



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 98-44  
ОЭФ

М.Ю. Боголюбский

*Институт физики высоких энергий, Протвино*

И.В. Богуславский

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна*

А.В. Кубаровский, Л.А. Тихонова

*Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва*

**СТАТИСТИКА  
РЕДКИХ МНОГОКАНАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ  
И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОГО СЕЧЕНИЯ ОЧАРОВАНИЯ  
В ЭКСПЕРИМЕНТЕ E-161**

Направлено в ПТЭ

Протвино 1998

### Аннотация

Боголюбский М.Ю. и др. Статистика редких многоканальных процессов и определение полного сечения очарования в эксперименте E-161: Препринт ИФВЭ 98-44. – Протвино, 1998. – 17 с., 2 рис., 3 табл., библиогр.: 26.

В работе проанализирована статистика редких многоканальных процессов и получены соответствующие формулы, позволяющие определять полное сечение реакции, погрешность результата и степень его достоверности. Эти формулы применены в методе определения полного сечения рождения очарованных частиц в  $pp$ -взаимодействиях при 70 ГэВ/с в эксперименте E-161 на гибридной установке СВД, включающей прецизионный вершинный детектор в виде водородной быстроциклирующей пузырьковой камеры (БЦПК) и широкоапертурный магнитный спектрометр. Методом Монте-Карло с помощью программ PYTHIA и GEANT3 для принятых критериев отбора найдены эффективности регистрации различных топологических каналов от распадов очарованных частиц и получены результаты по оценке сечения в виде пропорциональном количеству зарегистрированных событий.

### Abstract

Bogolyubsky M.Yu. et al. Statistics of Rare Multichannel Processes and the Determination of the Total Charm Cross Section in the Experiment E-161: IHEP Preprint 98-44. – Protvino, 1998. – p. 17, figs. 2, tables 3, refs.: 26.

In this work statistics of rare multichannel processes is analysed and the proper formulae are obtained which allow to determine reaction total cross section, estimation error of the result and its confidence level. These formulae were used in the method to determine of the charm total cross section on the hybrid set-up SVD including precise vertex detector made as hydrogen Rapid Cycled Bubble Chamber (RCBC) and High-Aperture Magnet Spectrometer. The registration efficiencies of different topological charm decay channels for the accepted selection criteria have been found by the Monte-Carlo simulation with the help of programs PYTHIA and GEANT3. The results on cross section estimation have been obtained in the form proportional to the number of registered events.

## Введение

В современных экспериментах часто требуется измерение полного сечения процесса, который, в свою очередь, разделяется на ряд регистрируемых каналов. К таким задачам относится определение полного сечения рождения очарованных частиц в эксперименте E-161 в  $pp$ -взаимодействиях при 70 ГэВ/с, выполняемом на Серпуховском ускорителе сотрудничеством ИФВЭ (Протвино) — ОИЯИ (Дубна) — НИИЯФ МГУ (Москва) — НИИЯФ ТГУ (Тбилиси). Данный эксперимент состоит из двух частей, описания которых даны соответственно в работах [1] и [2]. Первая часть эксперимента характеризуется применением быстроциклирующей пузырьковой камеры (БЦПК) [3] как вершинного детектора, во второй части планируется использование для этой цели активной мишени на кремниевых и арсенид-галиевых полупроводниковых счетчиках.

Дополнительная трудность определения сечения состоит в том, что количество зарегистрированных событий может быть очень мало или даже равняться нулю. В этом случае остро встают вопросы о получении верхней границы сечения при заданном уровне достоверности, оценки величины сечения и нахождении соответствующего доверительного интервала. Вместе с тем в классических руководствах по статистике для физиков (см., например, работы [4] или [5]) проблемы обработки результатов наблюдений многоканальных процессов не затрагиваются. Отсутствуют соответствующие рекомендации и в изданиях Data Particle Group [6].

Похожие задачи возникают на LEP при поисках бозона Хиггса, который должен, как следует из теории, появляться при распаде  $Z$ -бозона по следующим каналам с лептонным сопровождением:  $Z \rightarrow Hl\bar{l}$ , где  $l = \nu, e^-, \mu^-, \tau$ . Имеющиеся здесь проблемы статистического анализа подвергнуты тщательному изучению в ряде работ (см. работы [7]-[9]), которые учитывают как фон (его примесь весьма существенна в экспериментах по поиску Хиггса), так и то, что масса Хиггса заранее неизвестна, а также допускают совместную многовариантную обработку одних и тех же данных [10] для достижения максимальной чувствительности эксперимента.

Нашей целью является разработка метода оценки полного сечения рождения очарования в эксперименте E-161. Предварительный анализ указанной задачи для части 1 эксперимента представлен в работе [11]. В данной работе приводится более полное изучение этой проблемы. Численные представленные результаты (если особо не оговорено обратное) получены методом Монте-Карло с розыгрышем  $pp$ -взаимодействий при 70 ГэВ/с по программе RUTHIA [12] описанием установки и трассировки через нее частиц по программе GEANT3 [13].

Часть 1 указанного эксперимента нацелена на поиск распадов очарованных частиц с помощью гибридной установки СВД (спектрометр с вершинным детектором). Его характерной особенностью является то, что выделение ряда каналов рождения и распада очарования возможно при практически нулевом уровне фона. Статистика эксперимента сравнительно невелика, но тем не менее достаточна для оценки полного сечения образования очарования  $\sigma_c^{tot}$ , если оно превышает величину  $\sim 0,5$  мкб. В настоящее время набор статистики закончен, в результате зарегистрировано 107455 первичных взаимодействий с заряженной множественностью более двух частиц [14], в ходе обработки которых ожидается выделение единичных событий с распадом очарованных частиц. Предварительная оценка измеренного значения сечения приведена в препринте [14]  $\sigma_c^{tot} = (1,65_{-0,91}^{+1,61} \pm 0,3$  (систематич.)) мкб, окончательные результаты будут опубликованы позже после полной обработки данных.

Заметим, что рассматриваемая область энергий  $\sqrt{s} \simeq 11,5$  ГэВ является околопороговой для рождения очарования, где все еще отсутствуют надежные экспериментальные данные и однозначные теоретические предсказания о величине сечения  $\sigma_c^{tot}$ . Данные группы EXCHARM [15], работающей с нейтронным пучком со средней энергией  $\sim 50$  ГэВ, говорят о довольно сильном сигнале от распадов очарованных частиц в спектрах эффективных масс, но конкретная величина сечения пока ими не приводится. С другой стороны, эти результаты, по-видимому, не подтверждаются в Beam-Dump эксперименте при энергии 70 ГэВ, в работе [16] приведена оценка сечения  $\sigma_c^{tot} = (1,7 \pm 1,7)$  мкб/нуклон, но со 100%-й погрешностью. Затем в другой публикации [17] последней группы показано, что после вычитания вкладов всех фоновых процессов не было замечено сигнала от распадов очарованных частиц, и на 90%-м уровне достоверности получено ограничение на сечение  $\sigma_c^{tot} < 1,6$  мкб/нуклон.

А если обратиться к современным теоретическим представлениям, то сечение рождения очарования в  $pp$ -взаимодействиях при 70 ГэВ/с должно иметь порядок 1 мкб, в частности, программа RUTHIA (версия 5,702) [12] дает  $\sigma_c^{tot} \simeq 1,07$  мкб. Отметим также, что по результатам теоретических работ [18] учет так называемого “внутреннего очарования” протона может привести к дополнительному росту сечения чарма на величину, примерно равную  $0,5 - 1,5$  мкб.

Наша статья построена следующим образом: в первом разделе приведены формулы (в необходимых случаях вместе с выводом), требуемые для оценки верхней границы сечения при заданном уровне достоверности, определения величины сечения и нахождения соответствующего доверительного интервала; 2-й раздел

содержит краткое описание экспериментальной установки; в 3-м рассматриваются принятые критерии выделения распадов очарованных частиц; 4-й раздел содержит оценки полного сечения очарования в эксперименте E-161 и уровня достоверности результатов в зависимости от числа зарегистрированных событий; в заключении приведены основные выводы работы.

## 1. Оценка измеряемой величины и ее достоверность для редких многоканальных процессов

Для анализа рассматриваемого вопроса воспользуемся байесовским подходом, в соответствии с которым вводится функция распределения исследуемой (измеряемой) величины  $x$  при условии наблюдения  $n$  событий  $P(n; x)$ , с помощью которой верхний предел  $x_L$  для  $x$  (т.е.  $x < x_L$ ) при уровне достоверности CL может быть найден по формуле [19]

$$1 - CL = \int_{x_L}^{\infty} P(n; x) dx, \quad (1)$$

где предполагается, что выполнено условие нормировки

$$\int_0^{\infty} P(n; x) dx = 1. \quad (2)$$

Для пуассоновского распределения, когда

$$P(n; x) = \exp(-x) \cdot x^n / n!, \quad (3)$$

отсюда немедленно получаем, подставив (3) в формулу (1),

$$1 - CL = \exp(-x_L) \cdot \sum_{k=0}^n x_L^k / k!. \quad (4)$$

Именно эта формула рекомендуется Particle Data Group [6] для вычисления уровня достоверности оценки верхней границы исследуемой величины.

Рассмотрим теперь более сложный случай, когда исследуемый процесс разбивается на  $m > 1$  парциальных каналов, сумма которых и есть предмет изучения (эффективности выделения каналов при этом предполагаются известными). Для простоты записи далее полное сечение рождения очарования  $\sigma_c^{tot}$  обозначим  $\sigma$ . Можно показать, что ответ, по-прежнему, сводится к применению формул (1) – (4), но под  $x$  следует понимать безразмерную переменную

$$x = \sigma / \sigma(1), \quad (5)$$

где

$$\sigma(1) = (\sigma_t/N) / \sum_{i=1}^m \varepsilon_i \cdot B_i, \quad (6)$$

$$B_i = \sigma_i / \sigma \quad (7)$$

и  $N$  — суммарное число всех произошедших событий любых типов;  $\sigma_t$  — полное сечение  $pp$ -взаимодействий;  $\sigma_i$  — парциальное сечение  $i$ -го канала;  $\varepsilon_i$  и  $B_i$  — соответственно эффективность регистрации  $i$ -го канала и его относительная доля в полном сечении рождения чарма.

Для этого рассмотрим гистограмму с единичным шагом, ячейки которой соответствуют номерам бесфоновых каналов. Заполнение гистограммы подчиним следующему правилу: содержимое  $i$ -ой ячейки увеличивается на единицу при выделении этого  $i$ -го канала. Введем также дополнительную ячейку с номером  $m+1$ , куда включим все остальное, что не попало в ячейки с первой по  $m$ -ую (фон и пр.), так чтобы каждое из событий оказалось в одной из ячеек гистограммы. Результаты, полученные в разных актах взаимодействий, не зависят друг от друга, поэтому воспользуемся мультиномиальным распределением вероятности (см., например, [5]) для чисел заполнения  $n_1, n_2, \dots, n_m, n_{m+1}$  в каждой ячейке

$$\mathbf{P}(n_1, n_2, \dots, n_m, n_{m+1}) = N! \prod_{k=1}^{m+1} p_k^{n_k} / n_k!, \quad (8)$$

где

$$p_i = \varepsilon_i \cdot B_i \cdot (\sigma / \sigma_t), \quad i = 1, 2 \dots m, \quad (9)$$

но силу условия нормировки суммы вероятностей  $\sum_{i=1}^{m+1} p_i = 1$  для  $p_{m+1}$  получаем

$$p_{m+1} = 1 - \sum_{i=1}^m p_i.$$

Упростим выражение (8), используя тот факт, что для редких процессов все  $p_i \ll 1$  при  $i = 1, 2, \dots, m$ . Для этого рассмотрим сначала в формуле (8) последний множитель, соответствующий значению индекса  $k = m+1$ . Для него имеем

$$p_{m+1}^{n_{m+1}} / n_{m+1}! = (1 - \sum_{i=1}^m p_i)^{N-n} / (N-n)!,$$

где

$$n = \sum_{i=1}^m n_i. \quad (10)$$

Величина  $n$  — это полное число выделенных событий в бесфоновых каналах с 1-го по  $m$ -ый включительно. Далее воспользуемся формулой  $(1-z)^\alpha = \exp(\alpha \ln(1-z))$  и учтем, что  $z = \sum_{i=1}^m p_i \ll 1$ . Приняв во внимание только первый член разложения логарифма в ряд  $\ln(1-z) = -z + \dots$ , получим из (8)

$$\mathbf{P}(n_1, \dots, n_m, n_{m+1}) = N! / (N-n)! \cdot \exp(-N \cdot \varepsilon_B \sigma / \sigma_t) \cdot (\sigma / \sigma_t)^n \cdot \prod_{k=1}^m (\varepsilon_k B_k)^{n_k} / n_k!, \quad (11)$$

где

$$\varepsilon_B = \sum_{i=1}^m \varepsilon_i B_i. \quad (12)$$

Перейдем в (11) к переменной  $x$  в соответствии с формулами (5) и (6), тогда получим

$$\mathbf{P}(n_1, \dots, n_m, n_{m+1}) = (\varepsilon_B N)^{-n} N! / (N - n)! \cdot \exp(-x) x^n / n! \cdot n! \prod_{k=1}^m (\varepsilon_k B_k)^{n_k} / n_k!. \quad (13)$$

Последняя формула, по существу, совпадает с соответствующей формулой работы [7] с той лишь разницей, что там опущен общий множитель, стоящий перед экспонентой. Отметим, однако, что в нашем рассмотрении явно прослеживается связь переменной  $x$  с исследуемым сечением  $\sigma$ , эффективностями выделения каналов, относительными парциальными вкладами каждого канала в величину  $\sigma$ .

Наконец, найдем нормированную функцию распределения величины  $x$  по Байесу, предполагая известными константами эффективностями  $\varepsilon_k$  (программы РYTHIA и GEANT) и величины  $B_k$  (программа РYTHIA). Тогда

$$P(n; x) = C \cdot \mathbf{P}(n_1, \dots, n_m, n_{m+1}).$$

Нормировочный коэффициент  $C$  находится из условия (2), и в результате  $P(n; x)$  равняется функции Пуассона (3).

Случай, когда величины  $B_k$  заранее неизвестны, приводит к несколько более сложным формулам, что подробно рассмотрено в работе [7] с окончательным результатом в [8], учитывающим также вклад фона в выделяемые каналы.

Проанализируем полученные нами результаты. Найденная байесовская функция  $P(n; x)$  совпадает с распределением Пуассона (3) и зависит от суммарного количества выделенных событий  $n$ , где  $x$  и  $n$  определяются соответственно выражениями (5) – (6) и (10). Функция (3) имеет максимум при  $x = n$ , т.е. величина  $\sigma(1)$ , определяемая формулой (6), дает наиболее вероятную оценку сечения  $\sigma^{ms}$  при  $n = 1$ , а при произвольном  $n > 1$  она увеличивается в  $n$  раз:

$$\sigma^{ms} = n \cdot \sigma(1). \quad (14)$$

Функции  $P(n; x)$  и  $1 - CL(n; x)$  изображены на рис.1 при  $n=0, 1, 2, 3, 4$ , который может быть использован для целей быстрых графических оценок. Обозначим ограничение на сечение (в безразмерных единицах  $x$ ) с уровнем достоверности  $CL=0,9$  через  $x_L(n)$  (т.е.  $x < x_L(n)$ ). Величина  $x_L(0)$  равна

$$x_L(0) = -\ln(1 - CL) \simeq 2,30. \quad (15)$$

Для  $x_L(n)$  при  $n > 0$  нет простой формулы, их значения могут быть найдены численно и представлены в табл.1.

Таблица 1. Границы доверительного интервала  $x_1$ ,  $x_2$  и оценка верхней границы  $x_L$  (при уровне достоверности  $CL=0,9$ ) в зависимости от числа зарегистрированных событий  $n=0, 1, 2, 3, 4$  и  $n \gg 1$ .

	n=0	n=1	n=2	n=3	n=4	...	$n \gg 1$
$x_1$	-	0.71	1.37	2.08	2.84	...	$n - \sqrt{n}$
$x_2$	-	3.30	4.64	5.92	7.16	...	$n + \sqrt{n}$
$x_L$	2.30	3.89	5.32	6.68	7.99	...	$n + 1.28 \cdot \sqrt{n}$

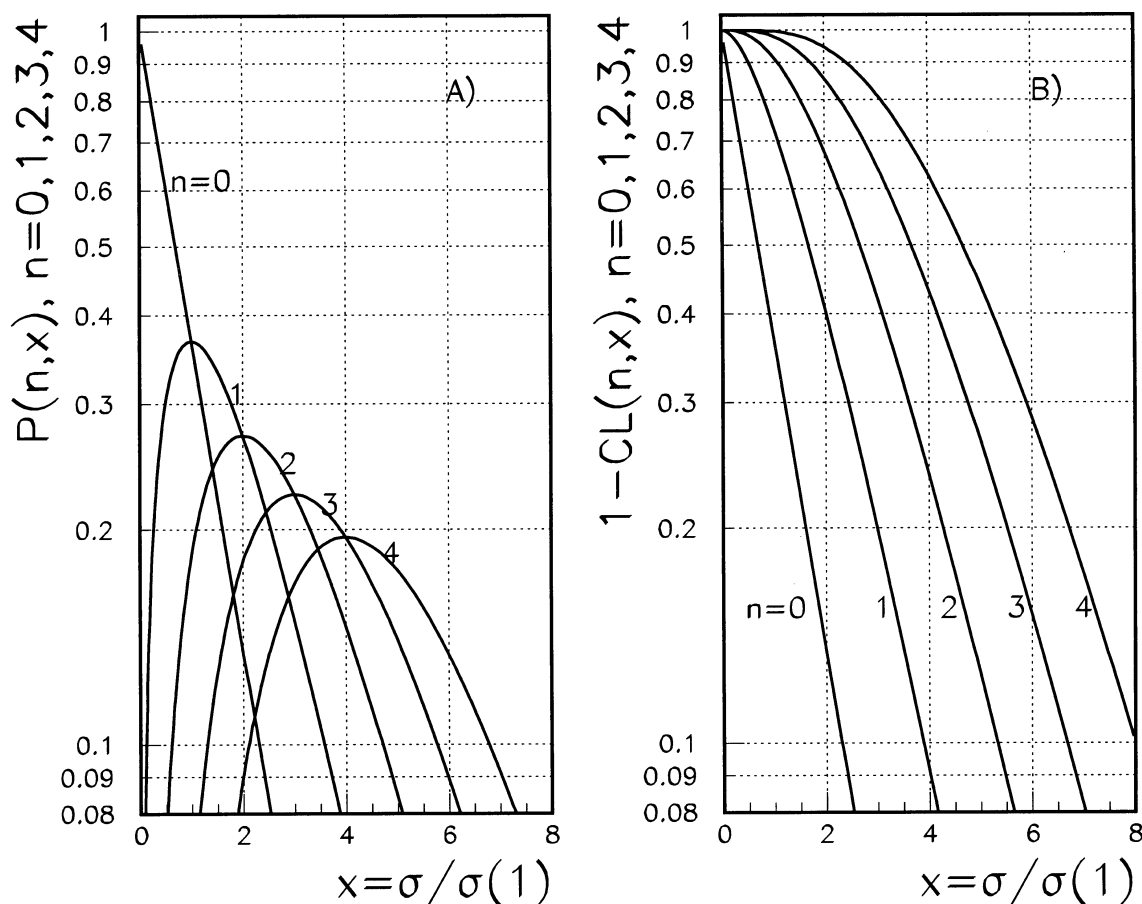


Рис. 1. Функции  $P(n; x)$  и  $1 - CL(n; x)$  при  $n=0, 1, 2, 3, 4$ .

Переход от безразмерных единиц  $x$  к физическому сечению получается умножением  $x$  на  $\sigma(1)$ , последнее определяется выражением (6). Например, ограничение на сечение с уровнем достоверности  $CL = 0,9$  при  $n$  зарегистрированных событий:

$$\sigma < \sigma_L = x_L(n) \cdot \sigma(1). \quad (16)$$



Теперь отметим, что, как следует из центральной предельной теоремы теории вероятностей (см., например, [5]), с ростом  $n$  при  $n \gg 1$  полученное нами распределение  $P(n; x)$  быстро переходит в нормальное, задаваемое функцией Гаусса

$$P(n; x) = \exp[-(x - n)^2 / (2n)] / \sqrt{2\pi n} \quad (17)$$

со средним значением и дисперсией, равными  $n$ . В этом случае ограничение сверху с уровнем достоверности  $CL=0,9$  имеет вид

$$x_L = n + 1,28 \cdot \sqrt{n}, \quad (18)$$

где коэффициент 1,28 оценен с помощью статистических таблиц из [4], в которой представлены значения интеграла от нормального распределения в зависимости от пределов интегрирования. Для  $n > 0$  наряду с верхней границей сечения (16) и оценкой сечения (14) можно получить доверительный интервал для последней. В безразмерных переменных  $x$  искомая оценка равна  $n$ , и границы интервала  $x_1$  и  $x_2$  должны включать  $n$ . Для распределения Гаусса ответ хорошо известен (см., например, [4]): с вероятностью  $\simeq 68,3\%$  отклонение от наиболее вероятного значения не превышает одного стандартного отклонения, т.е.

$$x_1 = n - \sqrt{n}, \quad (19)$$

$$x_2 = n + \sqrt{n}. \quad (20)$$

С другой стороны, такие границы  $x_1$  и  $x_2$  соответствуют ограничениям сверху, вычисленным по формуле (1), при уровнях достоверности  $CL_1 = (1 - 0,683)/2 = 0,158$  и  $CL_2 = 1 - CL_1 = 0,842$ .

Теперь для определения доверительного интервала ( $x_1, x_2$ ) при малых  $n = 1, 2, 3, 4 \dots$  нужно пользоваться пуассоновским распределением (3) и найти соответствующие границы, исходя из формулы (4), подставляя в нее вместо  $CL$  указанные значения  $CL_1$  и  $CL_2$ . Ответ находится численно и представлен в табл.1.

## 2. Экспериментальная установка

В эксперименте E-161 (часть 1) в качестве мишени и одновременно прецизионного вершинного детектора используется жидководородная быстроциклирующая пузырьковая камера (БЦПК) [3], обставленная системой из трех микростриповых кремниевых детекторов (МКД) [20], первый из которых имеет вертикальную ориентацию стрипов и расположен по ходу распространения пучка перед БЦПК, а сзади нее — два МКД с взаимно-перпендикулярной ориентацией стрипов. Камера работает с частотой 30 Гц и обеспечивает плотность пузырьков на треке 130 пуз./см при их диаметре  $d_0 = 25$  мкм. Для фотографирования событий предназначен двухобъективный быстродействующий фоторегистратор (БФР) [21], объективы которого смотрят на фотографируемый объем под стереоуглом 0,216 радиан и дают изображение

объекта в вертикальной плоскости. Коэффициент уменьшения из пространства на пленку мало отличается от единицы, глубина резкости составляет  $\approx 3$  мм.

Профиль пучка в поперечной плоскости представляет собой прямоугольник, резко вытянутый в вертикальном направлении с размерами  $2 \times 40$  мм. Регистрация на фотопленку разрешается триггером 1-го уровня на взаимодействие [20] (работающем по критерию выбывания начального протона из пучка), который дополнительно отбраковывает часть 2-лучевых событий.

Рассматриваемая гибридная установка также включает в себя широкоапертурный магнитный спектрометр (ШМС), состоящий из пропорциональных камер, установленных в магните МС-7А с размерами входного окна  $1,8 \times 1,3$  м, длиной 3 м и вертикальным направлением вектора индукции магнитного поля  $\approx 11$  кГс. Передний срез магнита находится на расстоянии 2,8 м от центра мишени, так что последняя расположена практически вне зоны действия магнитного поля. Результаты измерений пространственной карты магнитного поля представлены в работе [22].

Полная схема экспериментальной установки дана на рис.2. Выше было перечислено лишь то оборудование, которое реально использовалось для целей данной работы.

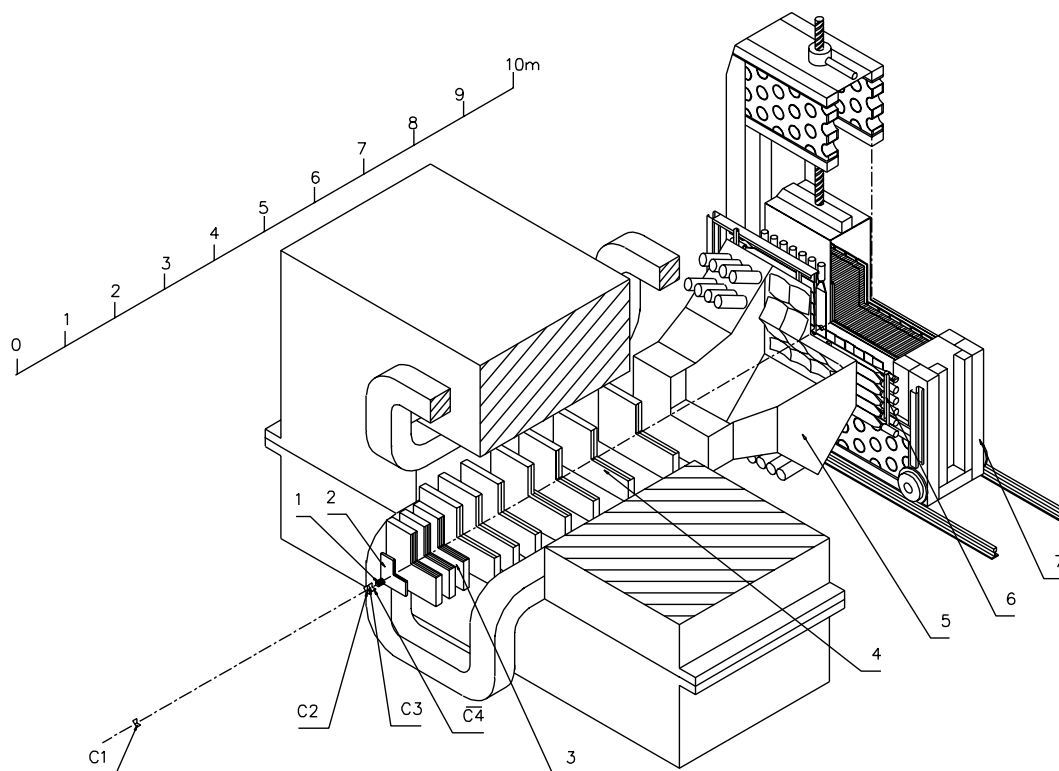


Рис. 2. Схема установки. Условные обозначения:  $C$  и  $\bar{C}$  — сцинтилляционные счетчики и антисчетчик (последний — с отверстием под пучок); 1 — вершинный детектор (БЦПК, обставленная МКД); 2 — блок микродрейфовых камер; 3 — передний блок пропорциональных камер; 4 — широкоапертурный магнитный спектрометр (ШМС); 5 — многоканальный пороговый черенковский счетчик; 6 — сцинтилляционный годоскоп; 7 — ливневый детектор гамма-квантов. Размеры указаны в метрах.

### 3. Выделение распадов очарованных частиц

Выделение распадов очарованных частиц в эксперименте E-161 производится на стадии просмотра пленок с БЦПК с осуществлением в необходимых случаях измерений с последующей геометрической реконструкцией (программа GEOSVD [23]) и сшивкой этих данных с результатами магнитного спектрометра. Подробно методика обработки фильмовой информации приведена в работе [24].

Каждая первичная вершина определяет вокруг себя на плоскости фильма так называемый charm-box (в центре которого она находится), представляющий собой вытянутый вдоль пучка прямоугольник с размерами  $L_{max} \times 2L_{max}$ , в пределах которого ищутся вершины вторичной активности. С учетом малого времени жизни очарованных частиц ( $c\tau = 318; 126$  и  $57$  мкм соответственно для  $D^{\pm-}, D^0/\bar{D}^0$ -мезонов и  $\Lambda_c^+$ -барионов) было взято значение  $L_{max} = 5$  мм. Этот выбор приводит к тому, что charm-box, с одной стороны, является достаточно большим, чтобы подавляющая часть очарованных частиц успевала в нем распасться, а с другой стороны, — достаточно малым, чтобы странные частицы вылетали за его пределы. В работе [11] проведено подробное моделирование процедур поиска распадов, определены эффективности применяемых критериев и оценен фон, возникающий, главным образом, от распадов странных частиц, а также в небольшой степени от наложения на вторичные треки “вилки” от 2-частичных распадов  $K_s^0$ -мезонов и  $\Lambda^0$ -барионов.

Поиск распадов очарованных частиц на снимках БЦПК сводится к отбору находящихся в charm-box и лежащих на расстояниях  $L > L_{min} = 200$  мкм от первичного взаимодействия вторичных вершин с топологией C1 (излом), V2 (вилка), C3 и V4 при распаде соответственно на 1, 2, 3 и 4 заряженных трека (нейтральные распады V0 являются полностью нерегистрируемыми, а распады C1 регистрируются только в том случае, если угол излома трека превышает  $1^\circ$  [11]). В ближней зоне на расстояниях  $L < L_{min} = 200$  мкм эффективность обнаружения распадов падает, так как они начинают сливаться с первичной вершиной.

В этой области для выделения очарования привлекается информация о промахе (в плоскости пленки) вторичных треков относительно первичного взаимодействия. В среднем по величине промах равняется  $\sim c\tau$ , где  $c$  — скорость света и  $\tau$  — время жизни распадающейся частицы, и практически не зависит от импульса последней. Численная величина промаха определялась после измерений координат вершин и вторичных треков на проекторах ПУОС-4, обладающих 60-кратным увеличением. Трек аппроксимировался методом наименьших квадратов (МНК) прямой линией или параболой, с применением процедур отбрасывания плохо измеренных точек, отклонение которых от аппроксимирующей кривой превышало 3,5 стандартных отклонения для распределения невязок. Положение точки первичного взаимодействия также уточнялось МНК с наложением условий, что вторичные треки, не имеющие изломов, выходят из точки первичного взаимодействия.

Как показано в работе [11], погрешность вычисления промаха в плоскости пленки при равномерном распределении измеренных точек по длине трека определяется следующей формулой:

$$\sigma_a = d_0/\sqrt{3N}, \quad (21)$$

где  $d_0$  — диаметр пузырька,  $N$  — количество измеренных на треке точек. Отсюда для  $N = 20$  находим следующую численную оценку  $\sigma_a(N = 20) = 3,2$  мкм. На начальной стадии обработки данных величина  $\sigma_a$  оказалась, примерно, в два раза больше [24], что было вызвано нестабильностью температурного режима прибора в ходе измерений. После введения ряда улучшений в конструкцию проекторов ПУОС-4 точность определения промаха была доведена до теоретически ожидаемого значения [14].

Распадная вершина может быть эффективно выделена и в ближней зоне на расстояниях  $L < L_{min}$ , но при дополнительном требовании достаточно больших промахов распадных треков, превышающих порог  $3,5 \cdot \sigma_a \simeq 11$  мкм. Информация о промахе также используется при выделении СЗ-распадов, где для устранения небольшого вклада указанного выше фона от наложения треков, требуется, чтобы минимальный промах трех распадных треков превышал 5 мкм.

В результате монте-карловских расчетов [11] с моделированием  $pp$ -взаимодействий по программе РУТНІА было найдено, что после наложения указанных выше критериев, выделенные распадные топологии V4 являются полностью бесфоновыми. В топологии же СЗ присутствует заметный фон на уровне  $\sim 40\%$  от распадов  $K^\pm$ -мезонов. Вместе с тем, если учесть парный характер рождения очарованных частиц и потребовать выделения в charm-box второй вершины X произвольной топологии, то отобранные двухвершинные конфигурации СЗХ также практически не содержат фона.

В обнаруженных на просмотре в charm-box распадах с топологией V2 содержится огромный фон от  $K_s^0$ -мезонов и  $\Lambda^0$ -барионов, который превышает ожидаемый эффект от чарма в  $\sim 200$  раз. Еще хуже обстоит ситуация для вершин вторичной активности с топологией С1, где фон превышает эффект в  $\sim 600$  раз.

Чистое выделение очарованных частиц в распадных топологиях V2 и С1 может быть сделано, если только совместно с просмотровой и измерительной информацией использовать данные с магнитного спектрометра для определения импульсов и эффективных масс. Аналогичное справедливо и для топологических конфигураций СЗ $\bar{X}$ , где  $\bar{X}$  означает, что вторая вершина не была выделена в charm-box. При этом совсем не обязательно восстанавливать в спектрометре все треки от распада, а достаточно найти хотя бы один трек, поперечный импульс которого относительно направления вылета распадающейся частицы превышает параметр обрезания 0,25 ГэВ/с [11]. Магнитный спектрометр вполне обладает необходимым для этих целей высоким разрешением в спектрах эффективных масс, которое по результатам моделирования методом Монте-Карло равняется на уровне одного стандартного отклонения  $\sim 8$  МэВ [25] в районе масс очарованных частиц, т.е. в районе  $\sim 2$  ГэВ. А как показывает обработка экспериментально зарегистрированных событий (оригинальная программа TRAF [26] распознавания и реконструкции треков в магнитном спектрометре), в области масс странных частиц, т.е. от  $\sim 0,5$  до  $\sim 1,3$  ГэВ, разрешение еще выше [14], [26].

## 4. Определение полного сечения образования очарования

При определении полного сечения образования очарованных частиц рассмотрим его в виде суммы сечений топологических каналов  $X_i Y_j$  (при  $i \leq j$ ), где  $i, j = 0, 1, 2, 3, 4$  показывают заряженную множественность распада, а под  $X$  и  $Y$  подразумеваются символы  $V$  и  $C$  для распадов соответственно на четное и нечетное количество заряженных частиц. Всего таких каналов пятнадцать, и они перечислены в табл.2.

Представим полную эффективность выделения  $i$ -го топологического канала  $\varepsilon_i$  в виде суммы трех слагаемых:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i(12) + \varepsilon_i(1) + \varepsilon_i(2) , \quad (22)$$

где первое слагаемое дает вклад от событий с двумя выделенными вершинами, второе — с выделенной только первой вершиной и третье — только со второй вершиной (в каждом канале вершины упорядочены по возрастанию множественности распада). Для симметричных распадных состояний ( $V0V0$ ,  $C1C1$ ,  $V2V2$ ,  $C3C3$ ,  $V4V4$ ) ограничимся двумя слагаемыми (положим третье слагаемое формально равным нулю). Каждое слагаемое в (22) соответствует наблюдаемой в *charm*-box топологической конфигурации событий вида  $XY$ ,  $X\bar{Y}$  и  $\bar{X}Y$ , где  $X$  означает выделенную вершину, а  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  — не выделенную. Такое представление (22) допустимо, так как мы интересуемся полным сечением рождения чарма, и соответствующая байесовская функция распределения (3) зависит только от полного числа выделенных событий  $n$ .

Каждое слагаемое в (22), в свою очередь, состоит из произведения следующих факторов:

$$\varepsilon_i(j) = \varepsilon(j; scan) \cdot \varepsilon_i(j; test) , \quad j = 1, 2, 12, \quad (23)$$

дающих соответственно просмотрную эффективность обнаружения вершин и эффективность выделения вторичной активности по указанным в предыдущем разделе критериям.

Сравнение результатов двух независимых просмотров дает для эффективности регистрации одной вершины

$$\varepsilon(1; scan) = \varepsilon(2; scan) = 0,97 \quad (24)$$

и соответствующую величину для двухвершинной конфигурации

$$\varepsilon(12; scan) = 0,97^2 = 0,9409. \quad (25)$$

В данном анализе (в отличие от первоначального рассмотрения в работе [11]) мы включили в величины  $\varepsilon_i(j; test)$  также влияние конечной эффективности триггера. Как показано в работе [24], последняя в среднем равняется  $\sim 0,9$  и зависит в основном от полной заряженной множественности события  $M$ . Для  $M \geq 10$  эффективность триггера равна практически единице, затем при последовательном

уменьшении  $M$  до 8, 6 и 4 падает соответственно до  $\sim 95$ ; 83 и 68%. Формально эффективность триггера нужно положить равной нулю для  $M = 2$ , так как пропущенные триггером 2-лучевые взаимодействия браковались на просмотре (2-лучевые события в пузырьковой камере без магнитного поля могут быть симулированы не взаимодействующими частицами с  $\delta$ -электронами).

Обозначим через  $X$  и  $\bar{X}$  выделенную и невыделенную в пределах charm-box вершины произвольной топологии. Тогда конечные состояния  $V4X$ ,  $C3X$  и  $V4\bar{X}$  хорошо отсеиваются от фона уже по просмотровым данным, и приведенные факторы полностью определяют соответствующие слагаемые эффективности.

Для других конечных состояний  $C1C1$ ,  $C1V2$ ,  $V2V2$  и  $C1\bar{X}$ ,  $V2\bar{X}$ ,  $C3\bar{X}$  выделение возможно только при дополнительном использовании данных с магнитного спектрометра для измерения импульсов частиц и проведения кинематического анализа. Отметим, что импульс считается измеренным, если относительная ошибка в его определении  $\Delta p/p < 25\%$ . В этом случае соответствующие слагаемые, в сумме дающие искомую эффективность, получают дополнительные множители, так что каждое из трех слагаемых в формуле (22) приобретает вид

$$\varepsilon_i(j) = P_H \cdot p(j) \cdot \varepsilon(j; scan) \cdot \varepsilon_i(j; test) , \quad j = 1, 2, 12. \quad (26)$$

Перечислим дополнительные введенные факторы.  $P_H$  — коэффициент, учитывающий, что в силу разных причин (сбои при передаче данных, отсутствие тока в обмотках магнита, ложный триггер и т.п.) только часть анализируемой статистики имеет спектрометрическую информацию. Этот коэффициент равен  $P_H = 0,8 \cdot 0,6 = 0,48$  (0,8 — за счет отсутствия тока в магните; 0,6 — за счет ложных триггеров). Множители  $p(j)$ ,  $j = 1; 2; 12$  принимают во внимание вероятность выделения соответствующих состояний в магнитном спектрометре. В свою очередь,

$$p(j) = p_g \cdot a(j) , \quad j = 1, 2, \quad (27)$$

где  $p_g = 0,9$  — эффективность программы геометрической реконструкции;  $a(j)$  — акцептанс магнитного спектрометра. При определении величины  $p(12)$  учтем, что для измерения полного сечения очарования достаточно выделить в магнитном спектрометре хотя бы одну вершину, поэтому

$$p(12) = p(1) + p(2) - p(1) \cdot p(2). \quad (28)$$

Еще на стадии проектирования эксперимента [1], а также в недавней работе [25], было показано, что ввиду использования в установке широкоапертурного магнита акцептансы  $a(1)$  и  $a(2)$  довольно велики и составляют  $\sim 40\%$  при требовании реконструкции всех распадных треков. Однако для выделения чарма последнее требование является избыточным, достаточно убедиться, что хотя бы один трек имеет достаточно большой поперечный импульс относительно оси вылета распадающейся частицы (более 0,25 ГэВ/с [11]). Поэтому нам важна величина одотрекового акцептанса, которая будет выше, и как показано в работе [25], при моделировании

с помощью программ PYTHIA и GEANT3, составляет 0,63; 0,81 и 0,92 соответственно для распадов с топологией  $C1$ ,  $V2$  и  $C3$ .

В табл.2 представлены результаты вычисления величин  $B_i$  (по программе PYTHIA) и найденные методом Монте-Карло (аналогично, как в работе [11], но с добавочным учетом эффективности триггера) величины  $\varepsilon_i(12)$ ,  $\varepsilon_i(1)$  и  $\varepsilon_i(2)$  в зависимости от распадных топологий конечного состояния. Колонки, помеченные словом “Просмотр”, относятся к варианту с использованием только просмотровых данных; колонки, помеченные как “Просмотр+Спектр.”, соответствуют совместному использованию просмотровых и спектрометрических данных по следующему правилу: анализ практически бесфоновых подканалов  $V4X$ ,  $C3X$ ,  $V4\bar{X}$  проводится без привлечения спектрометрических данных, последние дополнительно используются только для выделения сигнала из фона в подканалах  $C1C1$ ,  $C1V2$ ,  $V2V2$  и  $C1\bar{X}$ ,  $V2\bar{X}$ ,  $C3\bar{X}$ .

Примем, что статистика эксперимента равна  $\mu = N/\sigma_t = 5$  соб./мкб, тогда из данных, представленных в табл.2, легко вычислить сумму, входящую в определение величины  $\sigma(1)$  (см. формулу (6)). Найденные значения  $\sigma(1)$  представлены в табл.3 для трех способов обработки данных: а) с использованием только просмотра (плюс выборочные измерения), б) совместное использование данных просмотра и информации с магнитного спектрометра, в) то же, что и в (б), но без обработки в спектрометре изломов. Для варианта (а) учитывались при вычислении суммы только распадные топологии  $V4X$ ,  $C3X$  и  $V4\bar{X}$ , так как они являются практически бесфоновыми даже без использования информации со спектрометра, остальные распадные топологии конечного состояния  $C1C1$ ,  $C1V2$ ,  $V2V2$  и  $C1\bar{X}$ ,  $V2\bar{X}$ ,  $C3\bar{X}$  имеют при таком анализе существенный фон и отбрасываются. Для варианта (б) при вычислении суммы из формулы (6) учитывались все распадные топологии конечного состояния, а для варианта (в) отбрасывались конечные состояния, приводящие к изломам (за исключением топологий  $C1V4$  и  $C1C3$  с зарегистрированным по просмотру в пределах charm-box распадом  $C3$  или  $V4$ , такие события выделяются без фона по чисто просмотровым данным без спектрометра).

Величина  $\sigma(1)$ , как следует из (14), есть коэффициент пропорциональности между оценкой полного сечения образования очарования  $\sigma$  и полным числом зарегистрированных событий  $n$ . Границы доверительного интервала ( $\sigma_1 < \sigma < \sigma_2$ ) вычисляются как  $\sigma_i = x_i(n) \cdot \sigma(1)$ ,  $i = 1, 2$ , а коэффициенты  $x_i(n)$  берутся из табл.1. Аналогично находится и оценка верхней границы сечения  $\sigma < \sigma_L = x_L(n) \cdot \sigma(1)$  при произвольном  $n$ , значения коэффициентов  $x_L(n)$ , соответствующие 90%-му уровню достоверности, также находятся в табл.1.

Определим чувствительность эксперимента как получаемую на 90%-ом уровне достоверности оценку верхней границы полного сечения образования очарования при нулевом количестве зарегистрированных событий. Видно, что привлечение спектрометрической информации улучшает чувствительность эксперимента к регистрации очарования почти в полтора раза, а отказ от обработки изломов незначительно ухудшает результаты (примерно на 4%).

Таблица 2. Результаты вычисления величин  $B_i$  (по программе РYTHIA) и найденные методом Монте-Карло три слагаемых эффективности  $\varepsilon_i(12)$ ,  $\varepsilon_i(1)$  и  $\varepsilon_i(2)$  (все указанные величины даны в процентах). Колонки, помеченные словом “Просмотр”, относится к варианту с использованием только просмотровых данных, колонки, помеченные как “Просмотр+Спектр.,” соответствует совместному использованию просмотровых и спектрометрических данных (см. текст).

			Способ обработки данных					
			Просмотр			Просмотр+Спектр.		
i	Топология	$B_i$	$\varepsilon_i(12)$	$\varepsilon_i(1)$	$\varepsilon_i(2)$	$\varepsilon_i(12)$	$\varepsilon_i(1)$	$\varepsilon_i(2)$
1	V4V4	1.30	72.29	7.24	0.0	72.29	7.24	0.0
2	C3V4	5.69	52.02	4.89	34.92	52.02	2.05	34.92
3	V2V4	9.36	64.14	7.60	2.29	64.14	2.81	2.29
4	C1V4	4.42	57.06	4.69	16.04	57.06	1.97	16.04
5	V0V4	0.55	0.0	0.0	66.69	0.0	0.0	66.69
6	C3C3	4.26	42.54	26.35	0.0	42.54	11.06	0.0
7	V2C3	25.96	44.75	30.97	1.27	44.75	11.44	0.53
8	C1C3	6.34	44.32	26.63	11.74	44.32	11.17	4.93
9	V0C3	1.32	0.0	0.0	38.77	0.0	0.0	16.26
10	V2V2	16.72	55.84	2.16	0.0	25.38	0.80	0.0
11	C1V2	18.72	48.18	1.42	14.51	22.45	0.60	5.36
12	V0V2	1.85	0.0	0.0	56.27	0.0	0.0	20.78
13	C1C1	2.45	43.36	6.78	0.0	20.48	2.85	0.0
14	V0C1	0.98	0.0	0.0	34.91	0.0	0.0	14.65
15	V0V0	0.06	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Таблица 3. Значение  $\sigma(1)$  — коэффициента пропорциональности для определения полного сечения рождения очарования  $\sigma = \sigma(1) \cdot n$  в зависимости от числа найденных событий  $n$  и оценка верхней границы сечения  $\sigma_L = x_L(0) \cdot \sigma(1)$  при отсутствии событий ( $n = 0$ ) (90%-й уровень достоверности) для трех способов обработки данных: а) с использованием только просмотра (плюс выборочные измерения), б) совместное использование данных просмотра и информации с магнитного спектрометра, в) тоже, что и в (б), но без обработки изломов. Результаты даны для статистики эксперимента  $\mu = N/\sigma_t = 5$  соб./мкб.

Величина	Способ обработки данных		
	Просмотр	Просмотр+Спектр.	Просмотр+Спектр. (без изломов)
$\sigma(1)$ , мкб	0.62	0.42	0.44
$\sigma_L$ , мкб	1.43	0.97	1.0



Отметим также, что рассматриваемый эксперимент при учете информации со спектрометра обладает чувствительностью к регистрации очарования в 1,7 раз лучшей, чем недавно проведенный Beam-Dump эксперимент при этой же энергии.

## Заключение

Основные выводы работы могут быть сформулированы следующим образом.

1. Проанализирована статистика редких многоканальных процессов и предложены формулы, позволяющие при произвольном количестве зарегистрированных событий определить полное сечение реакции и границы соответствующего доверительного интервала (т.е. погрешность оценки сечения), а также найти при заданном уровне достоверности оценку верхней границы сечения.

2. Полученные результаты применены для разработки методики определения полного сечения рождения очарованных частиц в  $pp$ -взаимодействиях при 70 ГэВ/с в эксперименте E-161 на гибридной установке СВД, где для регистрации распадов очарованных частиц используется прецизионный вершинный детектор в виде водородной быстроциклирующей пузырьковой камеры (БЦПК), позади которой установлен широкоапертурный магнитный спектрометр.

3. Методом Монте-Карло с использованием программ PYTHIA и GEANT3 для рассматриваемой установки найдены для принятых критериев отбора эффективности регистрации различных конечных топологических каналов от распадов ассоциативно рожденных очарованных частиц.

4. Получены результаты по оценке сечения в виде, пропорциональном количеству зарегистрированных событий. Приведенный коэффициент пропорциональности вычислен для различных вариантов обработки: а) только просмотревые данные с БЦПК и б) просмотревые данные плюс учет результатов со спектрометра. При этом найдено, что привлечение спектрометрической информации улучшает чувствительность эксперимента к регистрации очарования почти в полтора раза. Найдены также уровни достоверности результата и доверительные интервалы для произвольного количестве найденных событий. Рассматриваемый эксперимент при учете информации до спектрометра обладает чувствительностью к регистрации очарования в 1,7 раз лучшей, чем недавно проведенный Beam-Dump эксперимент при этой же энергии (чувствительность определяется как получаемая на 90%-м уровне достоверности оценка верхней границы полного сечения образования очарования при нулевом количестве зарегистрированных событий).

Данная работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты РФФИ №95-02-05226 и №96-02-17927).

## Список литературы

- [1] Андриишин А.Н., Ардашев Е.Н., Бабинцев В.В. и др. Изучение рождения частиц с открытым очарованием в адрон протонных взаимодействиях при энергии серпуховского ускорителя в эксперименте с вершинным детектором E-161 (Предложение): Препринт ИФВЭ 84-3, Серпухов, 1984.
- [2] Ardashev E., Bogolyubsky M., Bulgakov N. et al. PROPOSAL. An Experiment for Studying Mechanisms of Charmed Particle Production and Decays in  $pA$ -interactions at 70 GeV/c. IHEP Preprint 96-98, Protvino, 1996.
- [3] Ardashev E.M., Boguslavsky I.V., Gramenitsky I.M. et al. // NIM, 1995, A356, p. 210.
- [4] Hudson D.J. Statistics. Lectures on Elementary Statistics and Probability. Geneva, 1964. Перевод на русский язык: Д.Худсон. Статистика для физиков. — М.: Мир, 1970.
- [5] Eadie W.T., Dryard D., James F.E., Roos M. and Sadoulet B. Statistical Methods in Experimental Physics. North-Holland Publishing company. Amsterdam, London, 1971 (see 2.2.5 and 11.1). Перевод на русский язык под ред. А.А.Тяпкина: Статистические методы в экспериментальной физике. — М.: Атомиздат, 1976.
- [6] Particle Data Group Hernandez J.J. et al. // Phys. Lett. 1990, 239B.
- [7] Obraztsov V.F. Confidence Limits for Processes With Small Statistics in Several Subchannels and With Measurement Errors. // NIM. 1992, A316, 388-390.
- [8] Obraztsov V.F. // NIM. 1997, A399, 500.
- [9] L3 Collaboration: Acciari M., Ardiani O., Aguilar-Benitez M. et al. — Preprint CERN-PPE/97-81, 1997 (submitted to Phys.Lett. B).
- [10] Favara A. and Pieri M. Preprint DFF 278/4/1997, 1997.
- [11] Боголюбский М.Ю., Запорожец М.А., Тихонова Л.А. Препринт НИИЯФ МГУ 95-34/398, Москва, 1995.
- [12] Torbjorn Sjostrand. // CERN-TH.6488/92, Pythia 5.6 and Jetset 7.3 (Physics and Manual).
- [13] Brun R., Hunsroul M., Lusalle J.C. // GEANT User's Guide, DD/EE/82 edition, 1982.
- [14] Ардашев Е.Н., Боголюбский М.Ю., Булгаков Н.К. и др. (СВД-объединение). Изучение образования очарованных частиц в  $pp$ -взаимодействиях при 70 ГэВ/с на установке СВД: Препринт НИИЯФ МГУ-9740/491, Москва, 1997.
- [15] EXCHARM Collaboration: Aleev A.N. et al. Preprint JINR-D1-93-36 (submitted to Z.Phys. C);  
Алеев А.Н., Арефьев В.А., Баландин В.П. и др. Сообщение ОИЯИ Р1-90-595, Дубна, 1990;  
Алеев А.Н., Баландин В.П., Евсиков И.И. и др. Краткие Сообщения ОИЯИ №3[77]-96, Дубна, 1996.

- [16] Барабаш Л.С., Баранов С.А., Бутусов Ю.А. и др. Поиск мюонных антинейтрино от распада очарованных частиц на нейтринном детекторе ИФВЭ–ОИЯИ в эксперименте по полному поглощению железом протонного пучка с энергией 70 ГэВ/с. // ЯФ. 1994, 57, №11, с. 2050-2056.
- [17] Беликов С.В., Гуржиев С.И., Мухин А.И. и др. Инклюзивные выходы прямых мюонов в эксперименте с полным поглощением протонного пучка при энергии 70 ГэВ и оценка сечения образования очарованных частиц. // ЯФ. 1995, 58, №11, с. 1993-1999.
- [18] R.Vogt and S.J.Brodsky. Preprint SLAC-PUB-6468 LBL-35380, 1994.
- [19] Helen O. // NIM. 1987, A257, p. 346-360; NIM. 1984, A228, p. 120-128; NIM. 1983, A212, p. 319-322.
- [20] Боголюбский М.Ю., Курчанинов Л.Л., Лефлат А.К. и др. Препринт ИФВЭ 91-172, Протвино, 1991.
- [21] Самсонов В.А. // Сообщение ОИЯИ Р13-96-442, Дубна, 1996. (Направлено в ПТЭ).
- [22] Богуславский И.В., Григорьев А.И., Зернин Ю.Д. и др. Препринт ОИЯИ, Р1-90-247, Дубна, 1990.
- [23] Кравцов В.Д., Кутов А.Я. Сообщение ОИЯИ Р10-93-354, Дубна, 1993.
- [24] Боголюбский М.Ю., Зайцева О.С., Иванова Н.С. и др. Препринт ИФВЭ 97-50, Протвино, 1997.
- [25] Боголюбский М.Ю., Воробьев А.П., Моисеев А.М. и др. Препринт ИФВЭ 96-93, Протвино, 1996 (Направлено в ПТЭ).
- [26] Ермолов П.Ф., Зоткин С.А., Кубаровский А.В., Левицкий М.С. Метод распознавания и реконструкции треков в магнитном спектрометре: Препринт НИИЯФ МГУ-97-42/493. (Направлено в ПТЭ).

*Рукопись поступила 8 июня 1998 г.*

М.Ю.Боголюбский и др.

Статистика редких многоканальных процессов и определение полного сечения очарования в эксперименте E-161.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы  $\text{\LaTeX}$ .

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

---

Подписано к печати 16.06.98. Формат  $60 \times 84/8$ .      Офсетная печать.  
Печ.л. 2,12.    Уч.-изд.л. 1,63.    Тираж 150.    Заказ 219.    Индекс 3649.  
ЛР №020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

