

ИФВЭ 98-31 ОУНК

С.В. Иванов

# ФАЗО-ЧАСТОТНЫЙ КОНТУР УНК

Протвино 1998

## Аннотация

Иванов С.В. Фазо-частотный контур УНК: Препринт ИФВЭ 98–31. – Протвино, 1998. – 12 с., 7 рис., библиогр.: 4.

Установлены параметры цепи узкополосной обратной связи по пучку, корректирующей частоту ускорения в УНК в соответствии с изменением фазы основной радиогармоники тока пучка. Предполагаются применение периодического полосно заграждающего фильтра на линиях задержки на входе задающего генератора и цифровая обработка сигнала обратной связи. Особое внимание уделено проблеме обеспечения несамовозбуждения паразитных мод колебаний самого фазо-частотного контура, равно как и высших азимутальных и мультипольных мод когерентных колебаний сгруппированного пучка.

## Abstract

Ivanov S.V. Phase-Frequency Loop in the UNK: IHEP Preprint 98–31. – Protvino, 1998. – p. 12, figs. 7, refs.: 4.

Performance data are estimated of a narrow-band beam feedback which is assigned to correct the UNK accelerating frequency in compliance with the evolution in time of a phase of the beam current fundamental radio-harmonic. Use of a periodic notch filter based on delay lines at VCO input and digital feedback signal processing is foreseen. Special attention is paid to the problem of ensuring non-excitation of both parasitic oscillatory modes in the phase-frequency loop itself, and of higher azimuthal and multipole modes of bunched-beam coherent oscillations.

> (с) Государственный научный центр Российской Федерации
>  Институт физики высоких энергий, 1998

## Введение

Предполагается, что протонный синхротрон УНК-1 [1] будет оснащен тремя системами продольной обратной связи (ОС) с центральной частотой, близкой к частоте ускорения.

Первая из них — система ОС вокруг оконечного ВЧ-усилителя ускоряющей системы — описана в работе [2]. Она предназначена для стабилизации амплитуды и фазы ускоряющего поля в условиях сильной периодической помехи, роль которой выполняют поля, возбуждаемые пучком (эффект импульсной нагрузки током). Попутно эта система подавляет когерентные неустойчивости пучка на низших мультипольных модах. Она может рассматриваться как вырожденный случай системы ОС по пучку, в которой конструктивно объединены пикап и толкатель.

Вторая система описана в работе [3]. Это полосовая система ОС по пучку для квадратурной коррекции фазы суммарного ускоряющего поля с целью демпфирования начальных ошибок инжекции и подавления когерентных неустойчивостей пучка на нечетных мультипольных модах.

Общей чертой обеих систем является их полоса пропускания  $\Delta \omega^{(fb)}$ , которая в несколько раз превышает частоту  $\omega_s$  обращения частиц, что позволяет отрабатывать процессы, характерная длительность которых меньше периода  $2\pi/\omega_s$  обращения пучка по орбите.

В настоящей работе рассматривается **третья** из упомянутых систем — фазочастотный контур, который корректирует текущую радиочастоту  $\omega_{\rm RF}(t)$  в соответствии с изменением во времени t фазы основной радиогармоники пучка. Это крайне узкополосная система с  $\Delta \omega^{(fb)} \ll \omega_s$ . Она обслуживает медленные (в масштабе  $2\pi/\omega_s$ ) уходы радиочастоты  $\Delta \omega_{\rm RF}(t)$  и средней по орбите индукции магнитного поля в дипольных магнитах  $\Delta B(t)$  от идеальной программы установки частоты  $\omega_{\rm RF}^{(0)}(t)$  по полю  $B_0(t)$ , поддерживающей предписанное радиальное положение пучка в камере ускорителя.

## Структурная схема

Структурная схема фазо-частотного контура УНК приведена в левой нижней части рис. 1.



Рис. 1. Фазо-частотный контур и цепь фазовой синхронизации.

На один вход фазового детектора подается опорный сигнал с номинальной радиочастотой  $\omega_{\rm RF}^{(0)}$ , синтезируемой извне на основе импульсов *B*-серии. На второй вход подается сигнал с ограниченной полосой и центральной частотой  $\omega_{\rm RF}$  от продольного датчика пучка (продольного пикапа). Выходной сигнал фазового детектора (он пропорционален фазе основной радиогармоники тока пучка относительно опорного колебания) проходит через фильтр нижних частот и как сигнал отрицательной OC, корректирующий радиочастоту, подается на вход управляемого задающего генератора (VCO). Окончательно цепь ОС по пучку замыкается через ВЧ-усилители мощности, ускоряющие резонаторы и передаточную функцию пучка. (Разумеется, фазовый детектор, следующий за продольным датчиком пучка на рис. 1, можно заменить на квадратурный детектор — синхронный демодулятор произведения. Это никак не повлияет на суть преобразования спектра сигналов в линейном приближении.) Нулевой реакции фазо-частотного контура соответствут стационарный пучок, точно синхронизованный с внешним опорным радиосигналом на частоте  $\omega_{\rm RF}^{(0)}$ . Это чисто динамическая система OC: статические смещения фазы для нее интереса не представляют. Она реагирует только на зависящие от времени фазовые ошибки когерентное движение всего пучка в целом. Ею сильно подавляется синфазная азимутальная мода когерентных неустойчивостей пучка на нечетных мультипольных модах колебаний сгустков.

В правой верхней части рис. 1 показана упрощенная схема синтеза опорного радиосигнала на частоте  $\omega_{\rm RF}^{(0)}$ . Она использует высокостабильный задающий генератор VCO1, сигнал которого служит для синхронизации работы оборудования УНК-1 и его инжекторного комплекса. Генератор VCO цепи ОС является ведомым и синхронизуется с VCO1 с помощью цепи низкочастотной фазовой синхронизации. Этим достигается непрерывное изменение фаз радиосигнала при переходе с частоты  $\omega_{\rm RF}^{(0)}$  на текущую  $\omega_{\rm RF}$  в процессе работы цепи ОС. Надлежащим подбором параметров фильтра нижних частот можно добиться, чтобы постоянная времени VCO, охваченного цепью фазовой синхронизации, намного превышала период синхротронных колебаний. Тогда при расчете фазо-частотной OC можно использовать передаточную функцию ее VCO в виде идеального интегратора.

Системы ОС [2,3], осуществляющие быстрый (в масштабе  $2\pi/\omega_s$ ) контроль за выполнением амплитудной и фазовой программ ускоряющего поля, на рис. 1 не показаны. Эти цепи используют в своих устройствах сравнения и модуляции– демодуляции опорные колебания с текущей радиочастотой  $\omega_{\rm RF}$ .

## 1. Эквивалентная схема

Фазо-частотный контур развязан по постоянному току. Поэтому коррекция ВЧфазы  $\Delta \varphi(t) = \int^t \Delta \omega_{\rm RF}(t') dt'$  не будет иметь линейной части  $\propto t$ , и из малости  $\Delta \omega_{\rm RF}(t)$  следует малость  $\Delta \varphi(t)$ . Это позволяет использовать линейное приближение и представлять фазо-модулированное колебание в виде суммы его синфазной ( $\propto \cos$ ) и амплитудно-модулированной квадратурной ( $\propto \sin$ ) составляющих

$$\cos\left(\omega_{\rm RF}^{(0)}t + \Delta\varphi(t) - \varphi\right) \simeq \cos\left(\omega_{\rm RF}^{(0)}t - \varphi\right) - \Delta\varphi(t)\sin\left(\omega_{\rm RF}^{(0)}t - \varphi\right). \tag{1}$$

В такой модели уже просто оценить искажение фазо-модулированного сигнала при его прохождении через относительно узкополосный ВЧ тракт.

С учетом представления (1) несложно построить эквивалентную схему фазочастотного контура УНК для малого сигнала. Она приведена на рис. 2, где показаны следующие передаточные функции с ограниченными полосами пропускания: а)  $W'(\omega)$  продольного пикапа PU (Re $W'(\omega) > 0$ );

- б)  $S(\omega)$  измерительного канала;
- в)  $K(\omega)$  ВЧ-усилителя мощности;
- г)  $T(\omega)$  ускоряющего резонатора AC.



Рис. 2. Эквивалентная схема для малого сигнала.

Низкочастотное (квадратурное) звено  $H^{(s)}(\delta\omega)$  имеет полосу пропускания  $\Delta\omega_H \ll \omega_{\rm RF}^{(0)}$  и включает в себя в том числе идеальный интегратор, представляющий VCO. (Пунктиром показано низкочастотное синфазное звено  $H^{(c)}(\delta\omega)$ , которое потребовалось бы учесть в случае включения системы OC по амплитуде ускоряющего поля.) Фаза  $\phi$  демодулирующего колебания выбирается с учетом набега фазы пучка между PU и AC. Фаза  $\phi'$  модулирующего колебания совпадает с фазой  $\phi$  тока возбуждения BЧ системы, устанавливающего предписанные амплитуду V и фазу  $\varphi$  напряжения на зазоре ускоряющего резонатора в режиме **без пучка**.

Эффект нагрузки током пучка отрабатывается самостоятельной системой ОС [2] вокруг звена  $TK(\omega)$ , не показанной на рис. 2. Будем полагать, что появление квадратурного сигнала  $\propto \sin(\omega_{\rm RF}^{(0)}t - \phi')$  на входе оконечного усилителя сопровождается изменением эталонного сигнала в устройстве сравнения цепи [2]. Пусть это изменение точно соответствовует ожидаемой коррекции фазы суммарного напряжения на зазоре ускоряющего резонатора. Тогда при расчете фазо-частотного контура нужно использовать характеристики звена  $TK(\omega)$  при разомкнутой цепи [2] и при этом не учитывать эффект нагрузки ускоряющей системы током пучка.

Легко видеть, что рис. 2 ничем не отличается от рис. 1 работы [3], где обсуждается импедансный подход к расчету подобных цепей ОС по пучку. Нет никакой необходимости еще раз возвращаться здесь к этому вопросу. Настоящую работу будем рассматривать как продолжение препринта [3], которое полностью сохраняет ту же систему обозначений, а ссылки на формулы работы [3] приводятся как ([3].\*). Поэтому сразу приступим к изложению результов расчета возможного варианта фазо-частотного контура УНК.

# 2. Технические контуры системы

#### Ускоряющие резонаторы

Рассмотрим плато инжекции в первую ступень УНК: амплитуда напряжения  $V_0 = 4,5$  MB; синхронная фаза  $\varphi_s = -\pi/2$ ; частота обращения  $\omega_s/2\pi = 14,43$  КГц; кратность ускорения q = 13860; средний ток пучка  $J_0 = 1,6$  A в M = q сгустках; фазовый полуразмер сгустка  $q\Delta\vartheta_0/\pi = 0,54$ ; частота малых синхротронных колебаний  $\Omega_0/2\pi = 96$  Гц.

Ускоряющее поле создается  $N_{\rm AC} = 6 \times 2 = 12$  резонаторами с нагруженными добротностью  $Q_T = 3100$  и шунтовым сопротивлением каждого  $R_T = 0.5$  МОм. Передаточная функция объемного резонатора имеет вид

$$T(\omega) = R_T \times \left(1 - iQ_T \frac{\omega^2 - \omega_T^2}{\omega\omega_T}\right)^{-1}.$$
 (2)

Частотную расстройку примем равной  $(q\omega_s - \omega_T) = 0.375 \ \omega_T/Q_T$ .

Рабочим является вид колебаний  $E_{010}$ , поэтому функция  $G^{(a)}(\Theta)$  ([3].18) кусочно постоянна и отлична от 0 при  $|\Theta - \Theta^{(a)}| \leq \Delta \Theta^{(a)}/2$ , где  $\Delta \Theta^{(a)} = 1,512 \cdot 10^{-4}$  рад. (Это соответствует резонатору длиной 0,5 м.) Отсюда

$$G_k^{(a)} = \frac{\sin(k\Delta\Theta^{(a)}/2)}{k\Delta\Theta^{(a)}/2} \exp(-ik\Theta^{(a)}), \quad a = \text{AC}.$$
(3)

#### Пикап, измерительная цепь и ВЧ-усилитель

Будем считать передаточные функции  $W'(\omega)$  пикапа,  $S(\omega)$  измерительного канала и  $K(\omega)$  ВЧ-усилителя с волноводным фидером широкополосными в масштабе полосы пропускания ускоряющих резонаторов  $\omega_T/(2Q_T)$ . Тогда можно принять

$$SW'(\omega) = 1, \qquad K(\omega) = 1. \tag{4}$$

Вещественный коэффициент усиления по току (масштабный множитель) звеньев  $SW'(\omega), K(\omega)$  как и временное запаздывание в них приписываем передаточной функции  $H^{(s)}(\delta\omega)$  квадратурного канала. Пикап считаем коротким,

$$G^{(a)}(\Theta) = 2\pi\delta(\Theta - \Theta^{(a)}), \quad a = \text{PU}.$$
(5)

## Квадратурный канал

Пусть в нем установлен идеальный КИХ фильтр на четырех линиях задержки с общим запаздыванием на один оборот, каскадно соединенный с идеальным интегратором (VCO),

$$H^{(s)}(\delta\omega) = \frac{i\Omega_0}{\delta\omega} A^{(s)} \exp\left(2\pi i\delta\omega/\omega_s\right) \sum_{h=0}^3 w_h \exp\left(2\pi i\delta\omega d_1 h/\omega_s\right).$$
(6)

Здесь  $w_h$  — вещественные весовые коэффициенты;  $d_1$  — период отсчетов в единицах числа оборотов;  $A^{(s)} > 0$  — вещественный коэффициент усиления. Фильтр нижних частот, обеспечивающий  $\Delta \omega_H \ll \omega_{\rm RF}^{(0)}$ , в уравнении (6) для краткости опущен. Также предполагается, что ускоряющие резонаторы и продольный пикап системы обратной связи расположены на участке орбиты небольшой азимутальной протяженности  $\Delta \Theta$ . Набег фазы продольных колебаний на этом участке во внимание не принимается,  $\Omega_0 \Delta \Theta / \omega_s \ll 2\pi$ .

Коэффициенты  $w_h$  определяются исходя из **двух условий**:

(a) Звено  $H^{(s)}(\delta\omega)$  является полосно-заграждающим фильтром, АЧХ которого имеет нуль первого порядка для постоянной составляющей сигнала,

$$H^{(s)}(0) = 0, (7)$$

и нули второго порядка на прочих гармониках частоты обращения  $k \neq 0$ ,

$$H^{(s)}(k\omega_s) = 0, \quad \frac{dH^{(s)}}{d\omega}(k\omega_s) = 0.$$
(8)

Выполнение первого из условий (8) принципиально необходимо в условиях УНК, где из-за неравномерного заполнения орбиты сгустками присутствуют сильные сигналы на частотах  $k\omega_s \neq 0$  от стационарного распределения пучка (так называемые линии неодинаковых сгустков). При  $H^{(s)}(k\omega_s) \neq 0$  они могут ввести в насыщение электронику цепи ОС. Второе из условий (8) улучшит ситуацию с подавлением сигнала помехи на частотах  $k\omega_s \neq 0$ .

(б) Звено  $H^{(s)}(\delta\omega)$  обеспечивает заданный сдвиг фазы сигнала на боковых линиях дипольных колебаний, равный v,

$$H^{(s)}(k\omega_s + \Omega_0) = \frac{\Omega_0}{k\omega_s + \Omega_0} A^{(s)} \exp(-i\upsilon).$$
(9)

В частности, на боковой линии центральной гармоники k = 0 имеем  $H^{(s)}(\Omega_0) = A^{(s)} \exp(-iv)$ , откуда становится ясным физический смысл коэффициента усиления  $A^{(s)}$  — от амплитуды квадратурной составляющей тока пучка после пикапа и демодулятора произведения к амплитуде эквивалентного квадратурного тока возбуждения ускоряющего резонатора, пересчитанного к его зазору.

При настройке фазо-частотного контура требуется  $v = \pi/2$ . Этим достигается наибольшее активное демпфирование моды (n, m) = (0, 1), имеющей вид колебаний центра тяжести всего пучка в целом. Действие фазо-частотной ОС на эту моду можно интерпретировать как внесение дополнительного эффективного импеданса неустойчивости (в обозначениях работы [3])

$$\mu_{01}^{(fb)}(\Omega) \simeq i \, \sin \varphi_s \, N_{\rm AC} \, |T(q\omega_s)| \, \left| G_q^{\rm (AC)} G_{-q}^{\rm (PU)} \right| \, H^{(s)}(\Omega)/q, \tag{10}$$

где  $|G_{-q}^{(\text{PU})}| = 1$  для узкого пикапа (5). В силу  $\Omega_0 \ll \omega_T/Q_T$  зависимость от частоты  $\Omega$  в широкополосных передаточных функциях  $T(\omega)$ ,  $SW'(\omega)$  и  $K(\omega)$  при их аргументе  $\omega = \pm q\omega_s + \Omega$  здесь не учитывается.

Разрешив уравнения (7), (8) и (9) относительно  $w_h$ , получим

$$w_0 = a/2 + b/2,$$
 (11)

$$w_1 = -a/2 - 3b/2, \tag{12}$$

$$w_2 = -a/2 + 3b/2, (13)$$

$$w_3 = a/2 - b/2, (14)$$

где

$$a = \frac{\cos\varphi}{\cos(3\delta\varphi_1/2) - \cos(\delta\varphi_1/2)},\tag{15}$$

$$b = \frac{\sin\varphi}{\sin(3\delta\varphi_1/2) - 3\sin(\delta\varphi_1/2)},\tag{16}$$

$$\varphi = \upsilon + \pi/2 + \delta\varphi_0 + 3\delta\varphi_1/2, \quad \delta\varphi_0 = 2\pi\Omega_0/\omega_s, \quad \delta\varphi_1 = 2\pi\Omega_0 d_1/\omega_s. \tag{17}$$

Выбор периода отсчетов  $d_1$  и коэффициента усиления  $A^{(s)}$  обсуждается позже.

Ξ<sup>σ</sup>Φ<sup>1.2</sup>

# Подавление моды (n,m) = (0,1)

Это главная мода колебаний, которой противостоит фазо-частотный контур: он должен обеспечить быстрое демпфирование колебаний центра тяжести пучка с декрементом  $\text{Im}\Omega \sim -\Omega_0$ . Короткое время демпфирования означает, что некогерентный разброс частот синхротронных колебаний в сгустке не успевает "срабатывать". Поэтому можно использовать упрощенную передаточную функцию пучка в виде суммы колебательных звеньев второго порядка ([3].12),

$$Y_{qq}(\Omega) \simeq iq^2 \sum_{m=1}^{\infty} m^2 \Phi_{qq}^{(m)} / \left(\Omega^2 - (m\Omega_0)^2\right),$$
(18)





где  $\Phi_{qq}^{(m)}$  обозначает формфактор сгустка ([3].13),

$$\Phi_{qq}^{(m)} = 2\Omega_0 \int_0^\infty \left(-\partial F_0(\mathcal{J})/\partial \mathcal{J}\right) \left|I_{mq}(\mathcal{J})/q\right|^2 \, d\mathcal{J},\tag{19}$$

 $\Phi_{qq}^{(m)} \to \delta_{|m|,1}$  при  $q \Delta \vartheta_0 \to 0$ . График формфактора дипольной моды  $\Phi_{qq}^{(1)}$  показан на рис. 3. Для сгустка размера  $q \Delta \vartheta_0 / \pi = 0,54$  и распределения ([3].44) имеем  $\Phi_{qq}^{(1)} = 0,646$ .

Подставив слагаемое m = 1 из ряда (18) и вносимый импеданс (10) в формулу ([3].15), получим характеристическое уравнение: для моды (n, m) = (0, 1)

$$(\Omega/\Omega_0)^2 = 1 + i \, K \Phi_{qq}^{(1)} \, (\Omega_0/\Omega) \, \sum_{h=0}^3 w_h \, \mathrm{e}^{2\pi i \Omega (d_1 h + 1)/\omega_s}.$$
(20)

Через К обозначена величина

$$K = J_0 N_{\rm AC} |T(q\omega_s)| \left| G_q^{\rm (AC)} G_{-q}^{\rm (PU)} \right| A^{(s)} / V_0, \qquad (21)$$

имеющая физический смысл коэффициента усиления в канале "фазовая оппибка центра тяжести пучка — коррекция фазы ускоряющего поля" на синхротронной частоте. Произведение  $K\Phi_{qq}^{(1)}$  является коэффициентом усиления вдоль всего контура ОС. Если в измерительной цепи используется фазовый детектор, то исходной технической характеристикой фазо-частотного контура, задаваемой извне, является величина K. Тогда ее представление в виде произведения (21) оказывается ненужным. Если же используется квадратурный детектор, то извне контролируется уже коэффициент усиления  $A^{(s)}$ , определяющий фактор K согласно представлению (21).

Условия (7), (9) при  $v = \pi/2$ , в основном, определяют поведение главной ветви собственных мод колебаний системы, переходящей при  $K \to 0$  в свободные колебания сгустка. В первом приближении этой моде соответствует характеристическое уравнение простого осциллятора с затуханием

$$(\Omega/\Omega_0)^2 = 1 - i \, K \Phi_{qq}^{(1)} \, (\Omega/\Omega_0) \,. \tag{22}$$

Разумеется, уравнение (20) трансцендентно, и в интересующей нас области больших коэффициентов усиления и  $\text{Im}\Omega \sim -\Omega_0$  оно не сводимо в точности к (22). Вполне могут проявиться и даже доминировать иные (паразитные) моды колебаний, что чревато самовозбуждением системы. Поэтому далее проводится численный поиск корней (20). Однако простая модель (22) позволяет пояснить выбор рабочей точки фазо-частотной ОС. В качестве ее принята точка, являющаяся аналогом

$$\Omega_{1,2}/\Omega_0 = (\pm 1 - i)/\sqrt{2}, \qquad K\Phi_{qq}^{(1)} = \sqrt{2}$$
(23)

для осциллятора (22), где  $\Omega_{1,2}$  суть его собственные частоты. Тому есть две причины. Во-первых, дальнейшее приближение к апериодическому режиму  $(K\Phi_{qq}^{(1)} \ge 2)$  не сопровождается уменьшением длительности переходных процессов и лишь сужает динамический диапазон цепи ОС. Во-вторых, позже увидим, что благодаря выбору  $|\text{Re}\Omega_{1,2}| = -\text{Im}\Omega_{1,2}$  амплитудно-частотная зависимость передаточной функции "фаза ускоряющего поля — фаза основной радиогармоники тока пучка" при замкнутой ОС будет максимально плоской в области нижних частот  $\Omega \to 0$  (типа АЧХ фильтра Баттерворта второго порядка с частотой среза, равной  $|\Omega_{1,2}|$ ). Это означает, что отклик пучка на моде (n,m) = (0,1) полностью теряет резонансные свойства. Он оказывается максимальным для адиабатически медленных (в масштабе  $2\pi/\Omega_0$ ) фазовых воздействий.

Выбор периода отсчетов  $d_1$  — результат компромисса между двумя противоречивыми требованиями. С одной стороны, по мере увеличения  $d_1$  весовые множители  $w_h$  все меньше отличаются по абсолютной величине. Поэтому все четыре отсчета фазы, суммируемые в КИХ фильтре (6), оказываются примерно равнозначимыми. Это позволяет уменьшить роль технических погрешностей при измерении фазы пучка, и более надежно установить параметры относительно медленного синхротронного движения ( $\Omega_0 \ll \omega_s$ ).

С другой стороны, увеличение временно́й задержки  $d_1$  усиливает роль паразитных мод колебаний в (20). В результате уменьшается запас устойчиво-



Рис. 4. Частотная характеристика квадратурного канала.

сти по самовозбуждению системы в замкнутом состоянии.

Для УНК-1 выберем  $d_1$  равным 6 оборотам (это примерно 1/25 периода синхротронных колебаний). Соответствующие весовые коэффициенты есть  $w_0 = 33,3$ ;  $w_1 = -85,2$ ;  $w_2 = 70,5$  и  $w_3 = -18,6$ . На рис. 4 показана частотная характеристика квадратурного канала (6) при выбранной задержке и весах суммирования КИХ фильтра. Видно, что условия (7) и (9) выполнены, а  $H^{(s)}(\delta\omega)$  локально ведет себя как идеальное дифференциирующее звено

$$H^{(s)}(\delta\omega) \simeq -i A^{(s)} \delta\omega/\Omega_0, \qquad |\delta\omega| \lesssim 3\Omega_0.$$



Рис.5. Корни характеристического уравнения.

На рис. 5 показан фрагмент карты нулей характеристического уравнения (20) для указанного выбора задержки и весовых коэффициентов. Все нули либо чисто мнимы либо образуют сопряженные пары  $\Omega_1 = -\Omega_2^*$ . Вместо (23) получаем рабочую точку (для главной ветви собственных частот)

$$\Omega_{1,2}/\Omega_0 \simeq (\pm 1 - i) \cdot 0.64, \qquad K\Phi_{qq}^{(1)} \simeq 1.53.$$
 (24)

Ей соответствует коэффициент усиления  $A^{(s)} = 1,68$ . Граница самовозбуждения достигается при  $K\Phi_{qq}^{(1)} \simeq 3,44$ . Запас устойчивости по амплитуде составляет 2,25. Это соответствует общепринятым рекомендациям.

## **Подавление мод** $(n, m) \neq (0, 1)$

По принципу своей работы фазо-частотный контур не оказывает воздействия на моды колебаний пучка с четными *m*.

Его влияние на несинфазные дипольные моды m = 1 и  $n \neq 0$  сильно ослаблено интегратором в цепи ОС. Из-за этого вносимое извне демпфирование начинает конкурировать с затуханием Ландау в сгустках. Поэтому теперь при расчетах приходится использовать общую передаточную функцию пучка  $Y_{qq}(\Omega)$  в виде ([3].9), ([3].11) и прибегать к методу пороговых диаграмм.



Рис. 6. Подавление высших мод *n* дипольных колебаний.

На рис. 6 приведена диаграмма устойчивости для m = 1 и  $n \neq 0$ . Буквой А отмечена пороговая кривая образ прямой  $\Omega = \Omega_1 + i0$  при отображении  $(-CJ_0Y_{aq}(\Omega))^{-1}$ . Область устойчивых параметров находится слева от нее. Маркерами обозначены значения эффективных импедансов неустойчивости  $\mu_{n1}^{(fb)}(\Omega_0)$ , соответствующих коэффициентам усиления вдали от выбранной рабочей точки (24):  $K\Phi^{(1)}_{qq} = 1,53 \times 5$ и  $A^{(s)} = 1.68 \times 5$ . Таким образом, имеется 5-кратный запас устойчивости по амплитуде. Наиболее близка к порогу самовозбуждения мода n = -1. Точка (10), представляющая синфазную моду n = 0, находится далеко слева на абсциссе примерно -480 × 5 Ом. Для этой моды метод пороговых диаграмм неприменим.

На практике сколько нибудь заметную опасность, помимо дипольных, могут представлять только секступольные возмущения m = 3. Влияние фазо-частотного контура на эти моды при всех n, включая n = 0, сильно ослаблено малой величиной формфактора взаимодействия  $\Phi_{qq}^{(3)} \ll 1$ . Это также позволяет использовать метод

пороговых диаграмм. Расчеты показывают, что синфазная мода (n,m) = (0,3)испытывает корректирующее воздействие с активной компонентой, а представляющая ее точка  $\mu_{03}^{(fb)}(3\Omega_0)$  находится в левой полуплоскости диаграммы устойчивости, вплоть до задержек с шагом  $d_1 = 15$  (1/10 периода синхротронных колебаний). По совсем другим соображениям в УНК-1 выбрано  $d_1 = 6$ , что сразу обеспечивает приемлемое подавление моды (n,m) = (0,3). Пороговые диаграммы — аналоги диаграмм на рис.6 для секступольных колебаний показывают, что их высшие азимутальные моды  $n \neq 0$  имеют более чем 60-кратный запас устойчивости по амплитуде.

#### Передаточная функция пучка

Замыкание фазо-частотного контура влияет на структуру полюсов и вид передаточной функции пучка в окрестности радиочастоты. Поэтому изменяется когерентный отклик пучка на задаваемые извне возмущения радиочастоты и ведущего магнитного поля и их влияние на качество пучка. В результате можно ослабить допуски на такие внешние воздействия.

Рассмотрим синфазную азимутальную моду n = 0, частоты которой наблюдаются как боковые полосы радиочастоты  $\omega = \pm \omega_{\rm RF}^{(0)} + \Omega$ . Передаточная функция "фазовая ошибка ускоряющего поля  $\Delta \varphi(t) = \int^t \Delta \omega_{\rm RF}(t') dt'$  — сдвиг фазы основной радиогармоники тока пучка" при замкнутом фазо-частотном контуре имеет вид

$$Y(\Omega) \simeq i \frac{\Omega_0^2}{q^2} \times \frac{\sum_{m=-\infty}^{\infty'} Y_{qq}^{(m)}(\Omega)}{1 + C J_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty'} \mu_{0m}^{(fb)}(\Omega) Y_{qq}^{(m)}(\Omega)}, \qquad \text{Im}\Omega = +0.$$
(25)

Она равна 1 при  $\Omega = 0$  и  $q\Delta \vartheta_0 \rightarrow 0$ . В этой формуле  $\sum'$  обозначает ряд по нечетным m, а  $Y_{qq}^{(m)}(\Omega)$  есть отдельное мультипольное слагаемое ряда ([3].9):  $Y_{kk'}(\Omega) =$  $\sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_{kk'}^{(m)}(\Omega)$ . Множитель C задан уравнением ([3].8), а эффективный импеданс неустойчивости  $\mu_{nm}^{(fb)}(\Omega)$  — уравнениями ([3].16) и ([3].17). Сдвиг фазы основной радиогармоники тока пучка определен как  $\Delta \langle \sin q \vartheta \rangle (t)$ , где скобки  $\langle \ldots \rangle$  означают усреднение по сгустку. Именно эта величина измеряется квадратурным детектором на входе цепи ОС.

График функции  $|Y(\Omega)|$  показан на рис. 7. Это четная функция частоты  $\Omega$ . Совпадение Y(0) для K = 0 и  $K \neq 0$  является следствием динамического характера цепи ОС, заданной условиями (7), (8).



Рис. 7. Передаточная функция пучка.

Она реагирует только на зависящие от времени фазовые опшбки. Максимально плоский вид  $|Y(\Omega)|$  в области нижних частот  $\Omega \to 0$  при включенной ОС явлется результатом выбора рабочей точки (24) с доминирующими собственными частотами — полюсами  $Y(\Omega)$ , удовлетворяющими условию  $|\text{Re}\Omega_{1,2}| = -\text{Im}\Omega_{1,2}$ .

На оси абсцисс рис. 7 отмечена область некогерентного разброса частот (первая и третья гармоники). На этих частотах сгусток возбуждается резонансным образом (мультипольные моды m = 1, 3). Включение ОС уменьшает амплитуду когерентного отклика пучка на внешние фазовые возмущения  $\Delta \varphi$  на первой гармонике синхротронной частоты примерно в 30 раз. Для оценки величины этого фактора (подавления возмущений) можно использовать выражение

$$1 + \pi \frac{K\Phi_{qq}^{(1)}}{\Delta\Omega_s/\Omega_0},\tag{26}$$

где  $\Delta\Omega_s$  есть разброс синхротронных частот в сгустке ([3].45). Это максимум абсолютной величины знаменателя (25) для  $\Omega \lesssim \Omega_0$ .

В целом же, рис. 7 указывает на возможность ослабления допусков на амплитуду фазовых (частотных) возмущений  $\Delta \varphi(\Omega) = i \Delta \omega_{\rm RF}(\Omega) / \Omega$ , достигаемую за счет применения фазо-частотной ОС по пучку. В равной степени это относится и к допускам на пульсации  $\Delta B$  ведущего магнитного поля  $B_0$ . Они могут быть пересчитаны к эквивалентному возмущению радиочастоты согласно [4]

$$\Delta\omega_{\rm RF}/\omega_{\rm RF}^{(0)} = -\alpha\,\Delta B/B_0,\tag{27}$$

где  $\alpha$  есть коэффициент расширения орбит.

Автор благодарит О.П. Лебедева (ОКУ) за полезные обсуждения технических сторон проблемы.

# Список литературы

- [1] Ускорительно-накопительный комплекс на энергию 3000 ГэВ (Физическое обоснование): Препринт ИФВЭ 93–27. Протвино, 1993.
- [2] Иванов С.В. Система обратной связи для стабилизации ускоряющего поля в УНК: Препринт ИФВЭ 94–43. Протвино, 1994.
- [3] Иванов С.В., Маловицкий А.Ю. Система продольной обратной связи по пучку в УНК: Препринт ИФВЭ 96–7. Протвино, 1996.
- [4] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. *Теория циклических ускорителей.* М.: Физматгиз, 1962.

Рукопись поступила 18 мая 1998 г.

С.В. Иванов. Фазо-частотный контур УНК.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы ІАТ<sub>Е</sub>Х. Редактор Н.В.Ежела. Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 18.05.98. Формат 60 × 84/8. Офсетная печать. Печ.л. 1,5. Уч.-изд.л. 1,15. Тираж 150. Заказ 201. Индекс 3649. ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий 142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

 $\Pi P Е \Pi P И Н Т 98–31, И Ф В Э, 1998$