



И
Ф
В
Э

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 98-28
УНК

Л.М. Ткаченко

ПАКЕТ ПРОГРАММ MULTIC
ДЛЯ РАСЧЕТА МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ
ПРОИЗВОЛЬНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Протвино 1998

Аннотация

Ткаченко Л.М. Пакет программ MULTIC для расчета магнитных полей произвольной конфигурации: Препринт ИФВЭ 98-28. – Протвино, 1998. – 48 с., 20 рис., 12 табл., библиогр.: 14.

Представлено описание пакета программы MULTIC, предназначенного для вычисления магнитных полей с учетом реальной зависимости магнитной проницаемости от поля в магнитопроводе. Пакет состоит из программ MULT2D для расчета двумерной геометрии магнита и MULT3D для вычисления поля пространственных геометрий магнитных систем произвольной конфигурации. Приводятся структура пакета, описание функций команд и значений параметров, примеры расчетов и анализ точности вычислений.

Abstract

Tkachenko L.M. Code Package MULTIC for Calculation of Magnetic Field with an Arbitrary Configuration: IHEP Preprint 98-28. – Protvino, 1998. – p. 48, figs. 20, tables 12, refs.: 14.

A description of the code package MULTIC assigned for magnetic field calculation with account of the real dependence of the magnetic permeability in an iron is presented. The package consists of the code MULT2D for the calculation of the two-dimensional magnet geometry and MULT3D for the magnetic field calculation of the spatial magnetic system geometry with an arbitrary configuration. The package structure, description of the command functions and parameter meanings are presented as well as the calculation examples and analysis of calculation accuracy.

Введение

Пакет программ MULTIC [1] предназначен для расчета линейных и нелинейных магнитных полей с произвольной геометрической конфигурацией токовых обмоток, магнитопроводов, магнитных экранов и других элементов конструкции магнитной системы. Структурная идеология пакета подобна программе GFUN [2]. Область применения: сверхпроводящие и резистивные дипольные, квадрупольные, сексту-польные и др. магниты в ускорительных системах и других физических и электро-физических установках; электрические генераторы и двигатели; магнитные системы на постоянных магнитах; магнитные системы томографов; магнитные системы регистрирующей, диагностирующей и измерительной аппаратуры и др.

Для задания геометрии обмоток в программах имеется база данных токовых элементов различной конфигурации. При расчете плоских полей могут использоваться комплекты геометрических форм, состоящих из треугольников, четырехугольников, кольцевых или эллипсных секторов. Для пространственных задач база данных состоит из набора наиболее широко применяемых типов обмоток. База данных стандартных типов токовых элементов постоянно расширяется по мере появления новых геометрий обмоток. Для задания геометрии обмоточного блока, не совпадающего с базовым типом обмоток, предусмотрена возможность сборки из имеющегося комплекта элементарных токовых элементов.

Для задания геометрии магнетика встроена возможность автоматической генерации различных форм геометрических областей. Зависимость магнитной проницаемости от величины поля для магнитных материалов берется из базы данных или определяется таблицами, заданными пользователем. Конструкция магнита может включать различные магнитные материалы.

Учет плоскостей симметрии в конструкции магнита позволяет существенно сократить объем входных данных и время вычислений, например при наличии трех плоскостей симметрии достаточно описать один октант.

Для численного расчета магнитных полей формулировка задачи в виде интегральных уравнений имеет определенные преимущества по сравнению с эквивалент-

ной краевой задачей: снимается проблема граничных условий в случае “открытых” магнитных систем, исчезают трудности с нанесением сетки на геометрические детали и зазоры с малыми размерами, исключается из рассмотрения свободное пространство, что приводит к существенному сокращению объема расчетной сетки и др. В трехмерных задачах эти преимущества становятся принципиальными.

Пакет MULTIC состоит из программ MULT2D для вычисления плоских магнитных полей и MULT3D для решения пространственных задач. Он может использоваться на ЭВМ типа IBM PC, VAX, *Alpha Station* и др. с операционными системами DOS, VMS, Open VMS, UNIX и др.

Пакет написан на языке FORTRAN-77 и использует стандартные графические пакеты, имеющиеся на многих ЭВМ. В частности, для IBM PC используется графический пакет, имеющийся в комплекте с NDP FORTRAN. Для него создано специальное графическое расширение, которое можно использовать и в других программах. Версия программ на *Alpha Station* использует графический пакет HIGZ [4] также с соответствующим графическим расширением.

Программа эксплуатируется в ИВФЭ длительное время, постоянно совершенствуется и видоизменяется в процессе разработки новых магнитных систем. Поэтому ее краткое описание [3] устарело и во многом не соответствует ее возможностям.

1. Постановка задачи

Уравнение магнитостатики запишем в виде

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J} + 4\pi \operatorname{rot} \vec{M}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (1)$$

где \vec{B} — индукция магнитного поля; \vec{J} — плотность тока; \vec{M} — магнитный момент единицы объема ферромагнетика, связанный с индукцией через магнитную проницаемость $\mu(B)$:

$$\vec{M} = \frac{\mu - 1}{4\pi\mu} \vec{B}. \quad (2)$$

Представим индукцию в виде

$$\vec{B} = \vec{B}_J + \vec{B}_M, \quad (3)$$

где \vec{B}_J — поле токов в свободном пространстве:

$$\vec{B}_J(\vec{r}) = -\frac{1}{c} \int_V \frac{[\vec{J}(\vec{r} - \vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')] d\vec{v}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (4)$$

Поле магнитных моментов удовлетворяет уравнениям

$$\operatorname{rot} \vec{B}_M = 4\pi \operatorname{rot} \vec{M}, \quad \operatorname{div} \vec{B}_M = 0 \quad (5)$$

и может быть представлено в виде

$$\vec{B}_M(\vec{r}) = \vec{\nabla}_r \int_{V'} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv'. \quad (6)$$

Из (2), (3) и (6) можно получить интегральное уравнение для плотности магнитного момента:

$$\vec{M}(\vec{r}) = \frac{\mu - 1}{4\pi} [\vec{B}_J(r) + \vec{\nabla}_r \int_{V'} \frac{\vec{M}(\vec{r}') \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dv']. \quad (7)$$

Дискретизация этого уравнения и решение нелинейной системы алгебраических уравнений составляют основу численного алгоритма. При этом область ферромагнетика разбивается на элементарные объемы, состоящие из треугольных призм и тетраэдров, в каждом из которых плотность магнитного момента считается постоянной. Учет нелинейной зависимости магнитной проницаемости от поля $\mu(B)$ проводится по схеме простых итераций. Вычисление интеграла (4) для простых конфигураций обмоток проводится по аналитическим формулам. В сложных геометриях проводится численное интегрирование по объему обмотки, используя метод, описанный в работе [5].

Поперечное сечение обмотки преобразованием координат приводится к прямоугольной форме, образованной токовыми нитями в продольном направлении. Каждая токовая нить аппроксимируется ломаной кривой, и ее разбиение определяется заданной точностью вычисления интеграла. Интегрирование вклада от каждой токовой нити по площади прямоугольника проводится с использованием 5-точечной квадратурной формулы. Точность численного интегрирования установлена в теле программ, но может меняться заданием определенных параметров.

2. Структура программы

Программа состоит из функциональных блоков следующего назначения:

- а) занесение геометрии магнита;
- б) вычисление магнитных моментов;
- в) вычисление магнитных полей или интегралов поля;
- г) гармонический анализ поля и его интегралов;
- д) вычисление пондеромоторных сил и запасенной энергии;
- е) вывод информации в графической форме.

2.1. Система единиц

В программах используется смешанная система единиц: линейные размеры измеряются в сантиметрах, угловые — в градусах с положительным направлением против часовой стрелки, ток — в амперах, магнитная индукция — в гауссах, напряженность магнитного поля — в эрстедах, неоднородность поля — в процентах. В таких системах единиц магнитная проницаемость не имеет размерности. Для вывода карты линий постоянного уровня различных компонент поля магнитная индукция переводится в килогауссы. Пондеромоторные силы на прямолинейной части обмотки и в программе MULT2D выдаются в килограмм/сантиметрах, на лобовых частях — в килограммах, но при задании данных имеется параметр, позволяющий использовать в качестве единиц силы ньютоны. Запасенная энергия вычисляется в джоулях или в джоуль/метрах в плоских задачах.

2.2. Управление программами

Управление работой программ осуществляется с помощью набора команд, перечень которых приведен в табл. 1.

Таблица 1. Управляющие команды программ.

| | |
|-------------|--|
| BHDA | Ввод таблицы В-Н |
| DRAW | Занесение геометрии магнита |
| END | Конец работы программ |
| ERAS | Удаление элементов проводника и ферромагнетика |
| FORI | Вычисление сил в магнетике |
| FORC | Вычисление сил на лобовых частях обмотки (MULT3D) |
| FIXI | Задание постоянных магнитных моментов |
| FRAM | Задание размеров рисунка на графическом устройстве |
| GEOM | Подготовка входных данных для программы FEMPOST |
| GETB | Вычисление поля или интегралов поля в точке, вдоль линии, в узлах двумерной или трехмерной сетки |
| GETF | Вычисление сил на прямолинейных частях обмотки |
| GETM | Вычисление магнитных моментов |
| HARM | Гармонический анализ поля или интегралов поля |
| HELP | Сообщение о функции команд и значениях параметров |
| INTE | Вычисление интегралов поля по длине, площади или объему |
| LEFF | Определение эффективной длины магнита |
| MAP | Вывод карты поля на графическое устройство |
| MESH | Генератор сетки |
| MODI | Изменение геометрии магнита |
| MOVE | Изменение геометрии магнитопровода |
| PRIN | Печать параметров магнита |
| READ | Чтение параметров магнита из файла |
| RECO | Вывод геометрии магнита на графическое устройство |
| STOP | Переход к расчету новой геометрии магнита |
| WRIT | Запись параметров магнита в файл |

Список всех управляющих команд с кратким описанием их функций и набором параметров можно получить по команде **HELP**.

Программа *MULT2D* использует входной файл INPUT.DAT с набором управляющих команд для ее работы. Результаты расчетов записываются в файл *OUTPUT.LIS*. Для программы *MULT3D* эти файлы имеют имена *INPUT3.DAT* и *OUTPUT3.LIS*. Диагностика о работе программ записывается в выходной файл с результатами и дублируется на экране при работе с терминала или записывается в протокольный файл при работе программ в пакетном режиме. Остальное использование файловой системы приводится ниже при описании соответствующих команд.

2.3. Формат команд

Команда состоит из четырехсимвольного кодового слова, за которым в произвольном порядке следует список параметров [6]. Здесь и далее имена команд и параметров выделены жирным шрифтом. Команда должна начинаться с первой позиции в строке и не иметь внутри себя пробелов. Имя параметра определяется по первым четырем символам. Значения параметров имеют свободный формат, пробелы игнорируются:

$$\{\text{Команда}\} \sqcup \left\{ \begin{array}{c} \text{имя} \\ \text{параметра} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{значение} \\ \text{параметра} \end{array} \right\}, \dots, \left\{ \begin{array}{c} \text{имя} \\ \text{параметра} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{значение} \\ \text{параметра} \end{array} \right\}.$$

В именах команд и параметров можно использовать как заглавные, так и малые буквы. Значения параметров могут задаваться как в числовой форме, так и в символьной. Числовая форма распознается в любом формате с плавающей и фиксированной точкой, совместимом с соответствующим заданием числа в FORTRAN.

Максимальное число значащих цифр в числовом поле параметра определяется типом ЭВМ; цифры, превышающие максимальное число, игнорируются. Символьное значение параметра должно начинаться с буквы, его длина ограничена 8 символами. Как правило, символьное значение должно совпадать с соответствующим словарным значением параметра. Исключение составляет задание имени файла как параметра. При этом расширение файла либо не задается, а встроено в теле программ, либо задается другими параметрами. В файлах с заданием данных, используемых под операционными системами VAX/VMS, Open VMS, подразумевается расширение **.DAT**.

Команды **END**, **STOP** параметров не имеют, команды **HELP**, **READ**, **WRIT** имеют другой формат:

HELP — команда,
READ — имя файла,
WRIT — имя файла.

Команды **READ** и **WRIT** используют файлы в двоичном формате. Для обмена информацией между различными типами ЭВМ можно задавать команды **READF** и **WRITF**, которые работают с форматными файлами.

Для задания команд **DRAW**, **GETB**, **HARM**, **MODI**, **FORC** требуется более 80 символов. В этом случае они делятся на строки. Эти команды заканчиваются терминатором **\$\$**, который ставится в начале новой строки.

Значения основных параметров сохраняются до их следующего переопределения, поэтому при повторном использовании команды достаточно указать лишь новые значения параметров.

Если строка начинается с символа **#**, то она воспринимается как строка-комментарий.

3. Задание геометрии магнита

(Команды **DRAW**, **MODI**, **MOVE**, **MESH** и **ERAS**)

Каждый элемент тока или магнитопровода характеризуется кодами, определяющими его тип материала **MATE**, геометрическую форму **SHAPE** и тип симметрии **SYMM**. В трехмерной геометрии геометрическая форма обмотки определяется параметром **END**. Элементы тока и магнитопровода имеют независимую нумерацию, которая устанавливается автоматически при задания геометрии во входных данных.

3.1. Токовые элементы и элементы магнитопровода (команда **DRAW**)

Занесение токовых элементов и элементов ферромагнетика производится командой **DRAW**.

Тип элемента

Тип элемента определяется параметром **MATE**:

MATE = 0, проводники с плотностью тока **J**;

MATE = 1, проводники с током **I**;

MATE = 2, элементы магнитопровода с постоянной магнитной проницаемостью **MU**;

MATE = 3 ÷ 12, элементы ферромагнетика с переменной магнитной проницаемостью.

В последнем случае для каждого нового материала магнитопровода командой **BHDA** необходимо предварительно ввести кривую намагничивания в виде таблицы *B – H*.

Можно задавать до 10 различных областей магнитопровода с разными магнитными свойствами, включая элементы с постоянными магнитами. Если заданы параметры **I** или **J**, параметр **MATE** можно опустить.

Число токовых элементов не должно превышать 100, максимальное число элементов ферромагнетика зависит от типа ЭВМ. В частности, для персональных компьютеров типа Pentium оно ограничено 200, в ЭВМ типа Alpha station можно использовать до 1500 элементов магнетика. При необходимости максимальное число

элементов можно переустанавливать в файле *MAGNET2.F* (программа *MULT2D*) или *MAGNET.F* (программа *MULT3D*) в операторе

PARAMETER (NFMAX=1500, NCMAX=100)

Двумерная геометрия

В двумерной геометрии элементы проводника состоят из простых геометрических фигур, определяемых параметром **SHAPE**:

SHAPE = 0, прямоугольник, возможно задание

- в декартовой системе координат: **X1**, **Y1** — нижний левый угол, **A** — основание, **B** — высота, **ANGLE** — угол поворота относительно оси X (рис.1а);
- в полярной системе: **R**, **ANGLE** — координаты середины стороны прямоугольника, **A** — основание, **B** — высота (рис.1б);

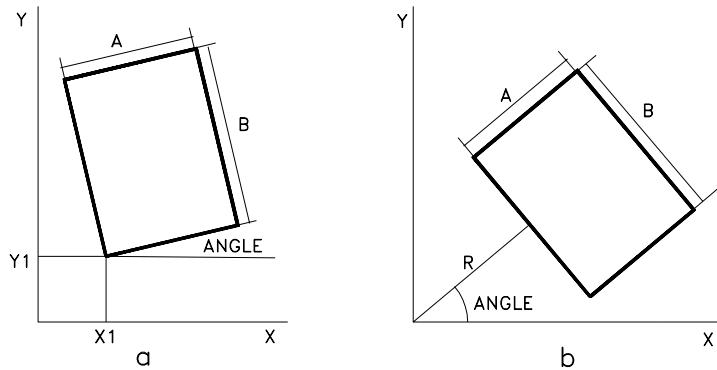


Рис. 1. Прямоугольник, **SHAPE** = 0.

SHAPE = 1, равнобедренный треугольник с основанием **A**, высотой **B**, углом **ANGLE** между основанием и осью X и координатами нижнего левого угла **X1**, **Y1** (рис.2а);

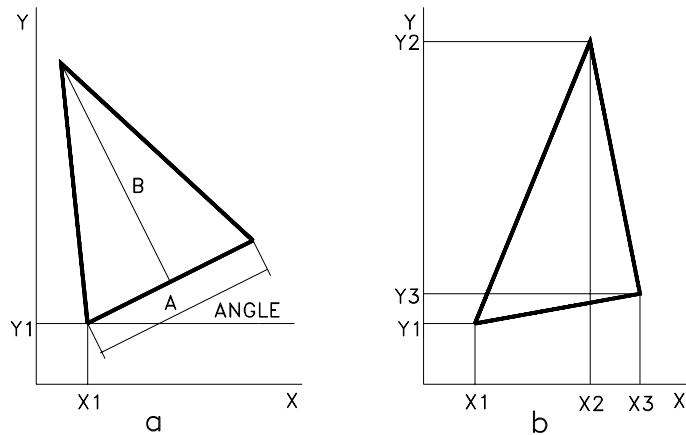


Рис. 2. Треугольник, (а) — **SHAPE** = 1; (б) — **SHAPE** = 4.

SHAPE = 2, кольцевой сектор, заданный параметрами **R** — внутренний радиус, **A** — радиальная толщина, **PHI**, **ALPHA** — начальный и конечный углы (рис.3а); если задан дополнительный параметр **R1**, то кольцевой сектор превращается в эллипсный с внутренними полуосами **R** вдоль оси X и **R1** вдоль оси Y;

SHAPE = 3, произвольный четырехугольник с вершинами **X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3, X4, Y4** (рис.3б), нумерация вершин может быть по часовой или против часовой стрелки;

SHAPE = 4, произвольный треугольник с вершинами **X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3** (рис.2б), нумерация вершин произвольна.

Для генерации регулярно расположенных элементов используются параметры **NX, NY, DX, DY (SHAPE = 0, 1, 3, 4)** и **NR, NPHI, DR, DPHI (SHAPE = 2)**. Параметр **SHAPE** = 0 или **SHAPE** = 2 можно опустить.

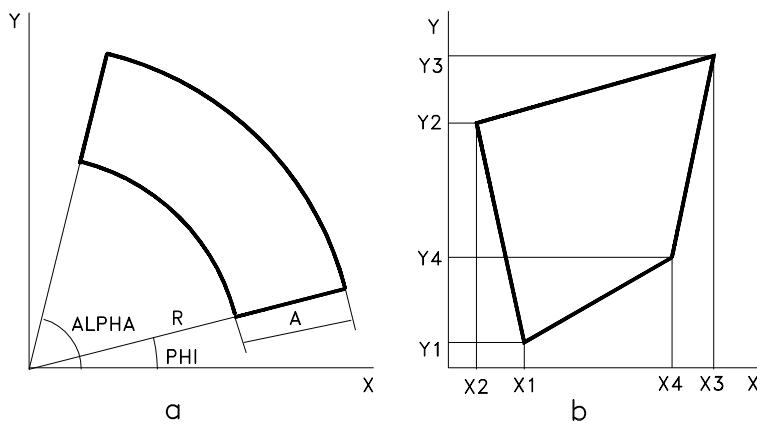


Рис. 3. Кольцевой сектор, **SHAPE** = 2 (а) и четырехугольник, **SHAPE** = 3 (б).

Трехмерная геометрия

Геометрия обмоток в программе MULT3D задается в локальной системе координат $\{X', Y', Z'\}$. Связь локальной и глобальной систем $\{X, Y, Z\}$ устанавливается параметрами **XC, YC, ZC, ANGLE**, где первые три параметра определяют центр локальной системы координат, а последний параметр задает ее поворот вокруг глобальной оси Z. Для более сложных ориентаций обмотки в пространстве можно воспользоваться углами Эйлера **T, P, S**. По умолчанию локальная система координат совпадает с глобальной.

Типы обмоток в трехмерном случае определяются параметром **END**:

END = 0, соленоид (рис.4); **R1** и **R2** — внутренний и наружный радиусы; **H1** и **H2** — начальная и конечная длины.

END = 1, обмотка типа RACETRACK (рис.5а). В поперечном сечении — прямоугольник с параметрами **X1, Y1** — координаты нижнего левого угла; **A**,

B — ширина и высота прямоугольника. Длина прямолинейной части от центра магнита до закругления — **H1**, минимальный радиус закругления — **R**. Возможно задание нестандартного типа обмотки RACETRACK типа равнобедренной трапеции в плоскости $X'Z'$ (рис.5б), у которой боковые прямолинейные брусья с полудлиной **H1** не параллельны между собой, а составляют угол $\pm\text{ALPHA}$ с осью Z' . В этом случае минимальные радиусы закруглений при меньшем и большем основаниях трапеции задаются соответственно параметрами **R1** и **R2**.

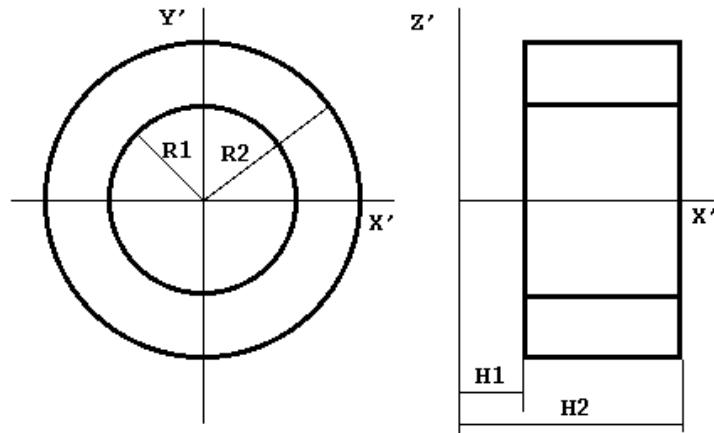


Рис. 4. Соленоид, **END** = 0.

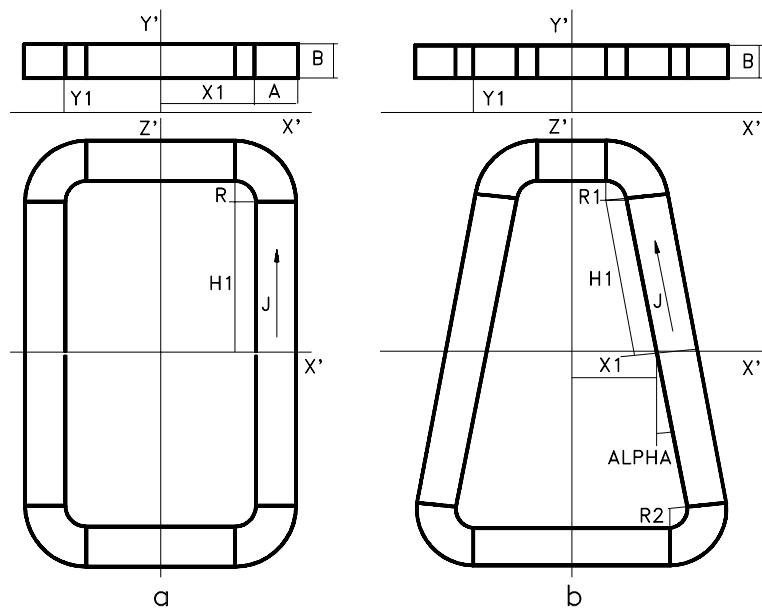


Рис. 5. Обмотка типа RACETRACK, **END** = 1.

END = 2, обмотка типа BEDSTEAD (рис.6). **R1**, **R2** — минимальные радиусы закруглений в плоскостях $Y'Z'$ и $X'Y'$, **H2** — длина обмотки с обратным знаком тока отражается относительно плоскости RZ' , составляющей с осью X' угол 180/**SYMC** градусов, по умолчанию **SYMM** = 2.

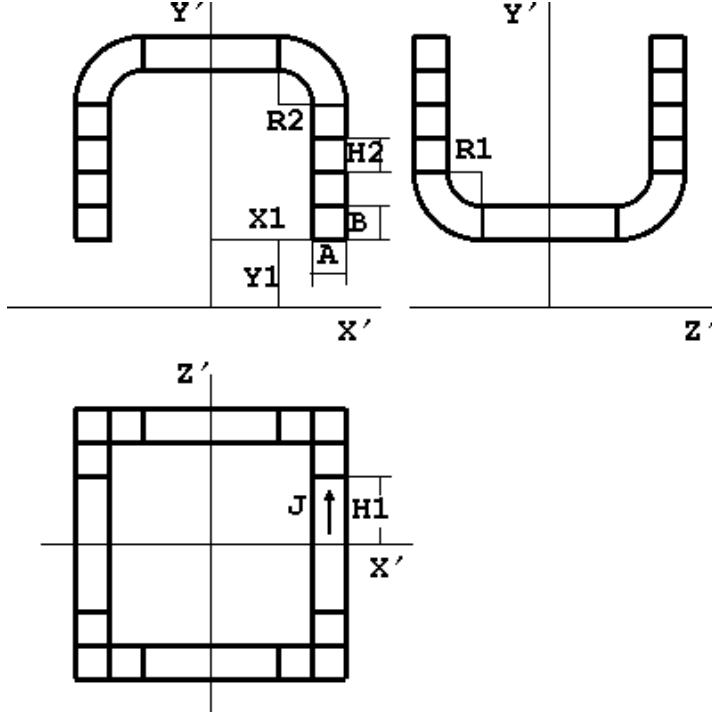


Рис. 6. Обмотка типа BEDSTEAD, **END** = 2.

END = 3, седловидная обмотка на цилиндре (рис.7). Поперечное сечение прямолинейной части — криволинейный прямоугольник, образованный двумя концентрическими дугами с центром в начале координат (рис.8а). Положение прямоугольника определяется углом **ALPHA** между осью X' и радиусом **R**, проведенным к середине внутренней дуги с центра локальной системы координат. Концы дуг соединяются прямолинейными отрезками, параллельными этому радиусу, расстояние между дугами **A**, длина наружной дуги **B**. Начало дуги на цилиндре определяется углом **BETA** в плоскости $X'Y'$. Длина торца равна **R1**, длина прямолинейной части по средней линии от центра магнита — **H1**, полная длина обмотки от центра магнита — **H2**. Лобовые части состоят из дуг на цилиндре, соединенных с прямолинейными частями в поперечном сечении криволинейными отрезками в форме винтовой линии [7]. Каждая токовая нить винтовой линии с начальными координатами (ρ, ϕ) в поперечном сечении прямолинейной части описывается параметрическими уравнениями

$$\begin{aligned} x(\theta) &= \rho \cos \theta, \quad y(\theta) = \rho \sin \theta, \\ z(\theta) &= H1 + \frac{H2 - H1}{BETA - ALPHA} \theta, \quad BETA \leq \theta \leq \phi. \end{aligned} \quad (8)$$

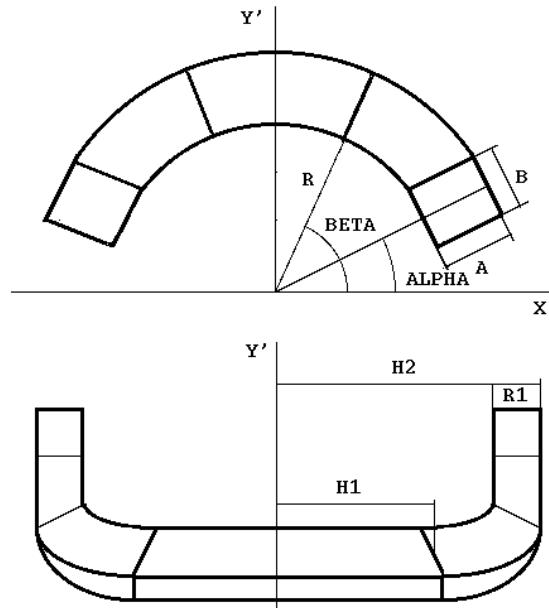


Рис. 7. Седловидная обмотка, $\text{END} = 3, \div 8$.

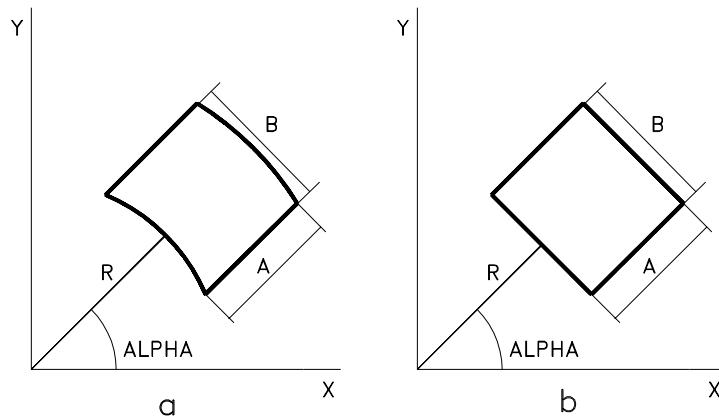


Рис. 8. Поперечное сечение седловидных обмоток.

$\text{END} = 4$, седловидная обмотка на цилиндре (рис.9) [8], [9]. Лобовые части имеют форму постоянного периметра. В поперечном сечении — прямоугольник с размерами **A** и **B** (рис.8б), положение прямоугольника определяется углом **ALPHA** между осью X' и радиусом **R**, проведенным с центра локальных координат к середине стороны с шириной **B**. Параметры **H1**, **H2** аналогичны $\text{END}=3$, лобовые части обмотки на торце магнита составляют с образующей цилиндра угол **PHI**.

$\text{END} = 5$, седловидная обмотка на цилиндре с поперечным сечением как у $\text{END}=3$ и лобовыми частями аналогично $\text{END}=4$ (рис.8а).

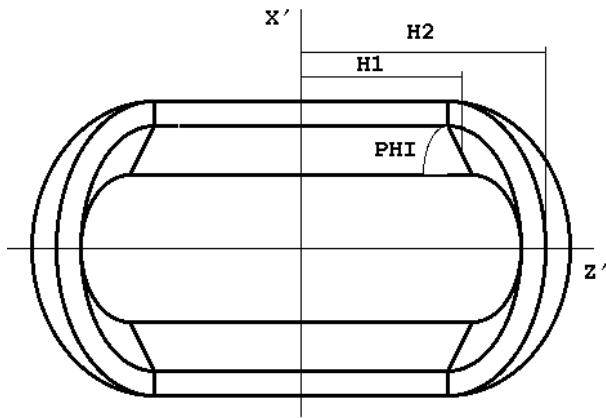


Рис. 9. Обмотка постоянного периметра, $\text{END} = 4, 5$.

$\text{END} = 6$, дуга окружности прямоугольного сечения (рис.10а) с размерами **A**, **B** и координатами левого нижнего угла **X1**, **Y1**. Внутренний радиус дуги — **R**, угол загиба — **PHI**. Ориентация блока в пространстве определяется углами Эйлера **T**, **P**, **S**, отражения в плоскостях $X'Y'$, $Y'Z'$, $Z'X'$ задаются параметрами **RXY**, **RYZ**, **RZX**, которые могут принимать значения **POS**, **NEG**, **NO**, обозначающие соответственно положительное отражение (вращение), отрицательное (зеркальное) отражение и отсутствие отражения.

$\text{END} = 7$, прямоугольный брус (рис.10б) с поперечными размерами **A**, **B**, продольной длиной **H1** и координатами левого нижнего угла **X1**, **Y1**. Ориентация блока задается аналогично $\text{END}=6$.

$\text{END} = 8$, поперечное сечение в виде кольцевого сектора, определяемого параметрами **R**, **A**, **PHI**, **ALPHA** (рис.3). Лобовые части подобны обмотке с $\text{END}=3$.

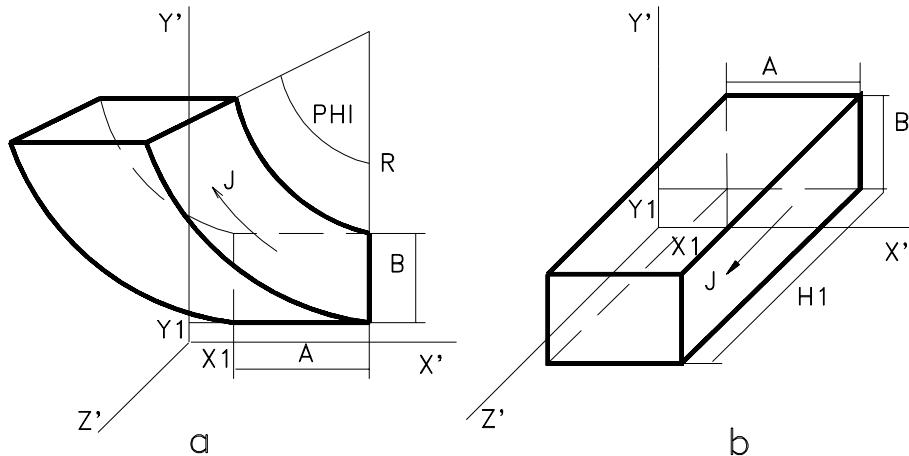


Рис. 10. Дуга окружности прямоугольного сечения, $\text{END} = 6$ (а) и прямоугольный брус, $\text{END} = 7$ (б).

END = 9, седловидная обмотка с поперечным сечением **END**= 8. Прямолинейные части и дуги в развертке $\rho\phi - Z'$ соединяются по эллипсам (рис.11а).

END = 10, седловидная обмотка с поперечным сечением **END**= 8. Соединение прямолинейных частей и дуг в развертке $\rho\phi - Z'$ — по дугам окружности (рис.11б) [10].

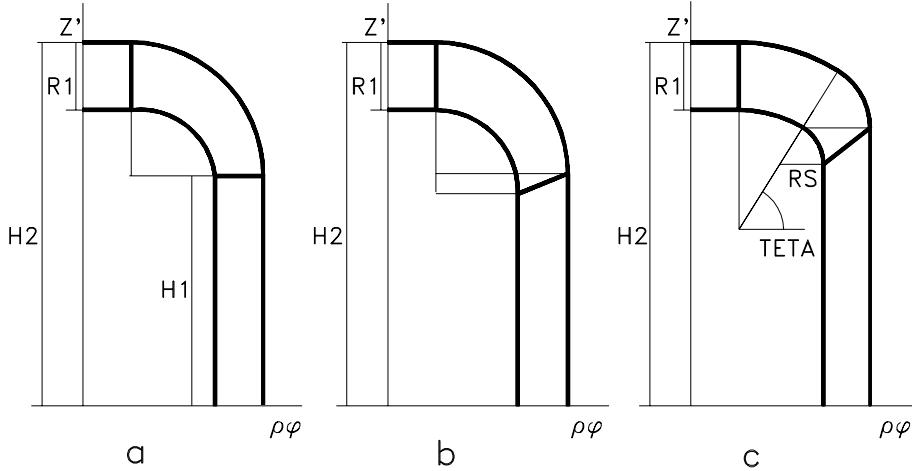


Рис. 11. Развертка лобовых частей, **END** = 9 (а), **END** = 10 (б) и **END** = 11 (в).

END = 11, седловидная обмотка с поперечным сечением **END**= 8. Комбинированные лобовые части, каждая токовая нить на лобовой части состоит из сопряженных дуг малого и большого радиусов в развертке $\rho\phi - Z'$ (рис.11в). Минимальный радиус загиба **RS**, угол сопряжения дуг в развертке — **TETA**[10]. Параметры **END**= 10,11 можно опустить, они определяются по набору остальных параметров.

END = 12, седловидная обмотка типа DOGBONE. Поперечное сечение — кольцевой сектор (**END**= 8). Прямолинейные части уложены на цилиндр радиуса **R**, который на концах переходит в расширяющийся конус с угловым раствором 2 **TNETA** и высотой **H3** (рис.12). Прямолинейные части на конусе уложены плотным жгутом с фиксированным углом **PHI**. Лобовые части уложены на цилиндре радиуса **R + H3 tan (TNETA)**. Форма лобовых частей соответствует **END**= 10.

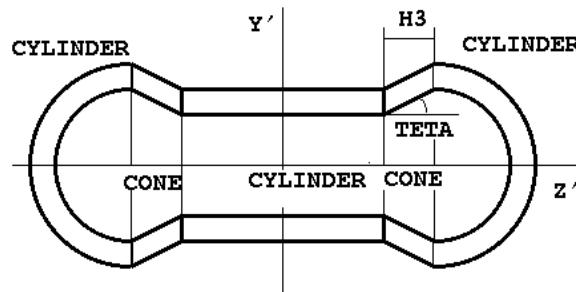


Рис. 12. Седловидная обмотка типа DOGBONE, $12 \leq \text{END} \leq 17$.

END = 13, седловидная обмотка типа DOGBONE с фиксированным углом **PHI** на конусе и формой лобовых частей, соответствующей **END**= 11.

END = 14, седловидная обмотка типа DOGBONE, жгут на конусе уложен с фиксированным углом **ALPHA**, лобовые части соответствуют **END**= 10.

END = 15, седловидная обмотка типа DOGBONE, жгут на конусе уложен с фиксированным углом **ALPHA**, лобовые части соответствуют **END**= 11.

END = 16, седловидная обмотка типа DOGBONE, прямолинейная часть на конусе расширяется с сохранением углов **PHI** и **ALPHA**, лобовые части соответствуют **END**= 10.

END = 16, седловидная обмотка типа DOGBONE, прямолинейная часть на конусе расширяется с сохранением углов **PHI** и **ALPHA**, лобовые части соответствуют **END**= 11.

END = 18, винтообразная обмотка прямоугольного сечения и спиральной намоткой вдоль оси Z' (рис.13). Сечение обмотки задается аналогично **END**= 1 или **END**= 2 параметрами **X1**, **Y1**, **A**, **B**. Набор параметров **H1**, **R1** определяет лобовые части типа RACETRACK, а **H1**, **H2**, **R1**, **R2** — BEDSTEAD. Шаг спирали задается параметром **BETA**. Координата токовой нити в продольном направлении описывается параметрическими формулами

$$\begin{aligned} Z(t) &= H1 * t, \quad X(t) = \rho * \cos(\phi + BETA * t), \\ Y(t) &= \rho * \sin(\phi + BETA * t), \quad 0 \leq t \leq 1, \end{aligned} \quad (9)$$

где ρ, ϕ — начальные координаты токовой нити. По умолчанию **BETA** = 180°.

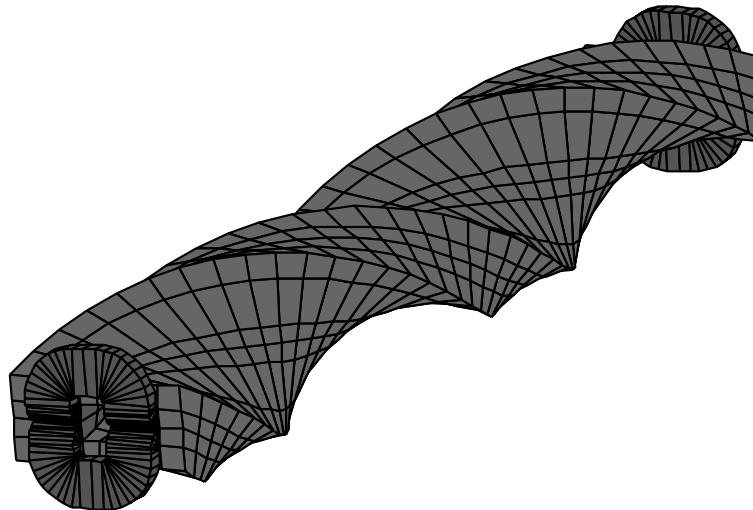


Рис. 13. Общий вид спиральной обмотки.

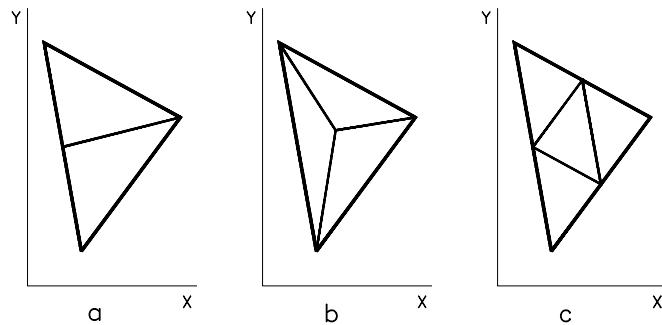
Задание геометрии магнитопровода

В плоских задачах область ферромагнетика состоит из треугольных прямых призм, параллельных оси Z с длиной от -1000000 до $+1000000$. В пространственных задачах область магнетика разбивается на треугольные или четырехугольные прямые призмы и тетраэдры. В трехмерном случае начало и конец призмы задаются параметрами **H1** и **H2**, ориентация призм в пространстве определяется углами Эйлера **T**, **P**, **S**. По умолчанию углы Эйлера равны нулю, при этом основания призм лежат в плоскости XY. Для генерации регулярно расположенных элементов используются параметры **NX**, **NY**, **NZ**, **NR**, **NPHI**, **DX**, **DY**, **DZ**, **DR**, **DPHI**.

Геометрическая форма основания области призм определяется параметром **SHAPE**:

SHAPE = 0, 1, 3, 4 полностью совпадают с аналогичными геометрическими формами для задания элементов проводника в двумерной геометрии;

SHAPE = 42, 43, 44, произвольный треугольник с вершинами **X1**, **Y1**, **X2**, **Y2**, **X3**, **Y3**, разбитый соответственно на 2, 3 или 4 треугольника (рис.14);



SHAPE = 5, область кольцевого сектора, образованная параметрами **R**, **DR**, **NR**, **PHI**, **DPHI**, **NPHI**, число треугольников равно $4*NR*NPHI$ (рис.15а), если **R** = 0, то первый слой толщиной **DR** делится на **NPHI** треугольников;

SHAPE = 50, аналогично **SHAPE**= 5, число треугольников равно $2*NR*NPHI$ (рис.15б), при **R** = 0 первый слой также делится на **NPHI** треугольников;

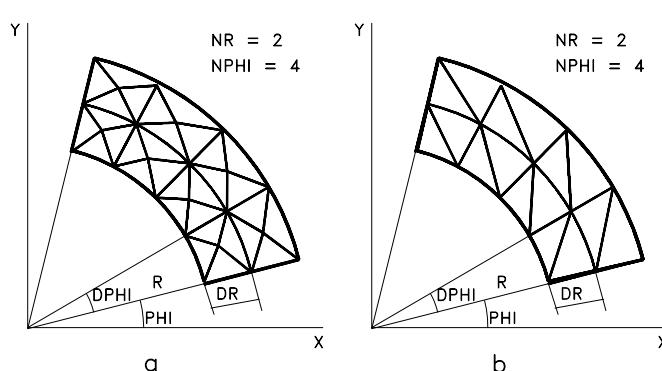


Рис. 15. Кольцевой сектор, **SHAPE** = 5 (а) и **SHAPE** = 50 (б).

SHAPE = 6, произвольный четырехугольник с вершинами **X1, Y1, X2, Y2, X3, Y3, X4, Y4**, разбитый на треугольники параметрами **NX** (стороны 1–2) и **NY** (стороны 1–4), число треугольников равно $2 \cdot NX \cdot NY$ (рис.16а), нумерацию вершин можно задавать как по, так и против часовой стрелки;

SHAPE = 7, произвольный четырехугольник, аналогично **SHAPE**= 6, число треугольников равно $4 \cdot NX \cdot NY$ (рис.16б);

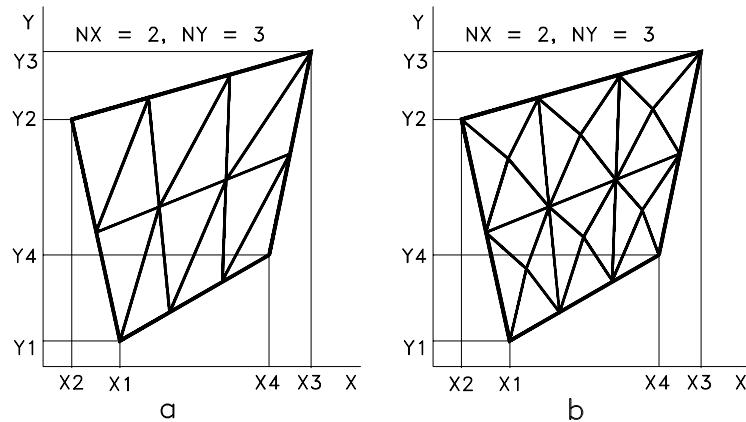


Рис. 16. Произвольный четырехугольник, **SHAPE** = 6 (а) и **SHAPE** = 7 (б).

SHAPE = 8, кольцевой сектор с вырезом в виде полукруга (рис.17а); параметры области — **R, DR, NR, NPHI, NPHI**; радиус выреза **R1**, диаметр полукруга совпадает с линией, составляющей угол **ALPHA** с осью X, его центр равен **Y1**, дуга окружности отверстия состоит из **NY** отрезков; для мультиполюсных магнитов по умолчанию **ALPHA** = $180/\text{SYMM}$.

SHAPE = 9, аналогично **SHAPE** = 8 (рис.17б), диаметр полукруга совпадает с линией, составляющей угол **PHI** с осью X, по умолчанию **PHI** = 0.

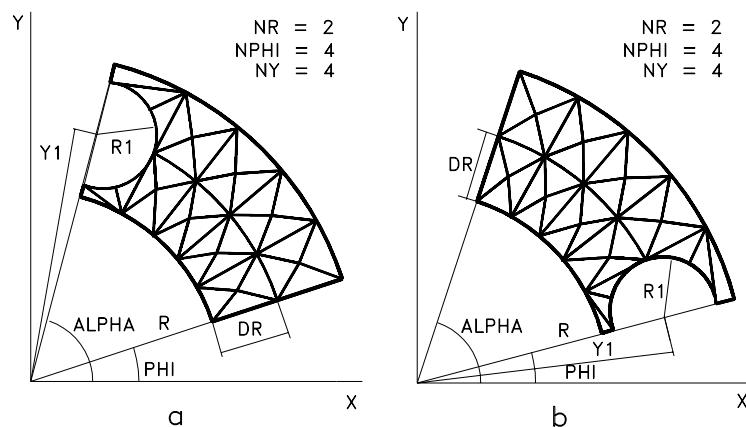


Рис. 17. Кольцевой сектор с отверстием, **SHAPE** = 8 и **SHAPE** = 9.

Поперечное отверстие в цилиндрическом магнитопроводе задается значениями параметра **SHAPE** = 11, 12. Поперечное сечение магнитопровода определяется параметрами **R**, **DR**, **NR**, **PHI**, **DPhi**, **NPhi** аналогично **SHAPE** = 5. Радиус отверстия равен **R1**, азимутальное положение центра отверстия — **ANGL**, продольное положение совпадает с торцом магнитопровода, задаваемым параметром **H2**. Начальное и конечное положения дуги отверстия равны **ALPHA** и **BETA**, их значения должны лежать в интервале $-90, +90$ градусов.

SHAPE = 11 (рис.18, слева) задает равное азимутальное разбиение поперечного сечения магнитопровода в области отверстия, **SHAPE** = 12 (рис.18, справа) — равное азимутальное разбиение дуги отверстия на хорды. Число тетраэдров, аппроксимирующих отверстие, равно $6 * [(\text{ALPHA} - \text{BETA}) / \text{DPhi}]$.

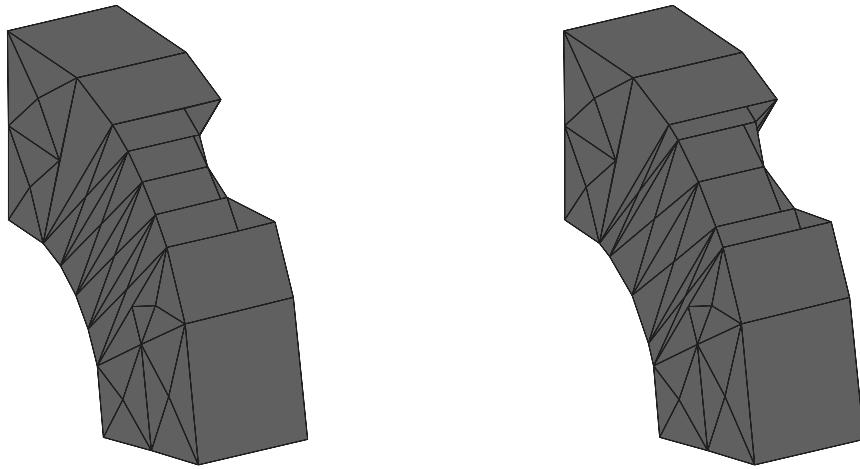


Рис. 18. Цилиндрический магнитопровод с круглым отверстием, **SHAPE** = 11 (слева) и **SHAPE** = 12 (справа).

Для задания областей, состоящих из произвольных треугольных пирамид — тетраэдров, используется отрицательный параметр **SHAPE**. При задании этих элементов углы Эйлера **T**, **P**, **S** не применяются.

SHAPE = -4, отдельный тетраэдр с вершинами **X1**, **X2**, **X3**, **X4**, **Y1**, **Y2**, **Y3**, **Y4**, **Z1**, **Z2**, **Z3**, **Z4**, нумерация вершин произвольна;

SHAPE = -3, геометрическое тело — пентаэдр (рис.19а), в основаниях которого лежат произвольные треугольники, а боковые грани — произвольные четырехугольники. Параметры вершин треугольников **X1**, **X2**, **X3**, **Y1**, **Y2**, **Y3**, **Z1**, **Z2**, **Z3** для нижнего основания и **X5**, **X6**, **X7**, **Y5**, **Y6**, **Y7**, **Z5**, **Z6**, **Z7** для верхней грани. Нумерация вершин нижней и верхней граней должна быть согласована. Пентаэдр делится на 6 тетраэдров.

SHAPE = -7, геометрическое тело — гексаэдр (рис.19б), все грани которого — произвольные четырехугольники. Параметры вершин четырехугольников **X1**, **X2**, **X3**, **X4**, **Y1**, **Y2**, **Y3**, **Y4**, **Z1**, **Z2**, **Z3**, **Z4** для нижнего основания и **X5**, **X6**, **X7**, **X8**, **Y5**, **Y6**, **Y7**, **Y8**, **Z5**, **Z6**, **Z7**, **Z8** для верхнего основания. Также необходимо согласование нумерации вершин нижней и верхней граней. Гексаэдр делится на 5 тетраэдров.

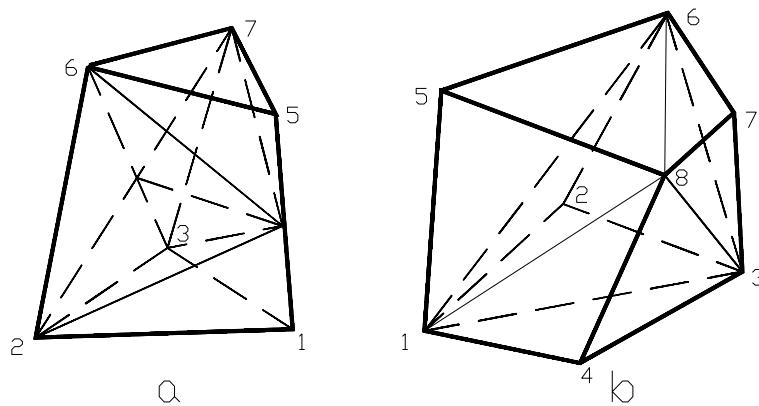


Рис. 19. Пентаэдр, **SHAPE** = -3 (а) и гексаэдр, **SHAPE** = -7 (б).

Конусные области формируются из призм и тетраэдров. Они могут определяться параметром **SHAPE** = 10. Это фигура, образованная кольцевым основанием, (**R**, **DR**, **PHI**, **DPHI**, **NPHI**) и двумя боковыми поверхностями, одна из которых коническая, другая — цилиндрическая. Поверхности пересекаются у основания, заданного радиусом **R1**. Ориентация оси тела вращения вдоль осей Z, Y, X задается одним из значений параметра **PLAN** = **XY**, **ZX**, **ZY**. Порядок символов при задании значений параметра **PLAN** может быть произвольным, например **YX**, **XZ**, **YZ**. Это справедливо для всех команд, использующих этот параметр. Параметры **H1** и **H2** задают начальное и конечное положение конусной области вдоль продольной оси, причем параметр **H2** должен соответствовать большему основанию конуса.

Радиус **R1** может иметь два значения. Если **R1** = **R**, то фигура является усеченным конусом с внутренним цилиндрическим отверстием (рис.20, слева) и состоит из **NPHI** призм и **NPHI** + 1 тетраэдров. Значение **R1** = **R** + **DR** определяет цилиндр с коническим отверстием в виде воронки (рис.20, справа). Число призм во второй фигуре равно **NPHI**, а тетраэдров — 2 * (**NPHI** + 1). Центр оси тела вращения задается параметрами **XC**, **YC**.

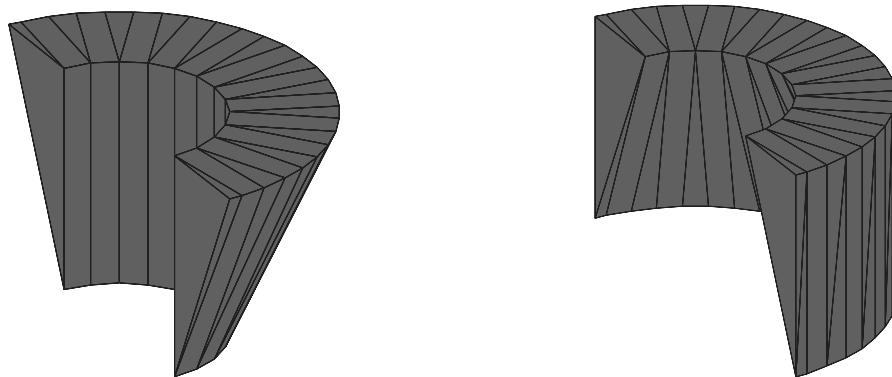


Рис. 20. Конус с цилиндрическим отверстием (слева) и цилиндр с конусным отверстием (справа), **SHAPE** = 10.

Параметр **SHAPE** = -10 также определяет конусную область, аналогичную **SHAPE** = 10, но первый и последний (**NPHI** +1) угловые растворы равны **DPHI/2**.

Симметрия обмоток

Код симметрии **SYMM** облегчает задание геометрии магнита и определяется для каждой обмотки или элемента проводника.

Для соленоидов используются коды симметрии -3, 0, 3:

SYMM = -3, 0 — отражение в плоскости XY с сохранением знака тока;
SYMM = 3 — нет отражения.

Для остальных типов обмоток и элементов проводника используются следующие значения параметра **SYMM**:

SYMM = 1 — нет отражения, задается вся геометрия;
SYMM = -1 — отражение в плоскости ZY с отрицательной сменой знака тока;
SYMM = -2 — отражение в плоскости ZX без смены знака тока;
SYMM = $N, N = 2, 4, 6, \dots$ (многополюсные магниты) — в программе MULT3D обмотка поворачивается $N - 1$ раз вокруг оси Z на угол $360/N$. Каждый поворот сопровождается сменой знака токов. Для элементов проводника в программе MULT2D — зеркальное отражение со сменой знака токов задаваемой области относительно линии, составляющей угол $180/N$ с осью X в плоскости XY, далее поворот $N - 1$ раз против часовой стрелки на угол $360/N$ также с изменением знака токов.

Для токовых элементов с **END**= 6, 7 используются только значения **SYMM**= 1 и **SYMM** = 2, 4, 6, ..., причем в многополюсной симметрии для этих элементов параметр **SYMM** определяет только повороты вокруг оси Z и может быть как положительный, так и отрицательный. Отрицательный параметр **SYMM** показывает смену знака тока при каждом повороте, положительный параметр сохраняет знак тока неизменным. Параметр **SYMM** учитывает все вращения и отражения, заданные параметры **RXY**, **RYZ** и **RZX**.

Симметрия ферромагнетика

Если ферромагнетик кроме геометрической симметрии имеет также симметрию по магнитному полю, определяемую симметрией обмоток (производящее поле), то достаточно задавать только один блок. При этом необходимо следить, чтобы симметрия по полю соответствовала геометрической симметрии. Например, кольцевые магнитные экраны соленоида и диполя имеют одинаковые симметрии по геометрии, но разные по полу. Генерация отражаемой части магнитопровода с учетом обоих типов симметрии также осуществляется заданием параметра **SYMM**.

Для соленоидальных полей:

SYMM = -3 — геометрия с зеркальным отражением в XY-, YZ- и ZX-плоскостях, производящее поле со сменой знаков в плоскостях YZ и ZX.

SYMM = 0 — геометрия с зеркальным отражением в XY- и ZX-плоскостях, производящее поле со сменой знака в плоскости ZX.

SYMM = 3 — геометрия с зеркальным отражением в ZX-плоскости и сменой знака производящего тока.

SYMM = $-300 \div -399$ — геометрия, как у мультипольной симметрии обмоток, зеркальное отражение со сменой знака производящего тока относительно плоскости RZ, составляющей с плоскостью XZ угол $180/N$, ($N = -\text{SYMM} - 300$), далее поворот $N - 1$ раз вокруг оси Z на угол $360/N$ без смены знака производящего поля, затем положительное зеркальное отражение в XY-плоскости как геометрии, так и производящего поля.

SYMM = $300 \div 399$ — аналогично **SYMM** = $-300 \div -399$ с $N = \text{SYMM} - 300$, без отражений в XY-плоскости.

SYMM = $-3000 \div -3999$ — поворот $N - 1$ раз вокруг оси Z на угол $180/N$, ($N = -\text{SYMM} - 3000$) без смены знака производящего поля, затем положительное зеркальное отражение в XY-плоскости как геометрии, так и производящего поля.

SYMM = $3000 \div 3999$ — аналогично **SYMM** = $-3000 \div -3999$ с $N = \text{SYMM} - 3000$, без отражений в XY-плоскости.

SYMM = $-100 \div -199$ — подобно **SYMM** = $-300 \div -399$, но без смены знака производящего поля при зеркальном отражении относительно плоскости RZ.

SYMM = $100 \div 199$ — аналогично **SYMM** = $-100 \div -199$ с $N = \text{SYMM} - 100$ без отражений в XY-плоскости.

Для остальных типов производящего поля и элементов магнетика:

SYMM = 1 — задается полная геометрия без дополнительных генераций элементов.

SYMM = -1 — зеркальное отражение геометрии в плоскостях XY и ZY. При каждом отражении производящее поле меняет знак.

SYMM = -2 — зеркальное отражение геометрии в XY- и ZX-плоскостях. Смена знака производящего поля при отражении в плоскости XY.

SYMM = $N, N = 2, 4, 6, \dots$ — мультипольная симметрия для магнитов с числом полюсов N. Геометрическое отражение аналогично **SYMM** = $-300 \div -399$ с $N = \text{SYMM}$. При каждом повороте производящее поле меняет знак.

SYMM = -4 — зеркальное отражение геометрии в YZ и ZX плоскостях. Смена знака производящего поля при отражении в плоскости YZ.

SYMM = -40 — зеркальное отражение геометрии в XY-, YZ- и ZX-плоскостях. Смена знака производящего поля при отражении в плоскости XY.

SYMM = $1300 \div 1399$ — зеркальное отражение геометрии в ZX-плоскости без смены знака производящего поля. Периодическая структура вдоль оси Z с числом повторяющихся элементов $N = \text{SYMM} - 1300$. Приращение по Z задается параметром **DZ**.

SYMM = $1400 \div 1499$ — аналогично предыдущей симметрии с $N = \text{SYMM} - 1400$, но периодический элемент при каждой k -ой генерации зеркально отражается относительно плоскости $Z = \text{DZ}*(k+0, 5)$ со сменой знака производящего поля.

Для наглядности все типы симметрии магнетика приведены в табл.2, где используются следующие обозначения: “-” — смена знака производящего поля; “+” — производящее поле не меняет знак; “ X, Y, Z, M ” — зеркальные отражения соответственно в плоскостях YZ , XZ , XY , RZ ; “ R ” — поворот вокруг оси Z .

Таблица 2. Значение параметра **SYMM** для задания геометрии магнитопровода.

| Значение параметра | Плоскости симметрии | | | | |
|-----------------------|---------------------|----------|----------|----------|----------|
| | <i>X</i> | <i>Y</i> | <i>Z</i> | <i>M</i> | <i>R</i> |
| 0 | | - | + | | |
| 1 | | | | | |
| -1 | - | | - | | |
| -2 | | + | - | | |
| 3 | | - | | | |
| -3 | - | - | + | | |
| -4 | - | + | | | |
| -40 | + | + | - | | |
| $2n, n = 1, 2, \dots$ | | | - | - | - |
| $-100 \div -199$ | | | - | + | - |
| $100 \div 199$ | | | | + | - |
| $-300 \div -399$ | | | + | - | + |
| $300 \div 399$ | | | | - | + |
| $1300 \div 1399$ | | + | | | |
| $1400 \div 1499$ | | + | | | |
| $-3000 \div -3999$ | | | + | | + |
| $3000 \div 3999$ | | | | | + |

3.2. Изменение геометрии. (Команды **MODI** и **MOVE**)

Иногда в процессе работы необходимо изменить некоторые геометрические параметры, ток или плотность тока. Эти функции выполняет команда **MODI**, ее параметры в точности совпадают с параметрами команды **DRAW**. Выбор материала элементов определяется параметром **MATE**, начальный и конечный номера элементов, в которые необходимо внести изменения, устанавливаются параметрами **E1**, **E2**.

Для сдвига и поворота элементов магнитопровода существует команда **MOVE**. Группу элементов с типом материала **MATE** и номерами от **E1** до **E2** можно переместить в новое положение, определяемое параметрами **X1**, **Y1**, **Z1** по отношению к первой вершине элемента **E1** и развернуть на углы Эйлера **T**, **P**, **S**.

3.3. Удаление элементов. (Команда ERAS)

Команда **ERAS** предназначена для удаления из геометрии токовых элементов или элементов магнетика от **E1** до **E2**. Тип материала элемента устанавливается параметром **MATE**.

3.4. Генератор сетки. (Команда MESH)

В программах имеется возможность полуавтоматической генерации разбиения области магнитопровода на треугольные призмы для повышения точности вычислений. Для этого командой **DRAW** необходимо задать грубую сетку на магнитопроводе и командой **GETM** вычислить магнитные моменты, задавая несколько итераций. По команде **MESH** генерится **NMAX** элементов. Выборка проводится среди элементов с максимальной запасенной энергией, которые разбиваются на **NTRI** треугольника, **NTRI** может принимать значения 2, 3, 4 (рис.14), по умолчанию **NTRI** = 2.

Группа элементов магнетика для генерации сетки выбирается параметрами **E1**, **E2**, если эти параметры не заданы, в генерации участвуют все элементы. Параметр **PRIN=1** включает печать геометрии новых элементов.

4. Задание *B – H* данных

(Команда **BHDA**)

Перед заданием геометрии магнитопровода необходимо ввести кривую намагничивания ферромагнетика, определяющую свойства этого материала, в виде таблицы *B – H*. Данные можно вводить непосредственно с терминала или из заранее подготовленного файла. Числа задаются в свободном формате, по одному значению *B* и *H* на одной строке. Параметры команды заданы в табл.3.

Таблица 3. Параметры команды **BHDA**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|---------------------------------------|-----------------------|
| PRIN | Уровень печати | 0 |
| MATE | Код материала | 3 |
| FILE | Имя файла с данными | — |
| STAC | Коэффициент заполнения магнитопровода | 1.0 |
| NEW | Задание новой таблицы | 1 |

Параметр **NEW** = 0 служит для расширения уже существующей таблицы, в противном случае создается новая таблица.

Значения параметра **PRIN** определяет уровень печати:

- PRIN** = 0 — нет печати;
- PRIN** = 1 — печать $B - H$ данных;
- PRIN** = 2 — график $B - H$;
- PRIN** = 3 — печать и график $B - H$.

Параметр **STAC** задается для учета коэффициента упаковки магнетика, используется для ламинированного магнитопровода и должен быть в диапазоне [0, 1].

5. Вычисление магнитных моментов

(Команда **GETM**)

После задания геометрии и таблиц $B - H$ необходимо вычислить магнитные моменты в элементах магнитопровода командой **GETM**. Основные параметры команды приведены в табл.4.

Таблица 4. Параметры команды **GETM**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|--|-----------------------|
| PRIN | Уровень печати | 0 |
| NIT | Полное число итераций | 50 |
| NITD | Число предыдущих итераций | 0 |
| MU | Начальное значение проницаемости | 1000 |
| CHIF | Параметр релаксации | 1.0 |
| HXE | Компоненты внешнего поля | 0.0 |
| HYE | | 0.0 |
| HZE | | 0.0 |
| TOLM | Параметры выхода из итерационного цикла | 100 |
| DTOL | | 0.1 |
| DH | | 1.0E-06 |
| NITP | Число итераций для постоянных магнитов | 10 |
| TOLP | Выход из итераций для постоянных магнитов | 100 |
| X | Координаты контрольной точки поля | 0.0 |
| Y | | 0.0 |
| Z | | 0.0 |
| RECA | Установка метода решения системы уравнений | 0 |
| SAVE | Установка способа хранения матрицы | 0 |

После окончания каждой i -ой итерации вычисляются следующие величины:

- а) максимальное изменение модуля магнитного момента в элементах:

$$TOLM_i = \max\{M_{i,j} - M_{i-1,j}\}, j = 1, \dots, NF, \text{ где } NF \text{ — число элементов ферромагнетика;}$$

- б) $DTOL_i = TOLM_i - TOLM_{i-1}$;

- в) поле $H0_i$ в контрольной точке X, Y, Z ;

- г) относительное изменение поля $DH_i = (H0_i - H0_{i-1})/H0_i$.

Выход из итераций возможен при выполнении следующих условий:

- а) $NIT_i = NIT$;
б) $TOLM_i \leq TOLM$;
в) $DTOL_i \leq DTOL$;
г) $DH_i \leq DH$.

Параметр **RECA** определяет метод решения системы уравнений:

RECA = 0 — прямое решение; исходная матрица хранится в файле МТАРЕ1;

RECA = 1 — прямое решение; исходная матрица вычисляется перед каждой итерацией;

RECA = 2 — блочное решение; исходная матрица хранится в файлах МТАРЕ1 и МТАРЕ2, применяется при решении задач с большим числом элементов магнитопровода. В этом случае требуемая оперативная память ЭВМ уменьшается вдвое, но файловая память увеличивается в два раза, так как в процессе решения системы линейных уравнений создаются еще четыре вспомогательных файла TAPE21, TAPE22, TAPE23, TAPE24, которые удаляются после окончания итерационного процесса.

Файлы с матрицами имеют расширения .2D или .3D соответственно для программ MULT2D и MULT3D.

Иногда необходимо вычислить зависимость магнитных характеристик для одной и той же геометрии на разных уровнях тока. Как видно из уравнения (7) при этом исходная матрица системы линейных уравнений одна и та же, меняется только ее правая часть. Для проведения цикла расчетов рационально матрицу вычислить один раз, сохранить ее на диске и затем использовать в других вычислениях. Для этого можно использовать параметр **SAVE**, который определяет способ хранения матрицы в файлах МТАРЕ1 и МТАРЕ2:

SAVE = 0 — матрица вычисляется, записывается в файлы, которые удаляются после завершения вычислений магнитных моментов;

SAVE = 1 — матрица вычисляется, записывается в файлы, которые сохраняются после завершения вычислений магнитных моментов;

SAVE = 2 — матрица считывается с файлов, которые сохраняются после завершения вычислений магнитных моментов;

SAVE = 3 — матрица считывается с файлов, которые удаляются после завершения вычислений магнитных моментов.

Параметр **CHIF** используется как параметр релаксации итерационного процесса и регулирует сходимость итераций при определении магнитной проницаемости $\mu(B)$ в каждом элементе ферромагнетика:

$$\mu_{new} = \mu_{old} + CHIF(\mu - \mu_{old}), \quad (10)$$

где μ_{new}, μ_{old} — значения магнитной проницаемости в i -ой и $i - 1$ итерациях, μ — реальное значение магнитной проницаемости, определенное в i -ой итерации из кривой $B - H$.

При $CHIF < 1$ замедляется скорость сходимости итерационного процесса, но увеличивается его устойчивость. В программах встроено автоматическое слежение за процессом сходимости. Если все параметры контроля за процессом сходимости монотонно уменьшаются после каждого четырех итераций, то параметр **CHIF** увеличивается: **CHIF**= **CHIF**/FCHI, в противном случае он уменьшается: **CHIF**=**CHIF***FCHI. Величина FCHI равна 0,95. Нижний и верхний пределы параметра **CHIF** равны 0,2 и 1,1 соответственно.

Параметр **PRIN** показывает уровень выводимой информации после каждой итерации, увеличение его номера добавляет дополнительные данные для печати:

PRIN = 0 — минимальный уровень, печатаются параметры NIT_i , $TOLM_i$, $DTOL_i$, $H0_i$ и процессорное время для каждой итерации;

PRIN = 1 — центры элементов магнетика и поле \vec{H}_J в них на первой итерации;

PRIN = 2 — процессорное время для различных этапов итерации;

PRIN = 3 — компоненты поля \vec{H} в каждом элементе;

PRIN = 4 — компоненты магнитных моментов в каждом элементе;

PRIN = 5 — все матрицы.

Компоненты внешнего поля **HXE**, **HYE**, **HZE** задаются для задач, в которых магнетик помещен во внешнее поле.

Параметры **NITP** и **TOLP** предназначены для организации внутреннего цикла в магнитных системах, использующих магнитотвердые материалы как постоянные магниты с нелинейными характеристиками кривой размагничивания. Элементы этих материалов имеют свой идентификационный код, заданный в команде **FIXI** параметром **HOLD=PERM**. Магнитные моменты таких материалов переопределются с учетом их зависимости от намагничивающего поля, используя соответствующие значения кривых размагничивания, заданные в таблице $B - H$.

Вычисление магнитных моментов требует больших компьютерных ресурсов, поэтому целесообразно после выполнения команды **GETM** записать все параметры

в файл командами **WRIT** или **WRITF**. Дальнейшую работу можно продолжить в следующих процессах, прочитав эти параметры с созданного файла командами **READ** или **READF** соответственно. После каждой итерации все параметры магнита записываются в файл TEMPFILE. При сбое компьютера или необходимости продолжить далее итерационный цикл с повышенными параметрами точности, следующий процесс можно начинать с команд:

```
READ TEMPFILE  
GETM NITD=n,NIT=...  
...
```

где параметр **NITD** задает число выполненных итераций в предыдущем процессе. На ЭВМ типа IBM PC имеется программа SOLVER, предназначенная только для выполнения последовательности команд **READ**, **GETM**, **WRIT** и позволяющая расширить максимальное число элементов ферромагнетика. После окончания работы этой программы также образуется двоичный файл TEMPFILE с записанными параметрами магнита. Пакет программ MULTIC автоматически определяет необходимость загрузки программы SOLVER и выдает соответствующее предупреждение.

6. Задание постоянных магнитных моментов

(Команда **FIXI**)

В некоторых случаях необходимо задать магнитные моменты, которые не должны меняться при вычислении остальных моментов в процессе выполнения команды **GETM**. Это могут быть постоянные магниты [11], удаленные области магнитопровода, влиянием которых друг на друга можно пренебречь, или остаточная намагниченность магнитопровода. Параметры команды **FIXI**, выполняющие эти функции, представлены в табл.5.

Выбор элементов проводится с помощью параметров **E1**, **E2**, задающих номера элементов, либо параметром **MATE**, определяющим материал магнетика. Для последнего номера элемента можно задать значение **E2 = NF**.

Магнитные моменты могут быть определены в файле, где для каждого элемента задаются его номер, компоненты M_x, M_y, M_z и магнитная проницаемость μ в свободном формате. Такой порядок задания величин соответствует записи значений магнитных моментов командой **PRIN** в выходном файле с результатами. Другой способ определения магнитных моментов — задается модуль намагниченности **MAGN**, который раскладывается на компоненты или пропорционально вектору, проведенному с начала координат в точку (**X0, Y0, Z0**), либо по базисным векторам (**CX, CY, CZ**). Параметр **HOLD = YES** фиксирует элементы, магнитные моменты которых не будут определяться при выполнении команды **GETM**, **HOLD = NO** — отменяет фиксацию.

Таблица 5. Параметры команды **FIXI**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|--|-----------------------|
| MATE | Задание области элементов магнитопровода | — |
| E1 | | 1 |
| E2 | | 1 |
| HOLD | Метка элементов для фиксации или ее отмены | YES |
| PRIN | Печать параметров измененных элементов | YES |
| FILE | Чтение намагниченности из файла | — |
| MAGN | Модуль намагниченности | — |
| MU | Магнитная проницаемость | 1.0 |
| X0 | Разложение намагниченности на | 0.0 |
| Y0 | компоненты пропорционально | 0.0 |
| Z0 | координатам вектора | 0.0 |
| CX | Разложение намагниченности на | 0.0 |
| CY | компоненты пропорционально | 0.0 |
| CZ | базисному вектору | 0.0 |

Постоянные магниты из редкоземельных металлов обладают слабой зависимостью магнитного момента от напряженности магнитного поля в пределах рабочего диапазона полей кривой размагничивания и имеют высокую степень прямоугольности петли гистерезиса. Элементы магнетика, состоящие из таких материалов, имеют линейные магнитные характеристики и для них достаточно задать **HOLD = YES**, величины магнитных моментов и их распределение. Материалы с нелинейной зависимостью $M(H)$ типа мартенситных сталей в настоящее время используются сравнительно мало ввиду низких магнитных свойств и невысокой стабильности. При использовании таких материалов необходимо задать **HOLD=PERM** и соответствующую кривую размагничивания в форме таблицы $B - H$.

7. Вычисление поля

(Команда **GETB**)

Команда **GETB** используется для вычисления поля в точке, вдоль линии, на двумерной или трехмерной сетке в декартовых, цилиндрических, сферических или специальных координатах. Основные параметры команды представлены в табл.6.

При вычислении поля более чем в одной точке, пакет программ создает двоичный файл INOUT2D для MULT2D и INOUT3D для MULT3D и записывает в него компоненты поля в декартовой системе координат. Расширение файла задается параметром **FILE** и должно быть целой величиной, лежащей в пределах от 0 до 1000. Если в команде **GETB** задан параметр **FORM=YES**, команда создает соответственно форматные файлы INOUF2D или INOUF3D.

Таблица 6. Параметры команды GETB.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|---|-----------------------|
| X | Начальные координаты точки в декартовой системе координат | 0.0 |
| Y | | 0.0 |
| Z | | 0.0 |
| DX | Приращения | 0.0 |
| DY | в декартовой системе координат | 0.0 |
| DZ | | 0.0 |
| NX | Число точек | 1 |
| NY | в декартовой системе координат | 1 |
| NZ | | 1 |
| XC | Центр цилиндрической или | 0.0 |
| YC | сферической систем | 0.0 |
| ZC | координат | 0.0 |
| R | Начальные координаты точки | 0.0 |
| PHI | в цилиндрической системе | 0.0 |
| Z | координат | 0.0 |
| DR | Приращения | 0.0 |
| DPHI | в цилиндрической системе | 0.0 |
| DZ | координат | 0.0 |
| NR | Число точек | 1 |
| NPHI | в цилиндрической системе | 1 |
| NZ | координат | 1 |
| R | Начальные координаты точки | 0.0 |
| PHI | в сферической системе | 0.0 |
| THET | координат | 0.0 |
| DR | Приращения | 0.0 |
| DPHI | в сферической системе | 0.0 |
| DTHE | координат | 0.0 |
| NR | Число точек | 1 |
| NPHI | в сферической системе | 1 |
| NTHE | координат | 1 |
| R | Начальные координаты точки | 0.0 |
| PHI | в специальной системе | 0.0 |
| THET | координат | 0.0 |
| DR | Приращение | 0.0 |
| DPHI | в специальной системе | 0.0 |
| DTHE | координат | 0.0 |

Продолжение таблицы 6

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|---|-----------------------|
| NR | Число точек | 1 |
| NPHI | в специальной системе координат | 1 |
| NTHE | | 1 |
| E1 | Начальный номер обмотки | 1 |
| E2 | Конечный номер обмотки | 1 |
| FILE | Расширение файлов INOUTnD, INOUFnD | 0 |
| CLEA | Вывод нескольких графиков на одном рисунке | YES |
| COMP | Компонента поля для графического вывода | DHBH |
| PLAN | Выбор плоскости | XY |
| PRIN | Уровень печати | 1 |
| SAME | Чтение компонент поля с двоичного файла | NO |
| SAMF | Чтение компонент поля с форматного файла | NO |
| FORM | Создание форматного файла | NO |
| FINT | Вычисление интеграла поля | NO |
| STEP | Приращение точки для вычисления производных | 0.01 |
| GRAP | Подготовка данных для программы FEMPOST | NO |
| GEOM | Вывод геометрии на графический рисунок | NO |
| TOL | Точность вычисления поля, Гс | 100.0 |
| INMA | Параметры численного интегрирования поля | 8 |
| NMAX | | 10 |
| H0 | Нормировочное поле | — |
| X0 | Координаты точки для вычисления нормировочного поля | 0.0 |
| Y0 | | 0.0 |
| Z0 | | 0.0 |

Компонента поля для построения линий постоянного уровня или вывода графика ее зависимости от координаты задается параметром **COMP**, имеющим следующие значения:

DHBH, HX, HY, HR, HPHI, HMOD, VECT, GX, GY, GMOD

в программе MULT2D, и

DHBH, DHX0, DHY0, DHZ0, HX, HY, HZ, HR, HTHE, HPHI, HMOD, MODX, MODY, MODZ, VECT, GX, GY, GZ, GMOD, NZ

в программе *MULT3D*, где **HX, HY, HZ, GX, GY, GZ** — компоненты поля и градиента в декартовой системе координат, **HR, HPHI, HZ** — компоненты поля в цилиндрической системе координат; **HR, HTHE, HPHI** — компоненты поля в сферической системе координат; **VECT** — векторный потенциал. Компоненты векторного потенциала в программе *MULT3D* определяются плоскостью, в которой вычисляется поле. В плоскости XY — Z-тая компонента векторного потенциала и т.д.

Остальные значения параметра **COMP** имеют следующие определения:

$$\begin{aligned}
 HMOD &= \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2}; \\
 MODX &= \sqrt{H_y^2 + H_z^2}; \quad MODY = \sqrt{H_x^2 + H_z^2}; \quad MODZ = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}; \\
 DHBH &= \frac{H(x, y, z) - H_0}{H_0}; \quad DHX0 = \frac{H_x(x, y, z) - H_x(x_0, y_0, z)}{H_0}; \\
 DHY0 &= \frac{H_y(x, y, z) - H_y(x_0, y_0, z)}{H_0}; \quad DHZ0 = \frac{H_z(x, y, z) - H_z(x_0, y_0, z)}{H_0}; \\
 NZ &= \frac{H_z(r, \phi, z) - H_z(r, \phi, z + STEP)}{H_z(r, \phi, z) + H_z(r, \phi, z + STEP)} \left(1 + 2 \frac{r}{STEP}\right).
 \end{aligned} \tag{11}$$

Параметр **NZ** называется показателем спада магнитного поля и используется в ускорителях со слабой фокусировкой.

Нормировочное поле для параметров **DHBH**, **DHX0**, **DHY0**, **DHZ0** либо задается параметром **H0**, либо задается точка поля параметрами **X0**, **Y0**, **Z0**, в которой оно вычисляется. Компоненты градиента вычисляются численно:

$$\begin{aligned}
 GX &= \frac{H_x(x + STEP, y, z) - H_x(x, y, z)}{STEP}, \quad GY = \frac{H_y(x, y + STEP, z) - H_y(x, y, z)}{STEP}, \\
 GZ &= \frac{H_z(x, y, z + STEP) - H_z(x, y, z)}{STEP}, \quad GMOD = \sqrt{G_x^2 + G_y^2 + G_z^2}.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Для графического вывода следующей величины поля необходимо повторить команду **GETB** с теми же параметрами, новым значением **COMP** и параметром **SAME = YES**. Компоненты поля в декартовых координатахчитываются с файла и вычисляется требуемая величина. Для форматного файла используется параметр **SAMF**.

Файлы с вычисленными компонентами поля сохраняются после окончания работы программ и их можно использовать в следующем процессе для анализа и графической обработки очередных компонент поля.

Максимальные размеры двумерной сетки для анализа графической информации с помощью команды **MAP** равны 50×50 . Число узлов двумерной или трехмерной сетки поля для программы FEMPOST не должно превышать 1000000.

Вычисление поля вдоль линии сопровождается вычислением интеграла заданной компоненты поля.

Параметр **PRIN = 0** подавляет запись вычисленных компонент поля в выходной файл с результатами.

Параметр **FINT** в программе MULT3D имеет значения **NO**, **YES**, соответствующие вычислению поля \vec{B} или интеграла поля \vec{B} . По определению,

$$\vec{B}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{B}(x, y, z) dz. \tag{13}$$

Компоненты интеграла поля также можно выводить как линии постоянного уровня, их значения, задаваемые параметром **COMP**, соответствуют значениям компонент поля в программе MULT2D.

Определение плоскости, в которой вычисляется поле, задается параметром **PLAN**, принимающим значения **XY**, **YZ**, **ZX**. Он используется в цилиндрической системе координат, повернутой относительно глобальной системы. Значение **PLAN = END** определяет вычисление поля в лобовых частях обмоток с **END = 3,8 ÷ 18** (специальная система координат). В ней параметрами **RO**, **PHI** задается токовая нить в поперечном сечении магнита, а **THET**, **DHTE**, **NTHE** определяют на ней количество точек. Полная угловая протяженность симметричной части токовой нити 90° . Номера обмоток задаются параметрами **E1**, **E2**. Вычисление токовой составляющей поля проводится численным интегрированием по закону Био–Савара, при этом разбиение объема обмотки проводится автоматически до достижения заданной точности.

При вычислении поля на лобовых частях координата точки поля, задаваемая командой **GETB**, может не совпадать с соответствующей координатой токовой нити в численном интегрировании. Для полного соответствия можно зафиксировать для этой лобовой части параметры численного интегрирования **INMA**, **NMAX**, определяющие соответственно разбиения поперечного сечения обмотки и токовой нити. Увеличение этих параметров на единицу приводит к удвоению числа разбиений. Эти параметры используются также и для повышения точности численного вычисления интеграла (4).

8. Интегральные величины

(Команда **INTE**)

Кроме команды **GETB** для вычисления интегралов различных величин поля вдоль линии существует команда **INTE**, позволяющая также вычислять интегралы по площади или по объему. В частности, она используется для определения пондеромоторных сил и запасенной энергии в различных областях магнита. Основные параметры команды приведены в табл.7.

В декартовой системе координат параметры **U**, **V**, **W** по умолчанию соответствуют осям X, Y, Z глобальной системы. Параметр **BOX = 1** устанавливает цилиндрическую систему, направление продольной оси в ней задается параметром **AXIS = X, Y, Z**.

Параметр **COMP** может иметь следующие значения:

HX, **HY**, **HZ**, **HR**, **HTHE**, **HMOD**, **MODX**, **MODY**, **MODZ**,
HR, **HTHE**, **HT2**, **HZX**, **HZY**.

Параметры в первой строке аналогичны (11), остальные имеют следующие значения:

$$HT2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2, \quad HZX = H_y \cos \phi, \quad HZY = H_x \sin \phi, \quad \phi = \arctan(y/x). \quad (14)$$

Таблица 7. Параметры команды **INTE**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|---|-----------------------|
| U1 | Область интегрирования | 0.0 |
| U2 | | 0.0 |
| V1 | | 0.0 |
| V2 | | 0.0 |
| W1 | | 0.0 |
| W2 | | 0.0 |
| NU | Разбиение области интегрирования | 1 |
| NV | | 1 |
| NW | | 1 |
| COMP | Подынтегральная величина поля | HMOD |
| ERRO | Точность вычисления интеграла | 0.01 |
| BOX | Переключение на цилиндрическую область интегрирования | 0 |
| AXIS | Задание продольной оси | Z |
| TYPE | Метод интегрирования | 3 |

Если параметр **COMP = HT2**, то результат интегрирования интерпретируется как запасенная энергия и его величина переводится в Джоули или Джоули/см. Из цилиндрической системы координат величина интеграла переводится в декартовую.

В программах можно использовать четыре метода интегрирования. Первые три задаются параметром **TYPE = 1, 2, 3**, который выбирает метод Чебышева, Симпсона или Гаусса. В каждом из них выход из численного цикла происходит либо по достижению заданной относительной точности **ERRO**, либо по достижению максимального разбиения соответствующей квадратурной формулы. В четвертом случае **TYPE = 4** используется метод прямоугольников, для которых кроме области интегрирования необходимо задать число разбиений параметрами **NU, NV, NW**.

9. Гармонический анализ поля и интеграла поля

(Команда **HARM**)

Команда **HARM** предназначена для проведения гармонического анализа поля или интеграла поля. Основные ее параметры представлены в табл.8.

Таблица 8. Параметры команды **HARM**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|-----------------------------|-----------------------|
| N | Число гармоник в разложении | 22 |
| RN | Радиус нормализации | 3.5 |
| COMP | Выбор компоненты | BT |

Продолжение таблицы 8

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-----------------|--|-----------------------|
| SER TYPE | Вид представления компоненты поля | COS DIPO |
| PRIN | Уровень печати данных | 1 |
| XC | Задание центра системы координат | 0.0 |
| YC | | 0.0 |
| ZC | | 0.0 |
| X | Задание координатной сетки | 0.0 |
| DX | для разложения поля или интеграла поля | 0.0 |
| NX | | 1 |
| Y | в декартовой системе координат | 0.0 |
| DY | | 0.0 |
| NY | | 1 |
| Z | | 0.0 |
| DZ | | 0.0 |
| NZ | | 1 |
| R | Задание координатной сетки | 3.5 |
| DR | для разложения поля или интеграла поля | 0.0 |
| NR | | 1 |
| PHI | в цилиндрической системе координат | 0 |
| DPHI | | 2.0 |
| NPHI | | 46 |
| Z | | 0.0 |
| DZ | | 0.0 |
| NZ | | 1 |
| R | Задание координатной сетки | 3.5 |
| DR | для разложения поля или интеграла поля | 0.0 |
| NR | | 1 |
| PHI | в сферической системе координат | 0 |
| DPHI | | 2.0 |
| NPHI | | 46 |
| THET | | 0.0 |
| DTHE | | 0.0 |
| NTHE | | 1 |
| Z | Задание набора сечений для анализа поля или интеграла поля | 0.0 |
| DZ | | 0.0 |
| NZ | | 1 |
| H0 | Нормировочный множитель | — |
| X0 | Задание точки для вычисления нормировочного поля | 0.0 |
| Y0 | | 0.0 |
| Z0 | | 0.0 |
| PLAN | Выбор плоскости | XY |
| AXIS | Выбор продольной оси | 1 |

9.1. Мультиполюсные магниты

Стандартное разложение магнитного поля в апертуре мультиполюсных магнитов представляется в виде

$$B_r(r, \theta, z) = B_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-1} [C_n(z) \sin(n-1)\theta - S_n(z) \cos(n-1)\theta], \quad (15)$$

$$B_\theta(r, \theta, z) = B_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-1} [C_n(z) \cos(n-1)\theta + S_n(z) \sin(n-1)\theta], \quad (16)$$

где B_r и B_θ — радиальная и азимутальная компоненты поля; z — продольная координата; B_0 — нормировочный множитель **H0**; r_0 — радиус нормализации **RN**.

Нормировочный множитель можно либо задавать непосредственно параметром **H0**, либо задавать точку **X0**, **Y0**, **Z0**, в которой вычисляется поле и используется его модуль как нормировочный множитель. Если нормировочный множитель не задан этими параметрами, то нормировка нелинейностей поля производится на первую ненулевую ненормализованную гармонику.

Проинтегрировав выражения (15)–(16) вдоль продольной оси магнита, получим разложение интегрального поля:

$$\mathbf{B}_r(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B_r(r, \theta, z) dz = \mathbf{B}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-1} [\mathbf{C}_n \sin(n-1)\theta - \mathbf{S}_n \cos(n-1)\theta], \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_\theta(r, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} B_\theta(r, \theta, z) dz = \mathbf{B}_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{n-1} [\mathbf{C}_n \cos(n-1)\theta + \mathbf{S}_n \sin(n-1)\theta]. \quad (18)$$

По умолчанию для диполей нормировочный множитель в выражениях (15)–(18) равен интегралу поля

$$\mathbf{B}_0 = \int_{-\infty}^{\infty} B(0, 0, z) dz. \quad (19)$$

Для идеальных N -полюсных магнитов в результате симметрии в формулах (15)–(18) отличны от нуля только нелинейности с номерами $N/2(2n-1)$, ($n = 1, \dots, \infty$). Соответствующие ненулевые номера нелинейностей поля определяются автоматически. Для дипольного или квадрупольного магнитов номера законных гармоник можно задавать принудительно параметром **TYPE = DIPO** или **QUAD**. Параметр **SER** устанавливает геометрические функции, используемые в разложениях (15)–(16) или (17)–(18) и может принимать значения **COS**, **SIN**, **ALL**.

Разложение поля проводится в цилиндрической системе координат в плоскости, параллельной плоскости **XY** и определяемой параметром **Z**. Для задания плоскостей, параллельных плоскостям **YZ** и **ZX**, используется параметр **AXIS**, равный соответственно 1 или 2. Положение плоскости в этих случаях задается параметрами **X** либо **Y**.

Выбор для гармонического анализа величин поля или интеграла поля осуществляется в команде **GETB** параметром **FINT**. Команда **GETB** должна задаваться перед выполнением команды **HARM**. Непосредственное представление интеграла поля в гармонический ряд возможно для типов обмоток, определяемых параметром **END** = 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11. Для остальных типов обмоток выражения (17)–(18) вычисляются численно. Параметрами **Z**, **DZ**, **NZ** задаются плоскости, в которых проводится разложение поля в гармонический ряд, далее проводится численное интегрирование по этим сечениям и вычисляются нелинейности интегрального поля. Продольную ось, вдоль которой проводится численное интегрирование, можно также выбрать либо параметрами **X**, **DX**, **NX**, либо **Y**, **DY**, **NY**. Выдача результатов гармонического анализа в каждом сечении подавляется параметром **PRIN**=0.

Параметр **COMP** задает компоненты для анализа и равен **BR** для радиальной компоненты поля, **BT** — для азимутальной и **ALL** для обеих компонент.

Максимальное число нелинейностей **N** не должно превышать величину **M/2**, где **M** — полное число точек расчетной сетки.

9.2. Азимутально–симметричные поля

В общем случае в области, свободной от токов, поле удовлетворяет уравнению Лапласа и может быть представлено как разложение в ряд по сферическим гармоникам:

$$\mathbf{B}_z(r, \theta, \phi) = B_0 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r}{r_0}\right)^n P_n^m(\cos \theta) [C_{nm} \cos(m\phi) + S_{nm} \sin(m\phi)], \quad (20)$$

где C_{nm} и S_{nm} — амплитуды гармоник, а $P_n^m(\cos \theta)$ — присоединенные функции Лежандра ($n \geq m \geq 0$), которые при $m = 0$ превращаются в обычные полиномы Лежандра $P_n(\cos \theta)$. Азимутально–симметричные нелинейности с $m = 0$ имеют вид $(r/r_0)^n P_n(\cos \theta)$, не зависят от азимута ϕ и называются зональными. Гармоники с $m \neq 0$ вида $(r/r_0)^n P_n^m(\cos \theta) \cos(m\phi)$ и $(r/r_0)^n P_n^m(\cos \theta) \sin(m\phi)$ называются тессеральными. Каждая из сферических гармоник представляет однородный полином степени n в декартовой системе координат.

При $\phi = 0$ ряд (20) превращается в

$$\mathbf{B}_z(r, \theta) = B_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{r_0}\right)^n P_n(\cos \theta), \quad (21)$$

где $P_n(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра.

И, наконец, при $\theta = 0$ поле рассматривается на оси магнита и представляется в виде

$$\mathbf{B}_z(z) = B_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{r_0}\right)^n. \quad (22)$$

Очевидно, что в симметричных магнитных системах, в которых геометрия обмоток имеет симметрию относительно плоскости XY с токами, направленными в одну и ту же сторону, в разложениях (20)–(22) остаются только четные члены по n . Если токи в симметричных обмотках имеют противоположные знаки, то ненулевыми нелинейностями являются нечетные члены по n .

Разложение поля (20) можно вычислять как в сферической, так и в цилиндрической системах координат. Для повышения точности в последнем случае дополнительно вычисляется поле на оси заданной цилиндрической сетки, и его значение используется в разложении ряда.

Компоненты поля **BX**, **BY** также можно представить в виде (21)–(22). Более того, любую компоненту поля, заданную параметром **COMP** в декартовых координатах, можно разложить вдоль любой координатной оси, определяемой параметром **AXIS**.

10. Эффективная длина магнита

(Команда **LEFF**)

По определению, эффективная длина мультиполюсных магнитов равна отношению первых ненулевых ненормализованных членов в выражениях (17) и (15) или (18) и (16) при равных радиусах нормализации. В частности, для диполей

$$L_{eff} = \frac{1}{B_0(x_0, y_0, z_0)} \int_{-\infty}^{\infty} B(x_0, y_0, z) dz. \quad (23)$$

Эффективная длина вычисляется только для седловидных обмоток, определяемых параметром **END**= 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11. Параметры команды — координаты точки **X0**, **Y0**, **Z0** для вычисления поля нормализации и абсолютная точность вычисления поля и интеграла поля **TOL**. По умолчанию **X0** = 0, **Y0** = 0, **Z0** = 0, **TOL** = 100 Гаусс.

11. Вычисление магнитных сил

(Команды **FORI**, **FORC** и **GETF**)

11.1. Сила, действующая на ферромагнетик

Компоненты сил, действующих на магнетик, определяются по формуле

$$F_q = \frac{\partial W}{\partial q}, \quad (24)$$

где W — запасенная энергия в магнетике; q — обобщенная координата в декартовой системе.

Команда **FORI** не имеет параметров и вычисляет суммарные силы, действующие на различные материалы **MATE**. Следует отметить, что операция численного дифференцирования сопровождается значительной потерей точности, поэтому результаты могут сильно зависеть от точности разбиения магнетика на элементы.

11.2. Пондеромоторные силы

На обмотку действуют пондеромоторные силы

$$\vec{F} = \frac{1}{c} \int_V [\vec{J} \times \vec{H}] dv. \quad (25)$$

Вычисление пондеромоторных сил на единицу длины в прямолинейных частях обмоток производится с помощью команды **GETF**, ее параметры представлены в табл.9.

Таблица 9. Параметры команды **GETF**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|---------------|------------------------------------|-----------------------|
| Z | Положение поперечного сечения | 0.0 |
| LX | Задание разбиения для обмоток с | 1 |
| LY | прямоугольным поперечным сечением | 1 |
| LR | Задание разбиения для обмоток с | 1 |
| LTHETA | секторным поперечным сечением | 1 |
| E1 | Выбор обмоток для вычисления | 1 |
| E2 | сил на лобовых частях | 1 |
| UNIT | Установка системы единиц | KG |
| PRIN | Уровень печати | 1 |
| VECT | Графический вывод векторов сил | NO |
| LENG | Максимальная длина вектора сил | 1.0 |
| GRID | Графический вывод сетки разбиения | NO |
| PHI1 | Разбиение для соленоидов | 0.0 |
| PHI2 | | 0.0 |
| NPHI | | 1 |
| RETU | Включение обмотки с обратным током | NO |

Разбиение прямолинейной части в плоскости XY — **LX**, **LY** для обмоток с прямоугольным поперечным сечением и **LR**, **LTHETA** для обмоток с поперечным сечением в виде кольцевого сектора. Положение места вычисления сил в продольном направлении определяется параметром **Z**. Если необходимо вычислить силы на прямолинейных частях с отрицательным током, надо задать параметр **RETU** = YES. Силы выдаются в кГ/см, но можно выдавать в Н/см, задав параметр **UNIT** = N. Для соленоидов имеется возможность определить полную силу, действующую на азимутальный сектор, определяемый углами **PHI1** и **PHI2** с разбиением **NPHI**. В этом случае выводимая величина будет в кГ или Н.

Команда **FORC** вычисляет силы, действующие на лобовые части седловидных обмоток и обмоток типа RACETRACK, ее параметры представлены в табл.10.

Таблица 10. Параметры команды **FORC**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|----------|-------------------------------------|-----------------------|
| X | Задание разбиения | 0.0 |
| Y | в декартовой системе координат | 0.0 |
| Z | | 0.0 |
| DX | | 0.0 |
| DY | | 0.0 |
| DZ | | 0.0 |
| NX | | 1 |
| NY | | 1 |
| NZ | | 1 |
| R | Задание разбиения | 0.0 |
| PHI | в специальной системе координат | 0.0 |
| THET | | 0.0 |
| DR | | 0.0 |
| DPHI | | 0.0 |
| DTHE | | 0.0 |
| NR | | 1 |
| NPHI | | 1 |
| NTHE | | 1 |
| E1 | Выбор обмоток для вычисления | 1 |
| E2 | сил на лобовых частях | 1 |
| P1 | Выбор элементов обмотки | 1 |
| P2 | | 1 |
| TOL | Точность вычисления поля, Гс | 100.0 |
| NMAX | Параметры точности численного | 8 |
| INMA | интегрирования поля | 10 |
| UNIT | Установка системы единиц | KG |
| PRIN | Уровень печати | 1 |
| FILE | Расширение файла FORCE или FORCF | 0 |
| SAME | Чтение сил с двоичного файла FORCE | NO |
| SAMF | Чтение сил с форматного файла FORCF | NO |
| FORM | Создание форматного файла FORCE | NO |
| PLAN | Выбор плоскости | XY |
| VECT | Графический вывод векторов сил | NO |
| LENG | Максимальная длина вектора сил | 1.0 |
| GRID | Графический вывод сетки разбиения | NO |

Кроме пондеромоторных сил вычисляется также и запасенная энергия в обмотке. Если прямолинейная часть обмотки превышает минимальную прямолинейную длину обмоточного блока, то участок с их разностью включается в лобовую часть этой обмотки. Для него задается дополнительно разбиение по продольной оси параметрами **Z**, **DZ**, **NZ**. В обмотках типа RACETRACK пондеромоторные силы вычисляются на различных участках, задаваемых параметрами **P1**, **P2**. При этом для обмоток типа равнобедренной трапеции прямолинейные брусья, составляющие с осью **Z** угол $\pm \text{ALPHA}$ имеют идентификационные номера 1 и 5 для прямого и обратного токов, дуги с меньшим радиусом закругления **R** — соответственно 2 и 4, дуги с большим радиусом закругления **R** — 8 и 6, а меньшее и большее основания трапеций — 3 и 7.

Уровень печати возрастает с ростом значения параметра **PRIN**:

PRIN = 1 — суммарные силы в обмотке и их проекции на каждую координатную плоскость;

PRIN = 2 — компоненты сил в каждой ячейке и координаты ее центра;

PRIN = 3 — компоненты поля и координаты точки, в которой оно вычисляется;

PRIN = 4 — координаты узлов сетки.

Параметры **FILE**, **SAME**, **SAMF**, **FORM** аналогичны соответствующим параметрам в команде **GETM**.

12. Печать параметров магнита

(Команда **PRIN**)

Кроме параметра **PRIN**, имеющегося в нескольких командах, существует команда с таким же именем. Элементы магнита, выводимые на печать, выбираются параметрами **E1**, **E2**, **MATE**. Для печати магнитных моментов или поля в магнитопроводе имеются параметры **M** = **YES** или **BH** = **YES**. Таблицы **B** – **H** выводятся на печать параметром **TABL** = **YES**. Если команда задана без параметров, то выдается полная печать всех данных магнита.

13. Графический вывод

(Команды **FRAM**, **MAP**, **RECO**, программа FEMPOST)

13.1. Команда **FRAM**

Команда **FRAM** предназначена для задания размеров рисунка в физических координатах параметрами **XMIN**, **XMAX**, **YMIN**, **YMAX** и вывода координатных осей. По умолчанию фон экрана черный на ЭВМ типа IBM PC и белый на

ЭВМ типа Alpha station, переключение фона производится с помощью параметра **WHITE = YES** или **NO**. Для подавления вывода заголовка имеется параметр **HEAD = NO**. Параметрами **NX**, **NY** страница графического вывода разбивается на кадры. Вывод каждого рисунка выдается на следующий кадр. Номер кадра можно задать параметром **FRAM**.

13.2. Команда RECO

Для вывода различных геометрических проекций элементов обмотки и магнитопровода используется команда **RECO**. Ее основные параметры приведены в табл.11.

Таблица 11. Параметры команды **RECO**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|------------------------------------|-----------------------|
| XMIN | Задание геометрической области | 0.0 |
| XMAX | для графического вывода | — |
| YMIN | | 0.0 |
| YMAX | | — |
| ZMIN | | 0.0 |
| ZMAX | | — |
| MATE | Выбор элементов | — |
| SHAP | для графического вывода | — |
| E1 | | 1 |
| E2 | | — |
| Z | | 0.0 |
| ROTA | Поворот элементов ферромагнетика | NO |
| T | Углы Эйлера | 0.0 |
| P | | 0.0 |
| S | | 0.0 |
| NUM | Нумерация элементов магнитопровода | NO |
| VECT | Вывод векторов намагниченности | NO |
| LENG | Максимальная длина вектора | 1.0 |
| PLAN | Плоскость проекции | XY |
| BOUN | Изображение границ магнетика | YES |
| SYMM | Симметрия рисунка | 1 |
| CLEA | Очистка экрана | YES |

Выбор элементов для графического вывода задается альтернативными параметрами **MATE**, **SHAP**, **E1** и **E2**, **Z**. При задании параметра **Z** рисуются элементы магнитопровода, для которых $H1 \leq Z \leq H2$. Последние номера обмоток или элементов магнитопровода можно задавать параметрами **E2 = NC** или **E2 = NF**.

Параметр **PLAN** может принимать значения **XY**, **YZ**, **ZX**.

Параметр **BOUN = NO** задает вывод границы всех элементов магнетика.

CLEA = NO используется для наложения геометрии магнита на выводимые графики или карты поля. При этом рисуется только ось абсцисс, вывод оси ординат производится при выполнении команды **GETB**.

С помощью параметра **ROTA = YES** можно поворачивать выбранные элементы магнитопровода на углы Эйлера **T**, **P**, **S**.

13.3. Линии постоянного уровня (Команда **MAP**)

Для вывода на графическое устройство линий постоянного уровня величин магнитного поля, задаваемых параметром **COMP** в команде **GETB**, используется команда **MAP**. Её основные параметры приведены в табл.12.

Таблица 12. Параметры команды **MAP**.

| Параметр | Функция | Значение по умолчанию |
|-------------|---|-----------------------|
| STAR | Начальное значение величины | 0.0 |
| INCR | Приращение | — |
| FINI | Конечное значение | — |
| LINE | Число линий | — |
| FORB | Установка контроля за внутренними точками | NO |
| U1 | Границы геометрической области | 0.0 |
| U2 | | — |
| V1 | | 0.0 |
| V2 | | — |
| GRID | Маркировка точек расчетной сетки | NO |
| ERAS | Вывод геометрии магнита | NO |
| BOX | Вывод рамки границы области | NO |
| LAME | Нумерация линий | YES |
| LIST | Вывод значений линий | NO |

Число линий можно задавать параметрами **STAR**, **INCR**, **FINI**, которые означают соответственно начальное значение линии, приращение и конечную величину. Число линий при таком задании параметров равно $[(\text{FINI}-\text{STAR})/\text{INCR}]$. Имеется другой способ задания числа линий параметром **LINE**. В последнем случае автоматически выбирается шаг, кратный величинам 1, 2 или 5 в степени n , таким образом, чтобы вычисленное число линий было близко к заданному.

Параметр **FORB = YES** включает проверку на пределы заданных геометрических границ области.

Параметрами **U1**, **U2**, **V1**, **V2** можно выбирать подобласть для графического вывода из области, заданной геометрическими пределами в команде **GETB**.

13.4. Программа FEMPOST

Программа FEMPOST была разработана в ИФВЭ¹ для ЭВМ типа IBM PC и предназначена для трехмерной графики в программах, использующих метод конечных элементов. Пакет программ MULTIC помимо собственного графического пакета имеет встроенный интерфейс связи с программой FEMPOST, имеющей более широкие графические возможности. Управление программой осуществляется интерактивно с помощью систем меню и подменю посредством клавиатуры и манипулятора “мышь”. На ЭВМ типа Alpha station программа FEMPOST использует графическое расширение, разработанное для пакета программ MULTIC. Кроме того, на этих ЭВМ созданы новые системы меню и подменю с учетом особенностей графического пакета HIGZ.

Команда **GEOM** предназначена для вывода геометрии магнита, на стадии ее работы образуются файлы GEOM2Dn в программе MULT2D и GEOM3Dn — в программе MULT3D, где начальное значение n равно 0 и увеличивается на 1 после каждого задания команды **GEOM**. Таким образом, в течение одного процесса работы программы MULTIC можно создавать несколько файлов с различными частями геометрии магнита. В выходной файл записывается также распределение компонент и модулей магнитного момента, магнитной индукции, напряженности магнитного поля и магнитной проницаемости в магнитопроводе, которые также можно вывести с помощью программы FEMPOST в виде карт линий постоянного уровня.

Команда **GEOM** параметрами **E1**, **E2** и **MATE** выбирает элементы для графического вывода. Для масштабирования геометрии вдоль координатных осей можно воспользоваться масштабными множителями **SX**, **SY**, **SZ**. Границы продольных координат для вывода изометрии в плоском случае устанавливаются параметрами **Z1**, **Z2**. Команда **GEOM** без параметров определяет все элементы для графического вывода. Уровень печати в выходном файле регулируется параметром **PRIN**.

Команда **GETB** с помощью параметра **GRAP=YES** задает одновременно и выдачу компонент поля, определяемых параметром **COMP**, в файл COMP2Dn или COMP3Dn для соответствующих программ. Очередная команда **GETB** с неизменными остальными параметрами и другим значением **COMP** добавляет в выходной файл следующую компоненту поля и т.д. При переходе на другую расчетную сетку поля или интеграла поля образуется новый выходной файл с n , увеличенным на 1, начальное значение $n = 0$.

14. Примеры расчетов

Ниже приведены примеры задания данных для расчета сверхпроводящего ди-поля с обмоткой оболочечного типа:

¹Пуртов С.В., Черняев Е.В., Петренко И.И.

14.1. Плоская задача

Расчет поперечного сечения

```
# Задание геометрии обмотки.  
DRAW R=4,A=1,PHI=0.2,ALPHA=59.8,I=200000  
$$  
# Чтение В-Н данных с файла CT81  
BHDA FILE=CT81  
# Задание геометрии магнитопровода, грубая сетка.  
DRAW SHAP=5,MATE=3,R=8,DR=5,NR=2,PHI=0,DPHI=15,NPHI=6  
$$  
# Вычисление магнитных моментов.  
GETM TOLM=1,NIT=3  
# Генерация сетки.  
MESH NMAX=200,NTRI=2  
# Запись параметров магнита в файл MT2.  
WRIT MT2  
# Печать параметров магнита.  
PRIN  
# Вычисление поля на обмотке вдоль линии PHI=59.8  
GETB R=4,DR=0.1,NR=11,PHI=59.8  
$$  
# Вычисление поля в узлах сетки в полярной системе координат и  
# подготовка данных для графического вывода линий постоянного  
# уровня HR.  
GETB R=0,DR=0.5,NR=11,PHI=0,DPHI=5,NPHI=19,COMP=HR  
$$  
# Вывод карты поля компоненты HR.  
MAP LINE=10  
# Подготовка данных для графического вывода линий постоянного  
# уровня HTHETA.  
GETB R=0,DR=0.5,NR=11,PHI=0,DPHI=5,NPHI=19,COMP=HTHE,SAME=YES  
$$  
# Вывод карты поля компоненты HTHETA.  
MAP LINE=10  
# Гармонический анализ поля.  
HARM R=3.5,COMP=BT  
$$  
# Конец работы программы.  
END
```

14.2. Трехмерная задача

Расчет пространственного поля

```
# Задание геометрии обмотки.  
DRAW R=4,A=1,PHI=0.2,ALPHA=59.8,I=200000,H2=300,END=10  
$$  
# Чтение В-Н данных с файла CT81  
BHDA FILE=CT81  
# Задание геометрии магнитопровода.  
DRAW SHAP=5,MATE=3,R=8,DR=5,NR=2,PHI=0,DPHI=15,NPHI=6  
DRAW H1=0,H2=280  
$$  
DRAW SHAP=5,MATE=3,R=8,DR=5,NR=2,PHI=0,DPHI=15,NPHI=6  
DRAW H1=280,H2=290  
$$  
# Вычисление магнитных моментов.  
GETM TOLM=1,NIT=20  
# Запись параметров магнита в файл MT3.  
WRIT MT3  
# Печать параметров магнита.  
PRIN  
# Вычисление поля вдоль оси магнита  
GETB Z=0,DZ=10,NZ=35  
$$  
# Вычисление поля в узлах сетки в декартовой системе координат.  
GETB Z=280,DZ=0.5,NR=11,X=0,DX=0.5,NX=19,COMP=HZ  
$$  
# Вывод карты поля компоненты HZ.  
MAP LINE=10  
# Вычисление интеграла поля в точке X=0,Y=0.  
GETB FINT=YES  
$$  
# Гармонический анализ интеграла поля.  
HARM R=3.5,COMP=BT  
$$  
# Конец работы программы.  
END
```

15. Точность расчетов

Команды **FORC**, **GETB**, **GETM** и **LEFF** имеют параметры, задающие точность вычисления в абсолютных единицах плотности магнитных моментов, поля или интеграла поля. Точность вычисления поля по закону Био–Савара задается

параметрами **INMA**, **NMAX**, определяющими максимальное число разбиений по прямоугольнику и токовой нити. Увеличение этих параметров на единицу приводит к удвоению разбиения численного интегрирования. Остальные параметры, определяющие точность численного интегрирования токовой составляющей поля, определялись экспериментальным путем таким образом, чтобы относительная точность вычисления поля или интеграла поля была не хуже 10^{-8} . Эти параметры зафиксированы в теле программ.

Разумеется, точность вычисления поля зависит от числа элементов ферромагнетика и качества разбиения. Желательно в разбиении иметь треугольники, стремящиеся к равносторонним. Более высокую точность дает разбиение геометрии, в которой вершины соседних элементов совпадают, а не лежат на гранях соседних элементов. Треугольные призмы также дают более высокую точность по сравнению с четырехугольными призмами.

Анализ влияния числа призм на точность расчета показал, что для достижения точности 10^{-4} в сверхпроводящих диполях с теплым магнитопроводом [12] достаточно разбить магнитный экран на 24 элемента в поперечном сечении первого квадранта, так как ферромагнетик находится на значительном удалении от обмотки. При приближении магнитопровода к обмотке для достижения той же точности необходимо более тщательное разбиение. Например, в сверхпроводящих диполях с холодным магнитопроводом [13] необходимая точность обеспечивалась при 80 элементах в центральном сечении.

Интегрирование вдоль линии можно выполнять командой **GETB**, точность интеграла зависит от числа точек, заданных на линии. В команде **INTE** параметр **ERRO** задает относительную точность вычисления интегралов. Точность вычисления нелинейностей поля или интеграла поля определяется заданной расчетной сеткой и числом сечений для численного интегрирования.

Заключение

Пакет программ MULTIC эксплуатируется в ИФВЭ длительное время, постоянно совершенствуется и расширяется. С его помощью разработаны многие магнитные системы, в частности, опытно-промышленная партия сверхпроводящих диполей УНК [14]. Сравнение расчетных данных с экспериментальными результатами показывает, что их расхождение не хуже 10^{-4} для резистивных и сверхпроводящих магнитных систем и 5×10^{-6} для магнитных систем на постоянных магнитах. Пакет снабжен дружественным интерфейсом для пользователя, имеет достаточно обширную диагностику, графический вывод информации и встроенную систему HELP. Пакет программ мобилен и машинно независим, что позволяет легко устанавливать его на другие типы ЭВМ и использовать различные операционные системы. С помощью пакета MULTIC можно разрабатывать магнитные системы произвольной пространственной конфигурации.

Список литературы

- [1] Tkachenko L.M. Codes MULTIC2 and MULTIC3. — In: Computer Codes in Accelerator Domain. Internal Report, DESY M-92-07, p.40-41. Nov., 1992.
- [2] Armstrong A.G. et al. GFUN3D User Guide. RL-76-029/A, 1976.
- [3] Балбеков В.И., Ткаченко Л.М., Федосеев А.И. Программа MULTIC для расчета трехмерных магнитных полей: Препринт ИФВЭ 81-121. — Серпухов, 1981.
- [4] Bock R. et al. HIGZ — High level Interface to Graphics and Zebra, CERN Program Library, Q120, 1988.
- [5] Rosten H.I. A Method for the Calculation of the Magnetostatic Field from a Wide Class of Current Geometries. RL-74-077, 1974.
- [6] Newman M.J. A Message Decoding System for Use with the Interactive Graphics Package LDMX. RHEL/M/A19, 1974.
- [7] Rosten H.I. The Magnetic Field due to a Current Carrying Helical Block of Rectangular Cross-Section. RL-73-098, 1973.
- [8] Rosten H.I. The Constant Perimeter End. RL-73-096, 1973.
- [9] Colyer B. The Geometry of Constant Perimeter Dipole Windings. RL-73-143, 1973.
- [10] Балбеков В.И., Ткаченко Л.М. Оптимизация формы лобовых частей сверхпроводящих диполей УНК: Препринт ИФВЭ 82-167. — Серпухов, 1982.
- [11] Рубинраут А.М. и др. Магнитное поле резистивного томографа с постоянными магнитами. // Электротехника, 8, 1995, стр.47–51.
- [12] Балбеков В.И., Португалов Ю.И., Ткаченко Л.М. Анализ факторов, влияющих на однородность поля сверхпроводящего диполя: Препринт ИФВЭ 82-109. — Серпухов, 1982.
- [13] Ageev A.I. et al. Superconducting Cold Iron Dipole Magnet for UNK. - In: Proc. of the ICFA Workshop on Superconducting Magnets and Cryogenics. BNL, 1986.
- [14] Балбеков В.И. и др. Качество магнитного поля в опытно-промышленной партии СП-диполей УНК. — IPAC-92, Гамбург, ФРГ, 1992. Препринт ИФВЭ 92-69, Протвино, 1992.

Рукопись поступила 21 апреля 1998 г.

Содержание

| | |
|--|----|
| Введение | 1 |
| 1. Постановка задачи | 2 |
| 2. Структура программы | 3 |
| 2.1. Система единиц | 4 |
| 2.2. Управление программами | 4 |
| 2.3. Формат команд | 5 |
| 3. Задание геометрии магнита | 6 |
| 3.1. Токовые элементы и элементы магнитопровода (команда DRAW) | 6 |
| Тип элемента | 6 |
| Двумерная геометрия | 7 |
| Трехмерная геометрия | 8 |
| Задание геометрии магнитопровода | 15 |
| Симметрия обмоток | 19 |
| Симметрия ферромагнетика | 19 |
| 3.2. Изменение геометрии. (Команды MODI и MOVE) | 21 |
| 3.3. Удаление элементов. (Команда ERAS) | 22 |
| 3.4. Генератор сетки. (Команда MESH) | 22 |
| 4. Задание $B - H$ данных | 22 |
| 5. Вычисление магнитных моментов | 23 |
| 6. Задание постоянных магнитных моментов | 26 |
| 7. Вычисление поля | 27 |
| 8. Интегральные величины | 31 |
| 9. Гармонический анализ поля и интеграла поля | 32 |
| 9.1. Мультиполюсные магниты | 34 |
| 9.2. Азимутально-симметричные поля | 35 |
| 10. Эффективная длина магнита | 36 |
| 11. Вычисление магнитных сил | 36 |
| 11.1. Сила, действующая на ферромагнетик | 36 |
| 11.2. Пондеромоторные силы | 37 |
| 12. Печать параметров магнита | 39 |

| | |
|--|----|
| 13. Графический вывод | 39 |
| 13.1. Команда FRAM | 39 |
| 13.2. Команда RECO | 40 |
| 13.3. Линии постоянного уровня (Команда MAP) | 41 |
| 13.4. Программа FEMPOST | 42 |
| 14. Примеры расчетов | 42 |
| 14.1. Плоская задача | 43 |
| 14.2. Трехмерная задача | 44 |
| 15. Точность расчетов | 44 |
| Заключение | 45 |
| Список литературы | 46 |

Л.М.Ткаченко

Пакет программ MULTIC для расчета магнитных полей произвольной конфигурации.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы L_AT_EX.

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 15.05.98. Формат 60 × 84/8. Офсетная печать.

Печ.л. 6. Уч.-изд.л. 4,8. Тираж 150. Заказ 160. Индекс 3649.

ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

ПРЕПРИНТ 98-28, ИФВЭ, 1998
