



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 99–1  
ОЭА

А.П. Леонов

**К ПРОБЛЕМЕ СИНТЕЗА КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО  
ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕМ ОБЪЕКТА**

Направлено в журнал *“Автоматика и телемеханика”*

Протвино 1999

### Аннотация

Леонов А.П. К проблеме синтеза квазиоптимального по быстродействию цифрового управления позиционированием объекта: Препринт ИФВЭ 99-1. – Протвино, 1999. – 11 с., 2 рис., библиогр.: 5.

В работе предложена методика синтеза квазиоптимального по быстродействию цифрового управления позиционированием объекта, основанная на алгоритмическом синтезе и квазиоптимальном управлении, обеспечивающая построение реализуемых в реальном времени алгоритмов управления. Квазиоптимальность вводится в исходную постановку задачи. Предложена методика построения желаемых фазовых траекторий. Определены реализуемые в реальном времени условия переключения на разные режимы позиционирования; набор и функции программ, используемых при алгоритмическом синтезе; принципы построения реализуемых в реальном времени алгоритмов управления объектом.

### Abstract

Leonov A.P. Towards the Problem of Synthesis of High Speed Quasi-Optimal Digital Control by Moving the Object to the Position: IHEP Preprint 99-1. – Protvino, 1999. – p. 11, figs. 2, refs.: 5.

The methodology of synthesis of high speed digital control by moving object to the position is proposed. This methodology is based on the algorithmic synthesis and quasi-optimal control and ensures the realization of control algorithms in the real time. The quasi-optimum is brought in the initial formulation of the task. The construction methodology of the the desired trajectory is proposed. Realizable in the real time conditions of switching to the various modes of the object movement are determined; a set and functions of the programs used in the algorithmic synthesis are given; the construction principles of the realizable in the real time algorithmes of control are defined.

## Введение

В связи с широким внедрением средств автоматизации практически во все сферы человеческой деятельности актуальной стала проблема увеличения производительности оборудования и улучшения его технико-экономических показателей за счет оптимизации управления. Возможным решением данной проблемы является создание квазиоптимальных по быстродействию, прецизионных позиционных систем автоматического управления (САУ), обеспечивающих перемещение объекта управления (ОУ) в заданную точку пространства за минимальное время с требуемой точностью. Синтез алгоритмов цифрового управления в реальном времени сопряжен с объективными трудностями, к числу которых относятся:

- сложность нелинейных математических моделей САУ при цифровом управлении;
- необходимость выполнения противоречивых требований по быстродействию и точности, предъявляемых к проектируемым САУ;
- получение информации о траектории и параметрах перемещения ОУ, особенно в режиме точного позиционирования;
- практическая реализация синтезированных алгоритмов с использованием современных вычислительных средств.

В основе общего подхода к преодолению указанных трудностей лежат алгоритмический синтез и квазиоптимальное управление [1,2,3].

Для алгоритмического синтеза позиционных САУ необходимо создать совокупность алгоритмов, позволяющих в результате выполнения ряда взаимосвязанных аналитических и вычислительных процедур осуществить оптимизацию законов управления объектом по критериям быстродействия и точности позиционирования.

Результаты синтеза должны быть представлены в виде алгоритма, реализуемого в реальном масштабе времени. Приближенность исходной модели, наличие неконтролируемых возмущений, дискретный характер информации о скорости и величине перемещения ОУ делают реальную систему всегда квазиоптимальной, т.е. близкой по своим характеристикам к теоретически возможной.

Существуют два подхода [1] к синтезу квазиоптимальных САУ.

1. Синтезируется оптимальный алгоритм, т.е. ищется строгое математическое решение задачи. Квазиоптимальность проявляется в силу указанных выше причин.

2. Квазиоптимальность вводится в исходную постановку задачи. В зависимости от конкретных требований к качеству позиционирования и возможностей вычислительных средств синтезируется квазиоптимальный по отношению к выбранному критерию алгоритм управления.

В данной работе используется второй подход, обеспечивающий наиболее близкое к теоретически возможному позиционирование с учетом условий физической реализуемости и, как следствие, неполной информации о состоянии объекта.

## 1. Постановка задачи работы

Для проектируемых САУ характерными являются:

- отработка ступенчатого входного воздействия  $g(t) = k \cdot 1(t)$ ;
- заранее известные и фиксированные для каждого цикла позиционирования граничные условия; отработка заданного рассогласования осуществляется из неподвижного состояния при нулевых начальных условиях по производным от входной координаты (скорость  $V_0 = 0$  м/с, ускорение  $(dV/dt)_0 = 0$  м/с<sup>2</sup>); нулевыми являются и конечные условия по производным от выходной координаты ( $V_k = 0$  м/с,  $(dV/dt)_k = 0$  м/с<sup>2</sup>);
- позиционирование без перерегулирования с точностью  $\pm 1$  отсчет цифрового датчика положения;
- определение скорости перемещения ОУ по числу импульсов, поступивших на вход реверсивного счетчика с цифрового датчика положения за фиксированное время  $T_0$ , или по величине интервала времени перемещения ОУ на 1 отсчет при точном позиционировании;
- использование малоинерционных исполнительных двигателей постоянного тока с независимым возбуждением; ограничение на величину ускорения движения ОУ (ограничение тока в якоре двигателя);
- использование широтно-импульсного управления двигателем постоянного тока.

Очевидно, что математическая модель такой САУ является нелинейной (рис.1) [4]. Для синтеза реализуемого в реальном масштабе времени алгоритма квазиоптимального по быстродействию цифрового управления объектом предлагается следующий подход.



1. Для данной математической модели САУ (рис.1) синтезировать максимально приближенные к теоретически возможным желаемые фазовые характеристики движения ОУ с учетом квантования реальных сигналов по времени и уровню.

2. Основываясь на математической модели и желаемых фазовых траекториях разработать совокупность аналитических и вычислительных процедур, позволяющих в результате расчетов осуществить оптимизацию алгоритмов управления объектом по критериям быстродействия и точности позиционирования.

3. Синтезировать алгоритм цифрового управления объектом в реальном масштабе времени на базе современных вычислительных средств.

## 2. Синтез желаемых фазовых траекторий, определение режимов позиционирования и условий переключения

Определим идеальные фазовые траектории, соответствующие оптимальному по быстродействию процессу, и режимы квазиоптимального по быстродействию управления, при котором обеспечиваются наибольшее приближение реальных фазовых траекторий к желаемым и заданная точность позиционирования.

В соответствии с теоремой об  $n$ -интервалах [5] оптимальный переходный процесс отработки ступенчатого входного сигнала  $k \cdot 1(t)$  в линейной системе с исполнительным двигателем, имеющим передаточную функцию

$$W_{ДВ}(p) = K_{ДВ}/p \cdot (1 + pT_{ЭМ}), \quad (1)$$

состоит из двух интервалов: разгона под действием напряжения  $+U$  до скорости переключения  $V_{ПЕР}$ , торможения под действием напряжения  $-U$  до полного останова. Из физических соображений следует, что и в нелинейной системе оптимальный переходный процесс будет иметь такой же вид.

Величина перемещения платформы при разгоне определяется числом импульсов  $NS_{Pi}$ , поступивших с выхода датчика положения на вход реверсивного счетчика с начала разгона до текущего момента времени

$$NS_{Pi} = \text{entire}(10^3 \cdot S_{Pi}/\delta_{ДАТ}), \quad (2)$$

где *entire* — целая часть,  $S_{Pi}$  — перемещение ОУ в мм,  $\delta_{ДАТ}$  — единица отсчета датчика в мкм.

Аналогично перемещение при торможении определяется числом импульсов  $NS_{Ti}$ . Тогда процесс управления можно считать оптимальным по быстродействию при заданной точности позиционирования (например кривые 4 и  $C_0O$  на рис.2), если выполняется условие

$$NS_{Pi} + NS_{Ti} = NS_{ЗАДi}, \quad (3)$$

где  $NS_{ЗАДi}$  — заданное рассогласование.

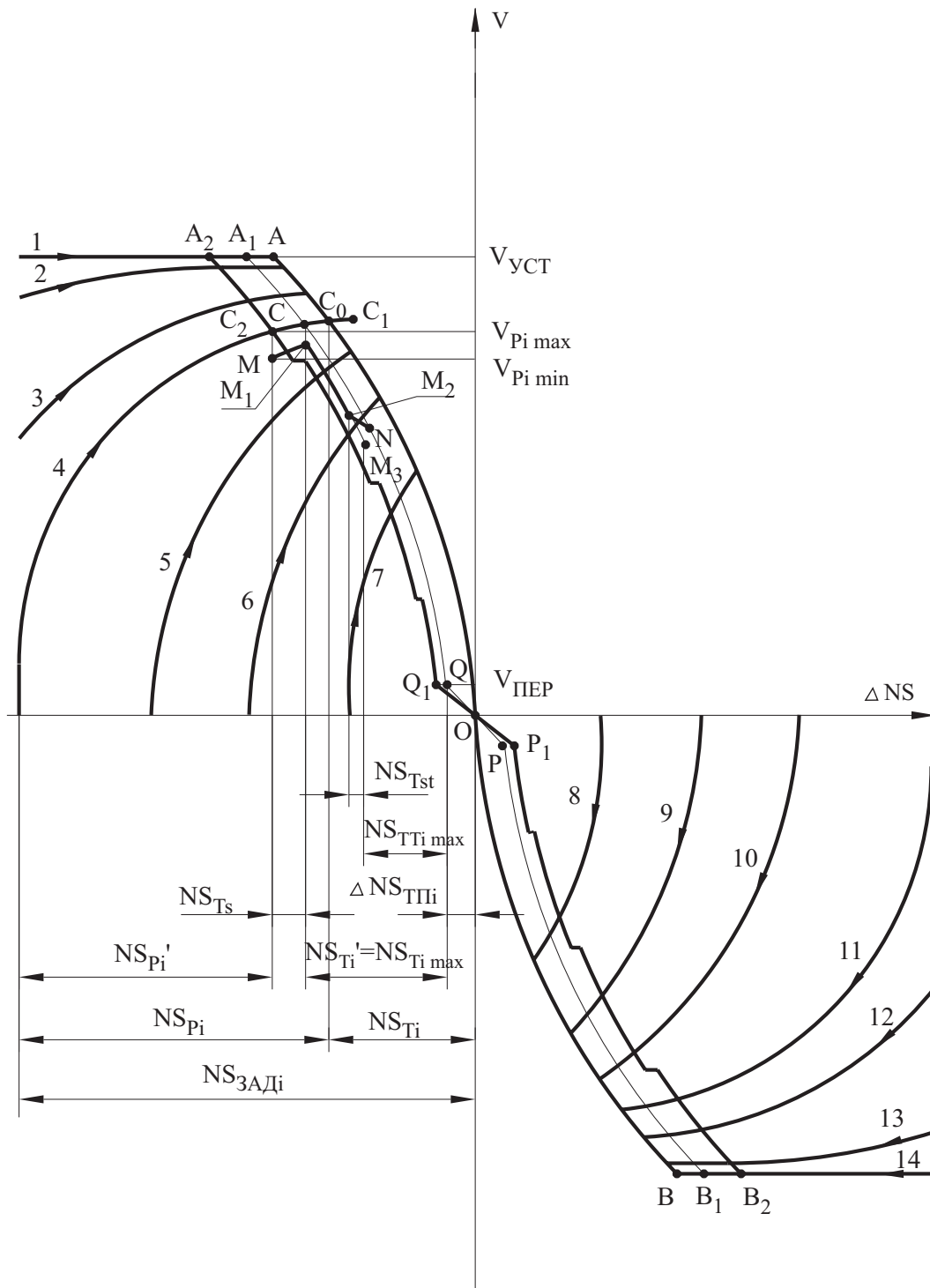


Рис. 2. К определению желаемых фазовых характеристик при квазиоптимальном по быстродействию цифровом управлении.

Тогда идеальные фазовые траектории оптимального по быстродействию процесса позиционирования ОУ будут представлены кривыми 1–14 и АОВ (рис.2), где ошибка

$$\Delta NS = NS_{имек} - NS_{ЗАДи}, \quad (4)$$

$NS_{имек}$  — текущая координата ОУ.

На участке разгона скорость перемещения ОУ определяется числом импульсов  $NV_i$ , поступивших на вход реверсивного счетчика за время  $T_0$ . Поэтому реальная кривая  $V(t)$  аппроксимируется ломаной  $NV(t)$ . Причем в зависимости от начального положения ОУ мгновенному значению скорости  $V(t)$  могут соответствовать два дискретных значения:  $NV_i - 1$  или  $NV_i$ . Под шагом квантования скорости будем понимать диапазон  $\Delta V_{Pi}$ , в котором может находиться мгновенное значение скорости, соответствующее дискретной величине  $NV_i$ .

$$\Delta V_{Pi} = V_{Pimax} - V_{Pimin}, \quad (5)$$

где  $V_{Pimax}$  — наибольшее значение мгновенной скорости, соответствующее данному  $NV_i$ ;  $V_{Pimin}$  — наименьшее значение мгновенной скорости, соответствующее данному  $NV_i - 1$ . Расчет величин  $V_{Pimax}$  и  $V_{Pimin}$  производится в процессе алгоритмического синтеза САУ.

Полагая, что каждому дискретному значению скорости  $NV_i$  соответствует определенная максимальная величина тормозного пути  $NS_{Timax}$ , условие переключения на торможение запишем в виде

$$|NS_{Pi}| + |NS_{Timax}| \geq |NS_{ЗАДи}|. \quad (6)$$

Очевидно, что невозможно обеспечить точность позиционирования  $\pm 1$  отсчет без перерегулирования при движении ОУ по идеальным фазовым траекториям. Поэтому режим торможения с максимальным замедлением должен сменяться режимом точного позиционирования (траектория QOP на рис.2). Величина тормозного пути при начальной скорости  $NV_i$  (например в точке С на рис.2) определится из выражения

$$NS_{Ti} = NS_{Ti'} + \Delta NS_{ТПi}, \quad (7)$$

где  $NS_{Ti'}$  — величина перемещения ОУ в режиме торможения с наибольшим допустимым замедлением;  $\Delta NS_{ТПi}$  — величина перемещения ОУ при точном позиционировании.

Для наибольшего приближения фазовой траектории  $A_1QOPB_1$  к идеальной АОВ (рис.2) переключение на режим точного позиционирования целесообразно производить при возможно меньших значениях скорости торможения  $NV_{Ti}$  и ошибки  $\Delta NS_i$ . При этом должны выполняться два условия:

$$\text{sign}VT_{imax} = \text{sign}VT_{imin} \quad (8)$$

(наибольшая и наименьшая мгновенные скорости, соответствующие данной  $NV_{Ti}$ , должны сохранять одинаковый знак);

$$|\Delta NS_i| \leq |\Delta NS_{ТПPERi}|, \quad (9)$$



где  $\Delta NS_{ТППЕРi}$  — расчетная величина ошибки, при которой осуществляется переключение на точное позиционирование при скорости  $NV_{Ti}$ .

Назовем траекторию  $A_1QOPB_1$  желаемой и исследуем некоторые особенности цифрового управления.

В процессе разгона ОУ условие (6) переключения на торможение для текущей скорости  $NV_i$  (например в точке  $C_2$  на рис.2) проверяется с периодом  $T_S$ . За это время ОУ переместится на расстояние

$$NS_{T_S} = \text{entire}[(V_{CPT_S} \cdot T_S / \delta_{ДАТ}) + 1], \quad (10)$$

где  $V_{CPT_S}$  — среднее значение скорости за период  $T_S$ . Тогда условие (6) должно быть преобразовано к виду

$$|NS_{Pi'}| + |NS_{T_S}| + |NS_{Ti'}| + |\Delta NS_{ТПi}| \geq |NS_{ЗАДи}|. \quad (11)$$

Если величиной  $NS_{T_S}$  пренебречь, то к моменту следующей проверки условия переключения точка фазовой траектории ( $C_1$  на рис.2) может оказаться правее линии  $A_1Q$  (левее  $B_1P$ ).

Таким образом, желаемая линия переключения имеет вид  $A_2Q_1OP_1B_2$ .

Если в момент  $t_{II}$  проверки условия (11) скорость движения ОУ равняется  $V_{Pimax}$  (точка  $C_2$  на рис.2), то торможение осуществляется по траектории  $C_2CQO$ , близкой к желаемой. Если в момент  $t_{II}$  скорость ОУ меньше  $V_{Pimax}$ , например  $V_{Pimin}$  (точка  $M$  на рис.2), то движение осуществляется по траектории  $MM_1M_2NQO$ .

Степень приближения реальной фазовой траектории к желаемой контролируется в процессе торможения программным путем (например в точке  $M_2$  на рис.2) с минимально возможным периодом  $T_{ST}$  проверкой условия

$$|\Delta NS_i| + |NS_{Tst}| + |NS_{TTimax}| + |\Delta NS_{ТПi}| \geq |NS_{ЗАДи}|, \quad (12)$$

где  $\Delta NS_i$  — расстояние, пройденное ОУ к моменту проверки данного условия;

$$NS_{Tst} = \text{entire}(V_{CPTst} \cdot T_{ST} / \delta_{ДАТ}) + 1; \quad (13)$$

$V_{CPTst}$  — среднее за период  $T_{ST}$  значение скорости;  $NS_{TTimax}$  — наибольшая ожидаемая величина тормозного пути, соответствующая дискретному значению скорости торможения  $NV_{Ti}$ .

Если условие (12) выполняется, то продолжается торможение ОУ с максимальным замедлением. В противном случае осуществляется торможение при напряжении питания на якоре двигателя  $U = 0$  В (кривая  $M_2N$  на рис.2) до тех пор, пока в момент очередной проверки не станет выполняться условие (12).

Для получения наибольшего быстродействия в случае невыполнения условия (12) требуется разгон ОУ. Однако при цифровом управлении из-за отсутствия информации о скорости в интервале времени  $T_0$  и наличия неопределенности  $\Delta V_{Pi}$  это может привести к перерегулированию.

Для получения наибольшего приближения реальной фазовой траектории к желаемой требуется обеспечение наименьшего возможного значения разности  $\Delta V_{Pi}$ . В

общем случае  $\Delta V_{Pi} = f(\delta_{ДАТ}, V, dV/dt, T_0)$ . Оптимальное значение  $T_0$  может быть определено из уравнения

$$\partial \Delta V_{Pi} / \partial T_0 = 0. \quad (14)$$

Поскольку в процессе отработки заданного рассогласования значение ускорения есть величина переменная, то и оптимальное значение  $T_0$  должно быть переменным. Это усложняет алгоритм управления объектом и может привести к дополнительной ошибке при определении момента переключения на торможение. Поэтому при решении уравнения (14) предлагается использовать некоторое среднее значение  $dV/dt$ , определяемое по формуле

$$dV/dt = 0,63 V_{УСТ} / \Delta T_P, \quad (15)$$

где  $\Delta T_P$  — расчетная величина интервала времени, в течение которого скорость перемещения достигает величины 0,63 от установившейся  $V_{УСТ}$ .

Таким образом, желаемые фазовые характеристики при квазиоптимальном по быстродействию цифровом управлении представляются кривыми 1-14 и  $A_1 Q O P B_1$ , а линия переключения — кривой  $A_2 Q_1 O P_1 B_2$  на рис.2.

Условие переключения на торможение (например при проверке условия (16) в точках  $C_2$  и  $M$  на рис.2) имеет вид

$$|NS_{Ts}| + |NS_{Tmax}| + |\Delta NS_{T\Pi i}| \geq |NS_{3АДi} - NS_{имек}|. \quad (16)$$

С целью формирования управляющей функции при торможении с периодом  $T_{st}$  проверяется условие (например в точке  $M_2$  на рис.2)

$$|NS_{Tst}| + |NS_{Tmax}| + |\Delta NS_{T\Pi i}| \geq |NS_{3АДi} - NS_{имек}|. \quad (17)$$

В этом же режиме контролируется условие (9) переключения на режим точного позиционирования.

### 3. Процедуры моделирования САУ

Проведенные в предыдущем разделе исследования позволяют перейти к моделированию САУ. Для этого необходимо разработать набор (пакет) прикладных программ, обеспечивающих:

- моделирование САУ при различных значениях параметров в режимах разгона, торможения и точного позиционирования;
- расчет параметров, необходимых для синтеза реализуемого в реальном масштабе времени алгоритма квазиоптимального по быстродействию цифрового управления;
- визуализацию результатов моделирования, т.е. возможность построения с использованием соответствующих программ графиков переходных процессов и фазовых траекторий.

Данный пакет прикладных программ можно разделить на четыре части.

**1. Программа KVAZI1** обеспечивает расчет САУ в режиме разгона с ограничением ускорения и позволяет определить:

- величину периода  $T_0$  измерения скорости при разгоне с переменным ускорением;
- значения “ступенек” скорости  $NV_i$ , соответствующих им величин  $V_{Pimin}$ ,  $V_{Pimax}$ ,  $\Delta V_{Pi}$ ,  $M'_c(V)$ , а также мгновенные значения  $i_{\text{я}}$ , и  $dV/dt$ , используемые как начальные при вычислении ожидаемых величин тормозного пути;
- для каждой “ступени” скорости  $NV_i$  (соответствующей ей величины  $V_{Pimax}$ ) величину тормозного пути

$$|NS_{Vi}| = |NS_{Ts}| + |NS_{Timax}| + |\Delta NS_{T\text{Pi}}|. \quad (18)$$

**2. Программа KVAZI2** обеспечивает расчет САУ в режиме торможения с наибольшим допустимым замедлением и позволяет определить:

- период измерения скорости  $T_T$  при торможении;
- параметры САУ в момент переключения на торможение;
- значения скорости  $NV_{Ti}$ , соответствующих им величин  $V_{Timin}$ ,  $V_{Timax}$ ,  $\Delta V_{Ti}$ ,  $M'_c(V)$ , а также значения  $i_{\text{я}}$ ,  $dV/dt$ ;
- величину тормозного пути  $NS_{VTi}$  для каждого значения  $NV_{Ti}$

$$|NS_{VTi}| = |NS_{Tst}| + |NS_{TTimax}| + |\Delta NS_{T\text{Pi}}|. \quad (19)$$

**3. Программа KVAZI3** обеспечивает расчет САУ в режиме точного позиционирования и позволяет определить:

- минимальные значения  $NV_{Ti}$  и  $\Delta NS_{T\text{ППЕР}i}$  переключения на режим точного позиционирования;
- управляющее воздействие (длительность импульса и полярность напряжения при ШИМ) в зависимости от  $\Delta NS_{T\text{Pi}}$ ,  $V$ ,  $dV/dt$ .

**4. Программа GRAF** обеспечивает визуализацию результатов моделирования на экране дисплея или печать на принтере графиков переходных процессов и фазовых траекторий.

Таким образом, в результате моделирования устанавливается взаимно однозначное соответствие между значением управляющей функции и величинами ошибки рассогласования, скоростью и ускорением ОУ, т.е. осуществляется подготовка всей необходимой информации для синтеза реализуемого в реальном масштабе времени алгоритма управления позиционированием.

## 4. Построение алгоритма цифрового управления позиционной САУ

Поскольку синтезируемый алгоритм реализуется в реальном масштабе времени, крайне важными являются меры, обеспечивающие минимизацию времени выполнения управляющей программы и записи измеряемых величин в память процессора.

К таким мерам относятся:

- использование режима прямого доступа к памяти при измерении величин перемещения и скорости ОУ;
- использование системы прерываний;
- реализация управляющих программ на АССЕМБЛЕРЕ или других языках “низкого” уровня.

При необходимости в фоновом режиме может выполняться программа диалога с оператором. В приоритетном режиме в зависимости от режима позиционирования выполняется одна из программ: УПР1 — при разгоне, УПР2 — при торможении, УПР ТП — при точном позиционировании.

При выполнении программы УПР1 используется записанная в память процессора таблица данных, где каждому значению скорости  $NV_i$  ставится в соответствие максимально возможная величина тормозного пути  $NS_{Vi}$  (18); скорость  $NV_i$  определяется с периодом  $T_0$ ; условие (16) проверяется с минимально возможным интервалом времени  $T_S$ , при его выполнении осуществляется переключение на режим торможения, т.е. переход к программе УПР2.

В УПР2 используется записанная в память таблица данных, где каждому значению скорости  $NV_{Ti}$  соответствует максимальная расчетная величина тормозного пути  $NS_{VTi}$  (19); скорость  $NV_{Ti}$  определяется с периодом  $T_T$ ; с периодом  $T_{ST}$  осуществляется проверка условия (17) и формируется соответствующая управляющая функция; проверяется условие (9) переключения на режим точного позиционирования.

При работе программы УПР ТП фоновая программа прерывается в моменты, когда величина ошибки  $\Delta NS_{ТПi}$  уменьшается на единицу. В зависимости от длительности предыдущего интервала (величины измеренной скорости) формируется управляющее воздействие (импульс ШИМ).

Поскольку расчет САУ производился для наихудшего сочетания параметров, реальная фазовая траектория будет несколько отличаться от желаемой при обеспечении позиционирования объекта с точностью  $\pm 1$  отсчет без перерегулирования.

## Заключение

Предложенная в данной работе методика построения квазиоптимальных по быстродействию цифровых позиционных САУ, основанная на алгоритмическом синтезе и квазиоптимальном управлении, обеспечивающая создание реализуемых в

реальном времени алгоритмов управления, может иметь большое практическое значение. Предложенный подход, когда квазиоптимальность вводится в исходную постановку задачи, позволяет определить желаемые фазовые траектории, условия переключения на торможение и точное позиционирование, а также рассчитать параметры, необходимые для построения алгоритма управления объектом. Определены конкретный набор и функции программ, используемых при алгоритмическом синтезе данного класса САУ, принципы построения реализуемых в реальном времени алгоритмов цифрового управления. Предлагаемая методика может быть использована при управлении перемещением платформ автоматизированного технологического оборудования (например сверлильных станков).

### Список литературы

- [1] Ключев А.С., Колесников А.А. Оптимизация автоматических систем управления по быстродействию. — М.: Энергоиздат, 1982.
- [2] Крутько П.Д. Алгоритмическая процедура решения задач аналитического конструирования оптимальных регуляторов. // Автоматика и телемеханика, 1973, № 10, с.104-108.
- [3] Петров Б.Н., Крутько П.Д. Алгоритмическое конструирование оптимальных регуляторов при неполной информации о состоянии объекта. // Техническая кибернетика, 1972, № 6, с.188-189.
- [4] Голобородько С.Г., Леонов А.П., Устинов Е.А. — Препринт ИФВЭ 86-15, Серпухов, 1986.
- [5] Бесекерский С.Г., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. — М.: Наука, 1975.

*Рукопись поступила 10 января 1999 г.*

А.П. Леонов

К проблеме синтеза квазиоптимального по быстродействию цифрового управления позиционированием объекта.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы  $\text{\LaTeX}$ .

Редактор Л.Ф. Васильева.

Технический редактор Н.В. Орлова.

---

Подписано к печати 11.01.99 г. Формат  $60 \times 84/8$ .      Офсетная печать.

Печ.л. 1,37.    Уч.-изд.л. 1,05.    Тираж 150.    Заказ 60.    Индекс 3649.

ЛР №020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

