



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 99–19
ОТФ

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

**ЧТО ПРОИСХОДИТ В ОКРЕСТНОСТИ СФЕРЫ
ШВАРЦШИЛЬДА ПРИ НАЛИЧИИ МАССЫ
ПОКОЯ ГРАВИТОНА**

Направлено в *ТМФ*

Протвино 1999

Аннотация

Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Что происходит в окрестности сферы Шварцшильда при наличии массы покоя гравитона.: Препринт ИФВЭ 99–19. – Протвино, 1999. – 22 с., библиогр.: 3.

В работе в рамках релятивистской теории гравитации (РТГ) подробно рассматривается решение для статического сферически-симметричного тела. Путем сравнения этого решения с решением Шварцшильда в общей теории относительности (ОТО) устанавливается их существенное различие в области, близкой к сфере Шварцшильда, которое и исключает возможность коллапса с образованием “черных дыр”.

Abstract

Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. What Happens in the Vicinity of the Schwarzschild Sphere when Nonzero Graviton Rest Mass is Present.: IHEP Preprint 99–19. – Protvino, 1999. – p. 22, refs.: 3.

In this paper a solution for a static spherically symmetric body is thoroughly considered in the framework of the Relativistic Theory of Gravitation. By the comparison of this solution with the Schwarzschild solution in General Relativity their substantial difference in the region close to the Schwarzschild sphere is established. Just this difference excludes the possibility of collapse with formation of “black holes”.

Вопрос о том, что происходит в окрестности сферы Шварцшильда при наличии массы покоя гравитона, впервые был рассмотрен в релятивистской теории гравитации (РТГ) в работе [1], где было установлено, что в вакууме на сфере Шварцшильда метрический коэффициент эффективного риманова пространства g_{00} отличен от нуля, тогда как g_{11} имеет полюс. Эти изменения, возникшие в теории из-за массы гравитона, приводят к эффекту “отскока” падающих частиц и света от сингулярности на сфере Шварцшильда, а следовательно, к отсутствию “черных дыр”.

В дальнейшем в работе [2] был проведен подробный анализ этой задачи в РТГ, который уточнил ряд вопросов, но в то же время показал, что “отскок” происходит вблизи сферы Шварцшильда. Ввиду важности данного вопроса мы вновь возвращаемся к его анализу с целью более просто и ясно показать, что в той точке в вакууме, где метрический коэффициент эффективного риманова пространства g_{11} имеет полюс, другой метрический коэффициент g_{00} не обращается в нуль.

В РТГ [3] гравитационное поле рассматривается как физическое поле в пространстве Минковского. Источником такого поля является универсальная сохраняющаяся плотность тензора энергии-импульса всей материи, включая и гравитационное поле. Именно это обстоятельство приводит к тому, что возникает эффективное риманово пространство из-за действия гравитационного поля. Движение вещества в пространстве Минковского под действием гравитационного поля происходит так, как если бы оно двигалось в эффективном римановом пространстве. Полевой подход к гравитации с необходимостью требует введения массы покоя гравитона.

В РТГ, в отличие от общей теории относительности (ОТО), имеют место инерциальные системы координат, а следовательно, ускорение имеет абсолютный смысл. Силы инерции и гравитации разделены, поскольку они совершенно разной природы. Специальный принцип относительности справедлив для всех физических полей, в том числе и для гравитационного. Из теории следует, что гравитационные силы в ньютоновом приближении являются силами притяжения. Поскольку физическое поле может быть описано в одной системе координат, это означает, что эффективное риманово пространство имеет простую топологию и задается в од-

ной карте. В РТГ реализуется принцип Маха — инерциальная система координат определяется распределением материи. В теории имеет место принцип соответствия: при выключении гравитационного поля кривизна пространства исчезает, и мы оказываемся в пространстве Минковского в ранее заданной системе координат.

Уравнения РТГ имеют вид

$$R_{\nu}^{\mu} - \frac{1}{2}\delta_{\nu}^{\mu}R + \frac{1}{2}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\left(\delta_{\nu}^{\mu} + g^{\mu\alpha}\gamma_{\alpha\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\nu}^{\mu}g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}\right) = \kappa T_{\nu}^{\mu}, \quad (1)$$

$$D_{\mu}\tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (2)$$

Здесь $\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu}$, $g = \det g_{\mu\nu}$, R_{ν}^{μ} — тензор Риччи; $\kappa = \frac{8\pi G}{c^2}$, G — гравитационная постоянная; D_{μ} — ковариантная производная в пространстве Минковского; $\gamma_{\mu\nu}(x)$ — метрический тензор пространства Минковского в произвольных криволинейных координатах. Уравнения (1) и (2) общековариантны относительно произвольных координатных преобразований с якобианом, отличным от нуля. Они также лоренцинвариантны относительно преобразований от одной инерциальной системы в галилеевых координатах к другой. Уравнения (2) исключают из тензорного поля представления, соответствующие спинам 1 и 0', оставляя лишь представления со спинами 2 и 0. Уравнения движения вещества являются следствиями уравнений (1) и (2).

Определим теперь гравитационное поле, создаваемое сферически-симметричным статическим источником. Общий вид интервала эффективного риманова пространства для такого источника имеет вид

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + 2g_{01}dtdr + g_{11}dr^2 + g_{22}d\Theta^2 + g_{33}d\Phi^2, \quad (3)$$

введем обозначения:

$$g_{00}(r) = U(r), \quad g_{01}(r) = B(r), \quad g_{11}(r) = -\left[V(r) - \frac{B^2(r)}{U(r)}\right], \quad (4)$$

$$g_{22}(r) = -W^2(r), \quad g_{33}(r, \Theta) = -W^2(r)\sin^2\Theta.$$

Компоненты контрвариантного метрического тензора равны

$$g^{00}(r) = \frac{1}{U}\left(1 - \frac{B^2}{UV}\right), \quad g^{01}(r) = -\frac{B}{UV}, \quad g^{11}(r) = -\frac{1}{V}, \quad (5)$$

$$g^{22}(r) = -\frac{1}{W^2}, \quad g^{33}(r, \Theta) = -\frac{1}{W^2\sin^2\Theta}.$$

Детерминант метрического тензора $g_{\mu\nu}$ равен

$$g = \det g_{\mu\nu} = -UVW^4\sin^2\Theta. \quad (6)$$

Для решения, имеющего физический смысл, должно выполняться условие

$$g < 0. \quad (7)$$

Для сферических координат допускается обращение g в нуль только в точке $r = 0$. На основании (5) и (6) найдем компоненты плотности метрического тензора

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu}. \quad (8)$$

Они имеют вид

$$\tilde{g}^{00} = \frac{W^2}{\sqrt{UV}} \left(V - \frac{B^2}{U} \right) \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{01} = -\frac{BW^2}{\sqrt{UV}} \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{11} = -\sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \sin \Theta, \quad (9)$$

$$\tilde{g}^{22} = -\sqrt{UV} \sin \Theta, \quad \tilde{g}^{33} = -\frac{\sqrt{UV}}{\sin \Theta}. \quad (9')$$

Все рассмотрение будем вести в инерциальной системе в сферических координатах. Интервал в пространстве Минковского имеет вид

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (10)$$

Отличные от нуля символы Кристоффеля в пространстве Минковского, определяемые по формуле

$$\gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} \gamma^{\lambda\sigma} (\partial_{\mu} \gamma_{\sigma\nu} + \partial_{\nu} \gamma_{\sigma\mu} - \partial_{\sigma} \gamma_{\mu\nu}), \quad (11)$$

равны

$$\gamma_{22}^1 = -r, \quad \gamma_{33}^1 = -r \sin^2 \Theta, \quad \gamma_{12}^2 = \gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \quad \gamma_{33}^2 = -\sin \Theta \cos \Theta, \quad \gamma_{23}^3 = \cot \Theta. \quad (12)$$

Запишем уравнение (2) в развернутом виде

$$D_{\mu} \tilde{g}^{\mu\nu} = \partial_{\mu} \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\lambda\sigma}^{\nu} \tilde{g}^{\lambda\sigma} = 0. \quad (13)$$

В галилеевых координатах пространства Минковского они имеют вид

$$\partial_{\mu} \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (14)$$

В случае статического гравитационного поля имеем из (14)

$$\partial_i \tilde{g}^{i\nu} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (15)$$

Используя тензорный закон преобразования, можно выразить компоненты \tilde{g}^{i0} в декартовых координатах через компоненты в сферических координатах

$$\tilde{g}^{i0} = -\frac{BW^2}{\sqrt{UV}} \cdot \frac{x^i}{r^3}, \quad \sqrt{-g} = \frac{1}{r^2} \sqrt{UV} W^2. \quad (16)$$

Здесь x^i — пространственные декартовы координаты. Полагая в (15) $\nu = 0$ и интегрируя по сферическому объему после применения теоремы Гаусса–Остроградского, получаем интеграл по поверхности сферы

$$\oint \tilde{g}^{i0} ds_i = -\frac{BW^2}{r^3 \sqrt{UV}} \oint (\vec{x} d\vec{s}) = 0. \quad (17)$$

Принимая во внимание равенство

$$\oint (\vec{x} d\vec{s}) = 4\pi r^3, \quad (18)$$

получаем

$$\frac{BW^2}{\sqrt{UV}} = 0. \quad (19)$$

Поскольку уравнение (14) справедливо как внутри вещества, так и вне его, (19) должно выполняться для любого значения r . Но так как в силу (7) U, V и W не могут всюду равняться нулю, то из (19) следует

$$B = 0. \quad (20)$$

Интервал (3) эффективного риманова пространства принимает вид

$$ds^2 = U dt^2 - V dr^2 - W^2 (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (21)$$

На основании (20) следует, что не существует статического решения уравнений Гильберта–Эйнштейна в гармонических координатах, содержащего в интервале член вида

$$B(r) dt dr. \quad (22)$$

Тензор энергии-импульса вещества имеет вид

$$T_\nu^\mu = \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) v^\mu v_\nu - \delta_\nu^\mu \cdot \frac{p}{c^2}. \quad (23)$$

В выражении (23) ρ — плотность массы вещества, p — изотропное давление, а

$$v^\mu = \frac{dx^\mu}{ds} \quad (24)$$

есть четырехскорость, удовлетворяющая условию

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 1. \quad (25)$$

Из уравнений (1) и (2) следует

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu = 0, \quad (26)$$

где ∇_μ — ковариантная производная в эффективном римановом пространстве с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$. В случае статического тела

$$v^i = 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad v^0 = \frac{1}{\sqrt{U}}, \quad (27)$$

и поэтому

$$T_0^0 = \rho(r), \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{p(r)}{c^2}, \quad T_\nu^\mu = 0, \quad \mu \neq \nu. \quad (28)$$

Для интервала (21) символы Кристоффеля, отличные от нуля, равны

$$\begin{aligned}\Gamma_{01}^0 &= \frac{1}{2U} \frac{dU}{dr}, \quad \Gamma_{00}^1 = \frac{1}{2V} \frac{dU}{dr}, \quad \Gamma_{11}^1 = \frac{1}{2V} \frac{dV}{dr}, \quad \Gamma_{22}^1 = -\frac{W}{V} \frac{dW}{dr}, \quad \Gamma_{33}^1 = \sin^2 \Theta \cdot \Gamma_{22}^1, \\ \Gamma_{12}^2 &= \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{W} \frac{dW}{dr}, \quad \Gamma_{33}^2 = -\sin \Theta \cos \Theta, \quad \Gamma_{23}^3 = \cot \Theta.\end{aligned}\tag{29}$$

Используя выражение для тензора Риччи

$$R_{\mu\nu} = \partial_\sigma \Gamma_{\mu\nu}^\sigma - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\sigma + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\sigma\lambda}^\lambda - \Gamma_{\mu\lambda}^\sigma \Gamma_{\sigma\nu}^\lambda, \quad R_\nu^\mu = g^{\mu\lambda} R_{\lambda\nu}\tag{30}$$

и подставляя в него выражения для символов Кристоффеля из (29), уравнения (1) для функций U, V и W можно привести к виду

$$\begin{aligned}\frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{V} \right) + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = \kappa \rho,\end{aligned}\tag{31}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{1}{UVW} \frac{dW}{dr} \cdot \frac{dU}{dr} + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = -\kappa \frac{p}{c^2},\end{aligned}\tag{32}$$

$$\begin{aligned}-\frac{1}{VW} W'' - \frac{1}{2UV} U'' + \frac{1}{2WV^2} W'V' + \frac{1}{4VU^2} (U')^2 + \\ + \frac{1}{4UV^2} U'V' - \frac{1}{2UVW} W'U' + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} + \frac{1}{V} \right) \right] = -\kappa \frac{p}{c^2}.\end{aligned}\tag{33}$$

Уравнение (13) с учетом (12), (9) и (20) приводится к виду

$$\frac{d}{dr} \left(\sqrt{\frac{U}{V}} W^2 \right) = 2r \sqrt{UV}.\tag{34}$$

Заметим, что в силу тождества Бьянки и уравнения (2) одно из уравнений (31)-(33) является следствием остальных. В дальнейшем в качестве независимых мы возьмем уравнения (31), (32) и (34).

Уравнение (26) запишем в развернутом виде

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu \equiv \partial_\mu T_\nu^\mu + \Gamma_{\alpha\mu}^\mu T_\nu^\alpha - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha T_\alpha^\mu = 0.\tag{35}$$

Используя выражения (28) и (29), получаем

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{dp}{dr} = -\frac{\rho + \frac{p}{c^2}}{2U} \cdot \frac{dU}{dr}. \quad (36)$$

Принимая во внимание тождество

$$\frac{1}{W^2 \left(\frac{dW}{dr}\right)} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left[\frac{W}{V} \left(\frac{dW}{dr}\right)^2 \right] = \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr}\right)^2 + \frac{2}{VW} \cdot \frac{d^2W}{dr^2} + \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{V}\right), \quad (37)$$

уравнение (31) можно записать в форме

$$1 - \frac{d}{dW} \left[\frac{W}{V \left(\frac{dr}{dW}\right)^2} \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \left[W^2 - r^2 + \frac{W^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V}\right) \right] = \kappa W^2 \rho. \quad (38)$$

Аналогично преобразуем уравнение (32):

$$1 - \frac{W}{V \left(\frac{dr}{dW}\right)^2} \cdot \frac{d}{dW} \ln(UW) + \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \left[W^2 - r^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V}\right) \right] = -\kappa \frac{W^2 p}{c^2}. \quad (39)$$

Уравнения (34) и (36) запишем в виде

$$\frac{d}{dW} \left(W^2 \sqrt{\frac{U}{V}} \right) = 2r \sqrt{UV} \frac{dr}{dW}. \quad (40)$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{dp}{dW} = -\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) \frac{1}{2U} \cdot \frac{dU}{dW}. \quad (41)$$

Перейдем в уравнениях (38)-(41) к безразмерным переменным. Пусть l — радиус Шварцшильда источника, масса которого равна M ,

$$l = \frac{2GM}{c^2}. \quad (42)$$

Введем новые переменные x и z , равные

$$W = lx, \quad r = lz. \quad (43)$$

Уравнения (38)-(41) принимают вид

$$1 - \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \right) + \epsilon \left[x^2 - z^2 + \frac{1}{2} x^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V}\right) \right] = \tilde{\kappa} x^2 \rho(x), \quad (38')$$

$$1 - \frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx}\right)^2} \frac{d}{dx} \ln(xU) + \epsilon \left[x^2 - z^2 - \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V}\right) \right] = -\tilde{\kappa} \frac{x^2 p(x)}{c^2}, \quad (39')$$

$$\frac{d}{dx} \left(x^2 \sqrt{\frac{U}{V}} \right) = 2z \frac{dz}{dx} \sqrt{UV}, \quad (40')$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dx} = - \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dx}. \quad (41')$$

Здесь ϵ — безразмерная постоянная, равная

$$\epsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{2GMm}{\hbar c} \right)^2, \quad \tilde{\kappa} = \kappa l^2. \quad (44)$$

Сумма и разность уравнений (38') и (39') равны

$$2 - \frac{d}{dx} \left[\frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \right] - \frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \frac{d}{dx} \ln(xU) + 2\epsilon(x^2 - z^2) = \tilde{\kappa} x^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right), \quad (45)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \right] - \frac{x}{V \left(\frac{dz}{dx} \right)^2} \frac{d}{dx} \ln(xU) - \epsilon x^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) = -\tilde{\kappa} x^2 \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right). \quad (46)$$

Введем новые функции A и η :

$$U = \frac{1}{x\eta A}, \quad V = \frac{x}{A \left(\frac{dz}{dx} \right)^2}. \quad (47)$$

В этих новых переменных уравнение (45) принимает вид

$$A \frac{d \ln \eta}{dx} + 2 + 2\epsilon(x^2 - z^2) = \tilde{\kappa} x^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right). \quad (48)$$

Уравнение (38') записывается в форме

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \epsilon(x^2 - z^2) + \epsilon \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \tilde{\kappa} \cdot x^2 \rho(x). \quad (49)$$

Согласно условию причинности (см. Дополнение А)

$$\gamma_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = 0, \quad (50)$$

$$g_{\mu\nu} U^\mu U^\nu \leq 0, \quad (50')$$

легко установить неравенство

$$U \leq V. \quad (51)$$

Для нашей задачи можно ограничиться только значениями x и z из интервала

$$0 \leq x \ll \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}}, \quad 0 \leq z \ll \frac{1}{\sqrt{2\epsilon}}. \quad (52)$$

Эти неравенства ограничивают сверху r, W значением

$$r, W \ll \frac{\hbar}{mc}. \quad (53)$$

При таком ограничении уравнение (49) принимает вид

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \epsilon \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \tilde{\kappa} x^2 \rho(x). \quad (54)$$

Вне вещества имеем

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \epsilon \frac{x^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right). \quad (55)$$

В силу условия причинности (51) вне вещества имеет место неравенство

$$\frac{dA}{dx} \geq 1. \quad (56)$$

Интегрируя (54) в интервале $(0, x)$, получаем

$$A(x) = x + \frac{\epsilon}{2} \int_0^x x'^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) dx' - \tilde{\kappa} \int_0^x x'^2 \rho(x') dx'. \quad (57)$$

В (57) $A(0)$ положена равной нулю, поскольку если бы она была отлична от нуля, то функция $V(x)$ обратилась бы в нуль при x , стремящемся к нулю, что физически недопустимо. На основании (56) функция $A(x)$ вне вещества монотонно возрастает по x , а поэтому она может иметь только один корень

$$A(x_1) = 0, \quad x_1 > x_0. \quad (58)$$

На основании (57) имеем

$$x_1 = 1 - \frac{\epsilon}{2} \int_0^{x_1} x'^2 \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) dx'. \quad (59)$$

Здесь мы учли, что при выборе l равным (42)

$$\tilde{\kappa} \int_0^{x_0} x'^2 \rho(x') dx' = 1.$$

Вещество сосредоточено в сфере $0 \leq x \leq x_0$.

Из-за массы гравитона нуль функции A сдвинут во внутрь сферы Шварцшильда. Так как при x , стремящемся к x_1 , $V(x)$ стремится к бесконечности, поскольку $A(x)$ стремится к нулю, то найдется такая окрестность точки x_1

$$x_1(1 - \lambda_1) \leq x \leq x_1(1 + \lambda_2), \quad \lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0, \quad (60)$$

(λ_1 и λ_2 принимают малые фиксированные значения), в которой будет иметь место неравенство

$$\frac{1}{U} \gg \frac{1}{V}. \quad (61)$$

В этом приближении получим

$$A(x) = x - x_1 + \frac{\epsilon}{2} \int_{x_1}^x dx' x'^2 \frac{1}{U}. \quad (62)$$

Подставляя в это выражение U в форме (47), найдем

$$A(x) = x - x_1 + \frac{\epsilon}{2} \int_{x_1}^x dx' x'^3 \eta(x') A(x'). \quad (63)$$

В области изменения x в интервале (60) в подынтегральном выражении можно заменить x^3 на x_1^3 :

$$A(x) = x - x_1 + \frac{\epsilon}{2} x_1^3 \int_{x_1}^x \eta(x') A(x') dx'. \quad (64)$$

Отсюда получим

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \frac{\epsilon}{2} x_1^3 \eta(x) A(x). \quad (65)$$

В рассматриваемом приближении (52) уравнение (48) принимает вид

$$A \frac{d \ln \eta}{dx} + 2 = 0. \quad (66)$$

Введем новую функцию

$$f(x) = \frac{x_1^3}{2} \eta(x) A(x). \quad (67)$$

Уравнение (65) принимает вид

$$\frac{dA}{dx} = 1 + \epsilon f(x), \quad (68)$$

а уравнение (66) принимает форму

$$\frac{A}{f} \cdot \frac{df}{dx} - \frac{dA}{dx} = -2. \quad (69)$$

Из уравнений (68) и (69) находим

$$A(x) = -\frac{(1 - \epsilon f)f}{\left(\frac{df}{dx}\right)}. \quad (70)$$

Из выражения (67) получим

$$\eta(x) = -\frac{2\frac{df}{dx}}{x_1^3(1-\epsilon f)}. \quad (71)$$

Подставляя (70) и (71) в (47), найдем

$$U = \frac{x_1^3}{2xf}, \quad V = -\frac{x\frac{df}{dx}}{f(1-\epsilon f)\left(\frac{dz}{dx}\right)^2}. \quad (72)$$

Используя эти выражения, детерминант g можно записать в форме

$$g = \frac{x_1^3\frac{df}{dx}x^4}{2f^2\left(\frac{dz}{dx}\right)^2(1-\epsilon f)} \sin^2 \Theta < 0. \quad (73)$$

Для выполнения условия (7) необходимо, чтобы выражения $\frac{df}{dx}$ и $(1-\epsilon f)$ имели разные знаки. Подставляя (70) в (68), получаем

$$\frac{d}{dx} \ln \left| \frac{df}{dx} \right| - \frac{d}{dx} \ln |f(1-\epsilon f)| = \frac{1+\epsilon f}{f(1-\epsilon f)} \cdot \frac{df}{dx}. \quad (74)$$

Отсюда находим

$$\frac{d}{dx} \ln \left| \frac{(1-\epsilon f)\frac{df}{dx}}{f^2} \right| = 0. \quad (75)$$

Таким образом,

$$\left| \frac{(1-\epsilon f)\frac{df}{dx}}{f^2} \right| = C_0 > 0. \quad (76)$$

Учитывая, что величины $(1-\epsilon f)$ и $\frac{df}{dx}$ должны иметь разные знаки, находим

$$\frac{df}{dx} = -\frac{C_0 f^2}{(1-\epsilon f)}. \quad (77)$$

Подставляя это выражение в (70), получаем

$$A(x) = \frac{(1-\epsilon f)^2}{C_0 f}, \quad A(x_1) = 0 \quad \text{при} \quad f = \frac{1}{\epsilon}. \quad (78)$$

С учетом (78) выражение (47) для функции V принимает вид

$$V = \frac{C_0 x f}{(1-\epsilon f)^2 \left(\frac{dz}{dx}\right)^2}. \quad (79)$$

Интегрируя (77) и учитывая (78), получаем

$$C_0 \cdot (x - x_1) = \frac{1}{f} + \epsilon \ln \epsilon |f| - \epsilon. \quad (80)$$

Соотношение (80) получено в области значений x , определяемой неравенствами (60), однако оно верно и в той области, где влиянием массы гравитона можно пренебречь.

Согласно (60), область изменения $C_0(x - x_1)$ заключена в пределах

$$-C_0x_1\lambda_1 \leq C_0(x - x_1) \leq C_0x_1\lambda_2, \quad (81)$$

когда f положительно, оно удовлетворяет неравенствам

$$\tilde{C} \leq f \leq \frac{1}{\epsilon}. \quad (82)$$

Используя (80), согласно (81), имеем

$$\frac{1}{f} + \epsilon \ln \epsilon f - \epsilon \leq C_0x_1\lambda_2.$$

Отсюда можно найти \tilde{C} :

$$\frac{1}{\tilde{C}} + \epsilon \ln \epsilon \tilde{C} - \epsilon = C_0x_1\lambda_2. \quad (83)$$

Из выражения (83) находим приближенное значение для \tilde{C} :

$$\tilde{C} = \frac{1}{C_0x_1\lambda_2}. \quad (84)$$

Для отрицательных значений f точке $x = x_1$ соответствует следующее значение $|f|$, определяемое из уравнения

$$-\frac{1}{|f|} + \epsilon \ln \epsilon |f| - \epsilon = 0. \quad (85)$$

Отсюда находим

$$|f| = \frac{a}{\epsilon}, \quad \ln a = \frac{1+a}{a}. \quad (86)$$

Согласно (81) должно выполняться неравенство

$$-C_0x_1\lambda_1 \leq -\frac{1}{|f|} + \epsilon \ln \epsilon |f| - \epsilon. \quad (87)$$

Отсюда можно найти нижнюю границу для $|f| = D$

$$-C_0x_1\lambda_1 = -\frac{1}{D} + \epsilon \ln \epsilon D - \epsilon. \quad (88)$$

Из выражения (88) находим приближенное значение для D

$$D = \frac{1}{C_0x_1\lambda_1}. \quad (89)$$

Это означает, что величина $|f|$ удовлетворяет неравенству

$$|f| \geq D = \frac{1}{C_0 x_1 \lambda_1}. \quad (89')$$

Установим теперь зависимость переменной z от x . Подставляя (47) в (40') и учитывая (48), получаем

$$A \frac{d}{dx} \left(x \frac{dz}{dx} \right) = 2z - x \frac{dz}{dx} \left[1 + \epsilon(x^2 - z^2) - \frac{1}{2} \tilde{\kappa} x^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right) \right]. \quad (90)$$

В приближении (52) вне вещества уравнение (90) принимает вид

$$A \frac{d}{dx} \left(x \frac{dz}{dx} \right) + x \frac{dz}{dx} - 2z = 0. \quad (91)$$

Нам необходимо найти регулярное решение $z(x)$ уравнения (91). В уравнении (91) перейдем от переменной x к f . Используя соотношение (80)

$$x = \frac{1}{C_0 f} [C_0 x_1 f + 1 - \epsilon f + \epsilon f \ln \epsilon |f|], \quad (92)$$

и учитывая (65), (66) и (83), уравнение (91) можно представить в форме

$$\frac{d^2 z}{df^2} + \frac{C_0 x f + \epsilon f - 1}{C_0 f^2 x} \cdot \frac{dz}{df} - \frac{2z}{C_0 f^3 x} = 0. \quad (93)$$

Прямой подстановкой можно установить, что выражение

$$z = \frac{x_1}{2} + \frac{1}{C_0 f} [1 - \epsilon f + \epsilon f \ln \epsilon |f|] \quad (94)$$

удовлетворяет уравнению (93) с точностью до величины

$$\epsilon \frac{(1 - \epsilon f + \ln \epsilon |f|)}{C_0^2 x f^3}, \quad (95)$$

которая чрезвычайно мала в окрестности точки x_1 . Из выражений (92) и (94) находим

$$z = x - \frac{x_1}{2}. \quad (96)$$

Учитывая это соотношение, а также (79) и (72), получаем

$$U = \frac{x_1^3}{2x f}, \quad V = \frac{C_0 x f}{(1 - \epsilon f)^2}. \quad (97)$$

Для отрицательных значений f условие причинности (51) принимает вид

$$(2x^2 C_0 - \epsilon^2 x_1^3) - 2\epsilon x_1^3 |f| - x_1^3 \leq 0. \quad (98)$$

Неравенство (98) не выполняется, поскольку оно не удовлетворяет неравенству (89'). Таким образом, в области отрицательных значений f нарушается принцип причинности. Это означает, что в области $x_1(1 - \lambda_1) \leq x < x_1$ решение не имеет физического смысла. При $x_0 < x_1(1 - \lambda_1)$ возникает ситуация, когда физическое решение внутри тела $0 \leq x \leq x_0$ невозможно сшить с физическим решением в области $x > x_1$, поскольку существует промежуточная область $x_1(1 - \lambda_1) \leq x < x_1$, в которой решение не удовлетворяет принципу причинности. Отсюда с необходимостью следует, что $x_0 \geq x_1$. С физической точки зрения, необходимо исключить и равенство $x_0 = x_1$, поскольку решение внутри тела должно непрерывно переходить во внешнее решение. Следовательно, переменная f принимает только положительные значения, а x_0 не может быть меньше чем x_1 . Для значений из области $x \geq x_1(1 + \lambda_2)$ в уравнениях (38') и (39') можно опустить члены, содержащие малый параметр ϵ . Тем самым мы приходим к внешнему решению Шварцшильда:

$$z_s = (x - \omega) \left[1 + \frac{b}{2\omega} \ln \frac{x - 2\omega}{x} \right], \quad (99)$$

$$V_s = \frac{x}{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 (x - 2\omega)}, U_s = \frac{x - 2\omega}{x}. \quad (100)$$

Здесь " ω " и " b " — некоторые постоянные, которые определяются из условия сшивания решений (96), (97) с решением (99), (100). В точке $x = x_1(1 + \lambda_2)$ функция z из (96) равна

$$z = x_1 \left(\frac{1}{2} + \lambda_2 \right), \quad (101)$$

в этой же точке z_s равна

$$z_s = [x_1(1 + \lambda_2) - \omega] \left[1 + \frac{b}{2\omega} \ln \frac{x_1(1 + \lambda_2) - 2\omega}{x_1(1 + \lambda_2)} \right]. \quad (102)$$

Из условия сшивания (101) и (102) находим

$$\omega = \frac{x_1}{2}, \quad b = 0. \quad (103)$$

В точке $x = x_1(1 + \lambda_2)$ функция U из (97) равна

$$U = \frac{x_1^3}{2x_1(1 + \lambda_2)\tilde{C}}, \quad (104)$$

поскольку \tilde{C} , согласно (84), равно

$$\tilde{C} = \frac{1}{C_0 x_1 \lambda_2}. \quad (105)$$

Подставляя (105) в (104), получаем

$$U = \frac{C_0 x_1^3 \lambda_2}{2(1 + \lambda_2)}, \quad (106)$$

в той же точке с учетом (103) U_s равна

$$U_s = \frac{\lambda_2}{1 + \lambda_2}. \quad (107)$$

Из условия сшивания (106) и (107) находим

$$C_0 = \frac{2}{x_1^3}. \quad (108)$$

В точке $x = x_1(1 + \lambda_2)$ функция V из (97) равна

$$V = C_0 x_1 (1 + \lambda_1) \tilde{C}. \quad (109)$$

Подставляя в (109) значение \tilde{C} из (105), получаем

$$V = \frac{1 + \lambda_2}{\lambda_2} \quad (110)$$

в той же точке V_s с учетом (99) и (103) равна

$$V_s = \frac{1 + \lambda_2}{\lambda_2}, \quad (111)$$

т.е. решение для V сшивается с решением для V_s .

Рассмотрим (92) для значений ϵf , близких к единице

$$f = \frac{1}{\epsilon \left(1 + \frac{y}{\epsilon}\right)}, \quad \frac{y}{\epsilon} \ll 1. \quad (112)$$

Подставляя это выражение в (92) и разлагая по $\frac{y}{\epsilon}$, получаем

$$y^2 = 2\epsilon C_0 (x - x_1). \quad (113)$$

Неравенство (112) означает, что величина $(x - x_1) = \delta \ll \epsilon$, т.е.

$$\frac{y}{\epsilon} = \sqrt{2C_0} \cdot \sqrt{\frac{x - x_1}{\epsilon}} \ll 1. \quad (114)$$

Подставляя (113) в (112), а затем f в (97), получаем для U и V следующие выражения

$$U = \frac{x_1^3 [\epsilon + \sqrt{2\epsilon C_0 (x - x_1)}]}{2x}, \quad V = \frac{x [\epsilon + \sqrt{2\epsilon C_0 (x - x_1)}]}{2\epsilon (x - x_1)}. \quad (115)$$

Отсюда в области переменной x , удовлетворяющей неравенству (114), имеем

$$U = \frac{\epsilon x_1^3}{2x}, \quad V = \frac{x}{2(x - x_1)}. \quad (116)$$

Мы видим, что наличие массы гравитона существенно изменяет характер решения в области, близкой к гравитационному радиусу. В той точке, где функция V согласно (116) имеет полюс, функция U отлична от нуля, тогда как в общей теории относительности (ОТО) она равна нулю. Именно в силу этого обстоятельства и возникает в ОТО неотвратимый гравитационный коллапс, в ходе которого и возникают “черные дыры”. В РТГ “черные дыры” невозможны.

Если учесть (42), (43), (96) и пренебречь вторым членом в (59), то выражения (116) для U и V принимают вид

$$U = \left(\frac{GMm}{\hbar c} \right)^2, \quad V = \frac{1}{2} \cdot \frac{r + \frac{GM}{c^2}}{r - \frac{GM}{c^2}}, \quad (117)$$

что совпадает с формулами (18) работы [1]. Заметим, что вычет в полюсе у функции V при $\epsilon \neq 0$ равен $\frac{GM}{c^2}$, тогда как при $\epsilon = 0$ он равен $\frac{2GM}{c^2}$. Это вызвано тем, что в случае $\epsilon = 0$ полюс функции V в точке $x = x_1$ возникает из-за функции f , которая имеет в этой точке полюс, тогда как при $\epsilon \neq 0$ он появляется из-за функции $(1 - \epsilon f)$, которая, согласно (92), обращается в точке $x = x_1$ в нуль.

Сравним теперь характер движения пробных тел в эффективном римановом пространстве с метрикой (117) и метрикой Шварцшильда. Интервал (21) риманова пространства запишем в форме

$$ds^2 = U dt^2 - \tilde{V} dW^2 - W^2 (d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (118)$$

Здесь \tilde{V} равна

$$\tilde{V}(W) = V \left(\frac{dr}{dW} \right)^2. \quad (119)$$

Движение пробного тела происходит по геодезической риманова пространства

$$\frac{dv^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu v^\alpha v^\beta = 0, \quad (120)$$

где

$$v^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}, \quad (121)$$

четырёхвектор скорости v^μ удовлетворяет условию

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 1. \quad (122)$$

Рассмотрим радиальное движение, когда

$$v^\Theta = v^\Phi = 0. \quad (123)$$

Учитывая (29), из уравнения (120) находим

$$\frac{dv^0}{ds} + \frac{1}{U} \cdot \frac{dU}{dW} v^0 v^1 = 0, \quad (124)$$

где

$$v^1 = \frac{dW}{ds} . \quad (125)$$

Из уравнения (124) находим

$$\frac{d}{dW} \ln(v^0 U) = 0 . \quad (126)$$

Отсюда имеем

$$v^0 = \frac{dx^0}{ds} = \frac{U_0}{U} , \quad (127)$$

где U_0 — постоянная интегрирования.

Учитывая (127), условие (122) для радиального движения принимает вид

$$\frac{U_0^2}{U} - 1 = \tilde{V} \cdot \left(\frac{dW}{ds} \right)^2 . \quad (128)$$

Если принять, что скорость падающего пробного тела на бесконечности была равна нулю, то получим $U_0 = 1$. Из (128) находим

$$\frac{dW}{ds} = -\sqrt{\frac{1-U}{U\tilde{V}}} . \quad (129)$$

Принимая во внимание (79), (96), (97) и (108), имеем

$$U = \frac{x_1^3}{2xf}, \quad \tilde{V} = \frac{2xf}{x_1^3(1-\epsilon f)^2} .$$

Подставляя эти выражения в (129), получаем

$$\frac{dW}{ds} = -\sqrt{1-U}(1-\epsilon f) . \quad (130)$$

Используя (108), (112) и (113), в окрестности точки x_1 имеем

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{2}{x_1} \sqrt{\frac{x-x_1}{\epsilon x_1}} \quad (131)$$

Переходя от переменной x к W , согласно (43) и учитывая (44), получаем

$$\frac{dW}{ds} = -\frac{\hbar c^2}{mGM} \sqrt{\frac{W}{GM} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 W} \right)} . \quad (132)$$

Отсюда очевидно, что возникает точка поворота. Дифференцируя (132) по s , найдем

$$\frac{d^2W}{ds^2} = \frac{1}{2GM} \left(\frac{\hbar c^2}{mGM} \right)^2 . \quad (133)$$

В точке поворота ускорение (133) весьма велико, и оно положительно, т.е. имеет место отталкивание. Интегрируя (132), получаем

$$W = \frac{2GM}{c^2} + \left(\frac{\hbar c^2}{2mGM} \right)^2 \cdot \frac{1}{GM} (s - s_0)^2. \quad (134)$$

Формулы (132)-(134) совпадают с формулами работы [1]. Присутствие постоянной Планка в формуле (132) связано с волновой природой материи, в нашем случае гравитонов, имеющих массу покоя. Из формулы (134) очевидно, что пробное тело никогда не может пересечь сферу Шварцшильда. В ОТО ситуация совершенно другая. Из решения Шварцшильда и выражения (129) следует, что пробное тело пересечет сферу Шварцшильда, и образуется “черная дыра”. Пробные тела или свет могут пересекать сферу Шварцшильда лишь во внутрь, при этом они уже никогда не могут выйти из сферы Шварцшильда. К тому же результату мы придем, если перейдем в синхронную систему свободно падающих пробных тел, с помощью преобразований

$$\tau = t + \int dW \left[\frac{\tilde{V}(1-U)}{U} \right]^{1/2}. \quad (135)$$

$$R = t + \int dW \left[\frac{\tilde{V}}{U(1-U)} \right]^{1/2}. \quad (136)$$

В этом случае интервал (118) принимает вид

$$ds^2 = d\tau^2 - (1-U)dR^2 - W^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (137)$$

В такой форме исчезают особенности метрических коэффициентов как для решения Шварцшильда, когда $\epsilon = 0$, так и для решения в нашем случае, когда $\epsilon \neq 0$.

Вычитая из выражения (136) выражение (135), получаем

$$R - \tau = \int dW \sqrt{\frac{U\tilde{V}}{(1-U)}}. \quad (138)$$

Дифференцируя равенство (138) по τ , находим

$$\frac{dW}{d\tau} = -\sqrt{\frac{(1-U)}{U\tilde{V}}}. \quad (139)$$

Таким образом, мы приходим к тому же исходному уравнению (129), на основании которого и были получены формулы (132)-(134). При этом совершенно очевидно, что переход к синхронной падающей системе координат не устраняет особенности, которая возникает из-за наличия массы гравитона, т.е. когда $\epsilon \neq 0$. В том случае, когда $\epsilon = 0$, шварцшильдовская особенность в метрике не сказывается на движении пробного тела как в исходной системе координат, так и в падающей синхронной

системе. При этом падающие частицы пересекают сферу Шварцшильда лишь в одном направлении — во внутрь.

Вычислим теперь время распространения светового сигнала от некоторой точки W_0 до точки $W_1 = \frac{2GM}{c^2}$. Для решения Шварцшильда из выражения $ds^2 = 0$ имеем

$$\frac{dW}{dt} = -c \left(1 - \frac{2GM}{c^2 W} \right). \quad (140)$$

Интегрируя это уравнение, получаем

$$W_0 - W + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{W_0 - \frac{2GM}{c^2}}{W - \frac{2GM}{c^2}} = c(t - t_0). \quad (141)$$

Отсюда очевидно, что в ОТО для достижения гравитационного радиуса $W_1 = \frac{2GM}{c^2}$ требуется бесконечно время по часам удаленного наблюдателя. В РТГ, как мы ранее установили, решение Шварцшильда имеет место до точки $W = W_1(1 + \lambda_2)$, а поэтому время достижения этой точки равно

$$c(t - t_0) = W_0 - W_1(1 + \lambda_2) + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{W_0 - \frac{2GM}{c^2}}{\lambda_2 \frac{2GM}{c^2}}. \quad (142)$$

Время распространения светового луча от точки $W = W_1(1 + \lambda_2)$ до точки W_1 можно вычислить, используя формулы (97) и (108). В этом промежутке имеем

$$\frac{dW}{dt} = -c \frac{x_1^3}{2xf} (1 - \epsilon f). \quad (143)$$

Отсюда получим после интегрирования и замены переменной

$$\frac{2MG}{c^2} \int_f^{1/\epsilon} \frac{xdx}{f} = c(t_1 - t). \quad (144)$$

Согласно (84) и (108) нижняя граница интегрирования равна

$$f = \tilde{C} = \frac{x_1^2}{2\lambda_2}. \quad (145)$$

Интеграл (144) легко вычисляется и с хорошей точностью приводит к следующему соотношению:

$$c(t_1 - t) = W_1 \lambda_2 + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{2\lambda_2}{\epsilon}. \quad (146)$$

На основании (142) и (146) время, которое необходимо световому сигналу, чтобы пройти расстояние от точки W_0 до точки $W_1 = \frac{2GM}{c^2}$, равно сумме выражений (142) и (146):

$$c(t_1 - t_0) = W_0 - W_1 + \frac{2GM}{c^2} \ln \frac{W_0 - \frac{2GM}{c^2}}{\epsilon \frac{GM}{c^2}}. \quad (147)$$

Отсюда видно, что в РТГ в отличие от ОТО время распространения светового луча до сферы Шварцшильда конечно и по часам удаленного наблюдателя. Из формулы (147) очевидно, что время распространения сигнала не сильно увеличивается из-за действия гравитационного поля.

На основании изложенного очевидно, что при наличии массы гравитона $\epsilon \neq 0$ решение в РТГ существенно отличается от решения Шварцшильда из-за присутствия на сфере Шварцшильда сингулярности, которая не может быть устранена выбором системы координат. Именно по этой причине, как мы показали выше, физическое решение для статического сферически-симметричного тела возможно лишь в том случае, когда точка x_1 находится внутри тела. Этот вывод сохраняется и для синхронной системы координат, когда метрические коэффициенты (см. (134)) являются функциями времени.

Таким образом, согласно РТГ как полевой теории гравитации, тело любой массы не может неограниченно сжиматься, а поэтому гравитационный коллапс с образованием “черной дыры” невозможен. В ОТО при сферически-симметричной аккреции вещества на “черную дыру” энерговыделение достаточно мало, поскольку падающее вещество уносит энергию в “черную дыру”.

Согласно РТГ, ситуация кардинально изменяется, так как при аккреции падающее вещество ударяется о поверхность тела, а поэтому энерговыделение будет уже значительным. Полевой подход к гравитации принципиально изменяет представления, сложившиеся под влиянием ОТО. Это, в частности, сказывается на том, что эффективное риманово пространство, возникшее из-за действия гравитационного поля, имеет только простую топологию, поскольку гравитационное поле в пространстве Минковского, как и любое другое физическое поле, может быть описано в одной галилеевой системе координат. В ОТО риманово пространство может иметь сложную топологию, и оно описывается атласом карт.

Далее следует особо отметить, что действие гравитационного поля, как и любого другого физического поля, не выводит траекторию движения пробного тела за пределы конуса причинности пространства Минковского. Именно это обстоятельство позволяет выбором ускоренной системы координат уравновесить трехмерную силу гравитации силой инерции.

Между силами гравитации и силами инерции существует принципиальная разница. Силы инерции всегда можно сделать равными нулю, выбрав инерциальную систему координат, тогда как силу гравитации, возникшую из-за наличия гравитационного поля, никогда нельзя (даже локально) сделать равной нулю выбором системы координат.

Если ОТО утверждает, что гравитация есть следствие искривленности (римановости) пространства-времени, то, согласно РТГ, эффективное риманово пространство-время есть следствие наличия гравитационного поля, обладающего плотностью энергии-импульса, источником которого является плотность тензора энергии-импульса всей материи, включая и гравитационное поле. Пространство-время было и есть пространство Минковского, а все остальное в том числе и гравитация — это физические поля. Именно при таком представлении и имеют

место основные физические принципы — интегральные законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения.

Полевой подход к гравитации с необходимостью требует введения массы гравитона, что, в свою очередь, делает невозможным гравитационный коллапс и приводит к циклическому развитию однородной и изотропной Вселенной. При этом однородная и изотропная Вселенная является “плоской”, и предсказывается существование во Вселенной “скрытой массы” темной материи [3]. Из теории непосредственно следует, что современная плотность вещества во Вселенной должна быть равна

$$\rho(\tau) = \rho_c(\tau) + \rho_g, \quad (148)$$

где ρ_c — критическая плотность, определяемая “постоянной” Хаббла $H(\tau)$ и равная

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (149)$$

а ρ_g определяется массой гравитона m и равна

$$\rho_g = \frac{1}{16\pi G} \left(\frac{mc^2}{\hbar} \right)^2. \quad (150)$$

Поскольку критическая плотность ρ_c во много раз превышает видимую плотность вещества во Вселенной, то, согласно равенства (148), во Вселенной должна быть темная материя.

Список литературы

- [1] Власов А.А., Логунов А.А. ТМФ, т.79, 3, с.323-329, 1989.
- [2] Лоскутов Ю.М. ТМФ, т.82, 2, с.304-312, 1990.
- [3] Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Релятивистская теория гравитации. Москва, “Наука”, 1989 г.
Логунов А.А. УФН, т.165, 2, с.187-203, 1995. Логунов А.А. Phys. Part. Nucl. 29(1), January-February, 1998.

Рукопись поступила 16 апреля 1999 г.

Дополнение А

В сферических координатах пространство Минковского интервалы пространства Минковского и эффективного риманова пространства имеют вид

$$d\sigma^2 = dt^2 - dr^2 - r^2(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2), \quad (A.1)$$

$$ds^2 = U(r)dt^2 - V(r)dr^2 - W^2(r)(d\Theta^2 + \sin^2 \Theta d\Phi^2). \quad (A.2)$$

Введем вектор скорости

$$v^i = \frac{dx^i}{dt}, \quad v^i = ve^i, \quad (x^i = r, \Theta, \Phi). \quad (A.3)$$

e^i — единичный вектор относительно метрики пространственной части пространства Минковского

$$\kappa_{ik}e^i e^k = 1. \quad (A.4)$$

В общем случае κ_{ik} равна

$$\kappa_{ik} = -\gamma_{ik} + \frac{\gamma_{0i}\gamma_{0k}}{\gamma_{00}}. \quad (A.5)$$

В случае (A.1)

$$\kappa_{ik} = -\gamma_{ik}. \quad (A.6)$$

Условие (A.4) для метрики (A.1) имеет вид

$$(e^1)^2 + r^2[(e^2)^2 + \sin^2 \Theta \cdot (e^3)^2] = 1. \quad (A.7)$$

Определим четырехвектор скорости равенством

$$v^\mu = (1, ve^i) \quad (A.8)$$

и потребуем, чтобы он был изотропным в пространстве Минковского

$$\gamma_{\mu\nu}v^\mu v^\nu = 0. \quad (A.9)$$

Подставляя (A.8) в (A.9) и учитывая (A.7), находим

$$v = 1. \quad (A.10)$$

Таким образом изотропный четырехвектор v^μ равен

$$v^\mu = (1, e^i). \quad (A.11)$$

Так как, согласно специальной теории относительности, движение всегда происходит внутри или на границе конуса причинности Минковского, то для гравитационного поля имеет место принцип причинности

$$g_{\mu\nu}v^\mu v^\nu \leq 0, \quad (A.12)$$

т.е.

$$U - V(e^1)^2 - W^2[(e^2)^2 + (e^3)^2 \sin^2 \Theta] \leq 0. \quad (A.13)$$

Учитывая (A.7), выражение (A.13) можно записать в виде

$$U - \frac{W^2}{r^2} - \left(V - \frac{W^2}{r^2} \right) (e^1)^2 \leq 0. \quad (A.14)$$

Пусть

$$V - \frac{W^2}{r^2} \geq 0. \quad (A.15)$$

В силу произвольности $0 \leq (e^1)^2 \leq 1$ неравенство (A.14) будет выполняться, только если

$$U - \frac{W^2}{r^2} \leq 0. \quad (A.16)$$

Из неравенств (A.15) и (A.16) следует

$$U \leq V. \quad (A.17)$$

В том случае, если

$$V - \frac{W^2}{r^2} < 0, \quad (A.18)$$

запишем неравенство (A.14) в форме

$$U - V - \left(\frac{W^2}{r^2} - V \right) (1 - (e^1)^2) \leq 0. \quad (A.19)$$

В силу произвольности e^1 , (A.19) будет выполняться для любых значений $0 \leq (e^1)^2 \leq 1$ только в случае, если

$$U \leq V. \quad (A.20)$$

Таким образом, принцип причинности РТГ приводит во всех случаях к неравенству

$$U(r) \leq V(r). \quad (A.21)$$

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили.

Что происходит в окрестности сферы Шварцшильда при наличии массы покоя гравитона.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы \LaTeX .

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 16.04.99. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.
Печ.л. 2,75. Уч.-изд.л. 2,1. Тираж 150. Заказ 83. Индекс 3649.
ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

