ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 99-13
ОНФ

Е.М. Болдырев

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ ПЛОСКОЙ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

Протвино 1999

УДК 681.3.06 М–24

Аннотация

Болдырев Е.М. Некоторые особенности движения ультрарелятивистской частицы в электромагнитном поле плоской монохроматической волны.: Препринт ИФВЭ 99-13. – Протвино, 1999. – 11 с., библиогр.: 3.

Проводится анализ движения в электромагнитном поле плоской монохроматической волны заряженной частицы с низкой и высокой энергиями. Показано, что если для частицы низкой энергии движение физически предсказуемо (движение практически не зависит от того, как движется частица — вдоль или против распространения волны; частота колебания частицы сравнима с частотой волны; отклонение частицы от оси начального движения обратно пропорционально ее массе), то для частицы высокой энергии (ультрарелятивистской частицы) движение обладает рядом особенностей. Оно существенно зависит от того, как движется частица — вдоль или против распространения волны. В первом случае частота колебания частицы меньше более чем на десять порядков частоты волны, и существует возможность того, что отклонение частицы от оси начального движения пропорционально ее массе. Во втором случае частота колебания частицы вдвое больше частоты волны, и движение частицы не зависит от ее массы.

Abstract

Boldyrev E.M. The Same Peculiarities of the Motion of a Ultrarelativistic in the Plane Monochromatic Electromagnetic Wave Field.: IHEP Preprint 99-13. – Protvino, 1999. – p. 11, refs.: 3.

The analysis of the motion of a charged particle with low and high energy in the plane monochromatic electromagnetic wave field is mode. It is shown that the motion of a low energy particle is physical by predicable. The motion doesn't depend on haw a particle moves along or against the wave spreading; the particle frequency is comparable with wave frequency; the deflection of particle from the axis of initial motion is inversely proportional to its mass. It is shown that the motion of a high energy particle (a ultrarelativistic particle) hase a number of peculiarities. The motion depends essentialy on how the particle moves along or against the wave spreading. If the particle move along the wave spreading the particle frequency is a few cycles only or it is even less. The deflection of particle from the axis of initial motion may be proportionaly to particle mass. If the particle moves against the wave spreading, frequency is twice as much as the wave frequency and the motion of particle is independent of the particle mass.

Electronic addres: boldyrev@mx.ihep.su

Введение

В настоящей работе проводится анализ движения частицы в электромагнитном поле плоской монохроматической эллиптически поляризованной электромагнитной волны (в дальнейшем EMW). Анализ основан на результатах работы [1] и, по существу, является продолжением анализа движения частицы в суперпозиции постоянно-однородного магнитного поля и поля плоской монохроматической эллиптически поляризованной электромагнитной волны, начатого в [1], при условии, что внешнее поле только EMW и частица имеет предельные значения энергий (низкой и высокой).

При предельных высоких значениях энергии — это ультрарелятивистская частица, и этот случай интересен не только своей практической реализацией (ондулятор как лазерная волна и пр.), поскольку в ускорителях высокой энергии частицы — именно ультрарелятивистские, но и тем, что движение частицы физически существенно отличается от движения частицы низкой энергии.

Движение ультрарелятивистской частицы при определенных условиях в EMW имеет следующие особенности: оно существенно зависит от того, с каким начальным продольным импульсом движется частица — вдоль или против распространения EMW. В первом случае частота колебания частицы меньше более чем на десять порядков частоты EMW, и существует возможность того, что отклонение частицы от оси начального движения пропорционально ее массе. Во втором случае частота колебания частицы вдвое больше частоты EMW, и движение частицы с определенной точностью не зависит от ее массы.

Можно сказать, это противоположно тому, что имеет место для частицы низкой энергии: движение практически не зависит от того, как движется частица — вдоль или против распространения EMW; частота колебания частицы сравнима с частотой EMW; отклонение частицы от оси начального движения обратно пропорционально ее массе, что физически предсказуемо.

Условные обозначения. Постановка задачи

В лабораторной системе отсчета $[x, y, z, ct]$ (c — скорость света) трехмерный вектор V будем, как обычно, обозначать $\vec{V}(V_x, V_y, V_z$ — координаты этого вектора). $(\vec{a}, \vec{b})$ — скалярное произведение векторов; m — масса частицы; $|e|$ — величина заряда частицы; $\vec{r}$ — радиус-вектор положения заряженной частицы; $\vec{r}_0$ — радиус-вектор ее начального положения; $\mathcal{E}$ — кинетическая энергия частицы; $\mathcal{E}_0$ — ее начальная энергия; $\vec{P}$ — импульс частицы; $\vec{P}_0$ — ее начальный импульс; $\vec{v}$ — скорость частицы; $\omega, \vec{n}, \vec{k}$ — соответственно частота, вектор направления распространения и волновой вектор EMW; $\varphi, \vec{A}$ — скалярный и векторный потенциалы EMW; $\vec{A}_0$ — амплитуда (комплексная) EMW; $\vec{E}, \vec{H}$ — напряженность электрического и магнитного полей EMW.

Для EMW имеем $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\vec{n}$. Условия калибровки EMW $\varphi = 0$ и $\mathrm{div}\vec{A} = 0$.

$$\vec{A} = \tfrac{1}{2}[\vec{A}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} + к.с.]$$

(к.с. — комплексно-сопряженные члены). И согласно

$$\vec{E} = -\tfrac{1}{c}\tfrac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \qquad \vec{H} = rot\vec{A},$$

$$\vec{E} = \tfrac{1}{2}[\vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r}-\omega t)} + к.с.],$$

где

$$\vec{E}_0 = i\tfrac{\omega}{c}\vec{A}_0, \qquad \vec{H} = [\vec{n}, \vec{E}].$$

Следуя стандартной процедуре для учета поляризации EMW [2], представим амплитуду напряженности EMW в виде

$$\vec{E}_0 = Re\vec{E}_0 + iIm\vec{E}_0$$

и введем два вещественных вектора:

$$\vec{E}_0^{(1)} = Re\vec{E}_0 cos\theta + Im\vec{E}_0 sin\theta,$$

$$\vec{E}_0^{(2)} = Re\vec{E}_0 sin\theta - Im\vec{E}_0 cos\theta,$$

так чтобы

$$(\vec{E}_0^{(1)}, \vec{E}_0^{(2)}) = 0.$$

Для этого надо выбрать угол θ такой, чтобы

$$tg2\theta = \tfrac{2(Re\vec{E}_0, Im\vec{E}_0)}{(Re\vec{E}_0)^2 - (Im\vec{E}_0)^2}.$$

Теперь выберем систему координат следующим образом: ось Ox направим вдоль вектора $\vec{E}_0^{(1)}$, тогда вектор $\vec{E}_0^{(2)}$ будет направлен либо вдоль, либо против оси Oy, это учитывается введением вектора $g\vec{E}_0^{(2)}$, где $g = \pm 1$ и при $g = 1$ $\vec{E}_0^{(2)}$ имеет с осью Oy противоположное направление, а при $g = -1$ совпадает с осью Oy (т.е. g — степень поляризации EMW); ось Oz направим вдоль направления распространения EMW и, пологая $\xi = t - \frac{z}{c}$, имеем для напряженности EMW

$$\begin{aligned} \vec{H} &= [-gE_2\sin(\omega\xi - \theta), E_1\cos(\omega\xi - \theta), 0], \\ \vec{E} &= [E_1\cos(\omega\xi - \theta), gE_2\sin(\omega\xi - \theta), 0]. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $E_i = |\vec{E}_0^{(i)}|(i = 1, 2)$.

Будем считать движение частицы в указанном внешнем поле вполне определенным, если определены в лабораторной системе ее траектория $\vec{r}(t)$, скорость $\vec{v}(t)$ (импульс $\vec{P}(t)$, кинетическая энергия частицы $\mathcal{E}_0$), ускорение $\vec{a}(t)$ и ее частота колебания.

Задача Коши для определения движения заряженной частицы в электромагнитном поле есть

$$\begin{aligned} &\vec{P} = \gamma m\vec{v}, \quad \mathcal{E} = \gamma mc^2, \\ &\tfrac{d\vec{P}}{dt} = e\vec{E} + \tfrac{e}{c}[\vec{v}, \vec{H}], \quad \tfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}, \\ &\vec{P}(t_0) = \vec{P}_0, \quad \vec{r}(t_0) = \vec{r}_0. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$ (ср. [1]). Из (2) имеем уравнения

$$\vec{v} = \tfrac{c^2}{\mathcal{E}}\vec{P}, \quad \mathcal{E} = c\sqrt{\vec{P}^2 + m^2c^2}, \quad \tfrac{d\mathcal{E}}{dt} = e(\vec{E}, \vec{v}), \tag{3}$$

откуда видно, что начальные значения (2) достаточны, остальные начальные значения определяются из отношений $\mathcal{E}(t_0) = \mathcal{E}_0 = c\sqrt{\vec{P}_0^2 + m^2c^2}$ и $\vec{v}(t_0) = \vec{v}_0 = \frac{c}{\mathcal{E}_0}\vec{P}_0$.

Подставляя (1) и первые три уравнения (3) в (2), вводя $e = g_e|e|$, $g_e = +1$ для положительно заряженной частицы и $g_e = -1$ для отрицательно заряженной частицы, $\omega_i = \frac{|e|E_i}{mc}$ (i=1,2), делая замену переменных $\vec{\pi} = \frac{\vec{P}}{mc}$ ($\vec{\pi}_0 = \frac{\vec{P}_0}{mc}$), $\epsilon = \frac{\mathcal{E}}{mc^2}$ ($\epsilon_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{mc^2}$), вводя $\alpha = \epsilon - \pi_z$ и добавляя последние уравнения из (3), получаем систему, определяющую движение частицы в EMW,

$$\begin{aligned} &\tfrac{d\vec{r}}{dt} = \tfrac{c}{\epsilon}\vec{\pi}, \quad \vec{v} = \tfrac{c}{\epsilon}\vec{\pi}, \\ &\tfrac{d\pi_x}{dt} = g_e\tfrac{\alpha}{\epsilon}\omega_1 cos(\omega\xi - \theta), \quad \tfrac{d\pi_y}{dt} = gg_e\tfrac{\alpha}{\epsilon}\omega_2 sin(\omega\xi - \theta), \\ &\tfrac{d\pi_z}{dt} = g_e\tfrac{1}{\epsilon}[\pi_x\omega_1 cos(\omega\xi - \theta) + g\pi_y\omega_2 sin(\omega\xi - \theta)], \\ &\tfrac{d\epsilon}{dt} = g_e\tfrac{1}{\epsilon}[\pi_x\omega_1 cos(\omega\xi - \theta) + g\pi_y\omega_2 sin(\omega\xi - \theta)], \end{aligned}$$

из последних двух уравнений которой непосредственно видно, что α есть интеграл этой системы, т.е. интеграл движения и, следовательно,

$$\alpha = \epsilon_0 - \pi_{0z}, \quad \epsilon = \epsilon_0 + (\pi_z - \pi_{0z}).$$

В переменной $\xi(t) = t - \frac{z(t)}{c}$ (при этом $\xi(t_0) = \xi_0 = t_0 - \frac{z_0}{c}$, $\frac{d}{dt} = \frac{\alpha}{\epsilon}\frac{d}{d\xi}$) указанная система имеет вид

$$\frac{d\vec{r}}{d\xi} = \frac{c}{\alpha}\vec{\pi}, \quad \vec{v} = \frac{c}{\epsilon}\vec{\pi},$$

$$\frac{d\pi_x}{d\xi} = g_e\omega_1 cos(\omega\xi - \theta), \quad \frac{d\pi_y}{d\xi} = g_e\omega_2 sin(\omega\xi - \theta), \tag{4}$$

$$\frac{d\pi_z}{d\xi} = \frac{d\epsilon}{d\xi} = g_e\frac{1}{\alpha}[\pi_x\omega_1 cos(\omega\xi - \theta) + g\pi_y\omega_2 sin(\omega\xi - \theta)].$$

Решение

Общее решение системы (4) приведено в работе [1]. В настоящей работе движение частиц различной массы определяется при одних и тех же начальных условиях, и поэтому при такой постановке задачи $\vec{P}_0$ и $\vec{r}_0$ от массы частицы не зависят.

Для анализа движения частицы в EMW с фазой, равной нулю, ограничимся решением, взятым при начальных условиях $\vec{r}_0 = 0$. Введем величины $\pi_0, \theta_0, \varphi_0$ такие, что

$$\pi_{0x} = \pi_0 cos\varphi_0 sin\theta_0, \quad \pi_{0y} = \pi_0 sin\varphi_0 sin\theta_0,$$

$$\pi_{0z} = \pi_0 cos\theta_0, \quad \pi_0 = \sqrt{\pi_{0x}^2 + \pi_{0y}^2 + \pi_{0z}^2}.$$

В указанной системе отсчета — это сферические координаты вектора $\vec{\pi}_0$. При этом определение азимутального угла φ_0 несущественно, поскольку в дальнейшем анализ движения частицы в EMW в настоящей работе будет ограничен только значениями полярного угла, отвечающего направлению $\vec{\pi}_0$ вдоль или против $\vec{n}$, т.е. $\theta_0 = 0, \pi$ соответственно и, следовательно, такой постановкой задачи начальные значения для $\vec{\pi}_0$ определятся как

$$\pi_{0x} = \pi_{0y} = 0, \quad \pi_{0z} = g_0\pi_0, \quad \pi_0 = |\pi_{0z}|.$$

Здесь $g_0 = 1$ для $\theta_0 = 0$ и $g_0 = -1$ для $\theta_0 = \pi$.

Тогда решение системы (4) можно представить в следующем виде:

$$\pi_x(\xi) = P_{x1} sin\omega\xi,$$

$$\pi_y(\xi) = P_{y1}(cos\omega\xi - 1), \tag{5}$$

$$\pi_z(\xi) = \pi_{0z} + \frac{1}{4}\frac{1}{\alpha}P_{x1}^2(1 - cos2\omega\xi) + \frac{1}{4}\frac{1}{\alpha}P_{y1}^2(3 - 4cos\omega\xi + cos2\omega\xi).$$

Здесь $P_{x1} = g_e\frac{\omega_1}{\omega}$, $P_{y1} = -gg_e\frac{\omega_2}{\omega}$ и, следовательно, величины π_x, π_y ограничены.

Отметим, что, как обычно, амплитудой будем называть коэффициент перед тригонометрической функцией. Выражения для

$$\vec{r}(\xi), \quad \vec{a} = \frac{c}{\epsilon^2}(\epsilon\frac{d\vec{\pi}}{dt} - \vec{\pi}\frac{d\pi_z}{dt}),$$

см. приложение (случай A). Из (5) видно, что если

$$\pi_0 \gg 2\tfrac{1}{\alpha}(P_{x1}^2 + P_{y1}^2), \tag{6}$$

то

$$\pi_z = \pi_{0z}, \quad \epsilon = \epsilon_0, \quad z = \tfrac{c}{\alpha}\pi_{0z}\xi,$$

$$a_x = \tfrac{1}{\epsilon_0^2}\alpha c\omega P_{x1} cos\omega\xi, \quad a_y = -\tfrac{1}{\epsilon_0^2}\alpha c\omega P_{y1} sin\omega\xi, \quad a_z = 0.$$

Подставляя указанное значение z в $t = \xi + \frac{1}{c}z(\xi)$, получаем

$$\xi = \tfrac{\alpha}{\epsilon_0}t \quad u \quad \omega\xi = \omega' t,$$

где

$$\omega' = \tfrac{\alpha}{\epsilon_0}\omega \tag{7}$$

есть частота движения частицы в лабораторной системе отсчета.

В явном виде (5) с учетом (7) имеет вид

$$P_x = \tfrac{eE_1}{\omega} sin\omega' t, \quad P_y = g\tfrac{eE_2}{\omega}(1 - cos\omega' t), \quad P_z = P_{0z}, \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_0. \tag{8}$$

Остальные координаты векторов $\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t)$ см. приложение (случай B). Заметим, что (8) и остальные равенства в этом случае, определяющие движение частицы в EMW, — равенства приближенные, т.е. имеют место только при выполнении (6). В настоящей работе оценка указанного приближения не приводится, однако для случая ультрарелятивистской частицы приближенное равенство $\epsilon = \epsilon_0$ будет уточнено. Будет рассмотрено и то, при каких условиях (6) может иметь место.

Из (8) также следует независимость амплитуд в $\vec{P}$ от массы частицы.

В настоящей работе частица низкой энергии есть частица с начальной энергией $\mathcal{E}_0 \approx mc^2$ или $\epsilon_0 \approx 1$, т.е. в силу $\epsilon_0 = \sqrt{\pi_0^2 + 1}$ это означает, что $\pi_0 \ll 1$, и в этом случае имеем

$$\epsilon_0 = 1 + o(\pi_0^2) \quad \text{и} \quad \alpha = 1 - g_0\pi_0 + o(\pi_0^2).$$

Или $\alpha = 1 + o(\pi_0)$ независимо от значений g_0, т.е. независимо от направления движения частицы вдоль или против $\vec{n}$. Неравенство (6) имеет вид

$$P_{x1}^2 + P_{y1}^2 \ll \pi_0.$$

А поскольку $\pi_0 \ll 1$, то (6) становится очень жестким, и оно реализуемо либо для EMW очень малой мощности, либо очень высокой частоты, либо комбинации того и другого. Уравнение (7) имеет вид

$$\omega' = \omega[1 + o(\pi_0)],$$

т.е. частота колебания частицы в лабораторной системе сравнима с частотой EMW.

В этом случае (8) остается без изменения. Координаты остальных векторов $\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t)$ см. приложение (случай C), откуда непосредственно видно, что, во-первых, эти векторы обратно пропорциональны массе частицы и, в частности, обратно пропорциональны массе и отклонению частицы от оси Oz, а во-вторых, с точностью до знака $\vec{P}_0$ движение частицы не зависит от того, как частица движется — вдоль или против $\vec{n}$.

Ультрарелятивистская частица

В настоящей работе ультрарелятивистская частица — частица с начальной высокой энергией, т.е. для которой $\mathcal{E}_0 \gg mc^2$ ([3]) или $\epsilon_0 \gg 1$, а поскольку $\epsilon_0 = \sqrt{\pi_0^2 + 1}$, это значит, что и $\pi_0 \gg 1$, и в этом случае имеем

$$\epsilon_0 = \pi_0[1 + \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{\pi_0^2} + o(\pi_0^{-4})] \quad \text{или} \quad \epsilon_0 = \pi_0[1 + o(\pi_0^{-2})] = \pi_0 + o(\pi_0^{-1}).$$

Для ϵ в силу ограниченности величин π_x, π_y имеем

$$\begin{aligned}\epsilon = \sqrt{\pi_x^2 + \pi_y^2 + \pi_0^2 + 1} = \pi_0[1 + \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{\pi_0^2}(1 + \pi_x^2 + \pi_y^2) + o(\pi_0^{-4})] = \\ = \pi_0[1 + o(\pi_0^{-2})] = \pi_0 + o(\pi_0^{-1}),\end{aligned}$$

т.е. $\epsilon = \epsilon_0$ с точностью до $o(\pi_0^{-1})$. В этом случае (8) без изменения; $\vec{r}$ см. приложение (случай B); остальные векторы — приложение (случай D). Отсюда непосредственно видно, что амплитуды в $\vec{v}$ от массы частицы не зависят.

В дальнейшем движение частицы в EMW существенно зависит от значения θ_0.

Случай $\boldsymbol{\theta_0 = 0}$

В этом случае

$$\alpha = \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{\pi_0}[1 - \tfrac{1}{4}\tfrac{1}{\pi_0^2} + o(\pi_0^{-4})].$$

Неравенство (6) имеет вид

$$P_{x1}^2 + P_{y1}^2 \ll \tfrac{1}{4},$$

т.е. (6) становится зависимым только от величин EMW, и с учетом явного выражения для P_{x1}, P_{y1} реализуемо либо для EMW малой мощности, либо высокой частоты, либо комбинации того и другого. Для $\xi = \frac{\alpha}{\epsilon_0}t$ имеем

$$\xi = \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{\pi_0^2}[1 - \tfrac{3}{4}\tfrac{1}{\pi_0^2} + o(\pi_0^{-4})]t,$$

и, следовательно,

$$\omega\xi = \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{\pi_0^2}[1 - \tfrac{3}{4}\tfrac{1}{\pi_0^2} + o(\pi_0^{-4})]\omega t, \tag{9}$$

т.е. частота колебания частицы в лабораторной системе (7) есть

$$\omega' = \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{\pi_0^2}[1 - \tfrac{3}{4}\tfrac{1}{\pi_0^2} + o(\pi_0^{-4})]\omega$$

или

$$\tfrac{\omega'}{\omega} = o(\pi_0^{-2}),$$

что и объясняет такую особенность движения ультрарелятивистской частицы в EMW, вектор начального импульса которой совпадает с направлением $\vec{n}$, как уменьшение частоты колебания частицы более чем на десять порядков по сравнению с частотой EMW. В этом случае (8) без изменения, а $\vec{r}$ и $\vec{a}$ см. приложение (случай E).

Из (9) видно, что если $\pi_0^2 \gg \omega t$, то $\omega\xi \ll 1$, и в этом случае (8) имеет вид

$$P_x = \frac{1}{2}\frac{1}{P_0^2}c^2m^2eE_1t[1+o(\pi_0^{-2})],$$

$$P_y = \frac{1}{8}g\frac{1}{P_0^4}c^4m^4eE_2\omega t^2[1+o(\pi_0^{-2})], \quad P_z = P_{0z}, \quad \mathcal{E} = \mathcal{E}_0,$$

остальные векторы см. приложение (случай F), откуда непосредственно видно, что в этом случае движение частицы пропорционально степеням ее массы и, в частности, это относится и к отклонению частицы от оси Oz, которое характеризуется величиной $\rho = \sqrt{x^2+y^2}$.

Случай $\theta_0 = \pi$

В этом случае

$$\alpha = 2\pi_0[1+o(\pi_0^{-2})].$$

Неравенство (6) имеет вид

$$\sqrt{P_{x1}^2 + P_{y1}^2} \ll \pi_0,$$

т.е. (6) становится зависимым не только от величин EMW, но и от π_0, отвечающего частице, и становится гораздо менее жестким, чем в предыдущих случаях по отношению к величинам, в него входящим.

Для $\xi = \frac{\alpha}{\epsilon_0}t$ имеем

$$\xi = 2t[1+o(\pi_0^{-2})],$$

и следовательно,

$$\omega\xi = 2\omega t[1+o(\pi_0^{-2})]$$

и (7) есть

$$\omega' = 2\omega[1+o(\pi_0^{-2})],$$

т.е. частота колебания частицы в лабораторной системе с точностью до $o(\pi_0^{-2})$ в два раза больше, чем частота EMW и, следовательно, от массы частицы не зависит. В этом случае (8) без изменения; $\vec{r}$, остальные векторы см. приложение (случай G).

Поскольку частота колебания частицы от ее массы не зависит, а следовательно, и $\vec{P}$ от массы не зависит, то из этих равенств непосредственно видно, что в этом случае с точностью до $o(\pi^{-2})$ движение частицы от массы не зависит.

Заключение

Отметим, что начальные условия $\vec{r}_0 = 0$ не нарушают физической общности не только проведенного анализа, но и задачи определения движения частицы в EMW вообще, поскольку к указанным начальным условиям можно перейти от произвольных начальных условий сдвигом начала системы отсчета на некоторый постоянный вектор.

Не нарушает физической общности проведенного анализа и выбор фазы EMW, равной нулю. Для произвольной фазы как из физических соображений, так и из непосредственных расчетов видно, что результаты анализа существенно не меняются.

Необходимо также отметить существенное влияние величины α на движение частицы в EMW. Хотя эта величина и зависит только от $\vec{\pi}_0$, но из вышеизложенного следует, что она есть следствие того, что частица движется именно в EMW, а поэтому указанные особенности движения частицы присущи движению частицы именно в EMW. И, следовательно, для того круга практических задач, в которых используется движение ультрарелятивистской частицы в EMW (ондулятор как лазерная волна и пр.) эти особенности надо иметь в виду.

Список литературы

[1] Болдырев Е.М. Движение частицы в постоянном магнитном поле и в поле плоской монохроматической электромагнитной волны: Препринт ИФВЭ 97-87, Протвино, 1997.

[2] Левич В.Г. Курс теоретической физики. Т.1. — М.: Наука, 1968.

[3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. — М.: Наука, 1973.

Electronic addres: boldyrev@mx.ihep.su

Рукопись поступила 22 марта 1999 г.

Случай A
(Общее решение)

$$x(\xi) = \frac{c}{\alpha}\frac{1}{\omega}P_{x1}(1 - cos\omega\xi), \quad y(\xi) = -\frac{c}{\alpha}\frac{1}{\omega}P_{y1}(\omega\xi - sin\omega\xi),$$

$$z(\xi) = \frac{c}{\alpha}[\pi_{0z} + \frac{1}{4}\frac{1}{\alpha}P_{x1}^2(1 - \frac{sin2\omega\xi}{2\omega\xi}) + \frac{1}{4}\frac{1}{\alpha}P_{y1}^2(3 - 4\frac{sin\omega\xi}{\omega\xi} + \frac{sin2\omega\xi}{2\omega\xi})]\xi.$$

$$a_x(\xi) = c\omega P_{x1}[\frac{\alpha}{\epsilon^2}cos\omega\xi + \frac{1}{\epsilon^3}\frac{1}{4}[P_{x1}^2(cos3\omega\xi - cos\omega\xi) - P_{y1}^2(cos3\omega\xi - 2cos2\omega\xi - cos\omega\xi) + 2)]],$$

$$a_y(\xi) = c\omega P_{y1}[-\frac{\alpha}{\epsilon^2}sin\omega\xi + \frac{1}{\epsilon^3}\frac{1}{4}[P_{x1}^2(-sin3\omega\xi + 2sin2\omega\xi - sin\omega\xi) + P_{y1}^2(sin3\omega\xi - 4sin2\omega\xi + 5sin\omega\xi)]],$$

$$a_z(\xi) = \frac{1}{2}\frac{1}{\epsilon^3}\alpha c\omega[P_{x1}^2 sin2\omega\xi - P_{y1}^2(4sin2\omega\xi - 2sin\omega\xi)].$$

Случай B
(Решение при $\pi_0 \gg 2\frac{1}{\alpha}(P_{x1}^2 + P_{y1}^2)$)

$$x = \frac{eE_1}{\alpha m\omega^2}(1 - cos\omega' t), \quad y = g\frac{eE_2}{\alpha m\omega^2}(\omega' t - sin\omega' t), \quad z = \frac{P_{0z}}{m\epsilon_0}t.$$

$$v_x = \frac{eE_1}{m\epsilon_0\omega}sin\omega' t, \quad v_y = g\frac{eE_2}{m\epsilon_0\omega}(1 - cos\omega' t), \quad v_z = \frac{1}{m\epsilon_0}P_{0z}.$$

$$a_x = \frac{\alpha eE_1}{m\epsilon_0^2}cos\omega' t, \quad a_y = g\frac{\alpha eE_2}{m\epsilon_0^2}sin\omega' t, \quad a_z = 0.$$

Случай C
(Частица низкой энергии)

$$x = \frac{eE_1}{m\omega^2}(1 - cos\omega' t)[1 + g_o\pi_0 + o(\pi_0^2)],$$

$$y = g\frac{eE_2}{m\omega^2}(\omega' t - sin\omega' t)[1 + g_o\pi_0 + o(\pi_0^2)], \quad z = \frac{P_{0z}}{m\epsilon_0}t[1 + o(\pi_0^2)].$$

$$v_x = \frac{eE_1}{m\omega}sin\omega' t[1 + o(\pi_0)],$$

$$v_y = g\frac{eE_2}{m\omega}(1 - cos\omega' t)[1 + o(\pi_0)], \quad v_z = \frac{P_{0z}}{m}.$$

$$a_x = \frac{eE_1}{m}cos\omega' t[1 + o(\pi_0)],$$

$$a_y = g\frac{eE_2}{m}sin\omega' t[1 + o(\pi_0)], \quad a_z = 0.$$

Случай D
(Ультрарелятивистская частица)

$$v_x = \frac{1}{P_0}\frac{ceE_1}{\omega} sin\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$v_y = g\frac{1}{P_0}\frac{ceE_2}{\omega}(1 - cos\omega' t)[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad v_z = c\frac{P_{0z}}{P_0}[1 + o(\pi_0^{-2})].$$

$$a_x = \frac{1}{P_0^2}\alpha c^2 meE_1 cos\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$a_y = g\frac{1}{P_0^2}\alpha c^2 meE_2 sin\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad a_z = 0.$$

Случай E
(Ультрарелятивистская частица: $\boldsymbol{\theta = 0}$)

$$x = 2\frac{P_0}{cm^2}\frac{eE_1}{\omega^2}(1 - cos\omega' t)[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$y = 2g\frac{P_0}{cm^2}\frac{eE_2}{\omega^2}(\omega' t - sin\omega' t)[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad z = \frac{P_{0z}}{|P_{0z}|}ct[1 + o(\pi_0^{-2})].$$

$$a_x = \frac{1}{2}\frac{1}{P_0^3}c^3 m^2 eE_1 cos\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$a_y = \frac{1}{2}g\frac{1}{P_0^3}c^3 m^2 eE_2 sin\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad a_z = 0.$$

Случай F
(Ультрарелятивистская частица: $\boldsymbol{\theta = 0}$ и $\boldsymbol{\omega\xi \ll 1}$)

$$x = \frac{1}{4}\frac{1}{P_0^3}c^3 m^2 eE_1 t^2[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$y = \frac{1}{24}g\frac{1}{P_0^5}c^5 m^4 eE_2 \omega t^3[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad z = \frac{P_{0z}}{P_0}ct[1 + o(\pi_0^{-2})].$$

$$v_x = \frac{1}{2}\frac{1}{P_0^3}c^3 m^2 eE_1 t[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$v_y = \frac{1}{8}g\frac{1}{P_0^5}c^5 m^4 eE_2 \omega t^2[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad v_z = \frac{P_{0z}}{P_0}c[1 + o(\pi_0^{-2})].$$

$$a_x = \frac{1}{2}\frac{1}{P_0^3}c^3 m^2 eE_1[1 + o(\pi_0^{-2})],$$

$$a_y = \frac{1}{4}g\frac{1}{P_0^5}c^5 m^4 eE_2 \omega t[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad a_z = 0.$$

Случай G
(Ультрарелятивистская частица: $\boldsymbol{\theta = \pi}$)

$x = \frac{1}{2}\frac{1}{P_0}\frac{ceE_1}{\omega^2}(1 - cos\omega' t)[1 + o(\pi_0^{-2})],$

$y = \frac{1}{2}g\frac{1}{P_0}\frac{ceE_2}{\omega^2}(\omega' t - sin\omega' t)[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad z = \frac{P_{0z}}{P_0}ct[1 + o(\pi_0^{-2})].$

$v_x = \frac{1}{P_0}\frac{ceE_1}{\omega}sin\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})],$

$v_y = g\frac{1}{P_0}\frac{ceE_2}{\omega}(1 - cos\omega' t)[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad v_z = c\frac{P_{0z}}{P_0}.$

$a_x = 2\frac{1}{P_0}ceE_1 cos\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})],$

$a_y = 2g\frac{1}{P_0}ceE_2 sin\omega' t[1 + o(\pi_0^{-2})], \quad a_z = 0.$

Е.М. Болдырев.
Некоторые особенности движения ультрарелятивистской частицы в электромагнитном поле плоской монохроматической волны.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Ежела. Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 22.03.99. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.
Печ.л. 1,37. Уч.-изд.л. 1,05. Тираж 120. Заказ 81. Индекс 3649.
ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 99–13, И Ф В Э, 1999