ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 97-57
ОТФ

С.С. Герштейн, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

О ВЕРХНЕМ ПРЕДЕЛЕ НА МАССУ ГРАВИТОНА

Протвино 1997

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Герштейн С.С., Логунов А.А., Мествиришвили М.А. О верхнем пределе на массу гравитона: Препринт ИФВЭ 97-57. – Протвино, 1997. – 6 с., библиогр.: 7.

Исходя из полевой теории гравитации и наблюдаемых параметров расширяющейся Вселенной, установлен верхний предел на возможную массу гравитона $m_g \leq 4,5 \cdot 10^{-66}$ г.

Abstract

Gershtein S.S., Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. Upper limit on the graviton mass: IHEP Preprint 97-57. – Protvino, 1997. – p. 6, refs.: 7.

Basing on the field theory of gravity and observable parameters of the expanding Universe the upper limit of $m_g \leq 4.5 \cdot 10^{-66}$ g on the value of possible graviton mass is derived.

Вопрос о существовании у гравитона ненулевой массы покоя может иметь фундаментальное значение. Оценка верхнего предела на массу гравитона ($m_g < 2 \cdot 10^{-62}$ г) была сделана в работе [1], исходя из данных о существовании гравитационной связи между кластерами галактик, которая не обрезается потенциалом Юкавы по крайней мере до расстояний $\sim$500 Кпс. В настоящей статье мы приведем оценки верхнего предела на массу гравитона, исходя из наблюдаемых параметров расширения Вселенной. Поскольку в этом случае мы имеем дело с расстояниями на 3-4 порядка большими, чем расстояния между гравитационно связанными кластерами галактик, соответственно на несколько порядков удается понизить оценки верхнего предела на массу гравитона.

Следует отметить, что введение ненулевой массы покоя гравитона требует выхода за рамки общей теории относительности (ОТО). Такой выход может быть естественным образом получен, если исходить из представлений о гравитационном поле в пространстве Минковского [2,3]. В работах [3] в качестве гравитационного поля, описываемого симметричным тензором $\Phi^{\mu\nu}$, рассматривается сохраняющийся в пространстве Минковского полный тензор энергии-импульса $t^{\mu\nu}$ (включающий гравитационное поле). В произвольной фиксированной (необязательно инерциальной) системе координат пространства Минковского с метрическим тензором $\gamma_{\mu\nu}$ уравнения для плотности гравитационного поля $\tilde{\Phi}^{\mu\nu}$ могут быть в полной аналогии с уравнениями Максвелла и условием Лоренца для электромагнитного поля записаны в виде

$$(\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta + m_g^2)\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 16\pi\tilde{t}^{\mu\nu}, \tag{1}$$

$$D_\nu \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 0 \ , \tag{2}$$

где D_α — ковариантная производная в пространстве Минковского, m_g — масса гравитона ($\hbar = c = G = 1$), а $\tilde{\Phi}^{\mu\nu}, \tilde{t}^{\mu\nu}$ — плотности тензоров:

$$\tilde{\Phi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\Phi^{\mu\nu}, \quad \tilde{t}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}t^{\mu\nu}, \quad \gamma = \det(\gamma_{\mu\nu}) = \det(\tilde{\gamma}^{\mu\nu}) \ . \tag{3}$$

Условие (2) выделяет поляризационные состояния, соответствующие спинам 2 и 0, а также обеспечивает сохранение плотности тензора энергии-импульса

$D_\mu \tilde{t}^{\mu\nu} = 0$ в уравнении (1). Плотность тензора энергии-импульса определяется, согласно Гильберту, вариацией Эйлера по метрике $\gamma_{\mu\nu}$ от плотности лагранжиана системы

$$\tilde{L} = \tilde{L}_g(\gamma_{\mu\nu}, \Phi_{\mu\nu}) + \tilde{L}_M(\gamma_{\mu\nu}, \Phi_{\mu\nu}, \Phi_A) \ , \tag{4}$$

где $\tilde{L}_g$ — плотность лагранжиана гравитационного поля, а $\tilde{L}_M$ отвечает плотности лагранжиана материи, описываемой полями Φ_A.

$$\tilde{t}^{\mu\nu} = -2\frac{\delta \tilde{L}}{\delta \gamma_{\mu\nu}} \ , \tag{5}$$

где вариация Эйлера:

$$\frac{\delta \tilde{L}}{\delta \gamma_{\mu\nu}} = \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \gamma_{\mu\nu}} - \partial_\sigma \left(\frac{\partial \tilde{L}}{\partial \gamma_{\mu\nu,\sigma}} \right) \ ; \gamma_{\mu\nu,\sigma} = \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x^\sigma} \ . \tag{6}$$

Из принципа наименьшего действия можно получить уравнения для гравитационного поля и полей материи

$$\frac{\delta \tilde{L}}{\delta \tilde{\Phi}^{\mu\nu}} = 0, \quad \frac{\delta \tilde{L}}{\delta \Phi_A} = 0. \tag{7}$$

Для того чтобы эти уравнения приняли форму уравнений (1) и (2), необходимо, чтобы плотность гравитационного поля $\tilde{\Phi}^{\mu\nu}$ входила в плотность лагранжиана материи $\tilde{L}_M$ в комбинации с плотностью метрического тензора $\tilde{\gamma}^{\mu\nu}$:

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\Phi}^{\mu\nu}, \ \ \tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g} g^{\mu\nu}, \ \ g = \det(g_{\mu\nu}) = \det(\tilde{g}^{\mu\nu}) \ , \tag{8}$$

т.е. $\tilde{L}_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \Phi_A)$. Это означает, что движение вещества под воздействием гравитационного поля выглядит так, как если бы оно происходило в римановом пространстве с метрикой $g_{\mu\nu}$. Плотность лагранжиана, приводящая к уравнениям (1) и (2), имеет вид

$$\tilde{L} = \tilde{L}_g + \tilde{L}_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \Phi_A), \tag{9}$$

$$\tilde{L}_g = \frac{1}{16\pi} \tilde{g}^{\mu\nu} (G^\lambda_{\mu\nu} G^\sigma_{\lambda\sigma} - G^\lambda_{\mu\sigma} G^\sigma_{\nu\lambda}) - \frac{m^2}{16\pi} \left(\frac{1}{2} \gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma} \right) \ , \tag{10}$$

где величины $G^\lambda_{\mu\nu}$ представляют компоненты тензора

$$G^\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (D_\mu g_{\nu\sigma} + D_\nu g_{\mu\sigma} - D_\sigma g_{\mu\nu}) \ , \tag{11}$$

и вследствие этого величина $\tilde{L}_g$ ведет себя как плотность скаляра относительно любых общекоординатных преобразований. Используя (9) и (10) с учетом (7) можно записать уравнения для гравитационного поля в виде [3]

$$\left(R^{\mu}_{\nu}-\frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}R\right)+\frac{m_g^2}{2}(\delta^{\mu}_{\nu}+g^{\mu\alpha}\gamma_{\alpha\nu}-\frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta})=8\pi T^{\mu}_{\nu}\ , \tag{12}$$

$$D_{\nu}\tilde{g}^{\mu\nu}=0\ , \tag{13}$$

где T^{μ}_{ν} — тензор энергии-импульса материи в римановом пространстве.

Из этих уравнений следуют уравнения для материи

$$\nabla_{\nu}\tilde{T}^{\mu\nu}=0,\quad \tilde{T}^{\mu\nu}=-2\frac{\delta\tilde{L}_M}{\delta g_{\mu\nu}}\ , \tag{14}$$

где ∇_{ν} — ковариантная производная в эффективном римановом пространстве. Уравнения (12) и (13) ковариантны относительно любых преобразований координат и форм-инвариантны относительно преобразований Лоренца.

Записав интервал эффективного риманова пространства для однородной и изотропной Вселенной в виде

$$ds^2=U(t)dt^2-V(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2}+r^2(d\Theta^2+\sin^2\Theta d\Phi^2)\right] \tag{15}$$

(где $k=1,-1,0$ — соответственно для замкнутой, гиперболической и "плоской" Вселенной), из уравнений (13) имеем

$$\frac{\partial}{\partial t}\sqrt{\frac{V^3}{U}}=0,\qquad \text{т.е. } V=aU^{1/3}, a=\mathrm{const}, \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}[r^2(1-kr^2)^{1/2}]-2r(1-kr^2)^{-1/2}=0\ . \tag{17}$$

Уравнение (17) выполняется лишь при $k=0$. Таким образом, Вселенная может быть только "плоской" (т.е. ее пространственная геометрия — евклидова). Переходя к собственному времени $d\tau=U^{1/2}dt$ и обозначая $R^2=U^{1/3}$, можно записать интервал (15) в виде

$$ds^2=d\tau^2-aR^2(\tau)(dx^2+dy^2+dz^2)\ . \tag{18}$$

В инерциальной системе координат уравнения (12) в этом случае принимают вид[1]

$$\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{d\tau}\right)^2=\frac{8\pi G}{3}\rho-\frac{\omega}{R^6}\left(1-\frac{3R^4}{a}+2R^6\right), \tag{19}$$

[1] Отметим, что метрика пространства Минковского $\gamma_{\mu\nu}$ входит в уравнение (12). Благодаря этому пространство Минковского становится наблюдаемым и для гравитационного поля в эффективном римановом пространстве должен выполняться принцип причинности: движение вещества под действием гравитационного поля не должно выходить за пределы светового конуса в пространстве Минковского. Это условие можно сформулировать в виде $g_{\mu\nu}V^{\mu}V^{\nu}\le 0$ для любого изотропного вектора V^{μ} на световом конусе $\gamma_{\mu\nu}V^{\mu}V^{\nu}=0$. В применении к интервалу (15) с условиями (16) и (17) оно дает: $R^2(R^4-a)\le 0$. Поэтому постоянная "a" имеет смысл четвертой степени максимального значения масштабного фактора: $a=R^4_{\max}$, и для описания существующей Вселенной должно быть $a>>1$.

$$\frac{1}{R}\cdot\frac{d^2R}{d\tau^2}=-\frac{4\pi G}{3}\left(\rho+\frac{3p}{c^2}\right)-2\omega\left(1-\frac{1}{R^6}\right)\ , \qquad (20)$$

где

$$\omega=\frac{1}{12}\left(\frac{m_gc^2}{\hbar}\right)^2. \qquad (21)$$

Из уравнения (19) в области $R >> 1$ следует, что плотность вещества во Вселенной равна

$$\rho(\tau)=\rho_c(\tau)+\frac{1}{16\pi G}\left(\frac{m_gc^2}{\hbar}\right)^2, \qquad (22)$$

где $\rho_c(\tau)$ — критическая плотность, определяемая "постоянной" Хаббла:

$$\rho_c=\frac{3H^2(\tau)}{8\pi G},\quad H(\tau)=\frac{1}{R}\cdot\frac{dR}{d\tau}\ . \qquad (23)$$

Этот вывод требует с неизбежностью существования "темной" материи, что согласуется с современными наблюдательными данными.

Из (19) и (20) можно получить выражение для параметра замедления Вселенной $q(\tau)$. На современной стадии доминантности нерелятивистской материи $(p=0)$

$$q=-\frac{\ddot{R}}{R}\cdot\frac{1}{H^2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4H^2}\left(\frac{m_gc^2}{\hbar}\right)^2. \qquad (24)$$

Соотношение (24) дает принципиальную возможность определить массу гравитона по двум наблюдаемым величинам H и q. Чувствительность q к массе гравитона определяется тем, что в (24) малая величина $\frac{1}{\lambda_g}=\frac{m_gc}{\hbar}$ входит умноженной на большую величину $\left(\frac{c}{H}\right)=9,25\cdot 10^{27}\cdot h^{-1}$ (см) — Хаббловский радиус Вселенной. Хотя величина q измерена к настоящему времени еще недостаточно точно, значения ее не превышают нескольких единиц ($q\le 5$, см. [4]). Это дает возможность из соотношения (24) оценить

$$m_g\le 1,7\cdot 10^{-65}\cdot h\ (\text{г}),\ \text{ где } 0,4\le h\le 1, \qquad (25)$$

$$\frac{\hbar}{m_gc}>0,2\cdot\frac{c}{H}=2\cdot 10^{27}\cdot h^{-1}(\text{см}). \qquad (26)$$

Несмотря на малость верхнего предела (25), ненулевая масса гравитона может кардинальным образом влиять на характер эволюции Вселенной. Из уравнения (19) видно, что при $R\to 0$ отрицательный член $\frac{\omega}{R^6}$ в правой части уравнения растет по абсолютной величине быстрее, чем плотность вещества ($\rho\sim\frac{1}{R^4}$ для радиационно доминантной стадии). Поэтому из условия неотрицательности левой части (19) следует, что расширение должно начинаться с некоторого минимального значения $R_{\min}$, отвечающего значению $\frac{dR}{d\tau}=0$. С другой стороны, при $R>>1$ расширение должно останавливаться, когда плотность (22) достигает своего минимального значения $\rho_{\min}=\frac{1}{16\pi G}\left(\frac{m_gc^2}{\hbar}\right)^2$, и сменится процессом сжатия до $R_{\min}$. Таким образом, ненулевая масса гравитона устраняет космологическую особенность и приводит к циклическому характеру эволюции Вселенной. Такой характер эволюции Вселенной представлялся привлекательным ряду авторов (см., например, [5]). Время расширения Вселенной от максимальной плотности до минимальной определяется, в основном, стадией доминантности нерелятивистской материи и равно [6]

$$\tau_{\max} \simeq \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\pi \hbar}{m_g c^2} \,. \tag{27}$$

Если принять возраст Вселенной $(10 - 15) \cdot 10^9$ лет и считать $\tau_{\max} \geq 20 \cdot 10^9$ лет, то можно получить более сильное ограничение на массу гравитона

$$m_g \leq 4,5 \cdot 10^{-66} (\text{г}). \tag{28}$$

Уравнения (12) и (13) объясняют все известные гравитационные эффекты в Солнечной системе, отнесенные к инерциальной системе координат. Хорошо известно, что введение массы гравитона в линейной тензорной теории сопровождается трудностью: наличием "духов". Однако, как показано в работе [7], эта трудность устраняется в нелинейной тензорной теории, описываемой уравнениями (12) и (13), если учесть, что гравитоны распространяются не в пространстве Минковского (как это имеет место в линейной теории), а в эффективном римановом пространстве. Последовательный учет этого обстоятельства в процессе нахождения интенсивности приводит автора к положительно определенному потоку гравитационной энергии.

Список литературы

[1] Goldhaber A.S. and Nieto M.M. // Phys. Rev., 1974, v. D9, p. 1119.

[2] Feynman Lectures on Graviton. Addison-Werley Publishing Company, 1995;
Thirring W. // Ann. of Phys., 1961, v. 16, p. 96;
Ogievetsky V.I. and Polubarinov I.V. // Ann. of Phys., 1965, v. 35, p. 167 и ссылки в этих работах.

[3] Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. — М.: Наука, 1989.
Логунов А.А. // ТМФ, 1994, т. 101, с. 187.
Логунов А.А. // УФН, 1995, т. 165, с. 187; Physics-Uspekhi, 1995, т. 38(2), с. 179.
Логунов А.А. // ТМФ, 1995, т. 104, с. 538.
Логунов А.А., Мествиришвили М.А. — Препринт ИФВЭ 95-95, Протвино, 1995.
Логунов А.А. Релятивистская теория гравитации и принцип Маха. — Дубна, 1996. (A.A.Logunov. Relativistic Theory of Gravity and the Mach Principle. — Dubna, 1997.)

[4] Kolb E.W. and Turner M.S. The Early Universe, 1990. (См. рис.1.2 на с.5 со ссылкой на J.Kristian, A.Sandage and J.Westphal // Ap.J., 1978, v. 221, p. 383.)

[5] Сахаров А.Д. Научные труды. — М., 1995, с.414; ЖЭТФ, 1982, т. 83, с. 1233.

[6] Герштейн С.С., Логунов А.А., Мествиришвили М.А. — Препринт ИФВЭ 97-36, Протвино, 1997.

[7] Лоскутов Ю.М. // Вестник МГУ, 1991, сер.физич. 32, 4, с. 49;
Loskutov Yu.M. Proc. of the VI-th Marsel Grosman Meeting on Gen.Rel. Part B. — Kyoto, Japan, 1991, p. 1658.

Рукопись поступила 3 сентября 1997 г.

С.С.Герштейн, А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили
О верхнем пределе на массу гравитона.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Л.Ф.Васильева. Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 03.09.97. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.
Печ.л. 0.75. Уч.-изд.л. 0.58. Тираж 250. Заказ 1070. Индекс 3649.
ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 97-57, И Ф В Э, 1997