ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 97–9
ОТФ

А.И.Алексеев, Б.А.Арбузов

Аналитическая бегущая константа связи КХД и принцип минимальности непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области

Протвино 1997

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Алексеев А.И., Арбузов Б.А. Аналитическая бегущая константа связи КХД и принцип минимальности непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области: Препринт ИФВЭ 97–9. – Протвино, 1997. – 17 с., 2 табл., библиогр.: 28.

Рассмотрен вопрос о согласованности гипотезы "замораживания" бегущей константы связи в инфракрасной области КХД с уравнениями движения. Показано, что при отсутствии кинематических сингулярностей в поперечной части трехглюонной вершинной функции "замораживание" не реализуется. С учетом сформулированного принципа минимальности непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области проведена модификация выражения для бегущей константы. Показана возможность согласования для бегущей константы связи требований асимптотической свободы, аналитичности, конфайнмента и оценок для величины глюонного конденсата.

Abstract

Alekseev A.I., Arbuzov B.A. Analytic QCD Running Coupling Constant and Minimality Principle for Nonperturbative Contributions in Ultraviolet Region: IHEP Preprint 97–9. – Protvino, 1997. – p. 17, tables 2, refs.: 28.

The problem is studied if "freezing" of the QCD running coupling constant in the infrared region is consistent with the equations of motion. It is shown that "freezing" is not realized if the transverse part of the three - gluon vertex does not contain the kinematic singularities. Then the running coupling constant is modified taking into account the formulated minimality principle for the nonperturbative contributions in the ultraviolet region. It is shown that the requirements of asymptotic freedom, analyticity, confinement and the value of the gluon condensate are compatible in the framework of our approach.

Введение

Решающую роль в становлении квантовой хромодинамики (КХД) как теории сильных взаимодействий сыграло открытие свойства асимптотической свободы [1] в неабелевых калибровочных теориях. Отрицательность β-функции в КХД, $\beta(g^2) = \beta_0 g^4 + ..., \beta_0 = -b_0/(16\pi^2), b_0 = 11C_2/3 - 2N_f/3$ вблизи нуля при не слишком большом числе активных кварков (для $SU_c(3)$ $N_f \leq 16$) приводит к тому, что константа связи

$$\bar{g}^2(q^2/\mu^2, g) = \frac{g^2}{1 - \beta_0 g^2 \ln(q^2/\mu^2)}, \tag{1}$$

характеризующая взаимодействие кварков и глюонов при больших значениях квадрата импульса q^2 в евклидовом пространстве, что соответствует малым расстояниям, стремится к нулю. Поэтому в глубоко евклидовой области наблюдаются квазисвободные частицы, и при описании их взаимодействий мы вправе пользоваться теорией возмущений. В формуле (1), учитывающей главные логарифмы диаграмм, μ — некоторая точка нормировки. Учет следующих поправок по g^2 не меняет асимптотического поведения (1) константы связи при $q^2 \to \infty$. Вводя размерную константу $\Lambda^2 = \mu^2 \exp(-4\pi/(b_0\alpha_s)), \alpha_s = g^2/4\pi$, перейдем от явно ренормализационно-инвариантной формулы (1) к формуле

$$\bar{\alpha}_s(q^2) = \frac{4\pi}{b_0 \ln(q^2/\Lambda^2)}. \tag{2}$$

Даже в отсутствии кварков ("чистая глюодинамика") в теории возникает фундаментальный размерный параметр $\Lambda_{\text{КХД}}$ (размерная трансмутация), связанный с масштабом сильных взаимодействий, а параметр Λ в приближенной формуле (2) разумно считать величиной порядка нескольких сотен МэВ. С уменьшением q^2 эффективная константа (2) растет, что может указывать на тенденцию неограниченного возрастания взаимодействия с увеличением расстояния, приводящего к невылетанию цветных объектов. Однако при $q^2 = \Lambda^2$ в формуле (2) имеется полюс, который является нефизическим уже в силу неприменимости теории возмущений, исходя из которой получена формула (2).

В недавней работе [2] предложено решение проблемы "призрачного полюса" в КХД путем наложения условия аналитичности по q^2. Идея использованного метода "аналитизации" восходит к работам [3,4] 50-х годов, посвященным решению проблемы полюса Ландау-Померанчука [5] ("трудности нуль-заряда") в квантовой электродинамике (КЭД). Используя для $\bar{\alpha}_s(q^2)$ спектральное представление без вычитаний, в работе [2] для бегущей константы связи получено следующее аналитическое выражение:

$$\bar{\alpha}_s^{(1)}(q^2) = \frac{4\pi}{b_0}\left[\frac{1}{\ln(q^2/\Lambda^2)} + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - q^2}\right]. \quad (3)$$

Это выражение обладает свойством асимптотической свободы, а его регулярность в инфракрасной области обязана непертурбативным вкладам. Оно не содержит дополнительных параметров и в инфракрасной области имеет конечный предел $\bar{\alpha}_s^{(1)}(0) = 4\pi/b_0 \simeq 1,40$, зависящий только от симметрийных факторов. Этот предел оказался стабильным по отношению к высшим поправкам.

В последнее время возможность "замораживания" константы взаимодействия при низких энергиях обсуждается [6] в рамках определенной вычислительной схемы (разложение вблизи $16\frac{1}{2} - N_f$), причем как пертурбативный эффект. Отметим, что на возможность замораживания бегущей константы связи вблизи нуля указывают результаты работы [7] о конфайнменте цвета в присутствии легких кварков в случае превышения бегущей константой некоторого критического значения $\alpha_s^{cr.}/\pi \approx 0,14$.

Как отмечено в работе [4], процедура суммирования главных логарифмических диаграмм не является однозначной операцией. Частичная фиксация этого произвола в КЭД происходит при использовании принципа суммирования ряда теории возмущений под знаком спектрального интеграла представления Челлена-Лемана. После такого суммирования остается функциональный произвол, с одной стороны, не нарушающий правильных аналитических свойств рассматриваемой функции Грина по переменной квадрата импульса, а с другой стороны, обладающий неаналитической зависимостью от константы g^2 (например, члены типа $\exp(-1/g^2)$), асимптотическое разложение которых по g^2 в нуле сходится к нулю. Таким образом, даже справедливость спектрального представления для эффективного заряда в КХД не гарантирует однозначности метода "аналитизации". В работе [8] при исследовании фотонного пропагатора в КЭД было показано, что для устранения неоднозначности суммирования ряда диаграмм нужно требовать не только наличия спектральных представлений, но и удовлетворения уравнений движения.

В настоящей работе мы рассмотрим вопрос о согласованности константного поведения эффективного заряда в инфракрасной области и уравнения Швингера-Дайсона для глюонного пропагатора. Далее с учетом ренормализационной инвариантности будут включены в рассмотрение непертурбативные члены, в том числе и сингулярный в инфракрасной области член $\sim 1/q^2$, и обсуждены возможности согласования требований конфайнмента, асимптотической свободы, аналитичности, соответствия теории возмущений и соответствия оценкам величины глюонного конденсата.

1. Исследование интегрального уравнения для глюонного пропагатора

Для решения вопроса о возможности константного поведения эффективного заряда в инфракрасной области рассмотрим интегральное уравнение Швингера-Дайсона для глюонного пропагатора в бездуховой аксиальной калибровке [9] $A^a_\mu \eta_\mu = 0$, η_μ — калибровочный вектор, $\eta^2 \neq 0$. В этой калибровке эффективный заряд непосредственно связан с глюонным пропагатором, а тождества Славнова-Тейлора [10] имеют наиболее простой вид. В евклидовом импульсном пространстве уравнение Швингера-Дайсона для глюонного пропагатора выглядит следующим образом:

$$P_{\mu\nu}(q) - P^{(0)}_{\mu\nu}(q) = \frac{1}{2}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\Gamma^{(0)}_{\mu\lambda\rho}(q,-k,k-q)D_{\lambda\sigma}(k)\times$$

$$\times D_{\rho\delta}(q-k)\Gamma_{\sigma\delta\nu}(k,q-k,-q) + 1/6\Delta_{\mu\nu}(q) + \Phi_{\mu\nu}. \tag{4}$$

В этом уравнении $D_{\mu\nu}(p)$ и $P_{\mu\nu}(p)$ — пропагатор и обратный пропагатор соответственно; $\Gamma_{\sigma\delta\nu}(k,q-k,-q)$ — полная одночастично-неприводимая трехглюонная функция; $\Gamma^{(0)}_{\mu\lambda\rho}(q,-k,k-q)$ — свободная трехглюонная функция; $\Delta_{\mu\nu}(p)$ — двухпетлевой член, зависящий от полной четырехглюонной вершины; $\Phi_{\mu\nu}$ — головастиковый член; цветовые индексы легко могут быть восстановлены. Полный пропагатор и обратный пропагатор удовлетворяют следующим калибровочным тождествам: $D_{\mu\nu}(p)\eta_\nu = P_{\mu\nu}(p)p_\nu = 0$. Важным преимуществом выбора аксиальной калибровки является возможность исключить из уравнения (4) зависящий от полной четырехглюонной вершинной функции двухпетлевой член путем сворачивания уравнения (4) с тензором $\eta_\mu\eta_\nu/\eta^2$.

Основные шаги получения замкнутого интегрального уравнения [11] для глюонного пропагатора следующие. Делается предположение о доминантности продольной части вершинной функции при исследовании инфракрасного поведения глюонного пропагатора. С помощью калибровочного тождества Славнова-Тейлора для трехглюонной вершины и свойств симметрии её продольная часть выражается [12] через скалярные функции, характеризующие пропагатор. Дальнейшее упрощение связано с предположением о том, что при описании глюонного пропагатора в инфракрасной области можно ограничиться учетом только той тензорной структуры, которой обладает свободный пропагатор. В соответствии с этим предположим, что

$$D_{\mu\nu}(q) = Z(q)D^{(0)}_{\mu\nu}(q), \quad D^{(0)}_{\mu\nu}(q) = -\frac{1}{q^2}\Sigma_{\mu\nu}(q),$$

$$\Sigma_{\mu\nu}(q) = \delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu\eta_\nu + q_\nu\eta_\mu}{(q\eta)} + \frac{q_\mu q_\nu \eta^2}{(q\eta)^2}. \tag{5}$$

Тогда обратный пропагатор также характеризуется одной скалярной функцией

$$P_{\mu\nu}(q) = Z^{-1}(q)P^{(0)}_{\mu\nu}(q) = -q^2 Z^{-1}(q)\left(\delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right). \tag{6}$$

Сделав указанные приближения, а также предположив, что функция Z зависит только от квадрата импульса и не зависит от калибровочного параметра $y = (q\eta)^2/q^2\eta^2$, получаем следующее неперенормированное уравнение для глюонного пропагатора в подходе Бейкера-Болла-Захариазена:

$$\begin{aligned} q^2\left(Z^{-1}(q^2)-1\right)(1-y) = 2^{-1}Z^{-1}(q^2)\int \frac{dk}{k^2k'^2}\frac{(k\eta)-(k'\eta)}{\eta^2}\Sigma_{\lambda\sigma}(k)\times \\ \times\Sigma_{\lambda\rho}(k')\left[Z(k'^2)(k\eta)\rho(k,q)q_\sigma(q+k)_\rho - \right. \\ -Z(k^2)(k'\eta)\rho(k'q)q_\rho(q+k')_\sigma - Z(q^2)\left(Z(k'^2)(k\eta)-Z(k^2)(k'\eta)\right)\delta_{\sigma\rho} - \\ \left. - Z(q^2)\rho(k,k')\left((k\eta)-(k'\eta)\right)\left((kk')\delta_{\sigma\rho}-k_\rho k'_\sigma\right)\right]. \end{aligned} \tag{7}$$

В уравнении (7) $dk = g^2C_2d^4k/(2\pi)^4$, фактор C_2 для цветовой группы $SU_c(3)$ равен 3, $k' = q-k$, $\rho(q_i,q_j) = (Z(q_i^2)-Z(q_j^2))/(q_i^2-q_j^2)$, а $\Sigma_{\alpha\beta}(q)$ определяется формулой (5).

Это сложное нелинейное интегральное уравнение. Наложив на внешний импульс и калибровочный вектор условие ортогональности, проинтегрировав по угловым переменным методом работы [13], после соответствующих вычитаний в работе [14] получили уравнение для перенормированной функции $Z_R(q^2) = Z(q^2)/Z(\mu^2)$, μ^2 — точка нормировки. Это уравнение выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{1}{Z_R(q^2)} &= 1 - \frac{3\alpha_s(\mu^2)}{\pi}\left(T_1 + \frac{T_2}{Z_R(q^2)}\right), \\ T_1 = \int_0^{q^2} F_1(q^2,y)dy &- \int_0^{\mu^2} F_1(\mu^2,y)dy + \int_{q^2}^{\infty} F_2(q^2,y)dy - \int_{\mu^2}^{\infty} F_2(\mu^2,y)dy, \\ T_2 = \int_0^{q^2} F_4(q^2,y)dy &- \int_0^{\mu^2} F_4(\mu^2,y)dy + \int_{q^2}^{\infty} F_5(q^2,y)dy - \int_{\mu^2}^{\infty} F_5(\mu^2,y)dy, \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\begin{aligned} F_1(x,y) &= Z_R(x+y)\left[\frac{5y}{12x^2} + \frac{2}{3x} + \frac{2}{3(y+\mu^2)} - \frac{y^2}{12x^3}\right] + \\ &+ Z_2(x,y)\left[\frac{y^3}{24x^3} - \frac{y^2}{4x^2} - \frac{y}{4x}\right] + \frac{3}{4x}\left[Z_R(y) + y\frac{dZ_R(y)}{dy}\right], \\ F_2(x,y) &= \frac{2Z_R(x+y)}{3(y+\mu^2)} - \frac{Z_R(x+y)}{4y} - \left(\frac{3y}{4x} + \frac{1}{3} + \frac{x}{8y}\right)Z_2(x,y) + \frac{3y}{4x}\frac{dZ_R(y)}{dy}, \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
F_4(x,y) &= \left[-\frac{y}{6x^2}-\frac{2}{3x}-\frac{2}{3(y+\mu^2)}\right]Z_R(x+y)Z_R(y)- \\
&- Z_R(x+y)Z_4(y,x)\frac{2(x+\mu^2)}{3(y+\mu^2)}, \qquad (9)\\
F_5(x,y) &= Z_R(x+y)Z_R(y)\left[\frac{7}{6y}-\frac{2}{3(y+\mu^2)}\right]-Z_R(x+y)Z_4(y,x)\frac{2(x+\mu^2)}{3(y+\mu^2)}.
\end{aligned}
$$

Функции Z_2, Z_4 в формулах (9) выражаются через функцию Z_R следующим образом:

$$
Z_2(x,y)=(Z_R(x+y)-Z_R(y))/x,\ Z_4(x,y)=(Z_R(x)-Z_R(y))/(x-y).
$$

Величины $T_{1,2}$ из уравнения (8) можно представить в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
T_1 &= \frac{3}{4}I_1^0+\frac{1}{4}I_1^1+\frac{1}{4}I_1^2-\frac{1}{24}I_1^3+\frac{2}{3}I_2^0+\frac{1}{6}I_2^1-\frac{1}{3}I_2^2+\frac{1}{24}I_2^3+ \\
&+ \frac{2}{3}\frac{q^2}{\mu^2}I_3+\frac{1}{8}J_1^{-1}+\frac{1}{3}J_1^0+\frac{3}{4}J_1^1-\frac{3}{8}J_2^{-1}-\frac{1}{3}J_2^0-\frac{3}{4}J_2^1+ \\
&+ \frac{2}{3}\frac{q^2}{\mu^2}J_3+\frac{3}{4}\frac{A_\infty}{q^2}-\int\limits_0^{\mu^2}F_1(\mu^2,y)dy-\int\limits_{\mu^2}^{\Lambda_\infty^2}F_2(\mu^2,y)dy, \qquad (10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_2 &= -\frac{2}{3}I_4^0-\frac{1}{6}I_4^1-\frac{2}{3}\frac{q^2}{\mu^2}I_5-\frac{2}{3}\frac{(q^2+\mu^2)}{\mu^2}I_6+\frac{7}{6}J_4^{-1}- \\
&- \frac{2}{3}\frac{q^2}{\mu^2}J_5-\frac{2}{3}\frac{(q^2+\mu^2)}{\mu^2}J_6-\int\limits_0^{\mu^2}F_4(\mu^2,y)dy-\int\limits_{\mu^2}^{\Lambda_\infty^2}F_5(\mu^2,y)dy. \qquad (11)
\end{aligned}
$$

Входящие в формулы (10), (11) интегралы типа I определены следующим образом:

$$
\begin{aligned}
I_1^k &= \frac{1}{q^2}\int\limits_0^{q^2}dyZ_R(y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k,\ \ I_2^k=\frac{1}{q^2}\int\limits_0^{q^2}dyZ_R(q^2+y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k, \\
I_3 &= \frac{\mu^2}{q^2}\int\limits_0^{q^2}dy\frac{Z_R(q^2+y)}{y+\mu^2},\ \ I_4^k=\frac{1}{q^2}\int\limits_0^{q^2}dyZ_R(y)Z_R(q^2+y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k, \\
I_5 &= \frac{\mu^2}{q^2}\int\limits_0^{q^2}dyZ_R(y)Z_R(q^2+y)\frac{1}{y+\mu^2}, \\
I_6 &= \mu^2\int\limits_0^{q^2}dyZ_R(q^2+y)\frac{Z_R(q^2)-Z_R(y)}{(q^2-y)(y+\mu^2)}. \qquad (12)
\end{aligned}
$$

Интегралы типа J в формулах (10), (11) определены подобным же образом, только интегрирование по y ведется от q^2 до Λ_∞^2. Константа A_∞ в формуле (10) имеет вид

$$
A_\infty=\int\limits_0^{\Lambda_\infty^2}y\frac{dZ_R(y)}{dy}dy. \qquad (13)
$$

2. Асимптотические оценки интегралов

Выясним асимптотическое поведение интересующих нас интегралов при $q^2 \to 0$ для поведения функции $Z_R(x)$ вида

$$Z_R(x) = Z_R(0) + o(1), \quad x \to +0, \tag{14}$$

где $Z_R(0)$ — ненулевая константа, а поправка при $x \to +0$ стремится к нулю (в частности, как $1/\ln x$). При $k > -1$ получаем

$$I_1^k = \frac{1}{q^2}\int\limits_0^{q^2} dy Z_R(y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k = \frac{Z_R(0)}{k+1} + o(1), \quad q^2 \to 0;$$

$$I_2^k = \frac{1}{q^2}\int\limits_0^{q^2} dy Z_R(q^2+y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k = \frac{Z_R(0)}{k+1} + o(1), \quad q^2 \to 0;$$

$$I_3 = \frac{\mu^2}{q^2}\int\limits_0^{q^2} dy \frac{Z_R(q^2+y)}{y+\mu^2} = Z_R(0) + o(1), \quad q^2 \to 0;$$

$$I_4^k = \frac{1}{q^2}\int\limits_0^{q^2} dy Z_R(y) Z_R(q^2+y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k = \frac{Z_R^2(0)}{k+1} + o(1), \quad q^2 \to 0;$$

$$I_5 = \frac{\mu^2}{q^2}\int\limits_0^{q^2} dy Z_R(y) Z_R(q^2+y)\frac{1}{y+\mu^2} = Z_R^2(0) + o(1), \quad q^2 \to 0. \tag{15}$$

При оценке интеграла I_6 мы будем исходить из конкретного поведения функции $Z_R(x)$ в нуле:

$$Z_R(x) = Z_R(0) + \frac{\alpha_1}{\ln x/\Lambda^2} + O(x), \quad x \to 0. \tag{16}$$

Имеем

$$I_6 = \mu^2 \int\limits_0^{q^2} dy Z_R(q^2+y)\frac{Z_R(q^2)-Z_R(y)}{(q^2-y)(y+\mu^2)} \simeq$$

$$\simeq Z_R(0)\int\limits_0^{q^2} dy \frac{Z_R(q^2)-Z_R(y)}{q^2-y} \simeq \frac{cZ_R(0)}{\ln^2(q^2/\Lambda^2)} = o(1), \quad q^2 \to 0, \tag{17}$$

где c — некоторая константа. Рассмотрим интегралы типа J, в которых интегрирование производится от q^2 до Λ_∞^2. Они зависят от Λ_∞^2, но сделанные в уравнении (8) вычитания обеспечивают независимость величин $T_{1,2}$ от параметра обрезания. При $k > -1$

$$J_1^k = \frac{1}{q^2}\int\limits_{q^2}^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(y)\left(\frac{y}{q^2}\right)^k = \frac{1}{(q^2)^{k+1}}\int\limits_0^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(y) y^k - I_1^k. \tag{18}$$

Рассмотрим интеграл J_1^{-1}. Сравнивая по правилу Лопиталя вклады основного и поправочного членов, получаем

$$J_1^{-1} = -Z_R(0)\ln q^2 + o(\ln q^2), \quad q^2 \to 0. \tag{19}$$

Для J_2^0 имеем

$$J_2^0 = \frac{1}{q^2}\int_{q^2}^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(q^2+y) = \frac{1}{q^2}\int_{2q^2}^{\Lambda_\infty^2+q^2} dy Z_R(y) =$$

$$= \frac{1}{q^2}\int_0^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(y) + Z_R(\Lambda_\infty^2) - 2I_1^0(2q^2) + O(q^2), \quad q^2 \to 0. \tag{20}$$

Аналогично

$$J_2^1 = \frac{1}{q^4}\int_0^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(y) y - J_2^0 + \frac{1}{q^2}\Lambda_\infty^2 Z_R(\Lambda_\infty^2) +$$

$$+ \frac{1}{2}(\Lambda_\infty^2 Z_R'(\Lambda_\infty^2) + Z_R(\Lambda_\infty^2)) - 4I_1^1(2q^2) + O(q^2), \quad q^2 \to 0. \tag{21}$$

Оценка интеграла J_2^{-1} производится аналогично оценке интеграла J_1^{-1}. Это дает

$$J_2^{-1} = -Z_R(0)\ln q^2 + o(\ln q^2), \quad q^2 \to 0. \tag{22}$$

Имеем далее

$$J_3 = \frac{\mu^2}{q^2}\int_{q^2}^{\Lambda_\infty^2} dy \frac{Z_R(q^2+y)}{y+\mu^2} = \frac{\mu^2}{q^2}\int_0^{\Lambda_\infty^2} dy \frac{Z_R(y)}{y+\mu^2} + O(1), \tag{23}$$

$$J_4^{-1} = \int_{q^2}^{\Lambda_\infty^2} \frac{dy}{y} Z_R(y) Z_R(q^2+y) = -Z_R^2(0)\ln q^2 + o(\ln q^2), \tag{24}$$

$$J_5 = \frac{\mu^2}{q^2}\int_{q^2}^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(y) Z_R(q^2+y) \frac{1}{y+\mu^2} =$$

$$= \frac{\mu^2}{q^2}\left[\int_0^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R^2(y) \frac{1}{y+\mu^2} + o(1)\right], \quad q^2 \to 0. \tag{25}$$

Анализ асимптотического поведения интеграла J_6,

$$J_6 = \mu^2 \int_{q^2}^{\Lambda_\infty^2} dy Z_R(q^2+y) \frac{Z_R(q^2) - Z_R(y)}{(q^2-y)(y+\mu^2)}, \tag{26}$$

оказывается более сложным. При $q^2 = 0$ интеграл расходится, следовательно, при $q^2 \to 0$ имеется особенность.

Мажорируем этот интеграл следующим образом:

$$|J_6| < Z_R^{\max}|j_6|,$$

где

$$j_6 = \int\limits_{q^2}^{\Lambda^2_\infty} dy \frac{Z_R(q^2) - Z_R(y)}{q^2 - y} = \int\limits_{q^2}^{\lambda^2} dy \frac{Z_R(q^2) - Z_R(y)}{q^2 - y} + O(1), \quad q^2 \to 0.$$

Для того чтобы выделить интересующую нас инфракрасную область, здесь мы ввели достаточно малый, но фиксированный параметр λ ($\lambda < \Lambda$). Исходя из конкретного вида инфракрасного поведения функции $Z_R(x)$ (16), можно получить, что $j_6 = \tilde{j}_6 + O(1), \quad q^2 \to 0$, а сингулярный при $q^2 \to 0$ интеграл $\tilde{j}_6$ имеет вид

$$\tilde{j}_6 = \alpha_1 \int\limits_0^a \frac{dx}{x} \left[\frac{1}{\ln b} - \frac{1}{\ln(b+x)}\right],$$

где $a = \lambda^2/\Lambda^2$, $b = q^2/\Lambda^2$. Исследование поведения этого интеграла при $b \to 0$ приводит к выводу, что $\tilde{j}_6 = \ln|\ln b| + O(1) = o(\ln b)$, и соответственно для интеграла J_6 (26) имеем оценку $J_6 = o(\ln q^2)$ при $q^2 \to 0$. Вычислив инфракрасное поведение всех интересующих нас интегралов (15) – (26), мы можем получить инфракрасное поведение величин $T_{1,2}$. В результате имеем

$$T_1 = \frac{1}{4} Z_R(0) \ln q^2 + o(\ln q^2),$$

$$T_2 = -\frac{7}{6} Z_R^2(0) \ln q^2 + o(\ln q^2), \quad q^2 \to 0. \tag{27}$$

Отметим, что члены типа $1/q^2, 1/(q^2)^2$ в окончательных выражениях (27) для величин $T_{1,2}$ взаимно сократились. Наивная подстановка в формулы (8) функции $Z_R(q^2)$ постоянной во всей области q^2 также дает лидирующие члены (27) для величин $T_{1,2}$. Это является дополнительным аргументом в пользу адекватности приближений, сделанных при получении уравнения (8), исследованию возможности несингулярного инфракрасного поведения пропагатора. Таким образом, в предположении о константном поведении (14) функции $Z_R(q^2)$ в нуле, уравнение (8) принимает вид

$$\frac{1}{Z_R(q^2)} = 1 + \frac{3\alpha_s(\mu^2)}{\pi} \frac{11}{12} Z_R(0) \ln q^2 + o(\ln q^2). \tag{28}$$

Как видно из этого уравнения, предположение о “замораживании” взаимодействия при малых импульсах не является согласованным с уравнением (8).

3. Анализ неперенормированного уравнения

К выводу о невозможности константного поведения инвариантного заряда в нуле можно также придти при представляющихся разумными предположениях непосредственно из анализа неперенормированного уравнения для глюонного пропагатора.

Рассмотрим свернутое с тензором $\eta_\mu\eta_\nu/\eta^2$ тензорное уравнение (4) для глюонного пропагатора в аксиальной калибровке. Будем и далее работать в евклидовом импульсном пространстве, где малость квадрата импульса непосредственно связана с малостью его компонент. Уравнение, которое мы рассмотрим, имеет вид

$$[D^{-1}_{\mu\nu}(p) - D^{-1}_{(0)\mu\nu}(p)]\frac{\eta_\mu\eta_\nu}{\eta^2} = \Pi_{\mu\nu}(p)\frac{\eta_\mu\eta_\nu}{\eta^2}, \tag{29}$$

где

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = -\frac{C_2 g^2\mu^{4-n}}{2(2\pi)^n}\int d^n k\Gamma^{(0)}_{3\mu\rho\lambda}(p,-k,k-p)D_{\rho\delta}(k)D_{\lambda\sigma}(p-k)\times$$
$$\times\,\Gamma_{3\sigma\delta\nu}(k,p-k,-p) \tag{30}$$

является однопетлевой частью поляризационного оператора с выделенной цветовой структурой и опущенным головастиковым членом. Знак минус в уравнении (30) возник в результате введения трехглюонных вершин с выделенной цветовой структурой, $i\Gamma^{abc} = gf^{abc}\Gamma$. Как было отмечено, отсутствие двухпетлевых членов точного уравнения в свернутом точном уравнении (29) является большим преимуществом выбора аксиальной калибровки.

Разобьем область интегрирования по импульсу k в формуле (30) на две части: $k^2 < \lambda^2$ и $k^2 > \lambda^2$, где λ — достаточно малая, но конечная величина. Тогда область $k^2 > \lambda^2$ дает регулярный по p^2 вклад при $p^2 \to 0$, а в области $k^2 < \lambda^2$, согласно предположению о "замораживании" инвариантного заряда в нуле, полные функции Грина можно с точностью до постоянного множителя аппроксимировать их затравочными значениями. Тогда мы можем записать

$$\Pi_{\mu\nu}(p)\frac{\eta_\mu\eta_\nu}{\eta^2} = -\frac{C_2 g^2\mu^{4-n}Z(0)}{2(2\pi)^n}\int\limits_0^\lambda d^n k\Gamma^{(0)}_{3\mu\rho\lambda}(p,-k,k-p)\times$$
$$\times\, D^{(0)}_{\rho\delta}(k)D^{(0)}_{\lambda\delta}(p-k)\Gamma^{(0)}_{3\sigma\delta\nu}(k,p-k,-p)\eta_\mu\eta_\nu/\eta^2 + Q(p^2;y,\lambda,n). \tag{31}$$

Интегрирование в формуле (31) можно распространить на всю область изменения импульса, изменив соответствующим образом регулярный по p^2 вклад Q. Тогда мы можем написать:

$$\Pi_{\mu\nu}(p)\frac{\eta_\mu\eta_\nu}{\eta^2} = Z(0)\Pi^{(1)}_{\mu\nu}(p)\frac{\eta_\mu\eta_\nu}{\eta^2} + Q(p^2;y,n), \tag{32}$$

где $\Pi^{(1)}_{\mu\nu}(p)$ — однопетлевой вклад теории возмущений в поляризационный оператор. Этот вклад вычислен в работе [15] и имеет довольно сложную структуру. В случае использования прескрипции главного значения для аксиальных особенностей приведем выражение для лидирующих при $y \to 0$ членов рассматриваемой свертки,

$$\Pi^{(1)}_{\mu\nu}(p)\frac{\eta_\mu\eta_\nu}{\eta^2} = Cp^2\left[-\frac{22}{3\epsilon} - \frac{22}{3}\left(\gamma - 2 + \ln\frac{p^2}{4\pi\mu^2}\right) - \frac{70}{9} + \right.$$
$$\left. + \frac{40}{3}y\ln y + O(y, y^2\ln y)\right]. \tag{33}$$

Здесь $C = g^2C_2/32\pi^2$, γ — постоянная Эйлера. Из формулы (33) видим, что особенность при $y = 0$ является мягкой, и возможен предельный переход в точку $y = 0$. Член $\sim 1/\epsilon$ $(n = 4 + 2\epsilon)$, а также постоянные члены могут быть абсорбированы функцией Q, а логарифм квадрата импульса с необходимостью остается. Уравнение для функции $Z(p^2)$ приобретает вид

$$Z^{-1}(p^2) = 1 + Z(0)\frac{g^2C_2}{16\pi^2}\frac{11}{3}\ln p^2 + Q(p^2;n). \tag{34}$$

Мы видим, что поведение $Z(p^2) \simeq Z(0) \neq 0$ при $p^2 \to 0$ не согласуется с уравнением Швингера–Дайсона. Этот вывод не изменит вычитание в некоторой точке нормировки из тензора поляризации первых членов ряда Тейлора при переходе к перенормированному уравнению для пропагатора. Возможность $Z(0) = 0$, также обсуждаемая в литературе, требует дополнительного рассмотрения. Заметим, что поскольку для глюодинамики нуль является ультрафиолетово стабильной точкой, $\beta(g^2) = \beta_0 g^4 + ...$, $\beta_0 < 0$, поляризационный оператор в однопетлевом приближении дает в уравнении Швингера–Дайсона лидирующий член ультрафиолетового поведения,

$$Z^{-1}(p) = 1 + \frac{g^2C_2}{16\pi^2}\frac{11}{3}\ln\frac{p^2}{M^2} + \text{const.}, \quad p^2 \to \infty. \tag{35}$$

Отсюда для инвариантного заряда $\bar{g}^2 = g^2Z(p^2, M^2, g^2) = g_R^2 Z_R(p^2, \mu^2, g_R^2)$ не решая ренормгрупповых уравнений непосредственно получаем известное выражение (1).

4. Введение дополнительных непертурбативных членов и принцип минимальности их вклада в ультрафиолетовой области

Полученный результат побуждает рассмотреть другие возможности, отличные от предположения о конечности инвариантного заряда в нуле. В последнее время обсуждалась [14,16] возможность слабосингулярного степенного инфракрасного поведения глюонного пропагатора $D(q) \sim (q^2)^{-c}$, $q^2 \sim 0$, где c – некоторое малое нецелое положительное число. В работе [17] эта возможность была исследована с точки зрения согласованности с уравнением (8). Было получено характеристическое уравнение для показателя степени c и показано, что это уравнение не имеет решений в области $0 < c < 1$. К выводу о несогласованности слабосингулярного степенного инфракрасного поведения глюонного пропагатора пришли также авторы работы [18]. В работе [19] была исследована возможность интерференции степенных членов и было показано, что в области значений нецелого параметра $-1 < c < 3$ у характеристического уравнения нет решений.

Наиболее обоснованным в настоящее время представляется более сингулярное (по сравнению со свободным случаем) инфракрасное поведение вида $D(q) \simeq M^2/(q^2)^2$, $q^2 \to 0$ [20,11,21]. Физические следствия такого усиления нулевых мод обсуждаются в обзорах [22,23]. С учетом сделанных замечаний рассмотрим следующее выражение для инвариантного заряда:

$$\bar{\alpha}_s(q^2) = \frac{4\pi}{b_0}\left[\frac{1}{\ln q^2/\Lambda^2} + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - q^2} + c\frac{\Lambda^2}{q^2}\right]. \tag{36}$$

Приведем это выражение к явно ренормализационно-инвариантному виду. Это можно сделать, не решая дифференциальных ренорм-групповых уравнений. Для этого запишем $\bar{\alpha}_s(q^2) = \bar{g}^2(q^2/\mu^2,\ g^2)/4\pi$ и воспользуемся условием нормировки $\bar{g}^2(1, g^2) = g^2$. Тогда мы получаем уравнение для искомой зависимости параметра Λ^2 от g^2 и μ^2

$$g^2/4\pi = \frac{4\pi}{b_0}\left[\frac{1}{\ln \mu^2/\Lambda^2} + \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - \mu^2} + c\frac{\Lambda^2}{\mu^2}\right].$$

Из размерных соображений запишем

$$\Lambda^2 = \mu^2 e^{-\varphi(x)},$$

где $x = b_0 g^2/16\pi^2 = b_0\alpha_s/4\pi$, и для функции $\varphi(x)$ получим уравнение:

$$x = \frac{1}{\varphi(x)} + \frac{1}{1 - e^{\varphi(x)}} + ce^{-\varphi(x)}.$$

Решением этого уравнения при $c > 0$ является монотонно убывающая функция $\varphi(x)$, которая при $x \to 0$ имеет поведение $\varphi(x) \simeq 1/x$, а при $x \to +\infty$ $\varphi(x) \simeq -\ln(x/c)$. Найденная зависимость Λ^2 от μ^2 и g^2 обеспечивает ренормализационную инвариантность $\bar{\alpha}_s(q^2)$. При малых g^2

$$\Lambda^2 = \mu^2 \exp\left\{-\frac{4\pi}{b_0\alpha_s}\right\},$$

что указывает на существенно непертурбативный характер вкладов обоих последних членов уравнения, и эти вклады в теории возмущений отсутствуют. При больших g^2 зависимость другая, $\Lambda^2 = (b_0/c)(\mu^2\alpha_s/4\pi)$. Отметим, что при $q^2 \to 0$, кроме доминирующего члена, у $\bar{\alpha}_s(q^2)$ имеется кулоновская часть,

$$\bar{\alpha}_s(q^2) = \frac{4\pi}{b_0}\frac{c\Lambda^2}{q^2} + \frac{4\pi}{b_0} + o(1). \tag{37}$$

При заданном значении Λ параметр c мы можем зафиксировать, связав его с параметром κ натяжения струны или же с параметром наклона траекторий Редже $\alpha' = 1/(2\pi\kappa)$ в предположении о линейном конфайнменте $V(r) \simeq \kappa r = a^2 r$ при $r \to \infty$.

Потенциал статического взаимодействия кварк-антикварковой пары будем определять по формуле [24,25]:

$$V(r) = -4\pi C_2(R)\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3}\frac{\bar{\alpha}_s(q^2)}{q^2}e^{i\bar{q}\bar{r}}, \tag{38}$$

в которой учитываются вклады, соответствующие обмену одетым глюоном. Для цветовой группы $SU_c(N)$ фактор $C_2(R) = (N^2-1)/2N$. Воспользовавшись формулой преобразования Фурье

$$\int \frac{d^nq}{(2\pi)^n}e^{iqx}\frac{1}{(q^2)^\alpha} = \frac{1}{4^\alpha\pi^{n/2}}\frac{\Gamma(n/2-\alpha)}{\Gamma(\alpha)}(x^2)^{\alpha-n/2},$$

для первых двух членов формулы (37) получаем $V(r) = a^2 r - (4/3)\alpha_{IR}^0 / r$, причем

$$c\Lambda^2 = (3b_0/8\pi)a^2 = (b_0/16\pi^2)g^2 M^2, \tag{39}$$

а $\alpha_{IR}^0 = 4\pi/b_0$ характеризует непертурбативный инфракрасный вклад в кулоновскую часть потенциала взаимодействия.

При больших q^2 формула (36) дает

$$\bar{\alpha}_s(q^2) = \frac{4\pi}{b_0}\left[\frac{1}{\ln q^2/\Lambda^2} + (c-1)\frac{\Lambda^2}{q^2} - \frac{\Lambda^4}{(q^2)^2} + O((q^2)^{-3})\right]. \tag{40}$$

Из формулы (40) видно, что в ультрафиолетовой области непертурбативные вклады убывают быстрее всех поправок теории возмущений. Значение параметра $c = 1$ соответствует наибольшему подавлению непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области. Приняв это условие, получаем связь константы Λ и параметра натяжения струны $\kappa = a^2$:

$$\Lambda^2 = \frac{3b_0}{8\pi}\kappa\,. \tag{41}$$

Считая $a \simeq 0,42$ ГэВ, для параметра Λ получаем разумную оценку $\Lambda \simeq 0,434$ ГэВ ($b_0 = 9$ для случая трех легких кварков). Случай $c = 1$ соответствует тому, что непертурбативная часть инвариантного заряда убывает быстрейшим возможным для параметризации (36) образом.

При рассмотрении непертурбативных вкладов можно высказать следующее соображение. Мы знаем свойство ренормируемости КХД в теории возмущений и, как обычно, проводим процедуру перенормировок во всех порядках теории возмущений, которая устраняет все появляющиеся расходимости. Однако, что происходит с непертурбативными вкладами? Если они вносят дополнительные расходимости, то, на самом деле, проблема ренормируемости оказывается неразрешенной. Мы считаем более привлекательной возможность, при которой непертурбативные вклады не нарушают свойств пертурбативной ренормируемости. А это реализуется в том случае, если непертурбативные вклады достаточно быстро убывают на бесконечности по импульсным переменным и не вносят расходимостей в наблюдаемые величины. Поэтому естественно требовать быстрейшего возможного их убывания при больших импульсах. Например, выбор $c = 1$ в (36), (40) как раз соответствует такому принципу. Мы постараемся показать, как мог бы работать этот принцип на примере важной наблюдаемой физической величины, непосредственно связанной с инвариантным зарядом, а именно, глюонного конденсата

$$K \;=\; \lim_{x\to 0} < \frac{\alpha_s}{\pi} : G^a_{\mu\nu}(x)\, G^a_{\mu\nu}(0) :>.$$

По смыслу определения (см., например, [22]) после перехода к интегрированию по евклидовским импульсам в квадратичном приближении по глюонным полям мы имеем

$$K \;=\; -\,\frac{48}{\pi}\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\,\left(\bar{\alpha}_s(k^2) \,-\, \bar{\alpha}_s^{pert}(k^2)\right) \;=\; -\,\frac{3}{\pi^3}\int_0^\infty \bar{\alpha}_s^{nonpert}(y)\, y dy\,, \tag{42}$$

где $\bar{\alpha}_s^{nonpert}$ — непертурбативная часть бегущей константы, например, для (36) это два последних члена. Подставляя эти члены в выражение (42), убеждаемся в том, что интеграл логарифмически расходится на бесконечности и в конечной точке $k^2 = \Lambda^2$. Наличие нефизического полюса в пертурбативном выражении (2) приводит к необходимости доопределения интеграла (42) вблизи точки $k^2 = \Lambda^2$. Интеграл вблизи этой особенности представляется адекватным пониманию в смысле главного значения. Что же касается расходимости интеграла (42) на бесконечности, то его можно регуляризовать вводя некоторый параметр μ. Различные способы регуляризации приводят к одинаковому выражению. Простейший способ — просто обрезать интеграл в (42) на верхнем пределе. В результате получаем

$$K = \frac{4\Lambda^4}{3\pi^2}\, ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right). \qquad (43)$$

В табл. 1 приведены значения $K^{1/4}$ в зависимости от μ при значении Λ, фиксированном условием (41). Из этой таблицы видно, что в широком интервале значений обрезания от 1,3 до 3,6 ГэВ получаются приемлемые значения конденсата. Это можно рассматривать как указание на то, что рассматриваемый подход работает удовлетворительно.

Таблица 1. Глюонный конденсат в зависимости от обрезания μ.

μ ГэВ	$K^{1/4}$ ГэВ
1.0	0.300
1.2	0.315
1.4	0.326
1.6	0.335
1.8	0.342
2.0	0.349
2.2	0.354
2.4	0.359
2.6	0.363
2.8	0.366
3.0	0.370
3.2	0.373
3.4	0.376
4.0	0.383

Сформулированное выше предположение об отсутствии новых расходимостей, связанных с непертурбативными членами, побуждает нас к дальнейшей модификации выражения для инвариантного заряда. Переходя от выражения (3) к формуле (36), мы добавили изолированную особенность. Особенность, определяемая унитарным разрезом, при этом никоим образом не меняется и в соответствии с подходом работ [3,4,2] определяется теорией возмущений. Следуя этой логике, мы рассмотрим непертурбативное выражение для $\bar{\alpha}_s$, в котором присутствует еще одна изолированная особенность во времениподобной области. Тахионная особенность в пространственноподобной области, разумеется, невозможна. Выполнение условия максимального убывания при $q^2 \to \infty$ приводит к следующему выражению для инвариантного заряда:

$$\alpha_s(q^2) \,=\, \frac{4\pi}{b_0}\left(\frac{1}{ln(q^2/\Lambda^2)} \,+\, \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - q^2} \,+\, \frac{c\Lambda^2}{q^2} \,+\, \frac{(1-c)\Lambda^2}{q^2 + m_g^2}\right), \tag{44}$$

причем значение вычета введенного члена и параметр m_g оказываются фиксированными,

$$m_g^2 \,=\, \frac{\Lambda^2}{c-1}\,. \tag{45}$$

Выражение (44) может быть приведено к явно ренормализационно–инвариантному виду подобно тому, как это было сделано с выражением (36). Непертурбативный вклад в выражении (44) убывает на бесконечности как $1/q^6$, интеграл в формуле (42) сходится на бесконечности, и мы получаем

$$K \,=\, -\,\frac{4}{3\pi^2}\,\Lambda^4\,ln(c-1)\,. \tag{46}$$

Феноменология дает положительное значение глюонного конденсата K в пределах $(0,32\ \text{ГэВ})^4$ – $(0,38\ \text{ГэВ})^4$ [26,27]. Условие положительности конденсата $1 < c < 2$ обеспечивает положительность выражения (45) и в силу соотношения (39) существенно ограничивает величину Λ. Считая параметр натяжения струны фиксированным, из соотношений (45), (46) а также из связи (39) параметра Λ с параметром натяжения струны мы получаем зависимость всех рассматриваемых величин от параметра c, которая сведена в табл. 2. Отметим, что традиционному значению глюонного конденсата [26] $K = (0,33\ \text{ГэВ})^4$ соответствуют $c = 1,063$, $\Lambda = 422$ МэВ, $m_g = 1,682$ ГэВ. Разумеется, к этим результатам следует относиться как к ориентировочным, но тем не менее, качественно они выглядят обнадеживающе.

Из рассмотрения выражения (44) видно, что полюсные особенности здесь имеются в двух точках — при $q^2 = 0$ и при $q^2 = -m_g^2$. Это соответствует двум эффективным массам глюона — 0 и m_g. Поэтому физический смысл параметра m_g — это не “составляющая масса” глюона g, а скорее масса “возбужденного” глюона g'. Существенно, что вычет в точке m_g^2 невелик — всего несколько сотых, так что состояния, содержащие возбужденные глюоны должны быть достаточно узкими, в отличие от непрерывного спектра пар глюонов g с нулевыми массами. Качественная картина глюбольных состояний, соответствующих бегущей константе (44) с конденсатом $K = (0,33 \pm 0,01)\ \text{ГэВ})^4$ могла бы быть такой:

1) состояния $g\,g$ — непрерывный спектр и возможные очень широкие резонансы;

2) состояния $g\,g'$ — резонансы с возможными массами 1500 – 1800 МэВ, фактор подавления ширины $(1-c)$;

3) узкие состояния $g'\,g'$ — резонансы с возможными массами 3000 – 3600 МэВ, фактор подавления ширины $(1-c)^2$.

Таблица 2. Значения параметров бегущей константы связи (44) и глюонного конденсата в зависимости от параметра c.

c	Λ ГэВ	$K^{1/4}$ ГэВ	m_g ГэВ
1.01	0.433	0.385	4.332
1.02	0.431	0.368	3.048
1.03	0.429	0.356	2.476
1.04	0.427	0.347	2.134
1.05	0.425	0.339	1.900
1.06	0.423	0.332	1.726
1.07	0.421	0.326	1.591
1.08	0.419	0.320	1.481
1.10	0.415	0.310	1.313
1.12	0.411	0.301	1.187
1.16	0.404	0.285	1.010
1.20	0.397	0.271	0.889
1.24	0.391	0.259	0.798
1.30	0.382	0.242	0.697

Отметим, что в области 2 имеются глюбольные кандидаты. Область 3 исследована недостаточно, некоторые указания на узкие особенности здесь появляются (см.,например, работу [28]).

Заключение

В работе показано, что не удается согласовать аналитичность бегущей константы связи в подходе с “замораживанием” её поведения в нуле вида (3) с уравнением Швингера–Дайсона. Возможность, связанная с вкладом поперечной части трехглюонной вершины, нами не была исследована, однако, следует заметить, что поперечные члены, которые могли бы повлиять на явление “замораживания” с необходимостью имели бы кинематические сингулярности.

Далее мы используем факт неоднозначности суммирования главных логарифмов теории возмущений и необходимость учета непертурбативных вкладов. При этом мы вводим изолированные особенности, не меняя пертурбативного выражения для скачка на разрезе. А именно, к аналитическому выражению (3) мы добавляем известный сингулярный в инфракрасной области член $1/q^2$ а также полюсной член, соответствующий “возбужденному глюону”. Дополнительным аргументом в пользу необходимости модификации выражения (3) служит то обстоятельство, что это выражение приводит к сильной (квадратичной) расходимости в выражении (42) для глюонного конденсата.

Мы формулируем принцип минимальности непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области, который позволяет зафиксировать произвол введения непертурбативных членов и обеспечивает конечность сугубо непертурбативной величины — глюонного конденсата. В нашем подходе Λ основной параметр КХД оказывается связанным с величиной наклона запирающего потенциала или с натяжением струны. С учетом этого обстоятельства мы получаем оценки величины глюонного конденсата, которые вполне удовлетворительно согласуются с существующими данными. На наш взгляд, также представляет интерес возникновение ненулевой эффективной массы m_g.

Отметим, что, несмотря на сингулярность нашего выражения в нуле, поведение (44) можно согласовать с интегральными оценками для бегущей константы связи в инфракрасной области.

Авторы благодарят Ю.Ф.Пирогова и В.Е.Рочева за полезные обсуждения. Работа поддержана РФФИ в рамках проекта 95-02-03704.

Список литературы

[1] Gross D.J., Wilczek F. // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. P. 1343;
Politzer H.D. // Phys. Rev. Lett. 1973.V. 30. P. 1346.

[2] Shirkov D.V., Solovtsov I.L. // JINR Rapid Communications. 1996.
No. 2[76]-96. P. 5. Dubna, 1996.

[3] Redmond P.J. // Phys. Rev. 1958. V. 112. P. 1404.

[4] Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Ширков Д.В. // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 805.

[5] Ландау Л.Д., Померанчук И.Я. // ДАН СССР. 1955. Т. 102. С. 489.

[6] Mattingly A.C., Stevenson P.M. // Phys. Rev. 1994. V. D49. P. 437;
Stevenson P.M. // Phys. Lett. 1994. V. B331. P. 187.

[7] Gribov V.N. Lund University preprint LU TP 91-7, 1991.

[8] Арбузов Б.А. // ДАН СССР. 1959. Т. 128. С. 1149.

[9] Kummer W. // Acta Phys. Austr. 1975. V. 41. P. 315.

[10] Славнов А.А. // ТМФ. 1972. Т. 10. С. 153.
Taylor J.C. // Nucl. Phys. 1971. V. B33. P. 436.

[11] Baker M., Ball J.S., Zachariasen F. // Nucl. Phys. 1981. V. B186. P. 531, 560.

[12] Kim S.K., Baker M. // Nucl. Phys. 1980. V. B164. P. 152.

[13] Schoenmaker W.J. // Nucl. Phys. 1982. V. B191. P. 535.

[14] Cudell J.R., Ross D.A. // Nucl. Phys. 1991. V. B359. P. 247.

[15] Alekseev A.I. Preprint ICTP IC/91/359. Trieste, 1991.

[16] Cudell J.R., Gentles A.J., Ross D.A. // Nucl. Phys. 1995. V. B440. P. 521.

[17] Alekseev A.I. // Phys. Lett. 1995. V. B334. P. 325.

[18] Büttner K., Pennington M.R. // Phys. Rev. 1995. V. D52. P. 5220.

[19] Алексеев А.И. // ТМФ. 1996. Т. 106. С. 250.

[20] Pagels H. // Phys. Rev. 1977. V. D15. P. 2991.
Nash C., Stuller R.L. // Proc. Roy. Irish Acad. 1978. V. 78A. P. 217.
Mandelstam S. // Phys. Rev. 1979. V. D20. P. 3223.
Brown N., Pennington M. R. // Phys. Rev. 1988. V. D38. P. 2266.

[21] Алексеев А.И. // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 516. Алексеев А.И., Еднерал В.Ф. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1105.

[22] Арбузов Б.А. // ЭЧАЯ. 1988. Т. 19. С. 5.

[23] Roberts C.D., Williams A.G. // Prog. Part. Nucl. Phys. 1994. V. 33. P. 477.

[24] Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М: Наука, 1976.

[25] Buchmüller W., Tye S.-H. H. // Phys. Rev. 1981. V. D24. P. 132.

[26] Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Новиков В.А., Шифман М.А. // ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 542.

[27] Greiner W., Schafer A. Quantum Chromodynamics. – Berlin: Springer-Verlag, 1994.

[28] Алеев А.Н. и др. (Сотрудничество ЭКСЧАРМ) // ЯФ. 1993. Т. 56-10. С. 100.

Рукопись поступила 11 марта 1997 г.

А.И.Алексеев, Б.А.Арбузов
Аналитическая бегущая константа связи КХД и принцип минимальности непертурбативных вкладов в ультрафиолетовой области.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Ежела

Подписано к печати 24.03.97. Формат $60 \times 84/8$.
Офсетная печать. Печ.л. 2,12. Уч.-изд.л. 1,63. Тираж 240. Заказ 970.
Индекс 3649. ЛР №020498 06.04.92.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 97–9, И Ф В Э, 1997