



И  
Ф  
В  
Э

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 97-36  
ОТФ

С.С.Герштейн, А.А.Логунов, М.А.Мествишили

## ЭВОЛЮЦИЯ ВСЕЛЕННОЙ И МАССА ГРАВИТОНА

Протвино 1997

## Аннотация

Герштейн С.С., Логунов А.А., Мествишили М.А. Эволюция Вселенной и масса гравитона: Препринт ИФВЭ 97–36. – Протвино, 1997. – 18 с., библиог.: 8.

В статье рассматривается эволюция однородной и изотропной Вселенной в рамках релятивистской теории гравитации (РТГ). Указывается, что в рамках этой теории Вселенная может быть только “плоской”, т.е. пространственная метрика ее евклидова. Показано, что однозначно возникающая в РТГ структура члена, нарушающего калибровочную свободу (содержащая космологический член и массу гравитона, характеризуемые единой константой), приводит к устраниению космологической особенности и циклическому развитию Вселенной от некоторой максимальной плотности  $\rho_{\max}$  до минимальной  $\rho_{\min}$  и т.д. В теории естественным образом реализуется принцип Маха: инерциальная система определяется распределением масс во Вселенной. Теория указывает на наличие большой “скрытой” массы Вселенной. Вычислена постоянная Хаббла  $H$ , параметр замедления  $q$  и период эволюции Вселенной. Современные значения  $H(\tau_c)$ ,  $q(\tau_c)$  и время от начала эволюции  $\tau_c$  практически не зависят от максимальной плотности вещества  $\rho_{\max}$ , связанной с интегралом движения. В данной модели отсутствуют известные проблемы сингулярности, плоскостности, причинности; и для решения их нет необходимости вводить стадию инфляционного расширения.

## Abstract

Gershtein S.S., Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. Evolution of the Universe and Graviton Mass: IHEP Preprint 97–36. – Protvino, 1997. – p. 18, refs.: 8.

The paper considers the evolution of homogeneous and isotropic Universe within the frames of the Relativistic Theory of Gravitation (RTG). It is stated, that in the framework of this theory, the Universe cannot be other than “flat”, i.e., its spatial metric is the Euclidean one. It has been demonstrated that unambiguously arising in RTG a term structure, that breaks the gauge freedom (containing a cosmological term and graviton mass, characterized by the unique constant) results in the elimination of cosmological singularity and the development of the Universe in a series of alternating cycles, from high density  $\rho_{\max}$  to minimal  $\rho_{\min}$ , etc. The Mach principle is naturally realized in the theory: the inertial system is determined by the distribution of masses in the Universe. The theory testifies to the presence of the big “hidden” mass of the Universe. The Hubble constant  $H$ , deceleration parameter  $q$  and the evolution period of the Universe have been estimated. The present values  $H(\tau_c)$ ,  $q(\tau_c)$  and the time from the onset of evolution  $\tau_c$  are practically independent of the maximum density of matter  $\rho_{\max}$  connected with the integral of motion. In the given model the known problems of singularity, flatness, causality are lacking; and in order to solve them, there is no need to introduce the stage of inflationary expansion.

В релятивистской теории гравитации [1] (РТГ) гравитационное поле рассматривается как физическое поле типа Фарадея-Максвелла. Источником этого универсального поля является сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса всех форм материи, в том числе и гравитационного поля. Поскольку источником является плотность тензора, то гравитационное поле также характеризуется тензорной плотностью. Гравитационное поле, как и все другие физические поля, рассматривается в пространстве Минковского. Тем самым силы инерции отделены от сил гравитации: они имеют разную природу. Выбор пространства Минковского продиктован фундаментальными физическими принципами — интегральными законами сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Отсюда следует возникновение эффективного риманова пространства-времени, которое в буквальном смысле имеет полевое происхождение.

Представление тензорного гравитационного поля в пространстве Минковского с необходимостью требует введения массы гравитона  $m$ , и, как следствие, появления в уравнениях поля некоторой единой вполне определенной алгебраической структуры, включающей в себя космологический член, а также член, имеющий в своем выражении метрический тензор пространства Минковского. Оба эти члена входят в уравнения поля с общей постоянной — квадратом массы гравитона. Введение космологического члена обсуждалось и в ОТО. Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц по этому поводу писали [2]: “*Подчеркнем, что речь шла бы об изменении, имеющем глубокий физический смысл: введение в плотность лагранжевой функции постоянного члена, вообще не зависящего от состояния поля, означало бы приспособление пространству-времени принципиально неустранимой кривизны, не связанной ни с материей, ни с гравитационными волнами.*”

В РТГ такая проблема не возникает, поскольку наличие в уравнениях поля единой алгебраической структуры с общей постоянной приводит к тому, что при отсутствии вещества и гравитационного поля кривизна исчезает и пространство-время имеет раннее выбранную псевдоевклидову метрику  $\gamma_{\mu\nu}$ . Согласно РТГ равенство инертной и тяжелой масс есть прямое следствие того, что источником гравитационного поля является сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса всей материи. В РТГ сохраняется понятие инерциальной системы координат, и поэтому

ускорение имеет абсолютный смысл. Уравнения поля РТГ формы инвариантны относительно преобразований Лоренца. Связь инерциальной системы с распределением материи означает, что в РТГ имеет место принцип Маха. В РТГ реализуется принцип соответствия, поскольку при выключении гравитационного поля (теоретически это возможно точно) уравнения движения вещества переходят в уравнения движения, имеющие место в специальной теории относительности, в выбранной ранее системе координат. Непосредственно из уравнений РТГ следует, что гравитационное поле обладает поляризационными свойствами, соответствующими спинам 2 и 0.

Развитие однородной и изотропной Вселенной в рамках релятивистской теории гравитации рассматривалось в работах [3,4]. В них было установлено, что Вселенная может быть только “плоской” (т.е. ее пространственная геометрия — евклидова), а ее плотность должна превышать величину критической плотности  $\rho_c$ , определяемой “постоянной” Хаббла. Отсюда был сделан вывод о необходимости существования во Вселенной большой “скрытой” массы (так называемой “темной материи”). Было показано также, что наличие ненулевой массы гравитона (имеющее принципиальное значение для РТГ) играет роль на определенных этапах эволюции Вселенной. Именно из-за нее, в конечном итоге, возникают силы гравитационного отталкивания при сжатии Вселенной, устраниющие космологическую особенность. Таким образом, из РТГ следовало, что Вселенная развивается циклически, расширяясь от некоторой максимальной плотности  $\rho_{\max}$  до минимальной  $\rho_{\min}$ , после чего следует вновь сжатие до  $\rho_{\max}$  и т.д.

В работе [5] проведен дальнейший анализ эволюции однородной и изотропной Вселенной, и на основе дополнительного предположения найдено значение максимальной плотности вещества во Вселенной.

В настоящей статье мы вновь возвращаемся к данному вопросу с целью показать, что развитие однородной и изотропной модели Вселенной определяется современными наблюдательными данными, максимальной плотностью вещества  $\rho_{\max}$  и массой гравитона  $m$ . Как мы убедимся ниже, современные параметры “постоянной” Хаббла, коэффициента замедления  $q_c$  практически не зависят от значения максимальной плотности  $\rho_{\max}$ . Максимальная плотность вещества является интегралом движения динамической системы, и она определяется начальными условиями. Выбор этих начальных условий должен осуществляться таким образом, чтобы не вступить в противоречие с современными наблюдательными данными. Согласно РТГ максимальная плотность вещества во Вселенной может и не достигать значения планковской плотности. Уравнения РТГ запишем форме [1]

$$R_\mu^\nu - \frac{1}{2}\delta_\mu^\nu R + \frac{m^2}{2}[\delta_\mu^\nu + g^{\nu\alpha}\gamma_{\alpha\mu} - \frac{1}{2}\delta_\mu^\nu g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}] = 8\pi T_\mu^\nu, \quad (1)$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (2)$$

$D_\mu$  — ковариантная производная в пространстве Минковского с метрикой  $\gamma_{\mu\nu}$ ,  $m$  — масса гравитона. Мы выбрали для удобства систему единиц  $G = \hbar = c = 1$ .

Тензор энергии-импульса вещества имеет вид

$$T_\mu^\nu = (\rho + p)u^\nu u_\mu - \delta_\mu^\nu p, \quad u^\nu = \frac{dx^\nu}{ds}. \quad (3)$$

Здесь  $\rho$  — плотность вещества;  $p$  — давление;  $ds$  — интервал эффективного риманова пространства.

Для однородной и изотропной модели Вселенной интервал эффективного риманова пространства  $ds$  имеет общий вид

$$ds^2 = U(t)dt^2 - V(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\phi^2) \right]. \quad (4)$$

Здесь  $k$  принимает значения  $1, -1, 0$ ;  $k = 1$  соответствует замкнутой Вселенной,  $k = -1$  — гиперболической, а  $k = 0$  — “плоской”.

Все рассмотрение мы будем вести в инерциальной системе в сферических координатах  $r, \Theta, \phi$ . Интервал в пространстве Минковского в этом случае имеет вид

$$d\sigma^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\phi^2). \quad (5)$$

Определитель  $g$ , составленный из компонент  $g_{\mu\nu}$ , равен

$$g = -UV^3(1 - kr^2)^{-1}r^4 \sin^2 \Theta. \quad (6)$$

Тензорная плотность

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu} \quad (7)$$

имеет согласно (4) следующие компоненты:

$$\begin{aligned} \tilde{g}^{00} &= \sqrt{\frac{r^4 V^3}{U(1 - kr^2)}} \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{11} = -r^2 \sqrt{UV(1 - kr^2)} \sin \Theta, \\ \tilde{g}^{22} &= -\sqrt{\frac{UV}{1 - kr^2}} \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{33} = -\sqrt{\frac{UV}{1 - kr^2}} \cdot \frac{1}{\sin \Theta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Символы Кристоффеля пространства Минковского равны

$$\begin{aligned} \gamma_{22}^1 &= -r, \quad \gamma_{33}^1 = -r \sin^2 \Theta, \quad \gamma_{12}^2 = \gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \\ \gamma_{33}^2 &= -\sin \Theta \cos \Theta, \quad \gamma_{23}^3 = \operatorname{ctg} \Theta. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (2) имеет вид

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\alpha\beta}^\nu \tilde{g}^{\alpha\beta} = 0. \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10), получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \sqrt{\frac{V^3}{U}} \right) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2\sqrt{1-kr^2})=2r(1-kr^2)^{-1/2}. \quad (12)$$

Из уравнения (11) следует

$$V=aU^{1/3}. \quad (13)$$

Здесь  $a$  — постоянная интегрирования. Из уравнения (12) непосредственно находим

$$k=0, \quad (14)$$

т.е. пространственная метрика является евклидовой. Уместно подчеркнуть, что этот вывод для однородной и изотропной Вселенной непосредственно следует из условия (2) для гравитационного поля и не зависит от плотности вещества. Таким образом, уравнение (2) исключает замкнутую и гиперболическую модели Вселенной. Однородная и изотропная Вселенная согласно РТГ может быть только “плоской”. Другими словами, в рамках РТГ отсутствует проблема плоскости Вселенной.

Эффективная риманова метрика (4) с учетом (13) и (14) принимает вид

$$ds^2=U(t)dt^2-aU^{1/3}(t)[dr^2+r^2(d\Theta^2+\sin^2\Theta d\phi^2)]. \quad (15)$$

Коэффициенты связности риманова пространства

$$\Gamma_{\mu\nu}^\rho=\frac{1}{2}g^{\rho\sigma}(\partial_\mu g_{\sigma\nu}+\partial_\nu g_{\sigma\mu}-\partial_\sigma g_{\mu\nu}), \quad (16)$$

для интервала (15) имеют вид

$$\begin{aligned} \Gamma_{00}^0 &= \frac{1}{2U}\frac{dU}{dt}, \quad \Gamma_{11}^0 = \frac{a}{6U^{5/3}}\frac{dU}{dt}, \quad \Gamma_{22}^0 = \frac{ar^2}{6U^{5/3}}\frac{dU}{dt}, \quad \Gamma_{33}^0 = \sin^2\Theta\Gamma_{22}^0, \\ \Gamma_{01}^1 &= \frac{1}{6U}\frac{dU}{dt}, \quad \Gamma_{22}^1 = -r, \quad \Gamma_{33}^1 = \sin^2\Theta\Gamma_{22}^1, \quad \Gamma_{02}^2 = \frac{1}{6U}\frac{dU}{dt}, \\ \Gamma_{12}^2 &= r, \quad \Gamma_{33}^2 = -\sin\Theta\cos\Theta, \quad \Gamma_{03}^3 = \frac{1}{6U}\frac{dU}{dt}, \quad \Gamma_{13}^3 = r, \quad \Gamma_{23}^3 = \cos\Theta. \end{aligned} \quad (17)$$

Все остальные символы Кристоффеля равны нулю. Величины  $R_{\mu\nu}$  и  $R$ , входящие в уравнения (1), равны

$$R_{\mu\nu}=\partial_\rho\Gamma_{\mu\nu}^\rho-\partial_\nu\Gamma_{\mu\rho}^\rho+\Gamma_{\mu\nu}^\rho\Gamma_{\rho\sigma}^\sigma-\Gamma_{\mu\sigma}^\rho\Gamma_{\rho\nu}^\sigma, \quad (18)$$

$$R=R_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}=g^{\alpha\beta}(\partial_\rho\Gamma_{\alpha\beta}^\rho-\partial_\beta\Gamma_{\alpha\rho}^\rho)+g^{\alpha\beta}(\Gamma_{\alpha\beta}^\rho\Gamma_{\rho\sigma}^\sigma-\Gamma_{\alpha\sigma}^\rho\Gamma_{\rho\beta}^\sigma). \quad (19)$$

Подставляя выражения (17) в формулы (18) и (19) и используя полученные выражения в уравнениях (1), находим

$$\frac{1}{12U^3}\dot{U}^2-8\pi\rho(t)+\frac{m^2}{2}\left(1+\frac{1}{2U}\right)-\frac{3m^2}{4a}U^{-1/3}=0; \quad (20)$$

$$\frac{1}{3U^2}\ddot{U}-\frac{5}{12U^3}\dot{U}^2+8\pi p(t)+\frac{m^2}{2}\left(1-\frac{1}{2U}\right)-\frac{m^2}{4a}U^{-1/3}=0. \quad (21)$$

Здесь  $\dot{U} = \frac{dU}{dt}$ ,  $\ddot{U} = \frac{d^2U}{dt^2}$ . Если записать уравнение (1) в форме

$$\frac{m^2}{2}\gamma_{\mu\nu} = 8\pi \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}g_{\mu\nu}, \quad (1a)$$

то легко убедиться, что для однородной и изотропной Вселенной, определяемой интервалом (15), имеют место равенства

$$g_{0i} = 0, \quad R_{0i} = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Из уравнения (1a) следует, что в инерциальной системе координат с интервалом (5)

$$T_{0i} = 0, \quad \text{а следовательно, } u_i = 0.$$

Это означает, что система координат, в которой вещество Вселенной поконится, является инерциальной. Таким образом, так называемое “расширение” Вселенной, наблюдавшееся по красному смещению, вызвано изменением гравитационного поля во времени. Следует особо подчеркнуть, что данная инерциальная система координат выделена самой Природой, т.е. в рассматриваемой теории автоматически выполняется принцип Маха.

Если перейти к собственному времени  $d\tau$

$$d\tau = \sqrt{U}dt,$$

и ввести обозначение

$$R^2 = U^{1/3}(t), \quad (22)$$

интервал (15) принимает вид

$$ds^2 = d\tau^2 - aR^2(\tau)[dx^2 + dy^2 + dz^2]. \quad (23)$$

Уравнения (20) и (21) для функции  $R(\tau)$  принимают вид

$$\left( \frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(\tau) - \frac{\omega}{R^6} \left( 1 - \frac{3R^4}{a} + 2R^6 \right), \quad (24)$$

$$\frac{1}{R} \frac{d^2R}{d\tau^2} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) - 2\omega \left( 1 - \frac{1}{R^6} \right), \quad (25)$$

здесь

$$\omega = \frac{1}{12} \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right)^2. \quad (26)$$

Из уравнения (24) в области  $R \gg 1$  следует, что плотность вещества во Вселенной будет равна

$$\rho(\tau) = \rho_c(\tau) + \frac{1}{16\pi G} \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right)^2, \quad (27)$$

где  $\rho_c(\tau)$  — критическая плотность, определенная из “постоянной” Хаббла

$$\rho_c(\tau) = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad H(\tau) = \frac{1}{R} \left( \frac{dR}{d\tau} \right). \quad (28)$$

Решение гравитационных уравнений (24) и (25), для изотропных векторов  $V^\mu$  на световом конусе пространства Минковского  $\gamma_{\mu\nu} V^\mu V^\nu = 0$ , должно удовлетворять условию причинности

$$g_{\mu\nu} V^\mu V^\nu \leq 0, \quad (29)$$

которое в нашем случае примет вид

$$R^2(R^4 - a) \leq 0. \quad (30)$$

Для соблюдения условия причинности во всей области изменения  $R(\tau)$  естественно предположить

$$a = R_{\max}^4. \quad (31)$$

Из уравнения (24) следует, что при достаточно большом значении  $R = R_{\max}$   $\frac{dR}{d\tau}$  обращается в ноль, т.е. происходит остановка “расширения” Вселенной, которая в дальнейшем сменится на фазу “сжатия”. Эта остановка расширения обусловлена последним слагаемым в уравнении (24), играющим роль космологической постоянной. В точке остановки плотность вещества согласно (24) имеет минимальное значение, равное

$$\rho_{\min} = \frac{3}{4\pi} \frac{\omega}{G} \left( 1 - \frac{1}{R_{\max}^6} \right) \simeq \frac{1}{16\pi G} \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right)^2. \quad (32)$$

Из соотношения (27) видно, что плотность вещества во Вселенной должна превышать критическую плотность, т.е. должна существовать скрытая масса вещества. Вместе с тем, если выбрать массу гравитона равной  $10^{-66}$  г, то вклад второго члена в (27) не превышает в настоящее время 2% от плотности  $\rho_c$ , что не исключено современными данными.

Из ковариантного закона сохранения, являющегося следствием уравнений (1) и (2),

$$\nabla_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \tilde{T}^{\alpha\beta} = 0, \quad (33)$$

где

$$\tilde{T}^{\mu\nu} = \sqrt{-g} T^{\mu\nu},$$

можно получить следующее уравнение:

$$\frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau} = - \frac{1}{3(\rho + \frac{p}{c^2})} \frac{dp}{d\tau}. \quad (34)$$

Для радиационной доминантной стадии развития Вселенной

$$p = \frac{1}{3} \rho c^2. \quad (35)$$

Из уравнения (34) с учетом (35) получаем для радиационной плотности  $\rho_r$

$$\rho_r = \frac{A}{R^4(\tau)} . \quad (36)$$

Здесь  $A$  — постоянная интегрирования. На стадии развития Вселенной, когда доминирует нерелятивистская материя и давлением можно пренебречь, из уравнения (34) находим

$$\rho_m = \frac{B}{R^3(\tau)} , \quad (37)$$

$B$  — постоянная интегрирования.

Пусть в некоторый момент времени  $\tau_0$  радиационная плотность  $\rho_r$  сравнивается с плотностью вещества  $\rho_m$

$$\rho_r(\tau_0) = \rho_m(\tau_0) . \quad (38)$$

Подставляя в (38) выражения (36) и (37), получаем

$$A = BR(\tau_0) = BR_0 . \quad (39)$$

Поскольку на поздних стадиях доминирует вещество, из формулы (37) имеем

$$B = \rho_{\min} R_{\max}^3 . \quad (40)$$

Итак,

$$\rho \simeq \rho_r = \frac{\rho_{\min} R_0 \cdot R_{\max}^3}{R^4} , \quad R \leq R_0 . \quad (41)$$

$$\rho \simeq \rho_m = \rho_{\min} \left( \frac{R_{\max}}{R} \right)^3 , \quad R \geq R_0 . \quad (42)$$

Современная плотность радиации (включая три сорта нейтрино, которые мы для определенности считаем безмассовыми) и критическая плотность вещества согласно наблюдательным данным (см., например, [6]) равны

$$\rho_r(\tau_c) = 8 \cdot 10^{-34} \frac{\Gamma}{\text{см}^3} , \quad \rho_m(\tau_c) = 10^{-29} \frac{\Gamma}{\text{см}^3} . \quad (43)$$

“Скрытую” массу мы должны отнести к плотности вещества, поскольку, согласно выражению (27), плотность вещества  $\rho_m(\tau_c)$  при нашем выборе массы гравитона близка к критической плотности  $\rho(\tau_c)$ , определяемой “постоянной” Хаббла. Под веществом мы имеем ввиду все формы материи, кроме гравитационного поля.

Согласно формулам (41), (42) и (43) имеем

$$\rho_r(\tau_c) = \frac{\rho_{\min} R_0 \cdot R_{\max}^3}{R^4(\tau_c)} = 8 \cdot 10^{-34} \frac{\Gamma}{\text{см}^3} . \quad (44)$$

$$\rho_m(\tau_c) = \rho_{\min} \left( \frac{R_{\max}}{R(\tau_c)} \right)^3 = 10^{-29} \frac{\Gamma}{\text{см}^3} . \quad (45)$$

Отсюда находим соответственно

$$R(\tau_c) = \left( \frac{R_0 \rho_{\min} R_{\max}^3}{\rho_r(\tau_c)} \right)^{1/4} = 1,9 \cdot 10^8 \cdot (R_0 \rho_{\min} R_{\max}^3)^{1/4}, \quad (46)$$

$$R(\tau_c) = \left( \frac{\rho_{\min}}{\rho_m(\tau_c)} \right)^{1/3} R_{\max} = 4,6 \cdot 10^9 \cdot \rho_{\min}^{1/3} \cdot R_{\max}. \quad (47)$$

Из выражений (46) и (47) получаем

$$R_0 = \frac{\rho_r(\tau_c)}{\rho_m^{4/3}(\tau_c)} R_{\max} \cdot \rho_{\min}^{1/3} = 3,7 \cdot 10^5 \cdot \rho_{\min}^{1/3} \cdot R_{\max}. \quad (48)$$

Введем обозначения

$$\sigma = \frac{4}{3} R_0 \cdot R_{\max}^3. \quad (49)$$

Согласно (41), (48) и (49) получаем

$$\rho(\tau) \simeq \rho_r(\tau) = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sigma \rho_{\min}}{R^4(\tau)}, \quad R \leq R_0. \quad (50)$$

Предполагая, что на начальной стадии расширения в модели горячей Вселенной доминирует радиация, из уравнения (24) при учете (31), (32), (50) получаем:

$$H^2 = \left( \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{d\tau} \right)^2 = \omega \left[ \frac{3\sigma}{2R^4} - 2 + \frac{3}{R_{\max}^4 \cdot R^2} - \frac{1}{R^6} \right]. \quad (51)$$

Уравнение (51) дает возможность определить закон расширения Вселенной на начальной стадии. Легко видеть, что правая часть уравнения (51) обращается в ноль при достаточно малых значениях  $R = R_{\min}$ . Основную роль при этом играет первый член в скобках в уравнении (24), отвечающий массе гравитона.

Вводя переменную  $x = \frac{1}{R^2}$ , легко найти приближенные значения для корней уравнения

$$\frac{3}{2}\sigma x^2 - 2 + \frac{3}{R_{\max}^4}x - x^3 = 0, \quad (52)$$

которые являются точками поворота.

$$x_1 = \frac{3}{2}\sigma + 0\left(\frac{1}{\sigma^2}\right), \quad x_{2,3} = \pm \sqrt{\frac{4}{3}\frac{1}{\sqrt{\sigma}}} + 0\left(\frac{1}{\sigma^2}\right). \quad (53)$$

Отсюда находим точку поворота

$$R_{\min} = \sqrt{\frac{2}{3\sigma}}. \quad (54)$$

Таким образом, благодаря массе гравитона устраняется космологическая особенность, и расширение Вселенной начинается с конечного значения  $R = R_{\min}$ . На основании (50) получаем

$$\rho_{\max} = \frac{3}{4} \frac{\sigma \rho_{\min}}{R_{\min}^4} = \frac{27}{16} \sigma^3 \rho_{\min}. \quad (55)$$

Согласно (53) выражение (51) можно записать в форме

$$H^2 = \omega(x_1 - x)(x - x_2)(x - x_3). \quad (56)$$

В области изменения масштабного фактора  $R$

$$R_{\min} \leq R \leq R_0 \quad (57)$$

выражение для  $H^2$  существенно упрощается

$$H^2 \simeq \omega x^2(x_1 - x) = \frac{3\sigma\omega}{2R^6}(R^2 - R_{\min}^2). \quad (58)$$

Уравнение (51) в этом приближении принимает вид

$$\frac{1}{R^2} \left( \frac{dR}{d\tau} \right)^2 = \frac{3\sigma\omega}{2R^6}(R^2 - R_{\min}^2). \quad (59)$$

Отсюда получаем

$$\tau = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\sigma\omega} \int_{R_{\min}}^R \frac{y^2 dy}{\sqrt{y^2 - R_{\min}^2}}. \quad (60)$$

После интегрирования находим

$$\tau = \frac{R_{\min}^2}{\sqrt{6}\sigma\omega} \left[ z\sqrt{z^2 - 1} + \ln(z + \sqrt{z^2 - 1}) \right], \quad (61)$$

где

$$z = \frac{R}{R_{\min}}.$$

Используя выражения (54) и (55), получаем

$$\frac{R_{\min}^2}{\sqrt{6}\sigma\omega} = \frac{1}{2\sqrt{2}\omega} \left( \frac{\rho_{\min}}{\rho_{\max}} \right)^{1/2}. \quad (62)$$

Подставляя в это выражение значение  $\rho_{\min}$  из (32), находим

$$\frac{R_{\min}^2}{\sqrt{6}\sigma\omega} = \sqrt{\frac{3}{32\pi G\rho_{\max}}}. \quad (63)$$

Учитывая (63) в (61), получаем

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{32\pi G\rho_{\max}}} \left[ z\sqrt{z^2 - 1} + \ln(z + \sqrt{z^2 - 1}) \right]. \quad (64)$$

В окрестности  $R \simeq R_{\min}$  из (64) находим

$$R(\tau) = R_{\min} \left[ 1 + \frac{4\pi G}{3}\rho_{\max}\tau^2 \right]. \quad (65)$$

Именно в этой области возникает принципиальное различие с моделью Фридмана, поскольку в данной модели устраняется космологическая особенность. Поскольку  $G\rho_{\max}$  велико,  $R(\tau)$  быстро растет от своего минимального значения.

В области  $R/R_{\min} \gg 1$  ( $R < R_0$ ) получаем

$$R(\tau) = R_{\min} \left( \frac{32\pi G}{3}\rho_{\max} \right)^{1/4} \tau^{1/2}. \quad (66)$$

В этой области зависимость плотности вещества  $\rho$  от времени, определяемая уравнением (50), с учетом (54), (55) и (66) имеет вид

$$\rho(\tau) = \frac{3}{32\pi G\tau^2}, \quad (67)$$

т.е. совпадает с известным выражением, которое дает модель Фридмана.

Определим теперь время, отвечающее переходу от радиационно доминантной стадии расширения Вселенной к стадии доминантности нерелятивистского вещества. Согласно (66) имеем

$$R_0^2 = R_{\min}^2 \left( \frac{32\pi G}{3}\rho_{\max} \right)^{1/2} \tau_0. \quad (68)$$

Отсюда находим

$$\tau_0 = \left( \frac{R_0}{R_{\min}} \right)^2 \left( \frac{3}{32\pi G\rho_{\max}} \right)^{1/2}. \quad (69)$$

Принимая во внимание равенство (63), получаем

$$\tau_0 = \frac{R_0^2}{\sqrt{6\sigma\omega}}. \quad (70)$$

Учитывая (49), находим

$$\tau_0 = \frac{1}{2\sqrt{2\omega}} \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^{3/2}. \quad (71)$$

Отсюда с учетом (48) и (32) получаем

$$\tau_0 = \frac{\rho_r^{3/2}(\tau_c)}{\rho_m^2(\tau_c)} \sqrt{\frac{3}{32\pi G}} = 2.26 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{3}{32\pi G}} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ сек}. \quad (72)$$

Рассмотрим теперь развитие Вселенной, когда давлением можно пренебречь. На этой стадии эволюции уравнение (24) запишем в форме

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 = \frac{\omega x^2}{R_{\max}^6} (x-1)[(2R_{\max}^6 - x^3)(x^2 + x + 1) - 3x^2], \quad (73)$$

здесь  $x = R_{\max}/R$ . Отсюда получаем

$$\tau = \tau_0 + \frac{R_{\max}^3}{\sqrt{\omega}} \int_{\frac{R_{\max}}{R}}^{\frac{R_{\max}}{R_0}} \frac{dx}{x \sqrt{(x-1)[(2R_{\max}^6 - x^3)(x^2 + x + 1) - 3x^2]}}. \quad (74)$$

Учитывая, что

$$2R_{\max}^6 \gg 3 \quad (75)$$

и пренебрегая соответствующим членом, выражение (74) можно записать в форме

$$\tau = \tau_0 + \frac{R_{\max}^3}{\sqrt{\omega}} \int_{\frac{R_{\max}}{R}}^{\frac{R_{\max}}{R_0}} \frac{dx}{x \sqrt{(x^3 - 1)(x_1^3 - x^3)}}. \quad (76)$$

Здесь  $x_1 = 2^{1/3}R_{\max}^2$ .

После интегрирования получаем

$$\tau = \tau_0 + \frac{R_{\max}^3}{3\sqrt{x_1^3\omega}} \left[ \arcsin \frac{(x_1^3 + 1)(\frac{R_{\max}}{R_0})^3 - 2x_1^3}{(\frac{R_{\max}}{R_0})^3(x_1^3 - 1)} - \arcsin \frac{(x_1^3 + 1)(\frac{R_{\max}}{R})^3 - 2x_1^3}{(\frac{R_{\max}}{R})^3(x_1^3 - 1)} \right]. \quad (77)$$

Оценим первый член в квадратных скобках

$$\frac{(x_1^3 + 1)(\frac{R_{\max}}{R_0})^3 - 2x_1^3}{(\frac{R_{\max}}{R_0})^3(x_1^3 - 1)} \simeq 1 - 2 \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^3, \quad (78)$$

$$\arcsin[1 - 2 \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^3] \simeq \arccos 2 \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^{3/2} \simeq \frac{\pi}{2} - 2 \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^{3/2}. \quad (79)$$

Учитывая (79), находим

$$\tau = \tau_0 - \frac{2}{3\sqrt{2\omega}} \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^{3/2} + \frac{1}{3\sqrt{2\omega}} \left[ \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{(x_1^3 + 1)(\frac{R_{\max}}{R})^3 - 2x_1^3}{(\frac{R_{\max}}{R})^3(x_1^3 - 1)} \right]. \quad (80)$$

Принимая во внимание (71), имеем

$$3\sqrt{2\omega}(\tau + \beta\tau_0) = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{(x_1^3 + 1)(\frac{R_{\max}}{R})^3 - 2x_1^3}{(\frac{R_{\max}}{R})^3(x_1^3 - 1)}, \quad (81)$$

здесь  $\beta = \left(\frac{4\sqrt{2}}{3} - 1\right)$ . Выражение (81) можно записать в форме

$$\cos \lambda(\tau + \beta\tau_0) = \frac{(\alpha + 1)(\frac{R_{\max}}{R})^3 - 2\alpha}{(\frac{R_{\max}}{R})^3(\alpha - 1)}, \quad (82)$$

здесь

$$\lambda = 3\sqrt{2\omega} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right), \quad \alpha = 2R_{\max}^6. \quad (83)$$

Из выражения (82) находим

$$R(\tau) = \left[ \frac{\alpha}{2} \right]^{1/6} \cdot \left[ \frac{(\alpha + 1) - (\alpha - 1) \cos \lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2\alpha} \right]^{1/3}. \quad (84)$$

В силу равенства (42) имеет место соотношение

$$\frac{\rho_m(\tau)}{\rho_{\min}} = \left[ \frac{R_{\max}}{R(\tau)} \right]^3, \quad (85)$$

учитывая (84), получаем

$$\rho_m(\tau) = \frac{2\alpha\rho_{\min}}{(\alpha + 1) - (\alpha - 1) \cos \lambda(\tau + \beta\tau_0)}. \quad (86)$$

Из формулы (86) при  $\tau \gg \tau_0$  имеем

$$\rho_m(\tau) = \frac{\rho_{\min}}{\sin^2 \frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2}}, \quad (87)$$

аналогично из формулы (84) получаем

$$R(\tau) = R_{\max} \sin^{2/3} \frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2}. \quad (88)$$

В области  $\frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2} \ll 1$  имеем

$$\rho_m(\tau) = \frac{1}{6\pi G(\tau + \beta\tau_0)^2}, \quad (89)$$

$$R(\tau) = R_{\max} \left[ \frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2} \right]^{2/3}. \quad (90)$$

При  $\tau \gg \beta\tau_0$  формулы (89) и (90) дают для  $\rho_m(\tau)$  и  $R(\tau)$  зависимости от времени, аналогичные тем, которые получаются в модели Фридмана. Используя выражение (88), определим “постоянную” Хаббла

$$H = \frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau} = \frac{\lambda}{3} \operatorname{ctg} \frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2}, \quad (91)$$

и параметр замедления расширения Вселенной

$$q = -\ddot{R} \frac{R}{\dot{R}^2} = -1 + \frac{3}{1 + \cos \lambda(\tau + \beta\tau_0)} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2}. \quad (92)$$

Таким образом, при наличии массы гравитона, параметр замедления  $q$  для плоской Вселенной больше  $1/2$  (в отличие от модели Фридмана, где он в точности равен  $1/2$ ). Между параметром замедления  $q$  и “постоянной” Хаббла можно установить связь:

$$H = \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2q-1}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\tau_{max}} \sqrt{2q-1}, \quad (93)$$

здесь

$$\tau_{max} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\hbar}{mc^2}. \quad (94)$$

Из формул (93) и (94) следует, что, если бы современные значения постоянной Хаббла  $H_c$  и параметра  $q_c$  удалось измерить с надлежащей точностью, то можно было бы определить величину массы гравитона. Критическая плотность, определяемая “постоянной” Хаббла, равна

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_{min} \operatorname{ctg}^2 \frac{\lambda(\tau + \beta\tau_0)}{2}. \quad (95)$$

Сравнивая выражение для  $\rho_c$  с выражением (87), получаем

$$\rho_m(\tau) = \rho_c(\tau) + \rho_{min}. \quad (96)$$

Это соотношение имеет место в области  $\tau \gg \tau_0$ . Поскольку в настоящее время критическая плотность превышает во много раз наблюдаемую плотность вещества, из соотношения (96) непосредственно следует наличие во Вселенной большой “скрытой” массы вещества. Покажем теперь, что основные параметры эволюции Вселенной  $R_{max}$  и  $R_{min}$ , которые определяют точки поворота, выражаются через максимальную плотность вещества  $\rho_{max}$  и массу гравитона  $m$ . Масса гравитона  $m$  определяет значение минимальной плотности вещества  $\rho_{min}$ . Используя формулы (48), (49) и (55), легко установить следующее соотношение:

$$R_{max} = \frac{\rho_m^{1/3}(\tau_c)}{\rho_r^{1/4}(\tau_c)} \cdot \left( \frac{\rho_{max}}{4\rho_{min}^2} \right)^{1/12} = 3.6 \cdot 10^{-2} \left( \frac{\rho_{max}}{\rho_{min}^2} \right)^{1/12}. \quad (97)$$

Аналогично с помощью выражения (62) и (54) можно через  $\rho_{max}$  выразить и вторую точку поворота  $R_{min}$ :

$$R_{min} = \left( \frac{\rho_{min}}{2\rho_{max}} \right)^{1/6}. \quad (98)$$

Из (98) и (97) очевидно, что наличие массы гравитона не только устраняет космологическую особенность, но и останавливает процесс расширения Вселенной, который переходит к фазе сжатия.

Таким образом, эволюция однородной и изотропной Вселенной определяется современными наблюдательными данными (43), максимальной плотностью вещества и массой гравитона. Заметим, что в рамках рассматриваемой модели однородное и изотропное распределения вещества во Вселенной возможны лишь при отличной от нуля массе гравитона. Действительно, согласно (50) и (55) константа  $A$  в выражении (36) равна  $A = \rho_{\max}^{1/3} \left(\frac{\rho_{\min}}{2}\right)^{2/3}$ . Поэтому при фиксированном значении  $\rho_{\max}$  константа  $A$  в соответствии с (32) пропорциональна  $t^{4/3}$  и обращается в ноль при  $t = 0$ . Таким образом, в этом случае Вселенная вовсе не содержит вещества, а ее геометрия будет псевдоевклидовой. Максимальная плотность вещества во Вселенной в данной модели остается неопределенной. Она связана с интегралом движения. Последнее легко установить. Запишем уравнение (25) в форме

$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = -4\pi G \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) R + \frac{8\pi G}{3} \rho R - 2\omega \left( R - \frac{1}{R^5} \right). \quad (99)$$

Определяя из (34) величину  $\left( \rho + \frac{p}{c^2} \right)$  и подставляя в (99), получаем

$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = \frac{4\pi G}{3} \frac{d}{dR} (\rho R^2) - \omega \frac{d}{dR} \left( R^2 + \frac{1}{2R^4} \right). \quad (100)$$

Введя обозначение

$$V = -\frac{4\pi G}{3} \rho R^2 + \omega \left( R^2 + \frac{1}{2R^4} \right), \quad (101)$$

можно записать уравнение (100) в форме уравнения движения Ньютона.

$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = -\frac{dV}{dR}, \quad (102)$$

где  $V$  играет роль потенциала.

Умножая (102) на  $\frac{dR}{d\tau}$ , получаем

$$\frac{d}{d\tau} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{dR}{d\tau} \right)^2 + V \right) = 0. \quad (103)$$

Отсюда имеем

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dR}{d\tau} \right)^2 + V = E. \quad (104)$$

Здесь  $E$  — интеграл движения, аналог энергии в классической механике. Сравнивая (104) с (25) и учитывая (31), получаем

$$R_{\max}^4 = \frac{1}{8E} \left( \frac{mc^2}{\hbar} \right)^2. \quad (105)$$

Подставляя в (105) выражение (97), находим

$$E = 7.4 \cdot 10^4 \left[ \frac{\left( \frac{mc^2}{\hbar} \right)^{10}}{(16\pi G)^2 \rho_{\max}} \right]^{1/3}. \quad (106)$$

Таким образом,  $\rho_{\max}$  является интегралом движения, который задается начальными условиями динамической системы. Проведенный анализ показывает, что модель однородной и изотропной Вселенной, согласно РТГ, развивается циклически от некоторой максимальной плотности  $\rho_{\max}$  до минимальной  $\rho_{\min}$  и т.д.

Вселенная может быть только “плоской”. Такая структура однородной и изотропной модели Вселенной устанавливает определенную связь (96) между плотностью вещества и критической плотностью, определяемой “постоянной” Хаббла. Теория на основе этой связи предсказывает наличие во Вселенной большой “скрытой” массы вещества. Вселенная бесконечна и существует бесконечное время, в течение которого происходил интенсивный обмен информацией между ее областями, что и привело к однородности и изотропии Вселенной с некоторой структурой неоднородности. В модели однородной и изотропной Вселенной для простоты исследования эта неоднородность не учитывается. Полученная информация рассматривается как нулевое приближение, на фоне которого обычно рассматривают развитие неоднородностей, обусловленных гравитационной неустойчивостью.

Циклическая модель Вселенной привлекала внимание А.Д. Сахарова, который по этому поводу писал [7]: “Я писал о пульсациях в будущем. Но можно ли представить себе такую модель Вселенной, которая приводит к бесконечной последовательности пульсаций, продолжаемой и в будущее, и в прошлое? По-видимому, существует по крайней мере один вариант. Рассмотрим пространственно — плоскую бесконечную Вселенную. Предположим, что в уравнениях общей теории относительности присутствует член с так называемой космологической постоянной... Мы предполагаем, что космологическая постоянная отрицательна, что эквивалентно “самопрятяжению” вакуума и приводит к периодическим пульсациям Вселенной. При этом, так как объем Вселенной, радиус ее кривизны и энтропия бесконечны, происходящий согласно второму началу термодинамики рост энтропии не обуславливает каких-либо качественных различий между пульсациями”.

Следует отметить, что в ОТО включение отрицательного космологического члена не приводит к пульсирующей модели Вселенной, поскольку при сжатии процесс не останавливается и ведет к бесконечной плотности. Согласно РТГ действительно однородная и изотропная модель Вселенной может быть только пространственно-плоской и пульсирующей. Какая максимальная плотность вещества  $\rho_{\max}$  была ранее во Вселенной? Привлекательной возможностью является гипотеза о том, что  $\rho_{\max}$  определяется мировыми константами. В этом случае в качестве  $\rho_{\max}$  обычно фигурирует плотность Планка. При этом, однако, существует проблема перепроизводства монополей, возникающих в теориях Большого объединения. Для ее устранения обычно привлекается механизм “выжигания” монополей в процессе инфляционного расширения, обусловленного бозонами Хиггса.

Рассматриваемая в настоящей работе модель дает другую, альтернативную возможность. Величина  $\rho_{\max}$  связана, согласно (106), с интегралом движения  $E$  и может быть значительно меньше плотности Планка. В этом случае температура ранней Вселенной может оказаться недостаточной для рождения монополей, и проблема их перепроизводства тривиальным образом снимается.

В ОТО с космологическим членом однородная и изотропная модель Вселенной возможна и при отсутствии вещества. Решение уравнений ОТО для данного случая было найдено де Ситтером. Это решение отвечает искривленному четырехмерному пространству–времени. Это означает наличие гравитационного поля и без вещества. Каков же источник этого гравитационного поля? Источником такого гравитационного поля считают вакуумную энергию, которую и отождествляют с космологической постоянной [8]. В РТГ при отсутствии вещества ( $\rho = 0$ ), согласно выражению (32),  $R_{\max} = 1$  и уравнение (24) принимает вид

$$\left(\frac{1}{R} \frac{dR}{d\tau}\right)^2 = -\frac{2\omega}{R^6}(R^2 - 1)^2(R^2 + \frac{1}{2}). \quad (107)$$

Отсюда следует, что  $R \equiv 1$ , а следовательно, геометрия пространства–времени, в отсутствии вещества будет псевдоевклидовой. Таким образом, согласно РТГ, при отсутствии вещества во Вселенной гравитационное поле также отсутствует, а следовательно, вакуум не обладает энергией. Поэтому космологическая постоянная не может быть эквивалентна энергии вакуума, которая равна нулю. Космологическая постоянная в РТГ определяется массой гравитона  $m$  и равна

$$\Lambda = \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2. \quad (108)$$

Масса гравитона чрезвычайно мала.

Приведем значения для некоторых величин, определяющих эволюцию однородной и изотропной Вселенной. Возьмем массу гравитона равной  $m = 10^{-66}$  г, а современное значение постоянной Хаббла

$$H_c \simeq 74 \frac{\text{км}}{\text{секМпс}}. \quad (109)$$

Тогда для настоящего времени величины  $\tau_c$ ,  $q_c$  будут равны

$$\tau_c \simeq 3 \cdot 10^{17} \text{ сек}, \quad q_c = 0.59, \quad \rho_c \simeq 10^{-29} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}. \quad (110)$$

Согласно формуле (94) полупериод циклического развития равен

$$\tau_{\max} = 9\pi \cdot 10^{17} \text{ сек.} \quad (111)$$

Следует особо подчеркнуть, что параметры  $\tau_c$ ,  $H_c$ ,  $q_c$ , определяющие эволюцию Вселенной, в настоящее время практически не зависят от значения максимальной плотности вещества  $\rho_{\max}$ . Максимальная температура (а следовательно, и максимальная плотность), которая могла бы быть во Вселенной, может определяться

такими явлениями, происходящими в этих экстремальных условиях, последствия которых можно наблюдать в настоящее время. Особую роль при этом играет гравитационное поле, которое содержит наиболее полную информацию об экстремальных условиях во Вселенной. В рассмотренных выше однородной и изотропной моделях Вселенной не возникают известные проблемы: сингулярности, причинности, плоскостности, которые имеют место в ОТО. При этом для решения всех этих проблем нам не потребовалось введения стадии инфляции.<sup>1</sup>

В заключение определим горизонт частиц и горизонт событий. Согласно интервалу (23) для светового луча имеем

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{a}R(\tau)} . \quad (112)$$

Расстояние, пройденное светом к моменту  $\tau$ , равно

$$d_r(\tau) = R(\tau) \int_0^{r(\tau)} dr = R(\tau) \int_0^\tau \frac{d\tau'}{R(\tau')} . \quad (113)$$

В качестве  $R$  мы должны были бы подставить для интервала  $(0, \tau_0)$  выражение (64), а для интервала времени  $(\tau_0, \tau)$  — выражение (88). Для приближенной оценки  $d_r(\tau)$  возьмем выражение

$$R(\tau) = R_{\max} \sin^{2/3} \frac{\pi\tau}{2\tau_{\max}} , \quad (114)$$

во всем интервале интегрирования

$$d_r(\tau) = \left[ \sin \frac{\pi\tau}{2\tau_{\max}} \right]^{2/3} \cdot \int_0^\tau \frac{d\tau'}{\left( \sin^{2/3} \frac{\pi\tau'}{2\tau_{\max}} \right)} . \quad (115)$$

Вводя замену переменной

$$x = \sin \frac{\pi\tau'}{2\tau_{\max}} ,$$

получаем

$$\begin{aligned} d_r(\tau) &= \frac{2\tau_{\max}}{\pi} \left[ \sin \frac{\pi\tau}{2\tau_{\max}} \right]^{2/3} \cdot \int_0^{\sin \frac{\pi\tau}{2\tau_{\max}}} \frac{dx}{x^{2/3} \sqrt{1-x^2}} = \\ &= \frac{6\tau_{\max}}{\pi} \sin \frac{\pi\tau}{2\tau_{\max}} F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6}, y\right) , \end{aligned}$$

здесь  $y = \sin^2 \frac{\pi\tau}{2\tau_{\max}}$ ,  $F(a, b, c, z)$  — гипергеометрическая функция Гаусса.

Для современного момента времени  $\tau_c$ , учитывая (110), находим размер наблюдаемой части Вселенной в момент  $\tau_c$ :

$$d_r(\tau_c) \simeq 3c\tau_c = 2,7 \cdot 10^{28} \text{ см} . \quad (116)$$

---

<sup>1</sup>Это, конечно, не исключает возможность инфляционного расширения Вселенной, если окажется, что на определенной стадии ее развития уравнение состояния будет  $p = -\rho$ .

За время полупериода эволюции  $\tau_{\max}$  горизонт частиц равен

$$d_r(\tau_{\max}) = \frac{c\tau_{\max}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\Gamma(1/6)}{\Gamma(2/3)}. \quad (117)$$

Горизонт событий определяется выражением

$$d_c(\tau) = R(\tau) \int_{\tau}^{\infty} \frac{d\tau'}{R(\tau')} . \quad (118)$$

Поскольку интеграл (118) обращается в бесконечность, горизонт событий в нашем случае отсутствует. Это означает, что из любой области Вселенной к нам придет информация о событиях, происходящих в ней в момент времени  $\tau$ .

В заключение авторы выражают благодарность В.А.Петрову, А.Н.Тавхелидзе и Н.Е.Тюрину за ценные обсуждения.

## Список литературы

- [1] Логунов А.А., Мествишили М.А. Релятивистская теория гравитации. – М.: Наука, 1989.  
Логунов А.А. // ТМФ. 1992, т.92, №2, с.151-206.  
Логунов А.А. // УФН. 1995, т.165, №2, с.187-203.  
Логунов А.А. Релятивистская теория гравитации и принцип Маха. – Дубна, ОИЯИ, 1996, 79с.  
Logunov A.A. Relativistic Theory of Gravity and the Mach Principle. Joint Institute for Nuclear Research. Dubna. 1997.
- [2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973, с.454.
- [3] Логунов А.А., Мествишили М.А., Чугреев Ю.В. // ТМФ. 1988, т.74, №1, с.3-15.
- [4] Мествишили М.А., Чугреев Ю.В. // ТМФ. 1989, т.80, №2, с.305-312.
- [5] Лоскутов Ю.М. // ТМФ. 1993, т.94, №3, с.515-528.
- [6] Kolb E.W. and Turner M.S. The Early Universe, 1990.
- [7] Сахаров А.Д. Научные труды. – М.: 1995, с.414.  
// ЖЭТФ. 1982, 83, с.1233-1240.
- [8] Зельдович Я.Б. // Письма в ЖЭТФ. 1967, т.6, вып.9, с.883-884.  
Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В.. Космология ранней Вселенной. — Изд-во МГУ, 1988.

*Рукопись поступила 6 июня 1997 г.*

С.С.Герштейн, А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили  
Эволюция Вселенной и масса гравитона.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.  
Редактор Н.В. Ежела.

---

Подписано к печати 9.06.97. Формат 60 × 84/8.  
Офсетная печать. Печ.л. 2,25. Уч.-изд.л. 1,7. Тираж 250. Заказ 1017.  
Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

---

ПРЕПРИНТ 97-36, ИФВЭ, 1997

---