



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 98-27

ОАПвЭС

А. И. Курносенко

**О КОРРЕКТНОСТИ ДИСКРЕТНО-ТОЧЕЧНОГО ЗАДАНИЯ
ИНЖЕНЕРНЫХ КРИВЫХ**

Направлено в журнал
“Измерительная техника”

Протвино 1998

Аннотация

Курносенко А.И. О корректности дискретно-точечного задания инженерных кривых: Препринт ИФВЭ 98-27. – Протвино, 1998. – 12 с., 8 рис., библиогр.: 4.

Для описания криволинейных профилей в машиностроительных чертежах обычно используются таблицы координат точек кривой. Такое описание бывает некорректным, что приводит впоследствии к ряду технологических и метрологических проблем. В статье рассмотрены источники, проявления и методы детектирования некорректного описания профилей. Предлагаются определенная дисциплина дискретно-точечного представления кривых и методика анализа качества чертежей, включающих криволинейные профили.

Abstract

Kurnosenko A.I. On Accuracy of Point-to-Point Representation of Curves in Machinery Design: IHEP Preprint 98-27. – Protvino, 1998. – p. 12, figs. 8, refs.: 4.

Curvilinear profiles in industrial drawing are usually described as tabulated set of coordinates. Such a description is sometimes ill-defined, resulting in subsequent manufacturing problems. Origins, technological manifestations and detection methods of ill-posed curve representations are considered in the article. Methods of a more accurate curve description by discrete data as well as quality evaluation methods for drawings, making use of curvilinear profiles, are proposed.

E-mail: kurnosenko@mx.ihep.su

В работе [1] мы уделили значительное внимание ошибкам и некорректностям в машиностроительных чертежах. Их детектирование входит в задачу метрологической экспертизы конструкторской документации. Отрицательное заключение эксперта обычно состоит в констатации: погрешности будущих измерений геометрических параметров конструкции недопустимо велики, измерение с требуемой точностью принципиально невозможно. В [1] показано, что такой вывод выходит за рамки метрологии и означает недетерминированность либо нефункциональность конструкции. Это придает особую ценность такого рода заключениям.

Однако методический арсенал эксперта-метролога не дает возможности оценить качество конструкции, включающей криволинейные профили. В первую очередь, это относится к кривым, заданным в виде дискретной таблицы координат точек. Ради общности такое задание профиля используют и в тех случаях, когда его можно описать точно и однозначно — уравнением кривой.

Источники и проявления некорректного задания кривых, методы детектирования такого рода ситуаций, предложения по совершенствованию стандартов и технологий и составят предмет настоящей статьи. Изложение проблем и решений мы будем вести в рамках *идеальной схемы* взаимоотношений участников производства [1], т.е. с учетом распределения их обязанностей и сферы компетенции.

Роли и задачи участников производства. Криволинейный элемент обычно возникает как решение геометрической или физической (прочностной, кинематической, гидро- или электродинамической и пр.) задачи, исходящей из конструкторского замысла. Характер задачи и математических методов определяет выбор алгоритмов интерполяции. Их основные характеристики — степень гладкости сплайна, инвариантность относительно различных классов координатных преобразований, локальность (обычно влекущая простоту реализации). Многие параметры противоречивы, а какая-либо стандартизация здесь вряд ли возможна и уместна. Так, требование аффинной инвариантности алгоритмов, важное для графических приложений, теряет свою ценность в задачах проектирования [2, стр. 23–24].

Из всей истории профиля до его попадания на чертеж для нас важно лишь следующее: задача, решаемая конструктором, полностью детерминирована, и решение может быть представлено с любой точностью и в рамках определенной дисциплины задания кривой. Такую дисциплину могла бы сформулировать именно теория взаимозаменяемости: с момента нанесения профиля на чертеж все разнообразие задач (типа “профиль обеспечивает однородность магнитного поля в пределах ...”)

исчезает. Остается технологическая задача воспроизведения профиля, включающая допусковый контроль изделия. Критерии корректности чертежа должны быть геометрическими, едиными для конструктора и других участников производства. Желательно, чтобы они были сформулированы в виде стандартов как часть языка описания конструкций. Хотя сама возможность какой-либо стандартизации в этой области кажется сомнительной, мы намерены предложить решения, которые могут быть доведены до уровня стандартов.

Источником криволинейного профиля может быть также измерение объекта-прототипа — копируемой детали, скульптурной поверхности, возможно, созданной дизайнером. Для устранения нежелательных эффектов от погрешностей измерений их результаты подвергаются сглаживанию [4, стр. 91] с точностью, удовлетворяющей конструктора. Это не противоречит предложенной схеме. На чертеже должен быть представлен результат сглаживания. Его следует рассматривать как изложение конструкторского замысла, не подлежащее ревизии со стороны технолога или контролера. Тем более они не вправе корректировать описание кривой, полученное как решение некой технической задачи.

Если кривая задана уравнением, т.е. полностью детерминирована, ее корректное разбиение становится (при необходимости) задачей технолога. Метрологу предстоит измерение отклонений формы реального профиля от номинального. В случае дискретного представления кривой неясно, что считать номинальным профилем. Проблема обычно решается за счет избыточной дискретизации кривой.

Общая область знаний, обеспечивающая взаимодействие конструктора, технолога и метролога — теория взаимозаменяемости и стандарты описания конструкций. По умолчанию эта область включает элементарную геометрию: никто не станет стандартизировать приемы решения треугольников или расчета сопряжений. Но появление в чертежах сложных кривых и поверхностей, привлечение понятий дифференциальной геометрии и интерполяционных теорий требует уточнения — в какой мере эти вопросы входят в компетенцию участников производства.

Бурное развитие математических методов в этих областях, наблюдаемое в последние десятилетия, пока не идет на убыль. Однако не видно проникновения даже основных и устоявшихся результатов в теорию взаимозаменяемости и технических измерений. Так, современные стандарты в отличие от современных технологий не отражают возможность базирования по криволинейному профилю [1, стр. 4,20]; вызывают вопросы измерение отклонений формы профиля, расчет погрешностей этой величины.

Дискретно-точечное представление кривой. Под дискретно-точечным заданием плоской C^1 -гладкой кривой будем понимать конечный упорядоченный набор n точек $\{P_i = (x_i, y_i)_{i=1}^n\}$ и граничные условия одного из двух типов:

- 1) углы τ_1 и τ_n наклонов касательных в крайних узлах;
- 2) замкнутость кривой.

Не имея соседей с одной из сторон, крайние точки незамкнутой кривой становятся в какой-то мере “обездоленными”. Задание граничных углов несколько

восстанавливает их статус по отношению к внутренним точкам и повышает точность интерполяции кривой.

В задачах *машинной графики* вопрос о граничных условиях рассматривается иногда как некая эмпирическая проблема. Их отсутствие допускается, но при этом в алгоритмы интерполяции вводятся искусственные компенсирующие приемы (например, понижение порядка сплайна на граничных хордах). В задачах *инженерного проектирования* такой проблемы нет: граничные условия получаются из того же источника, что и сами координаты. Хотя стандарты описания кривых не упоминают о граничных углах, их все же приходится определять, но делает это конструктор “в угоду требованиям технологов”.

Пусть $l_i = |P_i P_{i+1}|$ — длина i -ой хорды, выходящей из узла P_i под углом μ_i . Для кривой с граничными условиями первого типа положим

$$P_0 = P_1, \quad P_{n+1} = P_n \quad (l_0 = l_n = 0), \quad \mu_0 = \tau_1, \quad \mu_n = \tau_n. \quad (1)$$

Для замкнутой кривой предполагается циклическая перестановка индексов: $P_{n\pm j} = P_{\pm j}$. Введя угол поворота хорды в i -ом узле $\rho_i = \mu_i - \mu_{i-1}$ (рис. 1), конфигурацию каждого узла можно описать инвариантными относительно выбора системы координат параметрами — длиной входящей хорды l_{i-1} , поворотом ρ_i , длиной исходящей хорды l_i . Набор инвариантов дополняет кривизна k_i ориентированной окружности (прямой) K_i , проходящей через точки P_{i-1}, P_i, P_{i+1} :

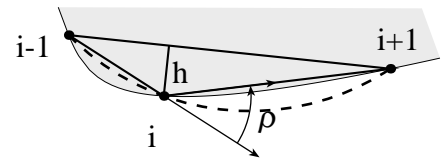


Рис. 1.

$$k_i = \frac{2 \sin \rho_i}{|P_{i-1} P_{i+1}|} = \frac{2 \sin \rho_i}{\sqrt{l_{i-1}^2 + l_i^2 + 2l_{i-1}l_i \cos \rho_i}}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Подчеркнем, что эта формула допускает коллинеарность тройки точек и работает для крайних узлов: кривые K_1 и K_n строятся по двум точкам и граничным углам — (τ_1, P_1, P_2) и (P_{n-1}, P_n, τ_n) . Знак кривизны соответствует определению $k(s) = d\tau/ds$, где $\tau(s)$ — угол наклона касательной, s — длина дуги кривой¹. Если направление обхода контуров выбрать так, чтобы материал детали оставался слева, то положительная кривизна будет соответствовать участкам типа вала, отрицательная — участкам типа отверстия.

Для оценки влияния погрешностей координат на значение k_i достаточно считать, что вариациям подвержен только самый чувствительный элемент треугольника $P_{i-1}P_iP_{i+1}$ — высота h_i , опущенная из точки P_i на сторону $P_{i-1}P_{i+1}$ (рис. 1). Приписывая ей знак величины $\sin \rho_i$ и вводя точность представления координат $\varepsilon = |\delta h_i|$, получаем

$$k_i = \frac{2h_i}{l_{i-1}l_i}, \quad \delta k_i \simeq \frac{2\varepsilon}{l_{i-1}l_i}. \quad (3)$$

¹Многие учебники определяют кривизну как неотрицательную величину, обратную радиусу кривизны. Однако это определение непродуктивно, и обычно на следующей же странице учебника знак восстанавливается “из соображений удобства” в соответствии с приведенным определением.

Пример из практики. Проиллюстрируем различные аспекты проблемы на примере из практики автора. Речь пойдет о кулачке, изображенном в центре рис. 2. Он является частью механизма с цилиндрическим толкателем, поэтому таблица координат точек задана для *фиктивной кривой* — расчетной траектории центра толкателя (на рисунке помечен буквой Т). Реальный профиль должен быть построен эквидистантно.

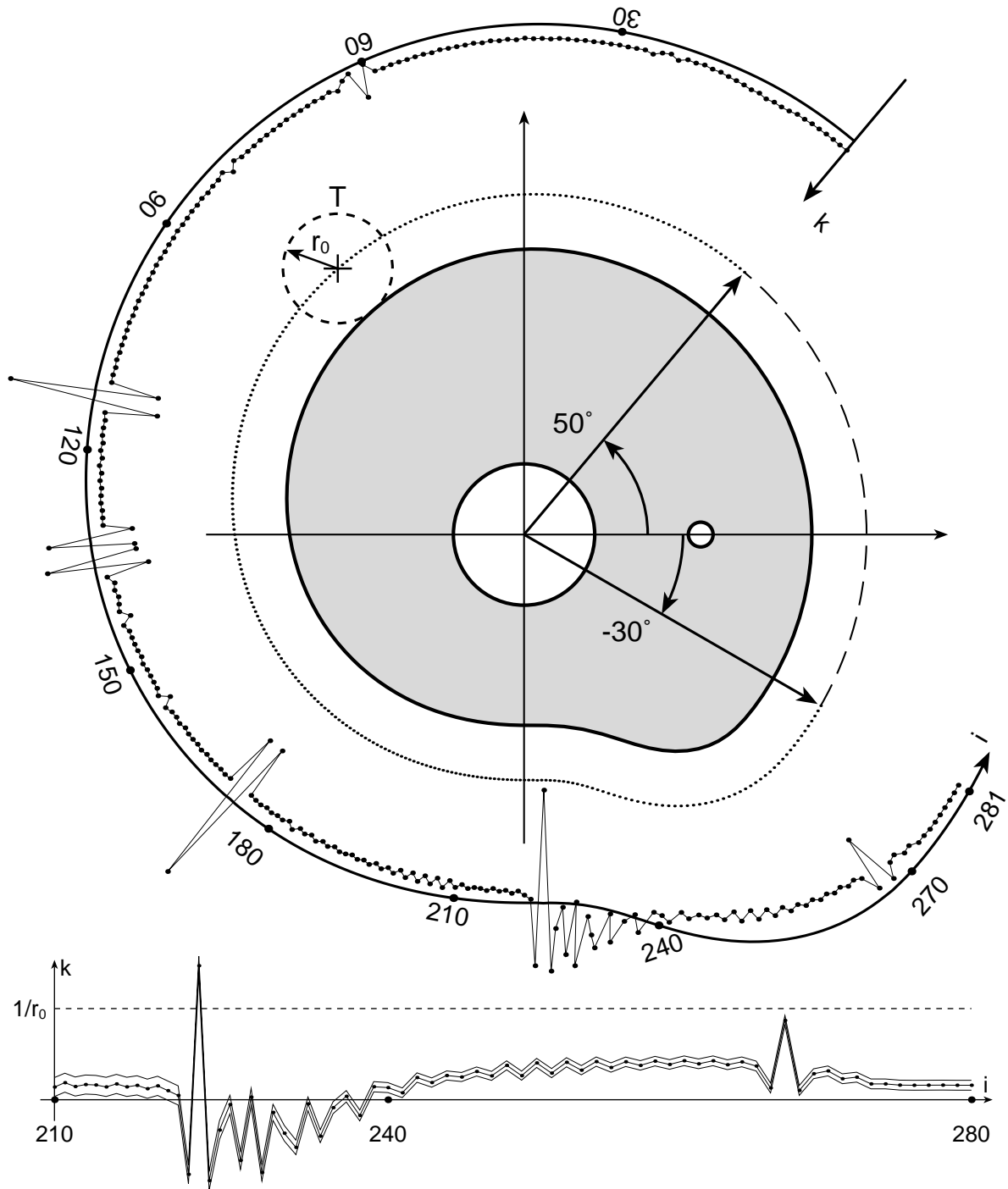


Рис. 2.

При построении номинальной эквидистанты технологи столкнулись с появлением петли на одном из участков. Это известная ошибка в проектировании кулачковых механизмов [3, стр. 331]. В данном случае ее мог вызвать неудачный алгоритм интерполяции. Автор попробовал применить различные алгоритмы, но ему удалось лишь получить дополнительные петли.

Тот факт, что построение оказалось столь чувствительным к способу интерполяции, дает основания подозревать некую некорректность исходной кривой. Кроме того, расчет различных сплайновых кривых показал, что они значительно различаются на некоторых участках. Следовательно, от выбора алгоритма будут сильно зависеть и результаты допускового контроля.

Технологи решили проблему редакцией таблицы — выбрасыванием из нее нескольких точек на участке, не позволявшем построить эквидистанту. О согласовании этого решения с конструктором (находившимся, заметим, в Швеции) в обычных производственных условиях [1] не могло быть и речи.

Автор, предвидя и проблемы в будущем, попытался найти убедительные критерии некорректности чертежа и предъявить их конструктору. Для этого он изобразил на графике последовательность кривизн k_i (2) как функцию величины s_i — суммарной длины хорд, предшествующих i -му узлу. Этот график отражает характер натурального уравнения кривой. На рис. 2 он окружает профиль кулачка. Для него напрашивается название — *кардиограмма кривой*.

Все подозрительные участки профиля проявились на кардиограмме в виде скачков — от легких приступов до явного “предынфарктного” состояния (участок 210–240). Такое поведение нетипично для большинства “нормальных” кривых. Скорее всего, оно связано с дефектами в расчетах. Возможно, это и не так, и поведение кривой соответствует требуемой кинематике кулачка. Но тогда, очевидно, критичные участки должны быть описаны более подробно.

Для геометра, привыкшего оперировать с понятием кривизны, график $k_i(s_i)$ — достаточно убедительный документ. Конструктор же вправе его проигнорировать: он действует в рамках стандартов. Его позиция оказалась вполне ожидаемой.

- Во-первых, конструктор объяснил сложность механической задачи, решаемой с помощью данного кулачка.

Как исследователю автору интересно было об этом узнать. Но после изложения замысла в виде чертежа разговор о “функциональностях” возникать не должен. Технологи решают свои задачи на основе чертежа, независимо от сути замысла, его сложности и самой возможности общения с конструктором.

- При этом он подчеркнул, что требования непрерывности механических и геометрических функций, типичные для такого рода задач, соблюдены. С этих позиций конструктор предположил, что источник проблем — в конкретных алгоритмах интерполяции, используемых в нашем производстве.

Заметим, что достигнутая степень непрерывности кривой не передается дискретным набором точек. Что касается алгоритмов, то они обычно считаются внутренним делом данного программного продукта и даже не документируются. В таком подходе есть рациональное зерно, но, на наш взгляд, оно не доведено до конца.

- Конструктор предложил предоставить более подробное описание кривой.

Степень необходимой дискретизации зависит, в первую очередь, от характера самой кривой. Обычно она “на всякий случай” заведомо превышает. Здесь же шаг в 1° на некоторых участках недостаточен, и это никак не связано с программным обеспечением конкретного станка.

Более подробное описание кривой объективно необходимо любому производителю.

- Конструктор отметил, что эти проблемы исчезают по мере того, как производители переходят от использования таблиц к чертежам в электронной форме.

Исчезают, скорее, проблемы типа опечаток. Возможно, под преимуществом “электронного чертежа” конструктор понимает высокую точность представления данных (в таблице координаты были округлены до 0,001 мм). В нижней части рис. 2 показан фрагмент кардиограммы кулачка в виде $k_i \pm \delta k_i$ при $\varepsilon = 0,01$ мм (3). Из него ясно, что никакое повышение точности не уберет пик k_{223} , превышающий кривизну толкателя $1/r_0$. Это делает невозможным построение эквидистанты без самопересечений. Детализация таблицы также не снимет проблему, а только сделает ее “более детерминированной”.

- Остается понять, почему другие производители не встретились с такого рода трудностями; этот вопрос неявно присутствовал в письме конструктора.

Скорее всего, проблемы просто не доводятся до разработчиков и решаются изготовителем и заказчиком “в рабочем порядке”. Далеко не везде найдется дотошный метролог, который захочет изучить проблему до конца.

Через несколько месяцев заказчик прислал протокол контрольных измерений кулачка. Отклонения на грани допуска и за его пределами были локализованы точно в тех местах, на которые указывала кардиограмма. Трудно представить себе объем работы эксперта, если бы претензия рассматривалась в арбитражном порядке. Полноценный “следственный эксперимент” включал бы, например, обработку “сырых” измерений изготовителя алгоритмами заказчика, и наоборот. Это была бы экспертиза столь же утомительная, сколь и бессмысленная: *чертеж изначально некорректен, производство по нему начинать было нельзя.*

Источники некорректного описания профиля. Укажем наиболее распространенные ошибки в описании профиля:

- использование измерений детали-прототипа, не подвергнутых сглаживанию;
- недостаточно частое разбиение кривой; слишком частое разбиение, несогласованное с точностью представления координат;
- объединение в одну таблицу кривых различного происхождения без детального описания переходной области;
- неуказание граничных условий и последующая грубая оценка технологом “угла входа” и “угла выхода” кривой.

Необходимость в сглаживании, хорошо известная в теории, малоизвестна в технологической практике. Точность координатных измерений прототипа обычно намного выше допуска формы, что создает обманчивое впечатление о возможности использования “сырых” измерений для описания конструкции. Однако в дальнейшем, при интерполяции, построении технологических эквидистант, погрешности

измерений увеличиваются на порядки, превращаясь в нерегулярные и неожиданно большие отклонения формы профиля.

Алгоритмы сглаживания довольно сложны, но в литературе по технологии машиностроения необходимо и достаточно популярного изложения проблемы. В сглаживающих сплайнах требование прохождения кривой точно через заданные узлы снимается. По сути, сглаживание осуществляется и при измерении диаметра путем зондирования большого количества точек. Но в этом случае известен тип целевой кривой — окружности. Для произвольного профиля требуется значительно большее количество точек зондирования, так как процедура сглаживания включает “угадывание” характера целевого профиля на фоне погрешностей измерений. По сути, эта процедура означает сглаживание кардиограммы.

Для оценки частоты разбиения кривой известно качественное правило: чем больше кривизна, тем чаще должны располагаться узлы интерполяции. Качественные критерии существуют только для конкретных алгоритмов восстановления кривой. Более подробное разбиение далеко не всегда защищает от неприятностей. Его необходимо согласовывать с точностью представления координат.

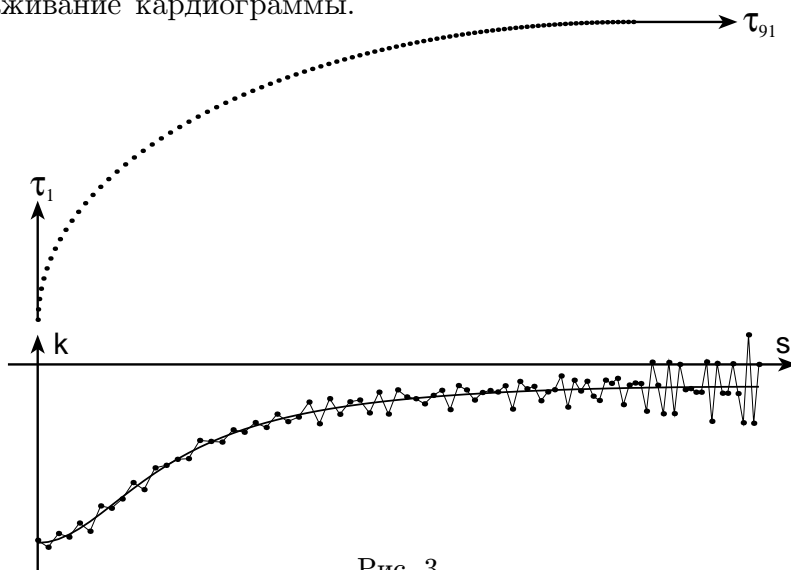


Рис. 3.

На рис. 3 показано разбиение с шагом 1° по полярному углу дуги эллипса с полуосями 200 и 100 мм. Плавная кривая на графике $k(s)$ — кардиограмма данного разбиения. График с биениями получен после округления координат до второго десятичного знака, т.е. с погрешностью, не превышающей 0,005 мм. Такие данные напоминают результаты измерений и также требуют сглаживания. Проблема не возникла бы при уменьшении количества точек.

Типичный источник будущих технологических проблем — некорректное сопряжение кривых различного происхождения. Отсутствие изломов на исходной кривой предполагается большинством алгоритмов интерполяции. Но упрек, адресованный конструктору по поводу нарушения этого требования, может оказаться безрезультатным: стандарты описания кривой об этом не упоминают.

Отсутствие автоматизированных технологий в былые времена компенсировалось различными методами приближенного описания кривых в виде последовательности дуг окружностей, “почти гладко” переходящих друг в друга. Для современных технологий такое представление кривой весьма неудобно²: малейшие округления,

²Речь, конечно, не идет вообще о методах интерполяции кривых с помощью дуг окружностей. Речь идет об интерполяции “вручную”, навязанной затем компьютеру.

допущенные на чертеже, приводят к легко объяснимым сбоям при попытке стыковки такого рода данных в ЭВМ. Чтобы избежать этого, дуги подвергаются дискретизации, полагая, что “сплайн сгладит все погрешности”.

Это ошибочное представление и приводит впоследствии к некорректностям и проблемам. Сплайн, конечно, даст гладкую кривую. Но в первую очередь будет обеспечено ее прохождение через заданные точки. В ситуации на рис. 4 отсутствует (или потеряно при округлении) реальное касание окружностей. При неудачном расположении переходных точек скачки кривизны могут быть огромными. Неточное определение угла τ_1 также отразилось на кардиограмме.

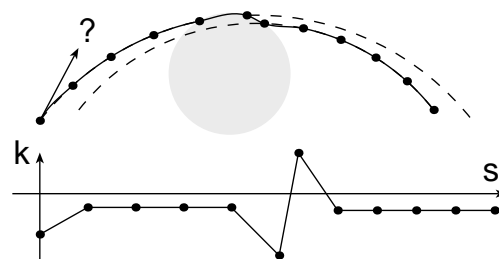


Рис. 4.

Все рассмотренные ошибки означают внесение в чертеж погрешностей, после которых сглаживание становится необходимым, даже если кривая имела вполне “аналитическую” природу.

Равномерная деформация ломаной. Заданный набор точек можно рассматривать как ломаную, вписанную в некую гладкую кривую. Углы ρ_i поворота хорд ломаной обычно малы. Даже рассматривание участка 210–240 на рис. 2 “под микроскопом” (3–4 хорды на весь экран дисплея) не позволяет усмотреть каких-либо аномалий. Чтобы сделать их видимыми, мы используем *равномерную деформацию ломаной*.

Прием состоит в следующем (рис. 5). Заданная ломаная деформируется так, чтобы длины хорд сохранились, а углы поворота ρ_i увеличились. Увеличение подсчитывается индивидуально для каждого узла исходя из условия, чтобы все локальные “трехточечные” кривизны возросли в заданное число раз D (коэффициент деформации). При таком преобразовании любая ломаная, вписанная в окружность кривизны k_0 , преобразуется в ломаную, которая может быть вписана в окружность кривизны $k_0 D$. Ломаная же, вписанная в произвольную кривую, преобразуется в ломаную, которая вписана в другую кривую. Эта новая кривая наследует характер исходной кривой, но отражает его “в D раз ярче”.

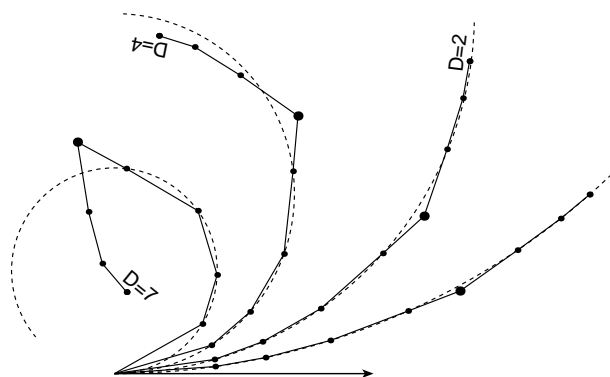


Рис. 5.

Расчетные формулы получаются разрешением (2) относительно ρ . При $|\rho_i| \leq \pi/2$ (или более слабом условии $\cos \rho_i > -\min(l_{i-1}/l_i, l_i/l_{i-1})$) решение имеет вид

$$\operatorname{tg} \frac{\rho'_i}{2} = \frac{k'_i(l_i + l_{i-1})}{\sqrt{4 - k_i'^2 l_i^2} + \sqrt{4 - k_i'^2 l_{i-1}^2}}, \quad k'_i = D k_i.$$

Здесь ρ'_i — угол поворота хорды деформированной ломаной. На рис. 6 изображены деформированные участки кривой, соответствующие “приступам” на кардиограмме кулачка. Такие данные указывают на серьезные огрехи в технологии проектирования, на наличие в ней некой неавтоматизированной эмпирической составляющей.

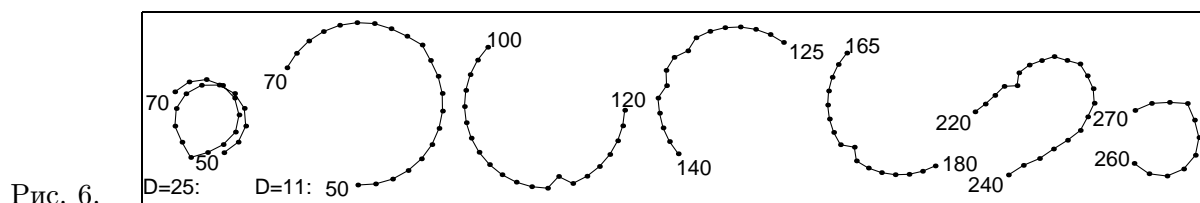


Рис. 6.

Проблема детерминированности профиля. Неполная определенность изначально присуща дискретному представлению кривой, что составляет главную особенность этого геометрического элемента³. Рассмотрим возможные подходы к решению проблемы.

-1. Неприемлемым, хотя и распространенным подходом, представляется привязка к способам интерполяции, реализованным в конкретных станках. Проблемы детерминированности геометрии должны быть решены на уровне описания конструкции средствами языка описания конструкций. Задача станка — исполнить геометрические требования в рамках заданной точности.

0. Подход, нередко применяемый на стадии контроля детали, состоит в измерении координат именно тех точек, в которых профиль описан, и игнорировании промежуточных точек. Уже это означает, что речь идет не о решении проблемы, а о попытке уйти от нее. Относительно удачной эту попытку можно признать только при измерении с помощью микроскопа или “щупа нулевого диаметра”. В противном случае необходима информация о направлении касательных в данных точках (рис. 7). Точность измерений зависит от точности угадывания этой информации, что возвращает нас к вопросу о детерминированности профиля.

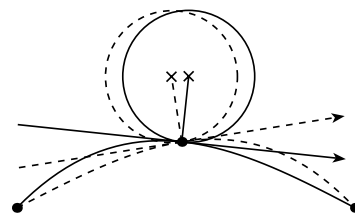


Рис. 7.

1. Проблема может быть решена методом “высочайшего указа” — объявлением одного из способов интерполяции кривых стандартным. Такой подход лучше чем, отсутствие какого-либо подхода вообще. Его недостаток — жесткость принятого решения. Другие недостатки вскроются при попытке сделать выбор в пользу одного конкретного алгоритма из множества имеющихся.

2. Оптимальное решение состоит, по нашему мнению, в следующем. При минимальных требованиях к разбиению профиля полученный набор точек позволяет

³В других элементах конструкции неопределенность номинального профиля может быть лишь результатом грубой ошибки — неуказания размера или простановки лишнего размера. Более “тонкие” ошибки приводят обычно к недетерминированности полей допуска.

определить область, в которой гарантированно находилась исходная неизвестная кривая. Здесь мы опишем лишь принцип построения области и требуемую дисциплину расстановки точек на кривой. Доказательства приведены в работе [2].

Ограничимся пока узким классом плоских кривых, а именно кривыми, натуральное уравнение которых является кусочно-непрерывной нестрого монотонной функцией. В работе [2] мы назвали эти кривые спиральными. К ним относятся архимедова, логарифмическая спирали, эвольвента окружности. Кривые второго порядка разбиваются осями симметрии на два (парабола) или четыре (эллипс, гипербола) спиральных участка. Границами участков с противоположной спиральностью служат вершины кривой — точки экстремальной кривизны.

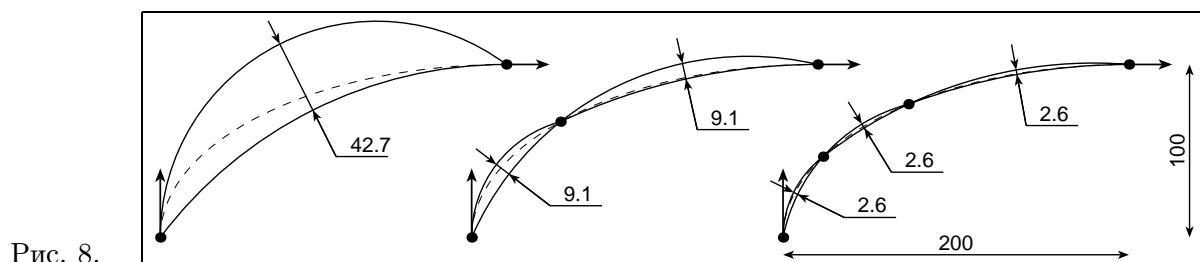


Рис. 8.

Рис. 8 иллюстрирует предлагаемое построение для наборов из $n=2, 3$ и 4 точек, описывающих четверть эллипса (пунктирная дуга). Проведя согласно (1)–(2), линии постоянной кривизны K_i , получим, что на каждую i -ую хорду опирается пара дуг с кривизнами k_i и k_{i+1} . Они ограничивают узкую область (“линзу”). В работе [2] показано, что *исходная спиральная кривая лежит внутри этой области*. Ее локальная ширина δ_i и глобальная оценка $\Delta = \max(\delta_1, \dots, \delta_{n-1})$ могут служить оценками детерминированности кривой данным набором точек⁴.

Оценки δ_i и Δ очень эффективны: удвоение количества узлов приводит к уменьшению δ_i примерно в 8 раз. Для спирального участка эллипса с полуосями 200 и 100 мм при минимальной конфигурации из двух крайних точек и граничных условий получим оценку $\Delta \simeq 42,7$ мм (рис. 8). Введение оптимальной промежуточной точки сокращает эту величину до 9,1 мм, введение двух точек — до 2,6 мм. Неоптимизированное разбиение с шагом 3° по полярному углу даст область, ширина которой уменьшается от $\delta_1 \simeq 1,3 \cdot 10^{-2}$ мм до $\delta_{30} \simeq 0,6 \cdot 10^{-5}$ мм.

Такое решение было бы идеальным, если бы не ограничение классом спиральных кривых. Обсудим возможные обобщения для произвольных кривых.

Во-первых, следует признать, что *граничные углы являются составной частью табличного описания незамкнутой кривой. Они должны определяться конструктором и в неочевидных случаях приводиться на чертеже*. На рис. 2 углы угадываются из условия сопряжения кривой с дугой окружности $R(\varphi) = \text{const}$, $-30^\circ \leq \varphi \leq 50^\circ$.

Во-вторых, гладкость графика $k_i(s_i)$ должна быть обязательным требованием. Оно легко формализуется, например, так: каждая монотонная подпоследовательность $\{k_{i+1}, \dots, k_{i+m}\}$ должна иметь длину $m \geq 3$ (теоретический минимум) или

⁴Отметим, что метод окружностной интерполяции [4, стр.102] дает кривую, расположенную внутри построенной области.

$m \geq 5$ (практический минимум). Это требование обосновывается тем, что график $k_i(s_i)$ является приближением натурального уравнения кривой. Из самых общих соображений следует, что только предсказуемое его поведение дает возможность восстановления кривой каким-либо алгоритмом. В [2] также показано, что последовательность k_i дублирует характер монотонности кривизны исходной кривой. Легко убедиться, что этот характер сохраняется и при построении эквидистант.

Для полноты упомянем требование, обычно всегда соблюдаемое: $l_i k_{i,loc} < 2$, где $k_{i,loc}$ — максимальное значение модуля кривизны в районе i -ой хорды. Иными словами, длина хорды l_i должна быть меньше минимального локального “диаметра кривизны”, равного $2/k_{i,loc}$.

Мы не рассматриваем перечисленные требования как некую специальную дисциплину расстановки точек. Это *норма, необходимый минимум*, общепринятый в теории, но не формализованный в практике машиностроения и методике метрологической экспертизы. При соблюдении этих норм величины δ_i и Δ дают хорошую оценку детерминированности профиля данным набором точек.

Оценочный статус этих величин может быть повышен до уровня *гарантированной границы области детерминированности кривой*, если ввести дисциплину разбиения профиля, основанную на изложенном выше свойстве спиральных кривых. Можно предложить два варианта такой дисциплины, каждый из которых требует выделения на кривой вершин и, следовательно, участков монотонной кривизны.

1. Задание граничных углов для каждого участка, рассматриваемого как отдельная спиральная кривая.
2. Маркировка вершин в таблице координат; при этом алгоритм построения ограничивающей области несколько усложняется [2, стр. 19].

Отметим, что эта дополнительная информация не мешает использовать любые имеющиеся алгоритмы интерполяции.

* * *

Практические проявления некорректного задания криволинейных профилей выглядят как “странное” поведение ЧПУ-программ, как расхождения в результатах различных актов контроля профиля и, наконец, как труднообъяснимый брак. Анализ этих явлений показывает, что они фактически *запрограммированы конструктором* и могут быть предсказаны. Более того, известен общий принцип профилактики такого рода ситуаций: метрологический анализ конструкции до запуска изделия в производство [1].

Наиболее простым и удобным инструментом оценки качества чертежа представляется анализ графика $k_i(s_i)$ и последовательности δ_i . Эта методика не связана с каким-либо конкретным алгоритмом интерполяции. Она опирается лишь на природу кривой, заключенную в ее натуральном уравнении. Величины δ_i и Δ

- дают неизбежную составляющую погрешности измерения отклонения реального профиля от номинального — формальный критерий “метрологичности” конструкции;

- позволяют сравнить несколько интерполирующих кривых по критерию близости к неизвестной исходной кривой;
- указывают на участки, требующие детализации или редактирования;
- определяются методами элементарной геометрии.

Ширина Δ заслуживает того, чтобы быть включенной в чертеж со статусом справочного размера. Она показывает, насколько точно замысел конструктора переведен из терминов функциональности на язык геометрических форм. Вопрос о допустимой ширине области решается из тех же, привычных для теории взаимозаменяемости соображений, из которых выбирается точность измерительных приборов, например, 10% допуска формы профиля. Технологическая необходимость построения эквидистант может потребовать снижения этой величины на порядок, что означает лишь удвоение количества точек.

Основное препятствие на пути стандартизации предложенной дисциплины описания кривых в конструкторской документации — отсутствие соответствующих программных продуктов. Но эти программы, будь то процедуры сглаживания измерений или расчета кулачковых механизмов, решают полностью детерминированную задачу и обладают всей информацией о кривой. Реализовать в них тот или иной алгоритм записи выходных данных не составляет труда. Появление стандарта лишь ускорило бы их реализацию. Введение достаточно жесткой дисциплины вряд ли можно однозначно трактовать как недостаток данного предложения: мы уже продемонстрировали, к чему может привести *отсутствие* вообще какой-либо дисциплины.

Подчеркнем в заключение, что всякая недетерминированность противоречит духу и букве современной теории взаимозаменяемости, а рассматриваемый вопрос остается в ней белым пятном. Такое его состояние — источник технологических проблем и арбитражных ситуаций.

Список литературы

- [1] Курносенко А.И. Метролог, конструктор и метрологичность конструкций: Препринт ИФВЭ 44-96, Протвино, 1996.
- [2] Курносенко А.И. Интерполяционные свойства плоских спиральных кривых: Препринт ИФВЭ 9-98, Протвино, 1998.
- [3] Красковский Е.Я., Дружинин Ю.А., Филатова Е.М. Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем. — М.: Высшая школа, 1991.
- [4] Завьялов Ю.С., Леус В.А., Скороспелов В.А. Сплайны в инженерной геометрии. — М.: Машиностроение, 1985.

Рукопись поступила 20 апреля 1998 г.

А.И. Курносенко.

О корректности дискретно-точечного задания инженерных кривых.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы \LaTeX .

Редактор Н.В.Ежела.

Н.В.Орлова.

Подписано к печати 15.05.98. Формат $60 \times 84/8$.

Офсетная печать. Печ.л. 1,5. Уч.-изд.л. 0,15. Тираж 150. Заказ 151.

Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

