в монокристаллах в области когерентного образования пар [4]. Так, в монокристаллах тензор диэлектрической проницаемости выражается через те же функции F'_1, F'_2, F''_1, F''_2 , что и в лазерной среде [5]. Пожалуй существенным отличием является наличие в монокристаллах по крайней мере нескольких частот эквивалентных фотонов и наличие некогерентной составляющей из-за тепловых флуктуаций, которая не позволяет считать монокристалл абсолютно прозрачной средой.

Следует отметить, что пока не было проведено экспериментов по подтверждению эффекта преобразования поляризации пучка в монокристаллах, хотя работа [3] опубликована достаточно давно и есть ряд предложений по исследованию и использованию этого феномена на современных ускорителях [10,16]. Открывшаяся недавно возможность экспериментов в лазерных пучках [6] позволяет проверить основные положения теории не только для лазерной среды, но и для монокристаллов из-за близкой природы эффектов, а наличие циркулярной поляризации лазерной волны существенно расширяет круг таких экспериментов.

Автор благодарен Г.Л. Коткину и В.Г. Сербо за полезные советы.

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982.
- [2] Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. — М.: Наука, 1979.
- [3] Cabibbo N., Da Prato G., De Franceschi G. and Mosco U. Phys. Rev. Lett. 1962. V.9. P.435.
- [4] Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высоких энергиях в ориентированных монокристаллах. — Новосибирск: Наука, 1989.
- [5] Маишеев В.А., Михалев В.Л., Фролов А.М. ЖЭТФ. 1992, т.101, с.1376; Препринт ИФВЭ 91-142, Протвино, 1991
- [6] Kotkin G.L. and Serbo V.G. Preprint hep-ph/9611345 (submitted to Phys.Rev.Lett.)
- [7] De Tollis V. Il Nuovo Chimento 32, 754 (1964) and 35, 1182 (1965).
- [8] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. — М: Наука, 1980.
- [9] Никишов А.И., Ритус В.И. ЖЭТФ. 1967, т. 52, с. 1707.
- [10] Барышевский В.Г., Тихомиров В.В. УФН. 1989, т. 154, с. 529.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. — М.: Наука, 1964.
- [12] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля — М.: Наука, 1988.
- [13] Маишеев В.А., Михалев В.Л., Фролов А.М. Препринт ИФВЭ 91-30, Протвино. 1991.
- [14] Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов — М.: Атомиздат, 1973.
- [15] Frolov A.M., Maisheev V.A., Mikhaljov V.L. Nucl. Instr. and Meth. 1987, v. A254, p. 549.
- [16] Piotrkowski K. Nucl. Instr. and Meth. 1996, v. B119, p.253.

Рукопись поступила 15 апреля 1997 г.

**Соотношения для интенсивности и параметров Стокса пучка
 γ -квантов в случае $\kappa + \kappa^* = 0$**

$$\begin{aligned}
 J &= J_0 e^{-(n_1+n_2)} (\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)), \\
 \xi_1 &= \frac{b \sin(\Delta) + \xi_1^\circ \cos(\Delta)}{\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)}, \\
 \xi_2 &= \frac{P_{circ} \text{sh}(n_2 - n_1) + a P_{circ} \text{ch}(n_2 - n_1) + P_{line} [-b \cos(\Delta) + \xi_1^\circ \sin(\Delta)]}{\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)}, \\
 \xi_3 &= \frac{P_{line} \text{sh}(n_2 - n_1) + a P_{line} \text{ch}(n_2 - n_1) + P_{circ} [b \cos(\Delta) - \xi_1^\circ \sin(\Delta)]}{\text{ch}(n_2 - n_1) - a \text{sh}(n_2 - n_1)},
 \end{aligned}$$

где $a = \xi_3^\circ P_{line} + \xi_2^\circ P_{circ}$; $b = \xi_3^\circ P_{circ} - \xi_2^\circ P_{line}$; $n_1 = \text{Im}(\tilde{n}_1)\omega x/c$, $n_2 = \text{Im}(\tilde{n}_2)\omega x/c$; $\Delta = \text{Re}(\tilde{n}_1 - \tilde{n}_2)\omega x/c$; величины P_{line} и P_{circ} соответствуют поляризации волны с показателем преломления \tilde{n}_1 , а остальные обозначения, как в тексте. Очевидно, что в прозрачной среде $n_1 = n_2 = 0$.

В.А. Маишеев.

Распространение пучка γ -квантов в поле монохроматической лазерной волны.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы \LaTeX .

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 21.04.97 г. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.

Печ.л. 1,87. Уч.-изд.л. 1,44. Тираж 120. Заказ 1028. Индекс 3649.

ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

