И
Ф
В
Э
I H E P

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 97–8
ОТФ

А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили

О НЕВОЗМОЖНОСТИ ГРАВИТАЦИОННОГО КОЛЛАПСА В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Протвино 1997

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Логунов А.А., Мествиришвили М.А. О невозможности гравитационного коллапса в релятивистской теории гравитации: Препринт ИФВЭ 97–8. – Протвино, 1997. – 14 с., библиогр.: 6.

В статье в рамках релятивистской теории гравитации на примере пылевидной материи показано, что гравитационное притяжение не приводит к образованию “черных дыр”. Установлено, что при отсутствии вещества гравитационное поле также отсутствует. Поэтому вакуум не создает гравитационное поле. Обсуждается механизм выделения энергии при аккреции вещества на объекты большой массы.

Abstract

Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. On the Possibility of Gravitational Collapse in General Relativity: IHEP Preprint 97–8. – Protvino, 1997. – p. 14, refs.: 6.

By the example of the dust matter it is shown that a gravitational attraction does not lead to the forming of ”black holes” in the Relativistic Theory of Gravitation. It is proved that in the absence of matter the gravitational field is also absent. Therefore the vacuum is not a source of the gravitational field. A mechanism of the energy production in the process of accreation of matter onto large mass objects is discussed.

Ранее задача об отсутствии явления гравитационного коллапса, а следовательно, и отсутствия в природе *"черных дыр"* — объектов, не имеющих материальных границ и "отрезанных" от внешнего мира, рассматривалась с точки зрения релятивистской теории гравитации (РТГ) в работах [1,2] на основе анализа статического сферически–симметричного решения путем последующего перехода в сопутствующую систему координат. В настоящей работе для изучения возможности гравитационного коллапса с точки зрения РТГ мы будем следовать методу, который С.Вайнберг применил к исследованию гравитационного коллапса [3] в рамках общей теории относительности (ОТО), предположив, что плотность вещества не зависит от пространственных координат, и является функцией только времени. На примере пылевидной материи (давление равно нулю) он показал наличие гравитационного коллапса с точки зрения ОТО. Впервые явление гравитационного коллапса в теории Эйнштейна было рассмотрено в работе [4]. Мы далее при проведении расчетов будем опираться на работу [5].

Уравнения РТГ запишем в форме [6]

$$R^\nu_\mu - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu R - \frac{m^2}{2}[\delta^\nu_\mu - g^{\nu\alpha}\gamma_{\alpha\mu} - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}] = 8\pi T^\nu_\mu, \tag{1}$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{2}$$

D_μ — ковариантная производная в пространстве Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}$; m — масса гравитона. Мы выбрали для удобства систему единиц $G = \hbar = c = 1$.

Тензор энергии-импульса вещества имеет вид

$$T^\nu_\mu = (\rho + p)u^\nu u_\mu - \delta^\nu_\mu p, \quad u^\nu = \frac{dx^\nu}{ds}. \tag{3}$$

Здесь ρ — плотность вещества; p — давление; ds — интервал риманова пространства. Все рассмотрение в дальнейшем будет проводиться в инерциальной системе в сферических координатах r, Θ, Φ.

Интервал в пространстве Минковского имеет вид

$$d\sigma^2 = dt^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\Phi^2) = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{4}$$

Эффективную метрику риманова пространствах в этих координатах будем искать в форме

$$ds^2 = U(t,r)dt^2 - V(t,r)dr^2 - W(t,r)(d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\Phi^2), \tag{5}$$

здесь

$$g_{00} = U, \;\; g_{11} = -V, \;\; g_{22} = -W, \;\; g_{33} = -W\sin^2\Theta. \tag{6}$$

Определитель g, составленный из компонент $g_{\mu\nu}$, равен

$$g = -UVW^2\sin^2\Theta. \tag{7}$$

Тензорная плотность $\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu}$ на основании выражений (6) и (7) имеет следующие компоненты:

$$\tilde{g}^{00} = \sqrt{\frac{V}{U}}W\sin\Theta, \quad \tilde{g}^{11} = -\sqrt{\frac{U}{V}}W\sin\Theta,$$
$$\tilde{g}^{22} = -\sqrt{UV}\sin\Theta, \quad \tilde{g}^{33} = -\frac{\sqrt{UV}}{\sin\Theta}. \tag{8}$$

Символы Кристоффеля пространства Минковского легко вычисляются и равны

$$\gamma^1_{22} = -r, \;\; \gamma^1_{33} = -r\sin^2\Theta, \;\; \gamma^2_{12} = \gamma^3_{13} = \frac{1}{r},$$
$$\gamma^2_{33} = -\sin\Theta\cos\Theta, \;\; \gamma^3_{23} = \cot\Theta. \tag{9}$$

Учитывая выражения (8) и (9), уравнение (2) принимает вид

$$D_\mu\tilde{g}^{\mu\nu} = \partial_\mu\tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma^\nu_{\alpha\beta}\tilde{g}^{\alpha\beta} = 0 \tag{10}$$

и сводится к двум уравнениям:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\sqrt{\frac{V}{U}}W\right) = 0, \tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\sqrt{\frac{U}{V}}W\right) = 2r\sqrt{UV}. \tag{12}$$

Из уравнения (11) следует

$$\sqrt{V}W = f(r)\sqrt{U}. \tag{13}$$

Используя выражение для коэффициентов связности риманова пространства

$$\Gamma^\rho_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\rho\sigma}(\partial_\mu g_{\sigma\nu} + \partial_\nu g_{\sigma\mu} - \partial_\sigma g_{\mu\nu}), \tag{14}$$

а также формулы (6), найдем компоненты символов Кристоффеля, отличные от нуля:

$$\Gamma^0_{00}=\frac{1}{2U}\cdot\frac{\partial U}{\partial t},\ \Gamma^0_{01}=\frac{1}{2U}\cdot\frac{\partial U}{\partial r},\ \Gamma^0_{11}=\frac{1}{2U}\cdot\frac{\partial V}{\partial t},\ \Gamma^0_{22}=\frac{1}{2U}\cdot\frac{\partial W}{\partial t},\ \Gamma^0_{33}=\sin^2\Theta\Gamma^0_{22},$$
$$\Gamma^1_{00}=\frac{1}{2V}\cdot\frac{\partial U}{\partial r},\ \Gamma^1_{01}=\frac{1}{2V}\cdot\frac{\partial V}{\partial t},\ \Gamma^1_{11}=\frac{1}{2V}\cdot\frac{\partial V}{\partial r},\ \Gamma^1_{22}=-\frac{1}{2V}\cdot\frac{\partial W}{\partial r},\ \Gamma^1_{33}=\sin^2\Theta\Gamma^1_{22},$$
$$\Gamma^2_{02}=\frac{1}{2W}\cdot\frac{\partial W}{\partial t},\ \Gamma^2_{12}=\frac{1}{2W}\cdot\frac{\partial W}{\partial r},\ \Gamma^2_{33}=-\sin\Theta\cos\Theta,$$
$$\Gamma^3_{03}=\frac{1}{2W}\cdot\frac{\partial W}{\partial t},\ \Gamma^3_{13}=\frac{1}{2W}\cdot\frac{\partial W}{\partial r},\ \Gamma^3_{23}=\cot\Theta. \tag{15}$$

Величины $R_{\mu\nu}$ и R, входящие в уравнения (1), выражаются через символы Кристоффеля следующим образом:

$$R_{\mu\nu}=\partial_\rho\Gamma^\rho_{\mu\nu}-\partial_\nu\Gamma^\rho_{\mu\rho}+\Gamma^\rho_{\mu\nu}\Gamma^\sigma_{\rho\sigma}-\Gamma^\rho_{\mu\sigma}\Gamma^\sigma_{\rho\nu}, \tag{16}$$

$$R=R_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}=g^{\alpha\beta}(\partial_\rho\Gamma^\rho_{\alpha\beta}-\partial_\beta\Gamma^\rho_{\alpha\rho})+g^{\alpha\beta}(\Gamma^\rho_{\alpha\beta}\Gamma^\sigma_{\rho\sigma}-\Gamma^\rho_{\alpha\sigma}\Gamma^\sigma_{\rho\beta}). \tag{17}$$

Подставляя выражения (6) и (15) в формулы (16) и (17) и используя полученные выражения в уравнениях (1), находим следующую систему уравнений РТГ для определения неизвестных переменных U,V,W,ρ,p,u^ν:

$$\frac{1}{W}+\frac{1}{4VW^2}\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{2WV^2}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}\cdot\frac{\partial W}{\partial r}+\frac{1}{2UVW}\frac{\partial V}{\partial t}\frac{\partial W}{\partial t}+\frac{1}{4UW^2}\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2-$$
$$-\frac{1}{VW}\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}+\frac{m^2}{2}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{U}-\frac{1}{V}-\frac{2r^2}{W}\right)\right]=8\pi T^0_0, \tag{18}$$

$$\frac{1}{W}+\frac{1}{UW}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}-\frac{1}{2U^2W}\frac{\partial W}{\partial t}\frac{\partial U}{\partial t}-\frac{1}{4UW^2}\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{4VW^2}\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2-$$
$$-\frac{1}{2UVW}\frac{\partial W}{\partial r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{m^2}{2}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{V}-\frac{1}{U}-\frac{2r^2}{W}\right)\right]=8\pi T^1_1, \tag{19}$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{UW}\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}+\frac{1}{UV}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}\right)-\frac{1}{VW}\frac{\partial^2 W}{\partial r^2}\right]+$$
$$+\frac{1}{4}\left[\frac{1}{VW^2}\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{V^2W}\frac{\partial W}{\partial r}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}-\frac{1}{VU^2}\left(\frac{\partial V}{\partial t}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}-\left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)^2\right)+\right. \tag{20}$$
$$+\frac{1}{UV^2}\left(\frac{\partial U}{\partial r}\cdot\frac{\partial V}{\partial r}-\left(\frac{\partial V}{\partial t}\right)^2\right)-\frac{1}{WU^2}\frac{\partial W}{\partial t}\cdot\frac{\partial U}{\partial t}-\frac{1}{UW^2}\left(\frac{\partial W}{\partial t}\right)^2-$$
$$\left.-\frac{1}{UVW}\left(\frac{\partial W}{\partial r}\cdot\frac{\partial U}{\partial r}-\frac{\partial V}{\partial t}\cdot\frac{\partial W}{\partial t}\right)\right]+\frac{m^2}{2}\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{U}+\frac{1}{V}\right)\right]=8\pi T^2_2,$$

$$-\frac{1}{UW}\cdot\frac{\partial^2 W}{\partial t\partial r}+\frac{1}{2UW^2}\frac{\partial W}{\partial r}\cdot\frac{\partial W}{\partial t}+\frac{1}{2UVW}\frac{\partial V}{\partial t}\cdot\frac{\partial W}{\partial r}+\frac{1}{2U^2W}\frac{\partial U}{\partial r}\frac{\partial W}{\partial t}=8\pi T_1^0. \quad (21)$$

Поскольку уравнения для T_3^3 имеют тот же вид, что и уравнение (20), то отсюда следует, что

$$T_2^2=T_3^3.$$

Левые части других уравнений с компонентами $T_2^0, T_3^0, T_k^i \quad (i\neq k)$ тождественно равны нулю, а поэтому имеют место равенства

$$T_2^0=T_3^0=0,\;\; T_k^i=0 \quad (\text{если}\;\; i\neq k). \quad (22)$$

Отсюда непосредственно следует

$$u_2=u_3=0.$$

Из ковариантного закона сохранения, являющегося следствием уравнений (1) и (2),

$$\nabla_\mu \tilde{T}^{\mu\nu}=\partial_\mu \tilde{T}^{\mu\nu}+\Gamma^\nu_{\alpha\beta}\tilde{T}^{\alpha\beta}=0, \quad (23)$$

где ∇_μ — ковариантная производная в римановом пространстве с метрикой $g_{\mu\nu}$; $\tilde{T}^{\mu\nu}$ — плотность тензора энергии-импульса вещества

$$\tilde{T}^{\mu\nu}=\sqrt{-g}T^{\mu\nu};$$

легко получить следующие уравнения:

$$\frac{1}{\rho+p}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}\ln(\sqrt{V}W), \quad (24)$$

$$\frac{1}{\rho+p}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial r}=-\frac{\partial}{\partial r}\ln\sqrt{U}. \quad (25)$$

Учитывая в уравнении (24) соотношение (13), получаем

$$\frac{1}{\rho+p}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial t}\ln\sqrt{U}. \quad (26)$$

Поскольку в нашей задаче мы предполагаем, что плотность ρ и давление p являются функциями только времени, то функция U будет зависеть только от переменной t. Учитывая это обстоятельство, уравнение (12) можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{W}{\sqrt{V}}\right)=2r\sqrt{V}, \quad (27)$$

учитывая в этом уравнении соотношение (13), найдем

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{f(r)}{V}\right]=2r\sqrt{\frac{V}{U}}. \quad (28)$$

Умножая это уравнение на $\sqrt{\frac{f}{V}}$, получаем

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{f}{V}\right]^{3/2} = 3r\sqrt{\frac{f}{U}}. \tag{29}$$

Чтобы обеспечить однородное и изотропное распределение вещества в трехмерном пространстве, мы будем искать решение для неизвестных V, W с разделяющимися переменными r и t. Однородное и изотропное распределение вещества в трехмерном пространстве свидетельствует об однородности и изотропности эффективной римановой трехмерной геометрии. Из уравнения (29) имеем

$$V(t,r) = U^{1/3}(t)\frac{f(r)}{[3\int r\sqrt{f}dr + \varphi_0]^{2/3}}. \tag{30}$$

Здесь φ_0 — произвольная постоянная. Подставляя выражение (30) в (13), получаем

$$W(t,r) = U^{1/3}(t)\sqrt{f(r)}[3\int r\sqrt{f}dr + \varphi_0]^{1/3}. \tag{31}$$

Итак, мы нашли с разделяющимися переменными t и r следующее решение

$$U(t,r) = U(t),\ \ V(t,r) = U^{1/3}(t)V_1(r),\ \ W(t,r) = U^{1/3}(t)W_1(r). \tag{32}$$

Здесь

$$\begin{aligned} &V_1(r) = f(r)Z^{-2/3}(r),\ \ W_1(r) = \sqrt{f(r)}Z^{1/3}(r),\\ &Z(r) = 3\int r\sqrt{f}dr + \varphi_0. \end{aligned} \tag{33}$$

Подставляя (32) в уравнение (18), получаем

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{W_1} - \frac{1}{V_1W_1}W_1'' + \frac{1}{4V_1W_1^2}(W_1')^2 + \frac{1}{2W_1V_1^2}V_1'W_1' - \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{2V_1} + \frac{r^2}{W_1}\right)\right] = \\ &= U^{1/3}(t)\left[-\frac{1}{12U^3}\dot{U}^2 + 8\pi\rho(t) - \frac{m^2}{2}\left(1 + \frac{1}{2U}\right)\right] = d_0. \end{aligned} \tag{34}$$

Левая часть уравнения является функцией переменной r, тогда как правая часть зависит только от переменной t, а поэтому переменные разделяются. Отсюда имеем следующие два уравнения:

$$\frac{1}{W_1} - \frac{1}{V_1W_1}W_1'' + \frac{1}{4V_1W_1^2}(W_1')^2 + \frac{1}{2W_1V_1^2}V_1'W_1' - \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{2V_1} + \frac{r^2}{W_1}\right) = d_0, \tag{35}$$

$$\frac{1}{12U^3}\dot{U}^2 - 8\pi\rho(t) + \frac{m^2}{2}\left(1 + \frac{1}{2U}\right) + d_0U^{-1/3} = 0. \tag{36}$$

Здесь и далее

$$V_1' = \frac{dV_1}{dr}, \quad \dot{U} = \frac{dU}{dt}, \quad \ddot{U} = \frac{d^2U}{dt^2}, \quad V_1'' = \frac{d^2V_1}{dr^2}.$$

Подставляя (32) в уравнение (19), имеем

$$\frac{1}{W_1} - \frac{1}{4V_1W_1^2}(W_1')^2 + \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{2V_1} - \frac{r^2}{W_1}\right) =$$
$$= U^{1/3}(t)\left[-\frac{1}{3U^2}\ddot{U} + \frac{5}{12U^3}\dot{U}^2 - 8\pi p(t) - \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{1}{2U}\right)\right] = -d_1. \qquad (37)$$

Отсюда получим уравнения

$$-\frac{1}{W_1} + \frac{1}{4V_1W_1^2}(W_1')^2 - \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{2V_1} - \frac{r^2}{W_1}\right) = d_1, \qquad (38)$$

$$\frac{1}{3U^2}\ddot{U}^2 - \frac{5}{12U^3}\dot{U}^2 + 8\pi p(t) + \frac{m^2}{2}\left(1 - \frac{1}{2U}\right) - d_1U^{-1/3} = 0. \qquad (39)$$

Подставляя (32) в уравнение (20), находим, что это уравнение также разделяется и сводится к двум уравнениям

$$\frac{1}{3U^2}\ddot{U}^2 - \frac{5}{12U^3}\dot{U}^2 + 8\pi p(t) + \frac{m^2}{2}\left[1 - \frac{1}{2U}\right] = d_2U^{-1/3}, \qquad (40)$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{V_1W_1}W_1'' - \frac{1}{4}\frac{1}{V_1W_1^2}(W_1')^2 - \frac{1}{4}\frac{1}{V_1^2W_1}V_1'W_1' + \frac{m^2}{4V_1} = d_2. \qquad (41)$$

Сравнивая уравнения (39) и (40), устанавливаем равенство постоянных

$$d_1 = d_2. \qquad (42)$$

Разделив уравнение (35) на два и сложив с уравнением (41), получим

$$\frac{1}{2W_1} - \frac{1}{8V_1W_1^2}(W_1')^2 + \frac{m^2}{8V_1} - \frac{m^2r^2}{4W_1} = \frac{d_0}{2} + d_1, \qquad (43)$$

аналогично разделив уравнение (38) на два и сложив с уравнением (43), найдем соотношение между постоянными

$$d_0 + 3d_1 = 0. \qquad (44)$$

Складывая уравнения (35) и (38) и учитывая (42) и (44), мы получаем уравнение (41).

Таким образом из системы уравнений (35)-(36), (38)-(39) и (40)-(41) независимыми будут только уравнения (35)-(36) и (38)-(39). Обратимся теперь к уравнению (21). Подставляя (32) в уравнение (21), мы убедимся в том, что левая часть этого уравнения тождественно обращается в нуль. Отсюда следует, что

$$T_1^0 = 0, \tag{45}$$

и, следовательно, u_1 также равно нулю.

Условия (22) и (45) обеспечивают однородное и изотропное распределение вещества в трехмерном пространстве. Перейдем теперь к рассмотрению трехмерной геометрии, определяемой интервалом

$$dl^2 = V_1(r)dr^2 + W_1(r)[d\Theta^2 + \sin^2\Theta d\Phi^2]. \tag{46}$$

Метрические коэффициенты, которые мы обозначим через S_{ik}, будут равны

$$S_{11} = V_1(r), \;\; S_{11} = W_1(r), \;\; S_{33} = W_1(r)\sin^2\Theta. \tag{47}$$

Символы Кристоффеля, отличные от нуля, имеют вид

$$\Gamma^1_{11} = \frac{1}{2V_1}V_1', \;\; \Gamma^1_{22} = -\frac{1}{2V_1}W_1', \;\; \Gamma^1_{33} = \sin^2\Theta\Gamma^1_{22},$$

$$\Gamma^2_{12} = \frac{1}{2W_1}W_1', \;\; \Gamma^2_{33} = -\sin\Theta\cos\Theta, \;\; \Gamma^3_{23} = \cot\Theta, \;\; \Gamma^3_{13} = \Gamma^2_{12}. \tag{48}$$

На основе этих выражений вычислим тензор кривизны Римана-Кристоффеля, согласно формуле

$$R^k_{mnp} = \partial_p\Gamma^k_{mn} - \partial_n\Gamma^k_{mp} + \Gamma^e_{mn}\Gamma^k_{ep} - \Gamma^e_{mp}\Gamma^k_{en}. \tag{49}$$

Компоненты тензора кривизны будут равны

$$R^1_{212} = \frac{1}{2V_1}W_1^{''} - \frac{1}{4V_1W_1}(W_1')^2 - \frac{1}{4V_1^2}V_1' \cdot W_1', \tag{50}$$

$$R^2_{121} = \frac{1}{2W_1}W_1^{''} - \frac{1}{2W_1^2}(W_1')^2 - \frac{1}{4V_1W_1}V_1' \cdot W_1', \tag{51}$$

$$R^2_{323} = \sin^2\Theta\left(-1 + \frac{1}{4V_1W_1}(W_1')^2\right), \tag{52}$$

$$R^3_{232} = -1 + \frac{1}{4V_1W_1}(W_1')^2, \;\; R^1_{313} = \sin^2\Theta R^1_{212}, \;\; R^3_{131} = R^2_{121}. \tag{53}$$

Учитывая уравнения (35) и (38), компоненты тензора кривизны трехмерного пространства можно представить в форме

$$R^1_{212} = W_1\left(d_1 - \frac{m^2}{4V_1}\right), \tag{54}$$

$$R^2_{121} = V_1\left(d_1 - \frac{m^2}{4V_1}\right), \tag{55}$$

$$R^3_{232} = W_1\left[d_1 + \frac{m^2}{2}\left(\frac{1}{2V_1} - \frac{r^2}{W_1}\right)\right], \tag{56}$$

$$R^2_{323} = \sin^2\Theta \cdot R^3_{232}, \quad R^1_{313} = \sin^2\Theta \cdot R^1_{212}, \quad R^3_{131} = R^2_{121}. \tag{57}$$

Отсюда, учитывая (47), найдем

$$R_{1212} = V_1 W_1 \left(d_1 - \frac{m^2}{4V_1} \right), \tag{58}$$

$$R_{1313} = \sin^2\Theta R_{1212}, \tag{59}$$

$$R_{2323} = \sin^2\Theta \cdot W_1^2 \left[d_1 + \frac{m^2}{2} \left(\frac{1}{2V_1} - \frac{r^2}{W_1} \right) \right]. \tag{60}$$

Скалярная кривизна равна

$$k = 6 \left[d_1 - \frac{m^2}{12V_1} - \frac{m^2 r^2}{6W_1} \right]. \tag{61}$$

При однородном и изотропном распределении вещества в пространстве (как это имеет место в нашем случае) эффективное риманово трехмерное пространство также будет изотропным и однородным, а поэтому тензор кривизны имеет общий вид

$$R_{emnp} = \frac{k}{6}(S_{ne}S_{pm} - S_{pe}S_{mn}), \tag{62}$$

здесь k — постоянная. Отсюда следует

$$R_{1212} = \frac{k}{6}(S_{11}S_{22} - S_{12}S_{12}) = \frac{k}{6} V_1 W_1, \tag{63}$$

$$R_{2323} = \frac{k}{6}(S_{22}S_{33} - S_{23}S_{23}) = \frac{k}{6} W_1^2 \sin^2\Theta. \tag{64}$$

Но эти выражения должны быть совместимы с соответствующими выражениями (58) и(60):

$$k = 6 \left(d_1 - \frac{m^2}{4V_1} \right), \tag{65}$$

$$k = 6 \left[d_1 + \frac{m^2}{2} \left(\frac{1}{2V_1} - \frac{r^2}{W_1} \right) \right]. \tag{66}$$

Из выражения (65) следует, что V_1 не зависит от переменной r.

$$V_1 = \frac{m^2}{4d_1 - \frac{2}{3}k}. \tag{67}$$

Из сравнения выражений (65) и (66) следует

$$W_1 = \frac{m^2 r^2}{4d_1 - \frac{2}{3}k}. \tag{68}$$

Поскольку V_1 и W_1 удовлетворяют уравнениям (35) и (38), то после подстановки этих выражений, например в уравнение (38), найдем

$$k = 0. \tag{69}$$

В силу этого равенства геометрия трехмерного пространства будет евклидовой

$$dl^2 = a[dx^2 + dy^2 + dz^2]. \tag{70}$$

Здесь мы положили

$$d_1 = \frac{m^2}{4a}. \tag{71}$$

Риманова геометрия пространства-времени определяется интервалом

$$ds^2 = U(t)dt^2 - U^{1/3}(t)a[dr^2 + r^2(d\Theta^2 + d\Phi^2)]. \tag{72}$$

Если перейти к собственному времени $d\tau$

$$d\tau = \sqrt{U}dt, \tag{73}$$

и ввести обозначение

$$R^2(\tau) = U^{1/3}, \tag{74}$$

интервал (72) принимает вид

$$ds^2 = d\tau^2 - aR^2[dx^2 + dy^2 + dz^2]. \tag{75}$$

Уравнения (36) и (39) для функции $R(\tau)$ и уравнение (25) для переменной $\rho(\tau)$ в этих обозначениях принимают следующую форму:

$$\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{d\tau}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(\tau) - \frac{\omega}{R^6}\left(1 - \frac{3R^4}{a} + 2R^6\right), \tag{76}$$

$$\frac{1}{R}\frac{d^2R}{d\tau^2} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) - 2\omega\left(1 - \frac{1}{R^6}\right), \tag{77}$$

$$\frac{1}{R}\cdot\frac{dR}{d\tau} = -\frac{1}{3(\rho + \frac{p}{c^2})}\cdot\frac{d\rho}{d\tau}. \tag{78}$$

Здесь

$$\omega = \frac{1}{12}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2. \tag{79}$$

В формулах (76)-(78) мы восстановили естественную размерность, вводя постоянные $G, \hbar, c$.

В дальнейшем будем рассматривать случай, когда пространство заполнено пылевидной материей. Это означает, что во всех формулах будем полагать давление равным нулю. В этом случае из уравнения (78) находим

$$\rho(\tau) = \frac{b}{R^3}. \tag{80}$$

Физическое решение должно удовлетворять условию причинности

$$g_{\mu\nu}V^\mu V^\nu \le 0, \quad \gamma_{\mu\nu}V^\mu V^\nu = 0,$$

В нашем случае с учетом (75) оно принимает вид

$$R^2(R^4 - a) \le 0.$$

Для соблюдения условия причинности во всей области изменения $R(\tau)$, а также для того, чтобы при отсутствии вещества и гравитационного поля, эффективная риманова метрика (5) точно перешла в исходную метрику пространства Минковского (4), естественно положить

$$a = R^4_{\max}. \tag{81}$$

На основании (80) имеем

$$b = \rho_{\min} R^3_{\max}. \tag{82}$$

В точке остановки $\frac{dR}{d\tau} = 0$ при максимальной плотности $\rho_{\max}$ из уравнения (76) имеем

$$\frac{8\pi G}{3}\rho_{\max} \simeq \frac{\omega}{R^6_{\min}}. \tag{83}$$

Учитывая (80) и (82), найдем

$$\rho_{\max} = \frac{\rho_{\min} \cdot R^3_{\max}}{R^3_{\min}}. \tag{84}$$

Подставляя это выражение в равенство (83), получаем

$$R^3_{\min} = \frac{3\omega}{8\pi G} \cdot \frac{1}{\rho_{\min} \cdot R^3_{\max}}. \tag{85}$$

В точке остановки $\frac{dR}{d\tau} = 0$ при минимальной плотности $\rho_{\min}$ из уравнения (76) находим

$$\rho_{\min} = \frac{1}{16\pi G}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2. \tag{86}$$

Подставляя (86) в выражение (85), найдем

$$R^3_{\min} = \frac{1}{2R^3_{\max}}. \tag{87}$$

Используя это выражение, в формуле (84) получаем

$$2R^6_{\max} = \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} = \alpha, \quad \rho_{\max} = \alpha\rho_{\min}. \tag{88}$$

Выражение (80) с учетом (82) имеет вид

$$\rho(\tau) = \rho_{\text{min}} \left(\frac{R_{\text{max}}}{R(\tau)} \right)^3. \tag{89}$$

Подставляя это выражение в уравнение (76) и переходя к новой переменной

$$x = \frac{R_{\text{max}}}{R(\tau)}, \tag{90}$$

получаем

$$\left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 = \frac{\omega x^2}{R_{\text{max}}^6}(x-1)[(2R_{\text{max}}^6 - x^3)(x^2+x+1) - 3x^2], \tag{91}$$

при нахождении (91) нами взято точное выражение для ρ_{min}, равное

$$\frac{1}{16\pi G} \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{R_{\text{max}}^6} \right). \tag{86a}$$

Если принять во внимание неравенство

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{R_{\text{max}}^6} << 1,$$

уравнение (91) в этом приближении имеет вид

$$\left(\frac{dx}{d\tau} \right)^2 = \frac{\omega x^2}{R_{\text{max}}^6}(x^3-1)(\alpha - x^3).$$

Интегрируя это уравнение, найдем

$$\tau = 2(24\pi G\rho_{\text{max}})^{1/2} \left(\frac{\hbar}{mc^2} \right)^2 J, \tag{92}$$

здесь

$$J = \int\limits_1^y \frac{dx}{x[(\alpha - x^3)(x^3-1)]^{1/2}}, \tag{93}$$

$$y = \left(\frac{\rho(\tau)}{\rho_{\text{min}}} \right)^{1/3}, \quad \alpha = \frac{\rho_{\text{max}}}{\rho_{\text{min}}}.$$

Интеграл (93) легко вычисляется, и он равен

$$J(y) = \frac{1}{3\sqrt{\alpha}} \left[\arcsin \frac{(1+\alpha)y^3 - 2\alpha}{(1-\alpha)y^3} - \frac{\pi}{2} \right]. \tag{94}$$

На основании (92) и (94) имеем

$$\rho(\tau) = \frac{2\alpha\rho_{\text{min}}}{(1+\alpha) - (1-\alpha)\cos\lambda\tau}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right). \tag{95}$$

Из выражения (95) очевидно, что плотность вещества всегда ограничена. Время эволюции от минимальной плотности ρ_{min} до максимальной плотности ρ_{max} равно

$$\tau_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\pi\hbar}{mc^2}.$$

Отсюда видно, что полупериод циклического развития определяется фундаментальными постоянными $\hbar, c$ и массой гравитона m. Изучая эволюцию однородной и изотропной Вселенной, можно получить следующее ограничение на массу гравитона $m \leq 10^{-65}$г. Эта оценка непосредственно следует из наблюдательных данных для постоянной Хаббла H и параметра замедления q. Из выражений (89) и (95) находим

$$R(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha}\right]^{1/6} \cdot \left[\frac{1+\alpha}{1-\alpha} - \cos\lambda\tau\right]^{1/3}. \qquad (96)$$

Из выражения (96) очевидно, что пылевидная материя после достижения минимального значения R переходит в стадию расширения, поскольку, в силу уравнений (77), вторая производная $\ddot{R}$ в этой области строго положительна, что и приводит к гравитационному отталкиванию. Таким образом, согласно РТГ, в противоположность ОТО, гравитационный коллапс невозможен, а следовательно не могут образоваться и “черные дыры”. Какая бы исходная масса тела не была, она не может превратиться в процессе эволюции в “черную дыру”, поскольку гравитационное притяжение сменяется гравитационным отталкиванием. Если вещество отсутствует ($\rho = 0$), то $\rho_{\text{min}} = 0$, а следовательно, согласно выражению (86a), $R_{\text{max}} = 1$. В этом случае, учитывая (81), уравнение (76) можно записать в форме

$$\left(\frac{1}{R}\frac{dR}{d\tau}\right)^2 = -\frac{2\omega}{R^6}\left(R^2-1\right)^2\left(R^2+\frac{1}{2}\right).$$

Отсюда следует, что $R = 1$ и геометрия пространства-времени является псевдоевклидовой. Таким образом, согласно РТГ, при отсутствии вещества гравитационное поле отсутствует, а следовательно, вакуум не создает гравитационное поле. Вакуумная энергия не эквивалентна космологической постоянной. Космологическая постоянная выражается через массу гравитона m:

$$\Lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2.$$

Рассмотрим уравнение (77) с точки зрения классической механики. Запишем его в форме

$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = -4\pi G\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right)R + \frac{8\pi G}{3}\rho R - 2\omega\left(R - \frac{1}{R^5}\right). \qquad (77a)$$

Уравнения (78) запишем в следующем виде:

$$\rho + \frac{p}{c^2} = -\frac{R}{3} \cdot \frac{d\rho}{dR}. \qquad (78a)$$

Подставляя (78а) в (77а), получаем

$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = \frac{d}{dR}\left[\frac{4\pi G}{3}\rho R^2 - \omega\left(R^2 + \frac{1}{2R^4}\right)\right]. \tag{97}$$

Вводя аналог потенциальной энергии

$$V = -\frac{4\pi G}{3}\rho R^2 + \frac{\omega}{2R^4}(1 + 2R^6),$$

уравнение (97) можно записать в форме

$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = -\frac{dV}{dR}. \tag{98}$$

Умножая это уравнение на $\frac{dR}{d\tau}$, получаем

$$\frac{d}{d\tau}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^2 + V\right] = 0. \tag{99}$$

Отсюда имеем

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{d\tau}\right)^2 + V = E. \tag{100}$$

Это выражение имеет форму закона сохранения. Постоянная E есть интеграл движения. Сравнивая уравнение (100) с уравнением (76) и учитывая условие (81), найдем связь постоянной интегрирования E с величиной $R_{\max}$

$$E = \frac{1}{8}\left(\frac{mc^2}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{R^4_{\max}}. \tag{101}$$

Используя выражение (88), установим связь постоянной E с максимальной плотностью $\rho_{\max}$:

$$E = \frac{1}{8}\cdot\left[\frac{(\frac{mc^2}{\hbar})^5}{8\pi G\rho_{\max}}\right]^{2/3}. \tag{102}$$

В данной задаче эволюция материальной системы однозначно определяется только при условии задания значения интеграла движения — максимальной плотности вещества $\rho_{\max}$, которая всегда ограничена. Это требование естественно, поскольку решения дифференциальных уравнений однозначно определяются только при задании соответствующих начальных условий. Таким образом, теория не определяет величину максимальной плотности вещества.

В заключение сделаем одно замечание. С точки зрения ОТО, объекты больших масс, если при эволюции они не потеряли значительную часть массы, обязательно должны быть "черными дырами". При сферически симметричной аккреции вещества на "черную дыру" лишь небольшая часть массы покоя падающего вещества может идти на излучение, поскольку каждая частица вещества, падая, уносит всю энергию в "черную дыру".

С точки зрения РТГ, "черные дыры" в принципе невозможны, а поэтому объекты больших масс, встречающиеся в природе и находящиеся на заключительной стадии эволюции, не являются "черными дырами". Выделение энергии при аккреции вещества на такие объекты связано с падением вещества на поверхность объекта, т.е. в этом случае действует тот же механизм выделения энергии, что и при аккреции вещества нейтронными звездами. Таким образом для объектов большой массы, находящихся на заключительной стадии эволюции, аккреция вещества обеспечит значительное выделение энергии.

Авторы выражают благодарность С.С.Герштейну за ценные обсуждения.

Список литературы

[1] Власов А.А., Логунов А.А. // ТМФ. 1989, №3, т.78, с.323-329.

[2] Лоскутов Ю.М. // ТМФ. 1990, №2, т.82, с.304-312.

[3] Вайнберг С. Гравитация и космология. — М.: Мир, 1975, гл.11,§9, с.368-371.
Weinberg S. Gravitation and Cosmology. John Wiley and Sons. Ins, New-York-London-Sydney-Toronto, 1972.

[4] Oppenheimer J.R., Snyder H. // Phys.Rev. 1939, v. 56, p. 455.

[5] Власов А.А., Логунов А.А. Препринт МГУ. — Изд-во МГУ, 1986.

[6] Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. — М.: Наука, 1989.
Логунов А.А. // ТМФ. 1992, т.92, №2, с.151-206;
Логунов А.А. // УФН. 1995, т.165, №2, с.187-203.
Логунов А.А.Релятивистская теория гравитации и принцип Маха. — Дубна, ОИЯИ, 1996. 79с.

Рукопись поступила 3 марта 1997 г.

А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили.
О невозможности гравитационного коллапса в релятивистской теории гравитации.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Ежела.

Подписано к печати 07. 03. 97 Формат $60 \times 84/8$.
Офсетная печать. Печ.л. 1,75. Уч.-изд.л. 1,35. Тираж 270. Заказ 933.
Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 97–8, И Ф В Э, 1997