



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 99-39  
ОУ У-70

С.В. Иванов, О.П. Лебедев

**ПОДАВЛЕНИЕ САМОГРУППИРОВКИ ПУЧКА  
В УСКОРИТЕЛЕ У-70**

Протвино 1999

## **Аннотация**

Иванов С.В., Лебедев О.П. Подавление самогруппировки пучка в ускорителе У-70: Препринт ИФВЭ 99-39. – Протвино, 1999. – 13 с., 8 рис., 1 табл., библиогр.: 9.

Медленный вывод интенсивного пучка из протонного синхротрона У-70 ИФВЭ осложняется эффектом самогруппировки циркулирующего пучка, вызываемой рабочим видом колебаний выключенных ВЧ-резонаторов. В работе предлагается система подавления этой неустойчивости с помощью цепи обратной связи по пучку, замыкаемой через один из ВЧ-резонаторов.

## **Abstract**

Ivanov S.V., Lebedev O.P. Damping of Beam Self-Bunching in U-70 Accelerator: IHEP Preprint 99-39. – Protvino, 1999. – p. 13, figs. 8, tables 1, refs.: 9.

Slow extraction of an intense beam from IHEP U-70 PS is hampered by self-bunching of a coasting beam that is caused by the fundamental mode of idle RF cavities. The paper outlines a proposal to suppress this instability with a dedicated beam feedback circuit closed via an RF cavity.

## Введение

Продольная неустойчивость азимутально однородного пучка, приводящая к его самогруппировке, препятствует повышению эффективности медленного вывода частиц из ускорителя У–70 при повышенной интенсивности. Причиной этой неустойчивости является взаимодействие пучка протонов с рабочим видом колебаний ускоряющих резонаторов. В работе предлагается система подавления эффекта самогруппировки с помощью цепи обратной связи по пучку.

### 1. Характеристическое уравнение

Продольная неустойчивость несгруппированного пучка в синхротроне известна давно [1]–[3]. Условия устойчивости пучка с разбросом по частотам обращения исследованы в работе [4]. Общепринятая форма критерия устойчивости предложена в [5]. Подробное изложение физической картины эффекта имеется, например, в обзоре [6]. Неустойчивость циркулирующего пучка в протонном синхротроне У–70 ИФВЭ изучалась ранее в работе [7].

Учитывая приведенный список литературы, нет необходимости возвращаться еще раз к изложению физических основ рассматриваемого эффекта. Сразу выпишем характеристическое уравнение неустойчивости для пучка с разбросом по частотам обращения. Оно имеет вид равенства

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{Z_k(k\omega_s + \Omega)}{k} \cdot Y_k(\Omega) = 1. \quad (1)$$

В этом уравнении содержится вся информация, необходимая и достаточная для расчета системы подавления. Далее поясняется физический смысл входящих в (1) величин.

Множитель  $R$  обладает размерностью электрического сопротивления. Он характеризует амплитуду когерентного отклика пучка на внешнее возбуждение и записывается в виде

$$R = \frac{\beta^2 \gamma \eta E_0 / e}{J_0} \left( \frac{\Delta p}{p_s} \right)^2. \quad (2)$$

Здесь  $\beta$  и  $\gamma$  – релятивистские факторы,  $\eta = \alpha - \gamma^{-2}$  – фактор скольжения частоты обращения,  $\alpha$  – коэффициент расширения орбит,  $E_0$  – энергия покоя протона,  $e$  – эле-

ментарный заряд,  $J_0$  – средний по орбите ток пучка,  $\pm\Delta p$  и  $p_s$  – импульсный разброс и равновесный импульс пучка. Знак  $R$  изменяется с отрицательного на положительный при переходе через критическую энергию.

Величина  $Z_k(\omega)$  обозначает продольный импеданс связи пучка с вакуумной камерой. Он характеризует электродинамические свойства камеры и формально определяется через отношение комплексных амплитуд  $E_k(\omega)$  и  $J_k(\omega)$  бегущих по азимуту  $\Theta$  ускорителя волн  $\propto \exp(ik\Theta - i\omega t)$  электрического поля и возбуждающего его тока пучка,

$$Z_k(\omega) = -\frac{L \cdot E_k(\omega)}{J_k(\omega)}. \quad (3)$$

Здесь  $L$  – периметр ускорителя,  $k$  – волновое число,  $\omega$  – круговая частота преобразования Фурье по времени  $t$  в лабораторной системе. При развитии неустойчивости происходит суперпозиция (быстрого) периодического движения пучка по орбите и его (медленного) когерентного движения в сопровождающей системе. Поэтому наблюдаемый спектр частот пучка имеет вид линий  $\omega = k\omega_s + \Omega$ , где  $\omega_s$  – угловая скорость равновесной частицы,  $\Omega$  – частота преобразования Фурье по  $t$  в системе пучка. Из-за вещественности функций  $E(\Theta, t)$  и  $J(\Theta, t)$  продольный импеданс связи обладает свойством  $Z_{-k}(-\omega^*)^* = Z_k(\omega)$ . Взаимодействуя с пассивными элементами окружения, пучок не может увеличивать свою энергию. Поэтому  $\operatorname{Re}Z_k(\omega) \geq 0$ .

Множитель  $Y_k(\Omega)/(R \cdot k)$  уравнения (1) имеет физический смысл проводимости несгруппированного пучка. Она формально определяется через отношение комплексных амплитуд  $J_k(\omega)$  и  $E_k(\omega)$  волны тока пучка и волны возбуждающего ее электрического поля,

$$\frac{Y_k(\Omega)}{R \cdot k} = \frac{J_k(k\omega_s + \Omega)}{L \cdot E_k(k\omega_s + \Omega)}. \quad (4)$$

Величина  $Y_k(\Omega)$  есть безразмерная передаточная функция пучка, записываемая в виде интеграла

$$Y_k(\Omega) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dF(x)/dx}{x + \Omega/(k\eta\omega_s\Delta p/p_s)} dx, \quad \operatorname{Im}\Omega \geq 0, \quad (5)$$

где  $x = (p - p_s)/\Delta p$  – отклонение импульса  $p$  от его равновесного значения  $p_s$ , измеренное в единицах  $\Delta p$ ;  $F(x)$  – функция распределения пучка, нормированная на единицу,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(x) dx = 1. \quad (6)$$

На пороге возникновения неустойчивости  $\operatorname{Im}\Omega \rightarrow +0$ , и передаточная функция пучка (5) принимает вид

$$\begin{aligned} Y_k(\Omega) &= \frac{i}{2\pi} \operatorname{p.v.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dF(x)/dx}{x + \Omega/(k\eta\omega_s\Delta p/p_s)} dx + \\ &\quad + \frac{1}{2} \operatorname{sign}(k\eta) \frac{dF}{dx} \left( -\frac{\Omega}{k\eta\omega_s\Delta p/p_s} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Наличие  $\operatorname{Re}Y_k(\Omega) \neq 0$  означает появление затухания Ландау.

Характеристическое уравнение (1) описывает систему с паразитной обратной связью, замыкающейся по каналам “ток пучка – электрическое поле” (3) и “электрическое поле – ток пучка” (4). Как правило, множитель  $1/k$ , появляющийся в проводимости пучка (4), относят к продольному импедансу связи, рассматривая его приведенные значения  $Z_k(k\omega_s + \Omega)/k$ .

## 2. Пороговые диаграммы (стандартные и обобщенные)

Из уравнений (5) и (7) видно, что  $|Y_k(\Omega)| \gtrsim 1$  для когерентных частот  $|\Omega| \lesssim |k\eta|\omega_s \Delta p/p_s = |k|\Delta\omega_s$ , где  $\pm\Delta\omega_s$  – разброс по частотам обращения в пучке (некогерентный).

Обычно импедансы  $Z_k(\omega)$  пассивных элементов вакуумной камеры слабо изменяются в диапазоне  $\omega \simeq k(\omega_s \pm \Delta\omega_s)$ . Тогда допустимо приближение  $Z_k(k\omega_s + \Omega) \simeq Z_k(k\omega_s)$ . Оно позволяет упростить характеристическое уравнение (1), записав его в виде

$$Y_k(\Omega) \simeq \frac{k \cdot R}{Z_k(k\omega_s)}. \quad (8)$$

В этом случае анализ устойчивости пучка принято проводить обычным графоаналитическим методом пороговых диаграмм. Схематически он представлен на рис. 1. На комплексной плоскости  $Y$  строится пороговая кривая — годограф левой части уравнения (8), заданный параметрически формулой (7). Эта кривая делит плоскость  $Y$  на две области — неустойчивости (внутри пороговой кривой) и устойчивости (вне ее). Вдоль положительной мнимой полуоси проходит разрез пороговой диаграммы, соответствующий устойчивости пучка. В зависимости от положения представляющей точки  $kR/Z_k(k\omega_s)$  система оказывается в устойчивом (точки В, С, D и F на рис. 1) либо неустойчивом (А и Е) состоянии. Точки А, В, С и D представляют чисто мнимый импеданс с  $\text{Re}Z_k(k\omega_s) = 0$ . В случае А, В знак мнимой части импеданса удовлетворяет условию  $k\eta\text{Im}Z_k(k\omega_s) > 0$ . Это соответствует, например, известной неустойчивости “отрицательной массы”. В случае С, D, когда  $k\eta\text{Im}Z_k(k\omega_s) < 0$ , система устойчива вне зависимости от наличия или отсутствия разброса по частотам обращения в пучке. Точки Е и F представляют импеданс с  $\text{Re}Z_k(k\omega_s) \simeq \text{Im}Z_k(k\omega_s) > 0$  при  $k\eta > 0$ .

Введение цепи обратной связи по пучку эквивалентно появлению дополнительного продольного импеданса связи  $Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega)$  [8]. Суммарный импеданс камеры приобретает вид

$$Z_k^{(tot)}(k\omega_s + \Omega) = Z_k(k\omega_s + \Omega) + Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega). \quad (9)$$

Существенно, что слагаемое  $Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega)$  сильно зависит от когерентной частоты  $\Omega$ . (Собственно, с этим связана сама возможность внесения демпфирования в продольное движение.) Поэтому приближение  $Z_k^{(tot)}(k\omega_s + \Omega) \simeq Z_k^{(tot)}(k\omega_s)$ , позволившее ранее перейти от уравнения (1) к (8) и использовать стандартный метод пороговых диаграмм, становится неприемлемым.

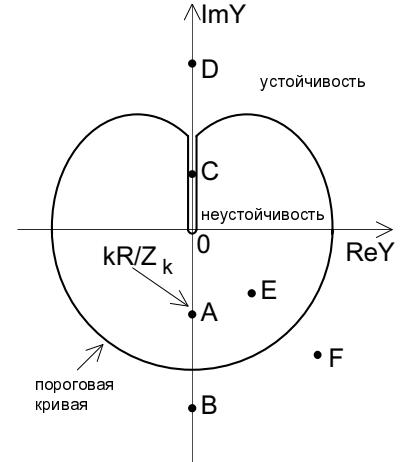


Рис. 1. Стандартная пороговая диаграмма на плоскости  $Y$ .

Теперь для анализа устойчивости пучка нужно использовать метод обобщенных пороговых диаграмм. Суть его состоит в построении годографа левой части исходного уравнения (1). Система устойчива, если этот годограф не охватывает критическую точку  $1+i0$ . Метод обобщенных пороговых диаграмм является аналогом известного в радиотехнике метода Найквиста анализа устойчивости систем, охваченных обратной связью. Левая часть уравнения (1) имеет смысл передаточной функции разомкнутого контура отрицательной обратной связи по пучку. Каждый из импедансов, представленных точками A–F рис. 1, теперь получает свою пороговую диаграмму. Они схематически показаны на рис. 2. Включение цепи обратной связи должно деформировать пороговую кривую на фрагментах A и E рис. 2 таким образом, чтобы точка  $1+i0$  оказалась снаружи. Варианты B и F показывают простейший случай масштабной деформации пороговой кривой, получаемой без помощи системы обратной связи за счет уменьшения интенсивности пучка либо импеданса связи и/или увеличения разброса по частотам обращения.

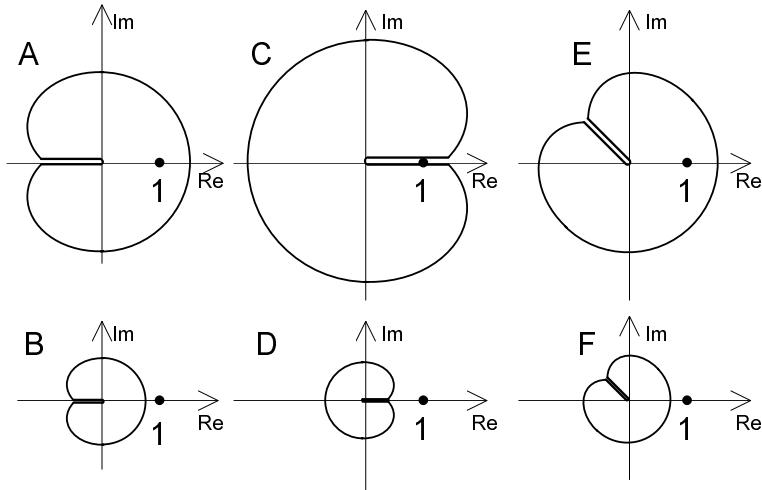


Рис. 2. Обобщенные пороговые диаграммы.

### 3. Пучок без разброса по частотам обращения

Система обратной связи обязана обеспечить демпфирование когерентного движения вне зависимости от наличия или отсутствия разброса по частотам обращения в пучке. Достаточный набор ее параметров проще всего установить, рассмотрев пучок без затухания Ландау. Передаточную функцию такого пучка можно найти, проинтегрировав (5) по частям и отбросив слагаемое  $\propto x$  в знаменателе. В результате получим

$$Y_k(\Omega) = \frac{i}{2\pi} \frac{k^2 \eta^2}{(\Omega/\omega_s)^2} \left( \frac{\Delta p}{p_s} \right)^2. \quad (10)$$

Подстановка (10) и (2) в (1) приводит к простому характеристическому уравнению

$$(\Omega/\omega_s)^2 - \frac{i\eta J_0 k Z_k (k\omega_s + \Omega)}{2\pi \beta^2 \gamma E_0 / e} = 0. \quad (11)$$

Для импедансов пассивных структур можем по-прежнему полагать  $Z_k(k\omega_s + \Omega) \simeq Z_k(k\omega_s)$ . Тогда (11) становится характеристическим уравнением осциллятора с комплексным ква-

дратом собственной частоты. Этот квадрат вещественен и положителен (пучок устойчив) только для импеданса с  $\operatorname{Re}Z_k(k\omega_s) = 0$  и  $k\eta\operatorname{Im}Z_k(k\omega_s) < 0$ . Ему соответствуют варианты С и D на рис. 1, 2. В остальных случаях одна из двух наблюдаемых мод колебаний пучка без разброса всегда неустойчива.

Из аналогии с простым осциллятором понятно, что внесение затухания в систему должно сопровождаться появлением слагаемого  $+2i\lambda\Omega/\omega_s$  с  $\lambda > 0$  в левой части уравнения (11). В то же время, возможность сильной неустойчивости “отрицательной массы” при  $\operatorname{Re}Z_k(k\omega_s) = 0$  и  $k\eta\operatorname{Im}Z_k(k\omega_s) > 0$  говорит о необходимости осуществления контроля также за реальной частью второго слагаемого (11). Обеих целей можно достичь, если пучок будет взаимодействовать с суммарным импедансом (9), в котором вклад  $Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega)$  цепи обратной связи состоит из двух слагаемых

$$Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega) = -i \operatorname{sign}(k\eta) [A_0 - i(\Omega/\omega_s) A_1]. \quad (12)$$

Эта формула описывает локальное поведение импеданса в окрестности гармоники  $k\omega_s$ . Регулируемые извне параметры  $A_{0,1}$  имеют размерность электрического сопротивления, причем  $A_1 \propto \lambda > 0$ . Технические средства для реализации импеданса (12) обсуждаются в следующем разделе.

В результате подстановки (9) и (12) в уравнение (11) оно превращается в

$$(\Omega/\omega_s)^2 + 2i\lambda(\Omega/\omega_s) - (\Omega_0/\omega_s)^2 = 0, \quad \text{где} \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{|k\eta|J_0}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \cdot \left(\frac{A_1}{2}\right) > 0, \quad (14)$$

$$(\Omega_0/\omega_s)^2 = \frac{|k\eta|J_0}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \cdot (A_0 + i\operatorname{sign}(k\eta) Z_k(k\omega_s)). \quad (15)$$

Собственные частоты колебаний системы имеют вид

$$\Omega_{1,2}/\omega_s = -i\lambda \pm \sqrt{(\Omega_0/\omega_s)^2 - \lambda^2}. \quad (16)$$

Выбор параметров  $A_{0,1}$  должен обеспечить размещение частот (16) в нижней полуплоскости:  $\operatorname{Im}(\Omega_{1,2}/\omega_s) < 0$ . Этого можно добиться разными способами. Наиболее прост вариант, в котором устойчивость пучка без разброса обеспечивается за счет настройки

$$\operatorname{Re}(\Omega_0/\omega_s)^2 \geq \lambda^2, \quad (17)$$

$$\lambda \geq \sqrt{|\operatorname{Im}(\Omega_0/\omega_s)^2|/2} > 0, \quad (18)$$

где знак равенства соответствует границе устойчивости. В этом случае параметры цепи обратной связи выбираются в очередности  $A_1, A_0$  в соответствии с требованиями

$$A_1 \geq \sqrt{\frac{2\pi\beta^2\gamma E_0/e}{|k\eta|J_0} \cdot 2\operatorname{Re}Z_k(k\omega_s)}, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} A_0 &\geq \frac{|k\eta|J_0}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \cdot \left(\frac{A_1}{2}\right)^2 + \operatorname{sign}(k\eta) \operatorname{Im}Z_k(k\omega_s) \geq \\ &\geq \frac{1}{2} \operatorname{Re}Z_k(k\omega_s) + \operatorname{sign}(k\eta) \operatorname{Im}Z_k(k\omega_s). \end{aligned} \quad (20)$$

Указанный набор параметров цепи обратной связи достаточен (но не необходим) для обеспечения устойчивости пучка с разбросом по частотам обращения.

#### 4. Подавление самогруппировки в У-70

Рассмотрим выводное плато магнитного поля ( $1,2022$  Т) и интенсивность  $5 \cdot 10^{13}$  протонов в импульсе. Релятивистские факторы  $\beta = 0,9999$  и  $\gamma = 74,57$ . Частота обращения по орбите  $\omega_s / 2\pi = 202,0$  кГц. Средний ток пучка  $J_0 = 1,62$  А. Коэффициент расширения орбит  $\alpha = 0,01112$ . Предположим, что импульсный разброс  $\Delta p/p_s = \pm 1 \cdot 10^{-3}$ , а функция распределения

$$F(x) \propto \begin{cases} (1 - x^2)^2, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| > 1. \end{cases} \quad (21)$$

Ускорение осуществляется 40 ВЧ-резонаторами. Импеданс связи одного резонатора имеет вид

$$Z(\omega) = \frac{R_1}{1 - iQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)}. \quad (22)$$

При отключении ускоряющего поля собственные частоты  $\omega_0$  выставляются в центр интервала между гармониками  $k = 26$  и  $27$  частоты обращения. Отсюда  $\omega_0 / 2\pi = 5,354$  МГц. На этой частоте щунтовое сопротивление резонатора  $R_1 = 7,3$  кОм и его добротность  $Q = 150$ .

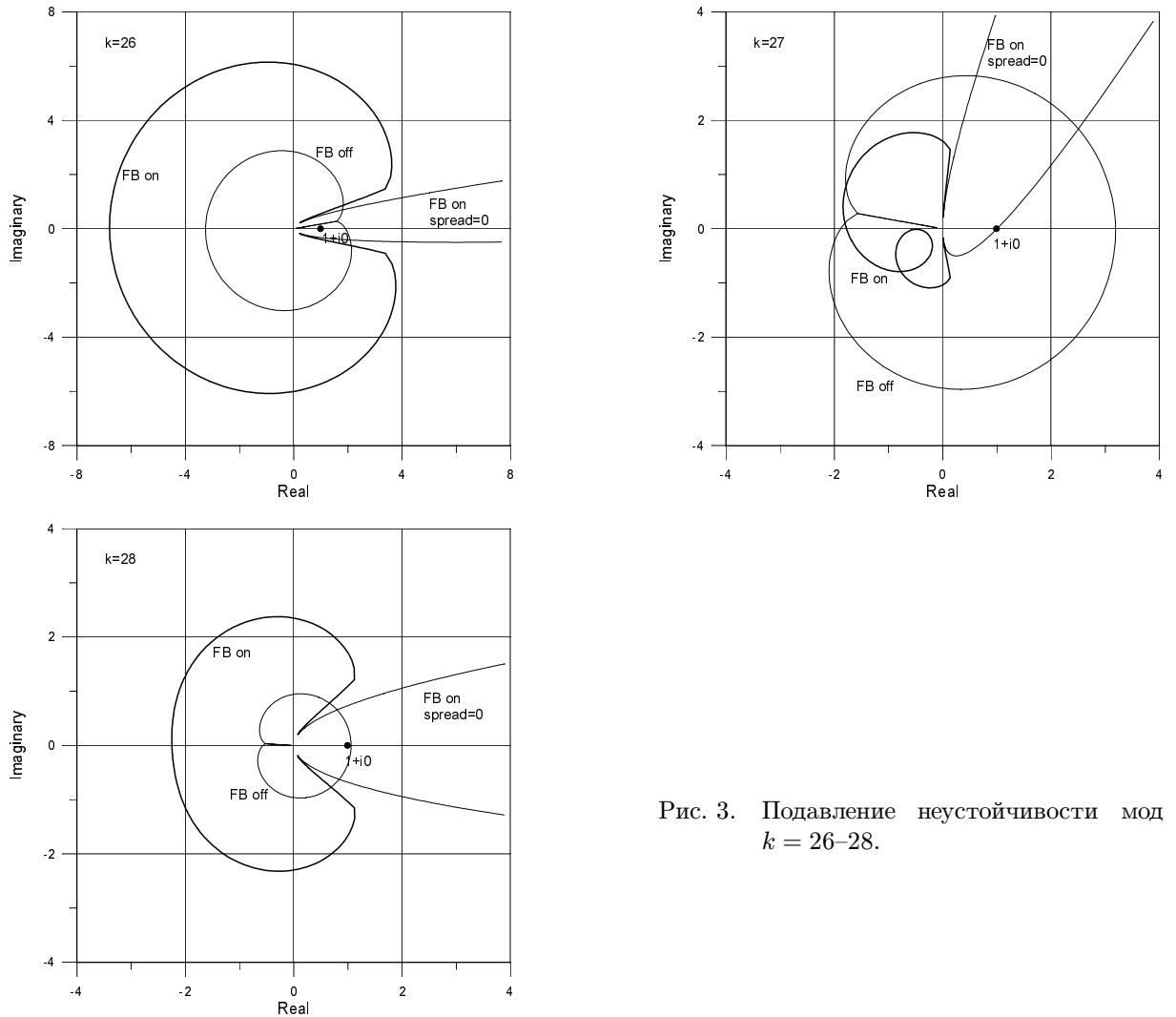


Рис. 3. Подавление неустойчивости мод  $k = 26-28$ .

Оговоримся, что предположение о совпадении собственных частот и идентичности частотных характеристик выключенных ВЧ-резонаторов может не соответствовать действительности. По-видимому, этим объясняется расхождение между расчетными ( $1,6 \cdot 10^{13}$  протонов) и наблюдаемыми (несколько единиц на  $10^{12}$  протонов) порогами возникновения самогруппировки пучка в У-70.

Наиболее опасна неустойчивость на гармонике  $k = 27$ . Ей соответствует пиковое значение величины  $k\eta \text{Im}Z(k\omega_s) > 0$ . Для  $k = 27$  из (19), (20) следует  $A_1 = 1,29 \cdot 10^5$  кОм и  $A_0 = 55,0$  кОм (граница устойчивости пучка без разброса). Считаем, что эти значения параметров цепи обратной связи поддерживаются и для прочих гармоник  $k$ . Обобщенные диаграммы устойчивости для мод  $k = 26-28$ , представляющих практический интерес, показаны на рис. 3. Из них видно, что предложенным способом можно стабилизировать пучок.

В случае индивидуального подбора параметров  $A_{1,0}$  для каждой гармоники  $k$  в отдельности (знак равенства в уравнениях (19) и (20)) их диаграммы устойчивости для включенной обратной связи внешне выглядят как правый верхний рис. 3.

В условиях У-70 исполняющим элементом системы обратной связи по пучку может служить сам ускоряющий резонатор. Это узкополосное устройство, имеющее разный отклик на соседних гармониках  $k\omega_s$ . Чтобы получить нужную амплитуду и фазу корректирующего поля, целесообразно создать трехканальную систему. Гармоники  $k=27, 28$  и  $26$  (в приоритетном порядке) подавляются независимо. Полуширина полосы пропускания канала

$$2\pi \times 0,1 \text{ кГц} \simeq |k|\Delta\omega_s \ll \Delta\omega^{(fb)} \ll \omega_s/2 \simeq 2\pi \times 100 \text{ кГц}. \quad (23)$$

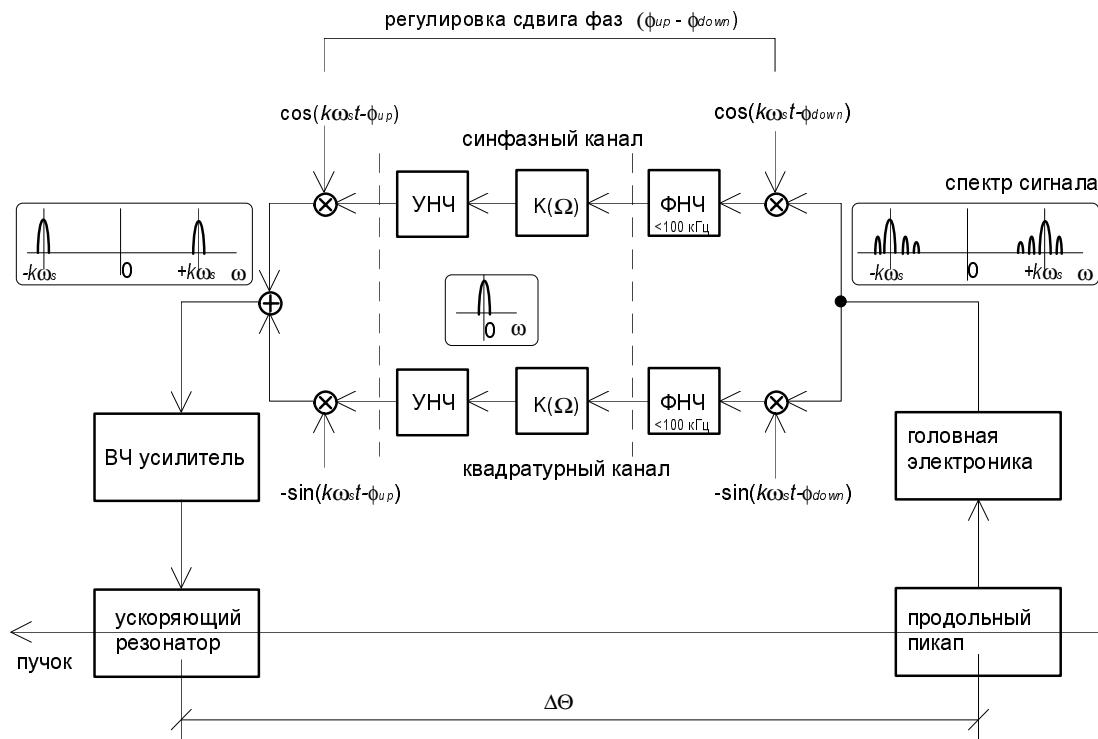


Рис. 4. Принципиальная схема цепи обратной связи.

Обрабатывающая электроника каждого канала может быть построена по схеме обычного активного двухканального фильтра с преобразованием сигнала на нулевую промежуточную частоту. Частота модулирующего и демодулирующего колебаний, осуществляющих сдвиги спектра, равна  $k\omega_s$ . Принципиальная схема одного канала цепи обратной связи показана на рис. 4.

Продольный импеданс, вносимый такой цепью обратной связи, можно получить, воспользовавшись результатами работы [8]. Он имеет вид

$$\begin{aligned} Z_k^{(fb)}(k\omega_s + \Omega) &= -\frac{i \operatorname{sign}(\eta)}{2} G(k\omega_s + \Omega) \exp(-i \arg G(k\omega_s)) \times \\ &\quad \times \left( K(\Omega) \exp(i\Omega\tau) \right) \cdot \exp(i\delta\phi), \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} Z_{-k}^{(fb)}(-k\omega_s + \Omega) &= +\frac{i \operatorname{sign}(\eta)}{2} G(-k\omega_s + \Omega) \exp(-i \arg G(-k\omega_s)) \times \\ &\quad \times \left( K(\Omega) \exp(i\Omega\tau) \right) \cdot \exp(-i\delta\phi). \end{aligned} \quad (25)$$

Здесь  $k > 0$ ,  $G(\omega)$  обозначает передаточную функцию каскадного соединения элементов высокочастотной части цепи обратной связи (пикап, головная электроника, усилители и исполняющее устройство).  $K(\Omega)$  есть передаточная функция низкочастотной части цепи, работающей в окрестности промежуточной частоты  $\omega = 0$ . Множитель  $1/2$  появляется из-за синхронной демодуляции, сопровождающейся низкочастотной фильтрацией (среднее по  $t$  от  $\cos^2(k\omega_s t - \phi)$  и  $\sin^2(k\omega_s t - \phi)$ ).

Требуемый фазовый множитель  $\mp i \operatorname{sign}(\eta) \exp(-i \arg G)$  устанавливается за счет выбора нужного сдвига фаз ( $\phi_{up} - \phi_{down}$ ) между несущими колебаниями, осуществляющими сдвиг спектра вверх и вниз по частоте. В узкополосной системе, работающей с одной гармоникой  $k\omega_s$ , за счет упомянутой настройки фаз несущих компенсируется в том числе и фазовый набег  $k\omega_s(\tau - \Delta\Theta/\omega_s)$ , возникающий из-за разницы между временем  $\tau$  обработки сигнала обратной связи и временем  $\Delta\Theta/\omega_s$  пролета пучка между пикапом и исполняющим устройством (они разнесены по орбите на азимутальное расстояние  $\Delta\Theta$ ). Отклонение от оптимальной настройки фаз несущих приводит к ошибке  $\pm\delta\phi$ , которую принимаем равной 0.

Ввиду ограниченности полосы частот  $\Omega$  (порядка  $\pm 2\pi \times 100$  Гц), представляющими практический интерес, множитель  $G \cdot \exp(-i \arg G)$  можно считать постоянным и для простоты положить равным 1.

В таких предположениях сравнение выражений (24) и (25) с (12) приводит к требованию

$$\frac{1}{2} K(\Omega) \exp(i\Omega\tau) = A_0 - i(\Omega/\omega_s) A_1. \quad (26)$$

На практике влияние задержки  $\tau \lesssim 2\pi/\omega_s$  на преобразование низкочастотного спектра огибающих сигнала незначительно (набег фазы на границе спектра  $\lesssim \pi \cdot 10^{-3}$ ). Поэтому вариант цепи обратной связи, представленный на рис. 3 (оба параметра  $A_{0,1} > 0$ ), можно реализовать с помощью звена  $K(\Omega)$ , воспроизводящего передаточную функцию “ток–напряжение” обычной последовательной  $RL$ -цепочки.

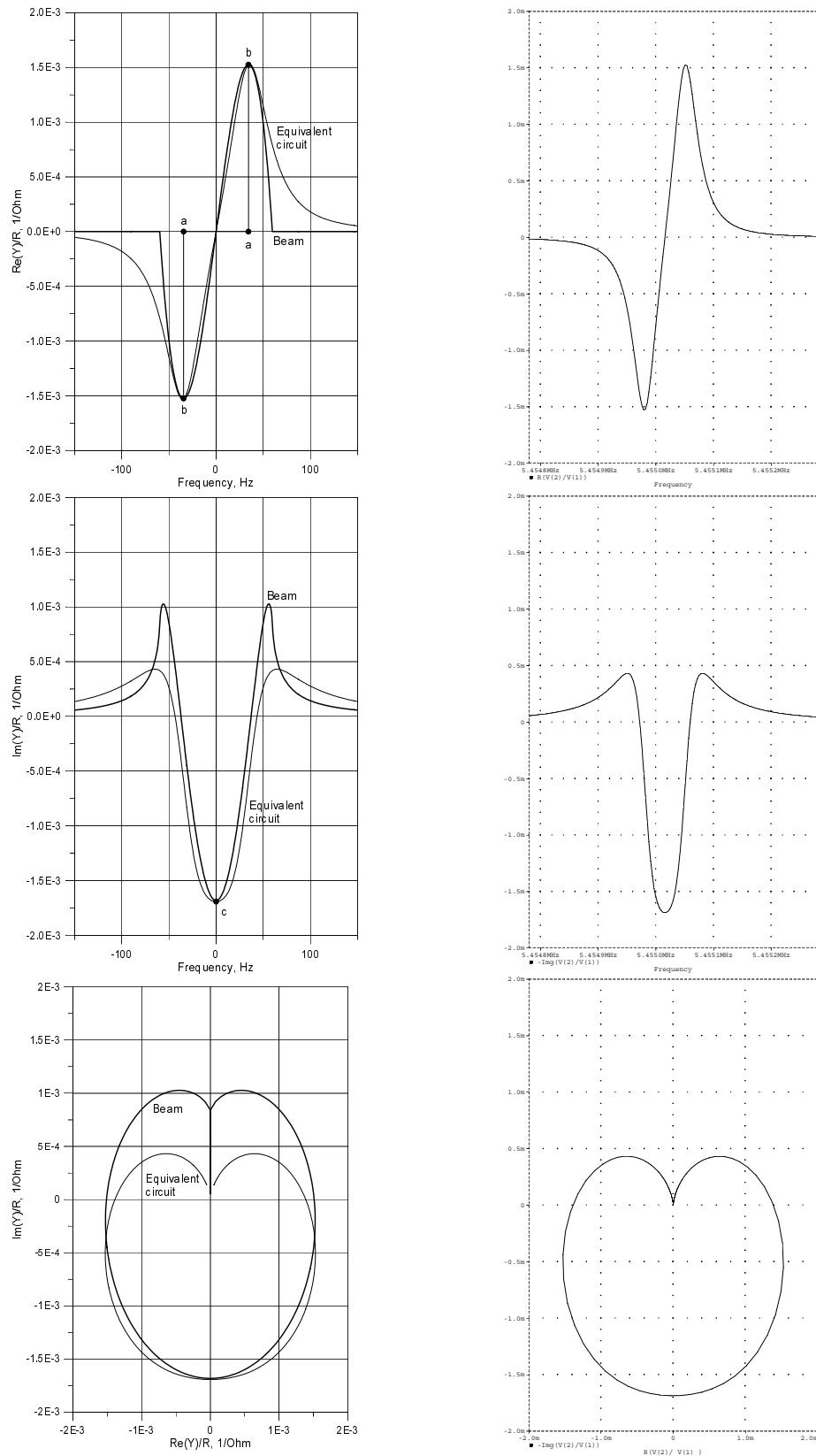


Рис. 5. Сравнение передаточных функций пучка и его эквивалентной схемы.

## 5. Технические контуры системы обратной связи

Рассмотрим возможный вариант радиотехнической реализации системы подавления, например, гармоники  $k = 27$  неустойчивости пучка У-70.

Важным этапом схемотехнического моделирования системы обратной связи является построение **эквивалентной схемы передаточной функции пучка**.

В левой части рис. 5 жирными линиями показаны графики зависимости от частоты  $\Omega/2\pi$  реальной и мнимой частей функции  $Y_k(\Omega)/R$  и ее комплексный годограф. Эти графики построены по формулам (7) для симметричного распределения  $F(x)$  вида (21). Сходными амплитудно- и фазочастотными свойствами обладает встречное включение двух последовательных  $RLC$ -цепей с шунтовыми сопротивлениями  $R'$ , полосами пропускания  $\Delta\Omega$  и сдвигнутыми (нижней, L, и верхней, H) собственными частотами

$$\omega_{L,H} = k\omega_s \mp \delta\Omega, \quad (27)$$

где девиация  $\delta\Omega$  и полоса  $\Delta\Omega$  по порядку величины совпадают с  $|k|\Delta\omega_s$ , а  $\Delta\omega_s$  есть разброс по частотам обращения в пучке. В соответствии с этим предположением используем представление

$$\frac{Y_k^{(eq)}(\Omega)}{R} = \frac{1}{R' (1 - i(\Omega - \delta\Omega)/\Delta\Omega)} - \frac{1}{R' (1 - i(\Omega + \delta\Omega)/\Delta\Omega)}. \quad (28)$$

Свободные параметры ( $R'$ ,  $\delta\Omega$ ,  $\Delta\Omega$ ) подбираются так, чтобы обеспечить соответствие между  $Y_k(\Omega)$  и  $Y_k^{(eq)}(\Omega)$  в ключевых точках:

— совпадение координат и величин экстремумов  $\text{Re}Y_k(\Omega)$  и  $\text{Re}Y_k^{(eq)}(\Omega)$  (см. точки  $a, b$  на рис. 5);

— совпадение  $\text{Im}Y_k(\Omega)$  и  $\text{Im}Y_k^{(eq)}(\Omega)$  в центре пучка (точка  $c$  на среднем левом рис. 5).

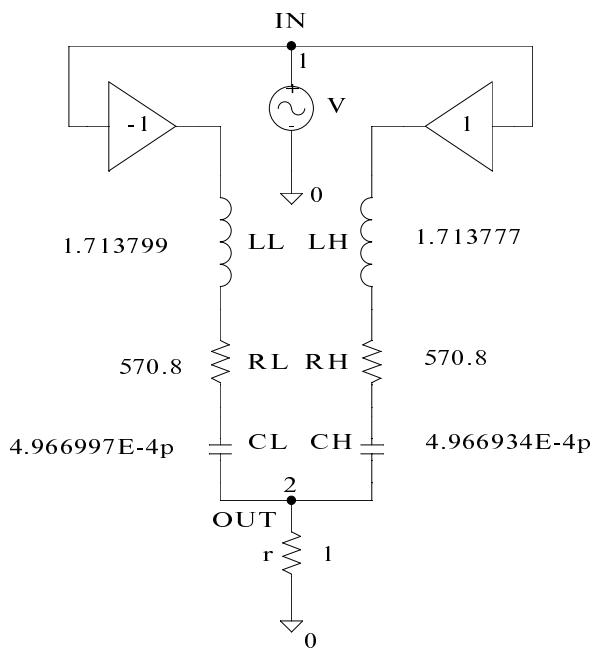


Рис. 6. Эквивалентная схема пучка.

Параметры  $RLC$ -цепей, соответствующие этим требованиям, перечислены в табл. 1. Функция  $Y_k^{(eq)}(\Omega)/R$  представлена тонкими линиями в левой части рис. 5. В его правой части показаны зависимости, полученные численно с помощью программы схемотехнического моделирования PSpice [9]. Эквивалентная схема передаточной функции пучка приведена на рис. 6.

Качество воспроизведения  $Y_k(\Omega)$  приемлемо на инженерном уровне точности. В особой мере это относится к расчету характеристик неустойчивости гармоник  $k \geq 27$ , находящихся на правом склоне резонансной кривой выключенных ускоряющих резонаторов У-70. Расхождение комплексных годографов  $Y_k(\Omega)$  и  $Y_k^{(eq)}(\Omega)$  в верхней полуплоскости не выходит за пределы ожидаемых отклонений в поведении передаточной функции пучка, связанных с неопределенностью (хвостов) функции распределения частиц в реальных условиях.

Таблица 1. Параметры эквивалентной схемы пучка

	Low	High
Шунтовое сопротивление, $R'$	570,8	570,8 Ом
Девиация частоты, $\delta\Omega/2\pi$	34,5	34,5 Гц
Резонансная частота, $\omega_{L,H}/2\pi$	5,454981	5,455050 МГц
Полоса пропускания, $\Delta\Omega/2\pi$	26,5	26,5 Гц
Добротность	1,029	1,029 $10^5$
Индуктивность, $L$	1,713799	1,713777 Гн
Емкость, $C$	4,966997	4,966934 $10^{-16}$ Ф

**Эквивалентная схема системы обратной связи по пучку** приведена на рис. 7. В ее левой части расположены два параллельных  $RLC$ -контура, представляющих продольный импеданс (22) всех 40 ускоряющих резонаторов. Один из резонаторов выделен (нижний контур) и используется как исполняющее устройство — на вход его усилителя мощности через сумматор поступает сигнал обратной связи. Появление на общем входе 1 ускоряющей системы стандартного сигнала низкого уровня мощности с амплитудой 1 В приводит к возбуждению суммарного ВЧ-напряжения с амплитудой 400 кВ, узел 4.

Усилитель с коэффициентом 1/27 представляет множитель  $1/k$  характеристического уравнения (1). Следующий за ним усилитель имитирует изменение среднего тока пучка. Его единичный коэффициент усиления соответствует номинальной интенсивности  $5 \cdot 10^{13}$  протонов в импульсе.

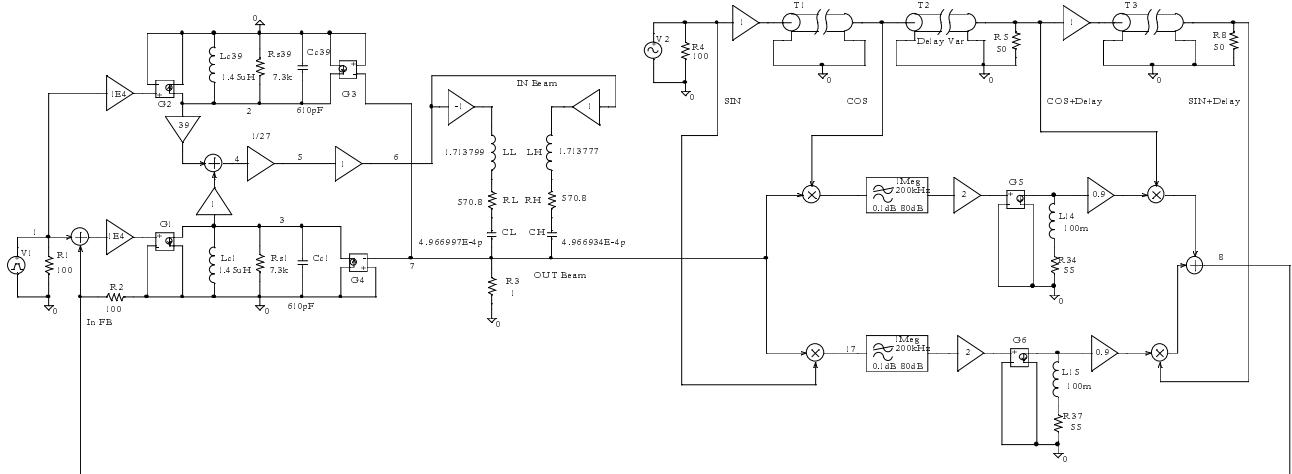


Рис. 7. Эквивалентная схема системы обратной связи.

Затем подключена эквивалентная схема пучка, введенная ранее на рис. 6. Выходной сигнал пучка через управляемые источники тока G3,4 нагружает сразу все 40 ускоряющих резонаторов.

Этот же сигнал пучка измеряется продольным пикапом и поступает на вход электроники цепи обратной связи по пучку, показанной в правой части рис. 7. Вверху приведена схема генерации синусного и косинусного несущих колебаний на частоте  $k\omega_s$ . В ней используются две фиксированные (набег фазы  $\pi/2$ ) и одна перестраиваемая (диапазон перестройки  $\pm$  полпериода гармоники  $k\omega_s$ ) линии задержки. Внизу показана схема двухканального фильтра с преобразованием сигнала на нулевую промежуточную частоту. Усилители с коэффициентом 2 компенсируют множитель  $1/2$  уравнения (26), появляющийся при демодуляции сигнала. Последующие усилители низких частот устанавливают

требуемый масштаб импеданса связи (12), вносимого цепью обратной связи. Он совпадает (с точностью до размерности) с передаточной функцией от узлов 7 к 3 при отключенном управляемом источнике тока G4. Сопротивления и индуктивности низкочастотных  $RL$ -цепочек пропорциональны расчетным значениям параметров  $A_0$  и  $A_1$  соответственно.

Для проверки и демонстрации работоспособности системы подавления самогруппировки пучка в У-70 с помощью программы PSpICE [9] проводился расчет переходной реакции системы на импульсное возбуждение со стороны входа 1 (длительность импульса 100 нс, амплитуда 1 В). В расчетах использовалась модель пучка, параметр (2) которого совпадает с номинальным, однако разброс по частотам обращения  $\Delta\omega_s$  увеличен в 50 раз. Это необходимо для того, чтобы уменьшить в 50 раз время раскогеренчивания пучка и соответственно сократить длительность численных расчетов. Остальные характеристики переходных процессов изменяются незначительно, поскольку некогерентный разброс  $|k|\Delta\omega_s$  остается малым ( $2\pi \times 3$  кГц по основанию) по сравнению с полосой пропускания ускоряющих резонаторов ( $2\pi \times 18$  кГц по уровню  $-3$  дБ).

Результаты схемотехнического моделирования приведены в виде осциллограмм на рис. 8. Верхние лучи показывают суммарное напряжение на ускоряющих резонаторах, уменьшенное в  $k$  раз, а нижние — ток пучка.

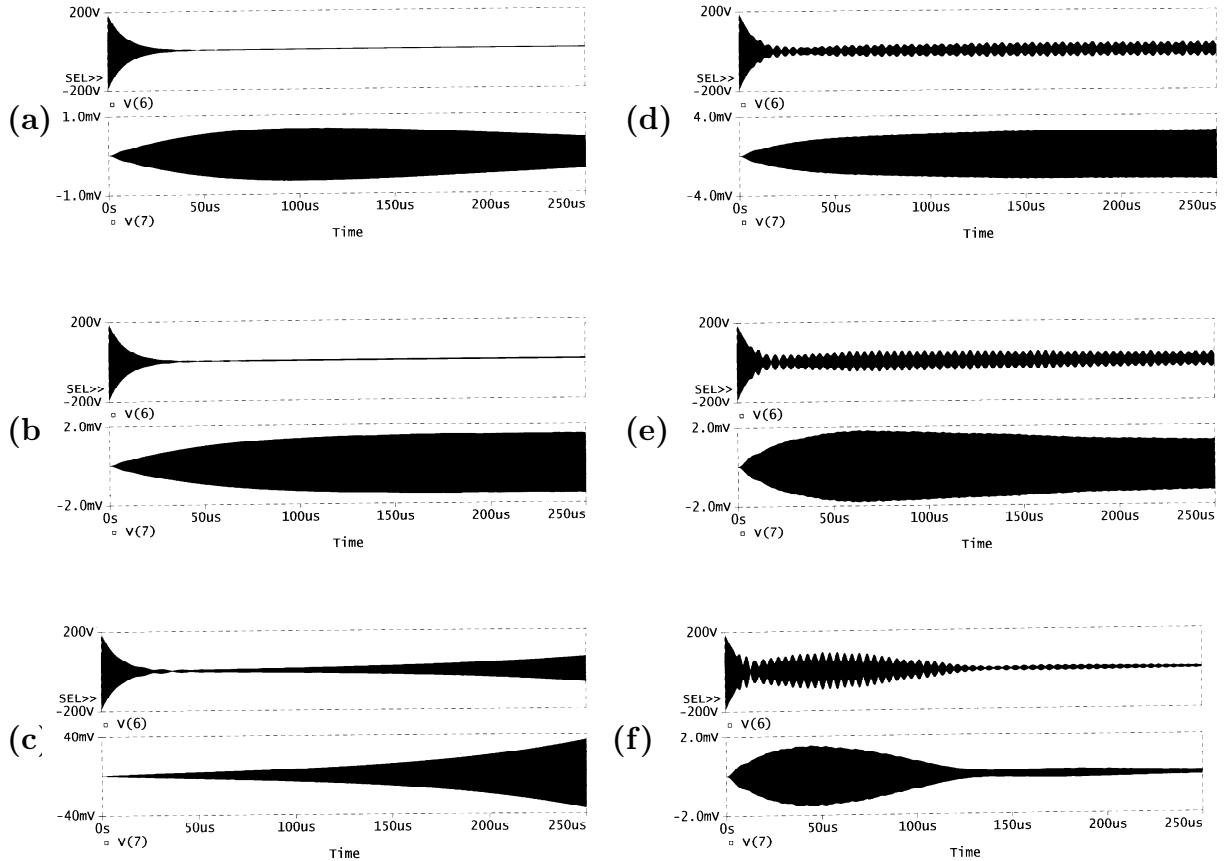


Рис. 8. Моделирование переходной реакции.

В левом столбце рис. 8 цепь обратной связи отключена. В случае (а) интенсивность составляет  $1 \cdot 10^{13}$  протонов в импульсе. Когерентные колебания демпфируются за счет

затухания Ландау. Случай (b) соответствует пороговому значению интенсивности равному (для схемотехнической модели) примерно  $1,8 \cdot 10^{13}$  протонов. Пучок находится на границе устойчивости. При интенсивности  $5 \cdot 10^{13}$  протонов развивается неустойчивость, случай (c).

В правом столбце рис. 8 цепь обратной связи включена, а пучок имеет интенсивность  $5 \cdot 10^{13}$  протонов. В случае (d) коэффициент усиления цепи обратной связи вдвое меньше расчетного. При нем система возвращается на границу самовозбуждения. В случае (e) коэффициент усиления в цепи обратной связи обеспечивает номинальные значения параметров  $A_{0,1}$  (знак равенства в уравнениях (20) и (19)). Система устойчива и имеет двукратный запас по несамовозбуждению. Случай (f) показывает результат оптимизации цепи обратной связи по коэффициенту усиления — здесь он превышает расчетное значение в два раза. Этим достигается наиболее сильное демпфирование когерентных колебаний пучка. Дальнейшее увеличение усиления начинает затягивать переходный процесс (эффект перерегулировки).

Как качественно, так и количественно поведение схемотехнической модели системы обратной связи по пучку соответствует расчетному. На основе предложенной схемы (рис. 7) с помощью простых радиотехнических средств можно создать систему подавления самогруппировки пучка в ускорителе У-70.

### Список литературы

- [1] Nielsen C.E., Sessler A.M. and Symon K.R. *Longitudinal Instabilities in Intense Relativistic Beams*: Proc. of Int. Conf. on High Energy Accel. and Instrumentation, CERN, Geneve, 1959, p. 239–252.
- [2] Kolomenskij A.A., Lebedev A.N. *Certain Beam-Stacking Effects in Fixed-Field Magnetic Systems*: Proc. of Int. Conf. on High Energy Accel. and Instrumentation, CERN, Geneve, 1959, p. 115–124.
- [3] Коломенский А.А., Лебедев А.Н. *Устойчивость заряженного пучка в накопительных системах*.// Атомная энергия, 1959, т. 7, с. 549–550.
- [4] Лебедев А.Н. *О критериях продольной устойчивости циркулирующих пучков*.// Журнал технической физики, 1967, т. 37, с. 1652–1659.
- [5] Keil E. and Schnell W. *Concerning Longitudinal Stability in the ISR*: Preprint CERN/ISR-RF-TH/69–48. Geneve, 1969.
- [6] Hofmann A. *Single-Beam Collective Phenomena, Longitudinal*: CERN Yellow Report 77–13, Geneve, 1977, p. 139–174.
- [7] Балбеков В.И., Пащков П.Т. *Продольная неустойчивость циркулирующего протонного пучка, взаимодействующего с пассивным резонатором*.// Атомная энергия, 1974, т. 37, вып. 4, с. 332–335.
- [8] Иванов С.В. *Impedance Treatment of Longitudinal Coupled-Bunch Feedbacks in a Proton Synchrotron*: Препринт ИФВЭ 96–8. — Протвино, 1996.
- [9] *PSpice A/D and Basics+, User Guide*: MicroSim Corporation, 1997.

Рукопись поступила 8 июля 1999 г.

С.В. Иванов, О.П. Лебедев

Подавление самогруппировки пучка в ускорителе У-70.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Редактор Л.Ф.Васильева.

Технический редактор Н.В.Орлова.

---

Подписано к печати 14.07.99. Формат 60 × 84/8. Офсетная печать.

Печ.л. 1,62. Уч.-изд.л. 1,3. Тираж 130. Заказ 137. Индекс 3649.

ЛР №020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

---

ПРЕПРИНТ 99-39, ИФВЭ, 1999

---