



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2000-39  
ОАФ

С.И. Алёхин

**АНАЛИЗ ДАННЫХ  
ПО ГЛУБОКОНЕУПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ:  
ПАРТОННЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ,  $\alpha_s$   
И ВЫСШИЕ ТВИСТЫ**

Протвино 2000

### Аннотация

Алехин С.И. Анализ данных по глубоконеупругому рассеянию: партонные распределения,  $\alpha_s$  и высшие твисты: Препринт ИФВЭ 2000-39. – Протвино, 2000. – 33 с., 14 рис., 6 табл., библиогр.: 72.

Приводятся результаты совместного анализа данных по глубоконеупругому рассеянию заряженных лептонов на протонах и дейтронах, полученных группами BCDMS, NMC, H1, ZEUS, FNAL-E-665 и в экспериментах на ускорителе SLAC. Анализ проводится в рамках двухпетлевого приближения КХД с полным учётом корреляций систематических ошибок данных и с одновременным извлечением вклада твистов 4 в структурные функции  $F_2$  и  $F_L$ , величины  $\alpha_s$  и партонных распределений. Исследуется устойчивость величины  $\alpha_s$  и вклада высших твистов по отношению к процедурам учёта систематических ошибок. Анализируются различные источники теоретических неопределённостей влияющих на величину  $\alpha_s$  и партонных распределений. Значение постоянной сильного взаимодействия, извлечённое из анализа, с учётом этих теоретических и экспериментальных неопределённостей составляет  $\alpha_s(M_Z) = 0.1165 \pm 0.0017$  (эксп.)  $\pm_{-0.0034}^{0.0026}$  (теор.). На основе полученных неопределённостей партонных распределений оцениваются неопределённости партон-партонных светимостей для коллайдеров FNAL и LHC.

### Abstract

Alekhin S.I. Global Fit to the Charged Leptons DIS Data:  $\alpha_s$ , Parton Distributions, and High Twists: IHEP Preprint 2000-39. – Protvino, 2000. – p. 33, figs. 14, tables 6, refs.: 72.

We perform the NLO QCD analysis of the world data on inclusive deep inelastic scattering cross sections of charged leptons off proton-deuteron targets. The parton distributions, the value of strong coupling constant  $\alpha_s$ , and the twist 4 contributions to the structure functions  $F_2$  and  $F_L$  are extracted with a complete account for the correlations of data points due to systematic errors. Sensitivity of the  $\alpha_s$  value and the high twist contribution to the procedures of accounting for the systematic errors is studied. The influence of several sources of theoretical uncertainties on the value of  $\alpha_s$  and on the parton distributions is analysed. The obtained value of strong coupling constant with account for these uncertainties is  $\alpha_s(M_Z) = 0.1165 \pm 0.0017$  (stat + syst)  $\pm_{-0.0034}^{0.0026}$  (theor). The uncertainties of parton-parton luminosities for the FNAL and LHC colliders are estimated.

## Введение

Глубоконеупругое рассеяние (ГНР) лептонов на нуклонах служит уникальным источником информации о структуре нуклона. Эксперименты в этой области были инициированы в SLAC и затем продолжены на различных ускорителях как в экспериментах с фиксированными мишенями, так и на встречных электрон-протонных пучках.

Из-за различных методических проблем многие данные, полученные на фиксированных мишенях, оказались неточными и были отбракованы в ходе последующего феноменологического анализа. Оставшиеся данные для протонной и дейтронной мишеней [1,2,3,4] представляют особый интерес для анализа, так как в этом случае не требуется моделирования ядерных эффектов. Эти данные, дополненные результатами, полученными в экспериментах на встречных электрон-протонных пучках [5,6], позволяют извлечь важную информацию о партонных распределениях (ПР) и широко используются с этой целью различными авторами. В частности, глобальные подгонки популярных параметризаций ПР, регулярно обновляемые группами MRST [7] и CTEQ [8], существенно опираются на данные по ГНР. Недостаток этих параметризаций, который часто отмечается различными авторами, состоит в том, что они не содержат информации о неопределённостях ПР, что не позволяет надёжно оценить соответствующие ошибки сечений, вычисленных на основе этих параметризаций. Чаще всего такая оценка делается исходя из разброса результатов вычислений, полученных с помощью различных наборов ПР, однако очевидно, что если разные параметризации основаны на одной и той же теоретической модели и похожих наборах данных, этот разброс отражает скорее точность вычислений, а не реальные неопределённости, связанные со статистическими и систематическими флуктуациями данных, используемых для извлечения ПР. Кроме того, при анализе данных эти группы используют заведомо некорректный способ учёта систематических ошибок, квадривируя их со статистическими.

Очевидно, что если систематические ошибки доминируют, как это имеет место для многих экспериментов по ГНР, то именно они определяют экспериментальные ошибки параметров ПР, извлекаемых из данных, и пренебрежение корреляциями систематических ошибок может привести и к искажению ошибок этих параметров, и к смещению их центральных значений. Дополнительная необходимость учёта систематических ошибок в совместном анализе данных по ГНР связана с тем, что в таком анализе данные

разных экспериментов иногда могут быть совместимы только в пределах разброса этих систематических ошибок, как например, данные SLAC и BCDMS (см. в связи с этим обсуждение в работе [9]).

Практика квадрирования статистических и систематических ошибок сложилась частично по историческим причинам, а частично вследствие того, что в отличие от статистических ошибок возможные подходы при учёте систематических ошибок не так однозначны и сопряжены с дополнительными техническими трудностями, связанными с наличием корреляций отдельных измерений, которые усиливаются как раз в тех случаях, когда систематические ошибки доминируют. Тем не менее, как было продемонстрировано в работе [10] на примере совместного анализа данных [2,3,5,6] с полным учётом корреляций систематических ошибок, эти трудности можно преодолеть путём применения при подгонке оценивающей функции, основанной на ковариационной матрице.

Позднее в работе [11] были опубликованы результаты совместного анализа данных [1,2,3,4,5,6], в котором также делалась попытка учёта корреляций систематических ошибок, однако из-за большого числа независимых источников систематических ошибок в анализируемом наборе данных, в этом анализе часть систематических ошибок была квадратирована со статистическими. Несмотря на сопутствующие утверждения о том, что квадратирование не сильно влияет на результаты, анализ такого влияния не проводится, и ошибки получаемых ПР очевидно могут быть искажены.

В настоящей работе мы представляем результаты анализа мировых данных по ГНР заряженных лептонов на лёгких мишенях, приведённых в работах [1,2,3,4,5,6], с целью извлечения параметров ПР в нуклоне. По сравнению с более ранним аналогичным анализом из работы [10] расширен диапазон переданных импульсов  $Q$  для точек, включаемых в подгонку, и в набор анализируемых данных добавлены данные для старых экспериментов на ускорителе SLAC, и недавно появившиеся данные эксперимента FNAL-E-665. Одновременно с формой ПР определяется величина постоянной сильного взаимодействия  $\alpha_s$ , а также в связи с расширением диапазона  $Q$  в сторону меньших значений, анализируется вклад высших твистов в структурные функции ГНР  $F_2$  и  $F_L$ . Анализ проводится в двухпетлевом приближении КХД, с полным учётом корреляций систематических ошибок, в рамках подхода, подробно описанного в работе [12].

## 1. Феноменология глубоконеупругого рассеяния

Хорошо известно, что дифференциальное сечение ГНР лептонов на неполяризованных нуклонах может быть выражено через три структурные функции  $F_{2,3,L}$ <sup>1</sup>. Например, при передачах 4-импульса, существенно меньшей массы  $Z$ -бозона, сечение рассеяния заряженных лептонов выглядит следующим образом:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2(s - M^2)}{Q^4} \left[ \left(1 - y - \frac{(Mxy)^2}{Q^2}\right) F_2 + \left(1 - 2\frac{m_1^2}{Q^2}\right) \frac{y^2}{2} (F_2 - F_L) \right], \quad (1)$$

где  $s$  — энергия в с.ц.м.;  $m_1$  — масса лептона;  $y$  — отношение переданной лептоном энергии к самой энергии лептона;  $x$  — скейлинговая переменная Бьёркена;  $M$  — масса нуклона;  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры.

<sup>1</sup>Подробный анализ структуры матричных элементов лептон-нуклонного рассеяния, включающий обозначения, используемые в настоящей работе, приведен, например, в обзоре [13].

В рамках операторного разложения [14] структурные функции могут быть представлены как сумма вкладов операторов различных твистов. Для случая рассеяния неполяризованных лептонов ненулевой вклад в матричные элементы дают только четные твисты, начиная со второго. Так, с учётом вклада твистов до 4-го включительно

$$F_{2,L}(x, Q) = F_{2,L}^{\text{LT,TMC}}(x, Q) + H_{2,L}(x) \frac{1}{Q^2} \Gamma \mathfrak{B}^2. \quad (2)$$

Здесь  $F_{2,L}^{\text{LT,TMC}}$  соответствуют вкладу лидирующего твиста (ЛТ) с учётом степенных поправок на массу мишени [15]:

$$F_2^{\text{LT,TMC}}(x, Q) = \frac{x^2}{\tau^{3/2}} \frac{F_2^{\text{LT}}(\xi_{\text{TMC}}, Q)}{\xi_{\text{TMC}}^2} + 6 \frac{M^2 x^3}{Q^2 \tau^2} I_2, \quad (3)$$

$$F_L^{\text{LT,TMC}}(x, Q) = F_L^{\text{LT}}(x, Q) + \frac{x^2}{\tau^{3/2}} (1 - \tau) \frac{F_2^{\text{LT}}(\xi_{\text{TMC}}, Q)}{\xi_{\text{TMC}}^2} + \frac{M^2 x^3}{Q^2 \tau^2} (6 - 2\tau) I_2, \quad (4)$$

где

$$I_2 = \int_{\xi_{\text{TMC}}}^1 dz \frac{F_2^{\text{LT}}(z, Q)}{z^2},$$

$$\xi_{\text{TMC}} = \frac{2x}{1 + \sqrt{\tau}}, \quad \tau = 1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2},$$

а  $F_{2,L}^{\text{LT}}$  — структурные функции твиста 2. Такой подход позволяет отделить чисто кинематические степенные поправки, так что функции  $H_{2,L}(x)$  соответствуют так называемому “истинному” или “динамическому” вкладу твиста 4. Заметим, что представление (2) предполагает, что аномальные размерности операторов твиста 4 равны нулю. Это, конечно, вообще говоря, неверно, и более того, существуют попытки их оценки, исходя из учёта межпартоновых корреляций (см. работу [16]). Однако с учётом относительно невысокой статистической точности для вклада ВТ приближение (2) оказывается достаточно хорошим (см. обсуждение в работе [17]).

Вклады твиста 2 могут быть представлены в факторизованном виде через свертку партоновых распределений  $q$  и коэффициентных функций  $C$ :

$$F_{2,L}^{\text{LT}}(x, Q) = \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_{2,L}^i [z, \alpha_s(\mu_R), Q/\mu_F] q_i(x/z, \mu_F), \quad (5)$$

где индекс  $i$  маркирует сорта партонов;  $\alpha_s$  — бегущая константа сильного взаимодействия. Зависимость ПР от  $Q$  описывается эволюционными уравнениями [18]:

$$Q \frac{\partial q_i(x, Q)}{\partial Q} = \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{ij} [z, \alpha_s(\mu_R), Q/\mu_R] q_j(x/z, Q). \quad (6)$$

Эволюция ПР с изменением  $Q$  определяется функциями расщепления  $P_{ij}$ , зависящими в свою очередь от  $\alpha_s$ . Величины  $\mu_F$  и  $\mu_R$  в соотношениях (5) и (6) представляют собой масштабы факторизации и перенормировки соответственно. В факторизационно-перенормировочной схеме  $\overline{\text{MS}}$ , используемой далее, оба этих масштаба обычно выбираются равными  $Q$ . Функции расщепления и коэффициентные функции вычисляются в пертурбативной КХД в виде ряда по  $\alpha_s$ .

Для коэффициентных функций  $C$  получены поправки вплоть до трёхпетлевых включительно [19], для функций расщепления  $P$  только двухпетлевые поправки известны полностью, для трёхпетлевых поправок вычислен ограниченный набор моментов [20], и некоторые асимптотики (см. ссылки в работе [21]). Несмотря на это предпринимаются попытки анализа данных по ГНР в трёхпетлевом приближении либо с использованием только известных к настоящему времени моментов функций расщепления [22,23,24], либо на основе их моделирования [25].

Мы ограничиваемся в анализе двухпетлевым приближением, при этом используются функции расщепления и коэффициентные функции в  $x$ -представлении, полученные в работах [26].

Зависимость  $\alpha_s$  от  $Q$  определяется ренормгрупповым уравнением, которое в двухпетлевом приближении теории возмущения КХД выглядит следующим образом<sup>2</sup>:

$$\frac{1}{\alpha_s(Q)} - \frac{1}{\alpha_s(M_Z)} = \frac{\beta_0}{2\pi} \ln\left(\frac{Q}{M_Z}\right) + \beta \ln\left[\frac{\beta + 1/\alpha_s(Q)}{\beta + 1/\alpha_s(M_Z)}\right], \quad (7)$$

где  $\beta = \frac{\beta_1}{4\pi\beta_0}$ ;  $\beta_0$  и  $\beta_1$  — коэффициенты  $\beta$ -функции;  $\beta_0 = 11 - (2/3)n_f$ ,  $\beta_1 = 102 - (38/3)n_f$ ;  $n_f$  — число активных кварков, зависящее от  $Q$ . В настоящем анализе  $n_f$  принималось равным трём при  $Q \leq m_c$ , четырём при  $m_c \leq Q \leq m_b$  и пяти при  $m_b \leq Q \leq m_t$ , где  $m_c, m_b, m_t$  — массы  $c$ -,  $b$ - и  $t$ - кварков соответственно, при этом при скачке  $n_f$  сохранялась непрерывность  $\alpha_s$  (см. работы [28], аргументирующие такой подход).

Выбор массы кварков в качестве точки сшивки решений уравнения (7) для различных  $n_f$  достаточно условен. Так, в работе [29] были приведены аргументы в пользу выбора точек сшивки равными  $6.5 m_{c,b,t}$ , основанные на анализе вклада тяжёлых кварков в правило сумм Гросс–Левелин–Смита [30]. К сожалению, ни тот, ни другой выбор не является строго обоснованным, и зависимость результатов анализа от точки сшивки, например при её изменении от  $m_{c,b,t}$  до  $6.5 m_{c,b,t}$ , порождает один из источников теоретических неопределённостей, присущих этому анализу. Зависимость  $\alpha_s$  от положения точки сшивки логарифмическая, поэтому для оценки этой неопределённости мы сдвигали точку сшивки к середине этого интервала в логарифмическом масштабе, т.е. с  $m_{c,b,t}$  до  $\sqrt{6.5} m_{c,b,t}$ . В литературе часто используются приближённые решения уравнения (7), основанные на разложении  $\alpha_s$  по обратным степеням  $\ln(Q)$ . Неточности этих разложений при эволюции  $\alpha_s$  от  $O(\Gamma\text{ЭВ})$  до  $M_Z$  составляют  $\sim 0.001$  [31], что сопоставимо с неопределённостями величины  $\alpha_s$ , извлекаемой из анализа данных. Для того чтобы избежать этих неточностей, решение уравнения (7) можно выразить через функцию Ламберта [32], однако это представление в работе не используется, вместо этого уравнение (7) решается численно.

В связи с тем, что при анализе данных ряд теории возмущений ограничен, результаты, вообще говоря, зависят от масштабов факторизации и перенормировки  $\mu_F$  и  $\mu_R$ . Эта зависимость порождает дополнительные теоретические неопределённости, причём аккуратная оценка этих неопределённостей затруднена, так как диапазон возможного изменения  $\mu_F$  и  $\mu_R$  не фиксирован и, кроме того, при анализе чувствительности к изменению  $\mu_F$ , вообще говоря, нужно варьировать и факторизационную схему. Мы ограничиваемся только оценкой теоретических ошибок, связанных с неопределённостью выбора масштаба перенормировки  $\mu_R$  в эволюционных уравнениях (6). При этом используется подход,

<sup>2</sup>Заметим, что аналогичные уравнения, приведенные в работах [10,27], содержат опечатки, однако в обоих случаях расчёты выполнялись с помощью правильного соотношения.

описанный в работе [33]. В соответствии с этим подходом масштаб перенормировки  $\mu_R$  выбирается равным  $k_R Q$ , а эволюционные уравнения для двухпетлевого приближения модифицируются следующим образом:

$$Q \frac{\partial q_i(x, Q)}{\partial Q} = \frac{\alpha_s(k_R Q)}{\pi} \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} \left\{ P_{ij}^{(0)}(z) + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_s(k_R Q)}{2\pi} \left[ P_{ij}^{(1)}(z) + \beta_0 P_{ij}^{(0)}(z) \ln(k_R) \right] \right\} q_j(x/z, Q),$$

где  $P^{(0)}$  и  $P^{(1)}$  представляют собой одно- и двухпетлевые коэффициенты разложения функций расщепления  $P$ . Изменение результатов анализа при изменении параметра  $k_R$  в диапазоне от 1/2 до 2 и принимается в качестве оценки соответствующей теоретической ошибки. По своему построению эта ошибка связана с оценкой влияния неучтённых членов ряда теории возмущений на результаты анализа.

Чтобы получить конкретный вид ПР, эволюционные уравнения необходимо дополнить граничными условиями при неком начальном значении  $Q_0$ . Зависимость ПР от  $x$  не может быть вычислена в рамках современной теории сильных взаимодействий, и поэтому она определяется из сравнения с данными. Партонные распределения в точке  $Q_0$  обычно параметризуются в виде

$$xq_i(x, Q_0) = x^{a_i} (1-x)^{b_i}.$$

Поведение  $q$  в малых  $x$  мотивируется редже-феноменологией (см. книгу [34]), в больших  $x$  — правилами кваркового счета [35,36]. Так как такой простой вид не всегда годится для хорошего описания данных, при необходимости к затравочным ПР добавляется сомножитель в виде полинома от  $x$ . Значение  $Q_0$  может быть произвольным, однако принято выбирать его  $O(\text{ГэВ})$ , чтобы затравочные ПР допускали физическую интерпретацию. Между тем, как было показано недавно в работе [37], выбор  $Q_0$  играет важную роль для обеспечения стабильности результатов анализа по отношению к высшим поправкам теории возмущения КХД. При малых  $Q_0$  вклад твиста 4 менее чувствителен к масштабу перенормировки  $\mu_R$  в уравнениях (6), чем при больших. При этом, в силу своей коррелированности с вкладом высших твистов, величина  $\alpha_s(M_Z)$  менее чувствительна к выбору масштаба перенормировки при больших  $Q_0$ , так что выбор  $Q_0^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$ , принятый в представленном анализе, обеспечивает стабильность  $\alpha_s$  и партонных распределений по отношению к учёту трёхпетлевых поправок КХД.

Несмотря на то, что эволюционные уравнения давно используются при описании данных, до сих пор не существует канонической схемы для их интегрирования. Аналитические решения существуют только для приближённых функций расщепления, а прямые численные методы предполагают трёхкратное интегрирование, что, конечно, замедляет расчеты. Существуют полуаналитические методы, основанные на разложении ПР по выделенному набору функций, например по ортогональным полиномам, однако эти подходы, как правило, приводят к потере универсальности относительно вида функций расщепления и требуют сложного контроля за точностью полученных решений.

Вид функций расщепления в двухпетлевом приближении достаточно сложен, и поэтому при реализации алгоритмов интегрирования часто возникают ошибки программирования. Так, в работе [38] при сравнении различных программ интегрирования эволюционных уравнений было показано, что программы, разработанные группами CTEQ и MRST, содержат ошибки. Учитывая эти обстоятельства, в настоящем анализе использовалась

специально разработанная программа прямого интегрирования уравнений (6), основанная на алгоритме Эйлера типа предиктор-корректор [39]. Эта программа позволяет легко модифицировать ядро эволюционных уравнений с целью отладки, контроля точности, учёта новых физических эффектов и реализации специальных случаев эволюции. Область интегрирования при необходимости легко расширяется, а точность интегрирования регулируется настроечными параметрами.

На рис. 1 представлена оценка точности интегрирования, полученная для этой программы при типичных значениях настроечных параметров по методике, предложенной в работе [38]. Видно, что относительная точность интегрирования порядка одной тысячной, кроме области  $x \gtrsim 0.5$ . Это вполне приемлемо для анализа, так как при этом ошибки данных при всех  $x$  существенно превышают неточности интегрирования.

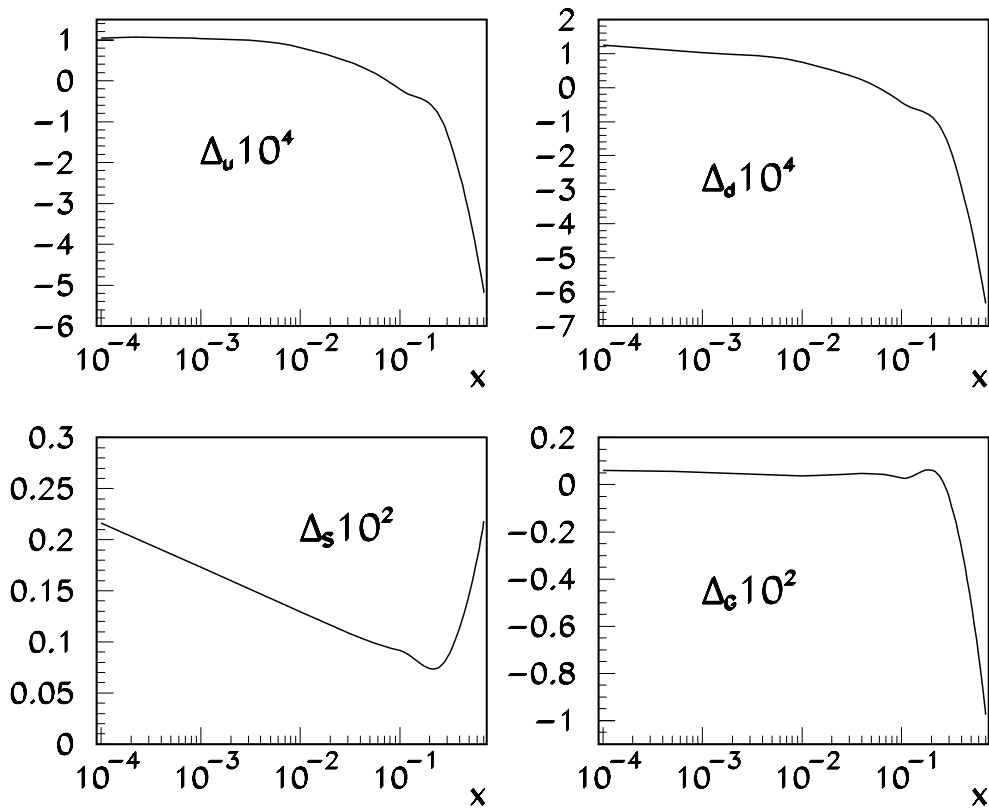


Рис. 1.  $\Delta$  — относительная точность интегрирования эволюционных уравнений. Индексы  $u$  и  $d$  соответствуют валентным кваркам,  $S$  — морским кваркам,  $G$  — глюонам.

Эволюционные уравнения (6) справедливы только для случая безмассовых партонов, поэтому вклад в структурные функции тяжёлых кварков, который играет существенную роль в инклюзивном ГНР при малых  $x$ , необходимо учитывать особо. Существует популярный подход, в котором и тяжёлые кварки включаются в безмассовую эволюцию, при этом их распределения полагаются равными нулю при некоем пороговом значении  $Q$ , связанном с массой кварка [40]. Очевидно, что в этой схеме вклад тяжёлых кварков вблизи порога их рождения переоценивается. Другой подход состоит в прямом вычисле-



нии вклада тяжёлых кварков в сечение на основе модели фотон-глюонного слияния [41]. При больших  $Q$  и малых  $x$  в элементарном сечении этого процесса возникают “большие логарифмы”, что, в принципе, приводит к необходимости его ресуммирования [42]. Однако, как было показано в работе [43], область  $x$  и  $Q$ , в которой ресуммирование действительно необходимо, лежит вне существующих на сегодняшний день данных. Поэтому в нашем анализе вклад  $c$ - и  $b$ -кварков в  $F_2$  и  $F_L$  учитывался по модели фотон-глюонного слияния с коэффициентными функциями из работы [44], вычисленными в двухпетлевом приближении, с масштабами перенормировки и факторизации, равными  $\sqrt{Q^2 + 4m_{c,b}^2}$ , и с массами кварков  $m_c = 1.5$  ГэВ и  $m_b = 4.5$  ГэВ.

Вклад операторов ЛТ в структурные функции ГНР довольно хорошо изучен и с теоретической, и с экспериментальной точек зрения. Этот вклад слабо меняется с ростом  $Q$ , и поэтому можно, отбросив точки с малыми  $Q$ , оставить набор данных, для которого, с одной стороны, применим анализ в рамках пертурбативной КХД, а с другой, — достаточно статистически значимый для определения  $x$ -зависимости ПР. В тоже время вклад высших твистов (ВТ) изучен не так хорошо, как вклад ЛТ. С теоретической стороны анализ его  $x$ -зависимости так же труден, как и для ЛТ, и поэтому она определяется из данных. Однако это определение, в свою очередь, затруднено в связи с более быстрым падением ВТ с ростом  $Q$ . Из-за этого область данных, для которой вклад ВТ является существенным, ограничена условием  $Q^2 \lesssim 10$  ГэВ<sup>2</sup>. При этом данные с  $Q^2 \lesssim 1$  ГэВ<sup>2</sup> также не подходят для анализа, так как при столь малых  $Q$  применение пертурбативной КХД для учёта вклада ЛТ проблематично. В итоге, для экспериментального определения ВТ остается только узкий диапазон данных, и поэтому точность получаемых результатов невелика.

Изучение возможности отделения вклада ВТ от вклада ЛТ ведется довольно давно (см. работы [45,46,47] и обзор [48]). Несмотря на то, что эти вклады имеют различную  $Q$ -зависимость, при анализе данных в ограниченном диапазоне  $Q$  степенные поправки, соответствующие ВТ, могут имитировать логарифмический вклад от ЛТ [49]. В принципе, как было показано в работах [46,50], степенной вклад может почти полностью описывать нарушение скейлинга, если точность данных ограничена. В частности, это проявляется в больших корреляциях между величиной  $\alpha_s$  и вкладом ВТ в структурную функцию  $F_2$ , извлекаемыми из анализа.

Корреляции параметров, естественно, увеличивают дисперсии оценок этих параметров. Это неприятно и само по себе, и особенно потому, что может нарушить условия применимости линейного приближения для получения этих оценок. Во-вторых, при этом результаты становятся менее устойчивы по отношению к изменению установочных параметров и предположений, сделанных при анализе, т.е. в итоге теоретические ошибки также увеличиваются. И, наконец, при наличии больших корреляций между параметрами матрица вторых производных становится плохо определённой и при её обращении численные погрешности усиливаются. Для того, чтобы при этом обеспечить заданную точность вычисления производных по настраиваемым параметрам, требуется улучшение точности вычисления теоретической модели, что в случае анализа с использованием решений эволюционных уравнений приводит к значительным затратам компьютерного времени. Таким образом, даже сама оценка коэффициентов корреляции между  $\alpha_s$  и ВТ становится непростой задачей.

## 2. Данные, использовавшиеся в анализе, и затравочные партонные распределения

Для подгонки формы ПР использовались данные по дифференциальным сечениям ГНР заряженных лептонов на протонах и дейтронах, приведённые в работах [1,2,3,4,5,6]. При этом точки с  $Q^2 < 2.5 \text{ ГэВ}^2$  не использовались, для того чтобы отсечь область, в которой  $\alpha_s$  довольно велико и влияние высших поправок КХД может быть существенным. Точки с  $x > 0.75$ , для которых поправки на ядерные эффекты в дейтроне особенно велики, также отбрасывались. Оставшиеся данные занимают диапазон  $10^{-4} \lesssim x \leq 0.75$ ,  $2.5 \text{ ГэВ}^2 \leq Q^2 \lesssim 5000 \text{ ГэВ}^2$ . Количество точек, удовлетворяющих вышеуказанным условиям, приведено в табл.1.

Таблица 1. Суммарное количество точек (NDP), количество независимых источников систематических ошибок (NSE),  $\chi^2/\text{NDP}$  и суммарное смещение  $R$  для анализируемых наборов данных (в скобках приведены стандартные отклонения  $R$ ). Также представлены перенормировочные множители  $\xi$  для старых данных SLAC.

Эксперимент	NDP/(1 - $\xi$ )(%)		NSE	$\chi^2/\text{NDP}$	$R$
	Протон	Дейтрон			
SLAC-E-49A	58 / $1.8 \pm 1.3$	58 / $-0.4 \pm 1.2$	3	0.52	-0.05(0.23)
SLAC-E-49B	144 / $2.0 \pm 1.3$	135 / $-0.1 \pm 1.3$	3	1.20	0.22(0.29)
SLAC-E-87	90 / $2.0 \pm 1.2$	90 / $0.2 \pm 1.2$	3	0.91	0.01(0.37)
SLAC-E-89A	66 / $4.2 \pm 1.8$	59 / $1.2 \pm 1.9$	3	1.34	-0.18(0.45)
SLAC-E-89B	79 / $1.5 \pm 1.2$	62 / $-0.7 \pm 1.2$	3	0.82	0.46(0.49)
SLAC-E-139	-	16 / $1.0 \pm 1.2$	3	0.64	-0.10(0.43)
SLAC-E-140	-	26	4	0.89	0.51(0.86)
BCDMS	351	254	9	1.15	0.07(0.68)
NMC	245	245	13	1.32	0.05(0.62)
H1(94)	-	147	5	0.96	0.11(0.25)
ZEUS(94)	-	188	20	2.14	0.32(0.34)
FNAL-E-665	47	47	10	1.23	0.38(0.38)
Сумма	1080	1327	79	1.20	0.12(0.22)

Затравочные ПР в стартовой точке КХД эволюции  $Q_0^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$  сперва выбирались в виде

$$xq_i(x, Q_0) = A_i x^{a_i} (1-x)^{b_i} (1 + \gamma_1^i \sqrt{x} + \gamma_2^i x), \quad (8)$$

а затем параметры  $\gamma$ , совместимые с нулём в пределах ошибок, последовательно по одному фиксировались на нулевом значении до тех пор, пока такие параметры ещё существовали. Естественно, что качество описания данных при таком упрощении не ухудшалось. В итоге, для окончательной подгонки использовались следующие затравочные распределения:

$$xu_V(x, Q_0) = \frac{2}{N_u^V} x^{a_u} (1-x)^{b_u} (1 + \gamma_2^u x),$$

$$xu_S(x, Q_0) = \frac{A_S}{N_S} \eta_u x^{a_{su}} (1-x)^{b_{su}},$$

$$xd_V(x, Q_0) = \frac{1}{N_d^V} x^{a_d} (1-x)^{b_d},$$

$$xd_S(x, Q_0) = \frac{A_S}{N_S} x^{a_{sd}} (1-x)^{b_{sd}},$$

$$x s_S(x, Q_0) = \frac{A_S}{N^S} \eta_s x^{a_{ss}} (1-x)^{b_{ss}},$$

$$x G(x, Q_0) = A_G x^{a_G} (1-x)^{b_G} (1 + \gamma_1^G \sqrt{x} + \gamma_2^G x),$$

где функции  $u, d, s, G$  описывают распределения верхнего нижнего, странного кварка и глюонов, а индексы этих функций  $V$  и  $S$  соответствуют валентному и морскому вкладам. Параметры  $N_u^V, N_d^V$  и  $A_G$  при подгонке не настраивались независимо, а вычислялись из остальных параметров на основе сохранения числа фермионов и импульса. Параметр  $N^S$  тоже не настраивался, а вычислялся с помощью соотношения

$$2 \int_0^1 x [u_s(x, Q_0) + d_s(x, Q_0) + s_s(x, Q_0)] dx = A_S.$$

Как известно, данные для заряженных лептонов не позволяют определить вклад странных кварков. Поэтому параметр  $\eta_s$  фиксировался на значении 0.42, что совместимо с последними результатами группы NuTeV из работы [51]. Кроме того, и другие параметры, описывающие морские распределения, фиксировались условиями  $a_{su} = a_{sd} = a_{ss}$ ,  $b_{ss} = (b_{su} + b_{sd})/2$ .

Дифференциальные сечения, вычисленные на основе этих этих распределений с помощью соотношений (1), с учётом поправок на массу мишени (3) и вклада твиста 4 в аддитивной форме (2), подгонялись к данным по дифференциальным сечениям<sup>3</sup>. Вклад ВТ в структурную функцию  $F_2$  параметризовался для протона и нейтрона отдельно с помощью функций  $H_2^p$  и  $H_2^n$ , а для структурной функции  $F_L$  - единой функцией  $H_L^N$ , так как в пределах ошибок вклады ВТ в  $F_L$  протона и нейтрона совпадают. Функции  $H_2^{p,n}$  и  $H_L^N$  параметризовались модельно-независимым образом: при  $x = 0., 0.1, \dots 0.8$  их значения определялись из подгонки к данным, а в интервалах между этими точками линейно интерполировались. Обычная практика для глобальных подгонок состоит в использовании данных по  $F_2$ , а не дифференциальных сечений. Таким образом, то обстоятельство, что эти значения для  $F_2$  получены в различных предположениях о величине структурной функции  $F_L$  игнорируется. В нашей подгонке, где вклад  $F_L$  итеративно вычислялся для текущих значений настраиваемых параметров, данные по существу приводились к единому значению  $F_L$ .

Так как вклад  $F_L$  пропорционален кинематической переменной  $y$ , эффект этого приведения наиболее заметен при больших  $y$ , или, в силу кинематических ограничений, при значениях  $x$ , минимальных для каждого эксперимента. Из-за этого смещение данных для  $F_2$  при приведении их к единому значению  $F_L$ , хотя в среднем и невелико, но на краях областей, занимаемых экспериментами, достигает нескольких процентов. Заметим, что при малых  $x$  величина  $F_L$  сильно зависит от глюонного распределения, и вследствие этого при подгонке к дифференциальным сечениям на последнее накладываются дополнительные ограничения, т.е. оно определяется несколько точнее, чем при подгонке к данным по  $F_2$ .

Поправки на массу мишени наиболее существенны для данных SLAC, менее существенны для данных BCDMS, почти несущественны для данных NMC и пренебрежимо малы для трёх остальных экспериментов. Необходимо отметить, что наша поправка на

<sup>3</sup>Так как данные групп H1 и ZEUS в области больших  $Q$  поправлялись на вклад Z-бозона самими авторами, формула (1) применима для всех анализируемых данных.

массу мишени для  $F_2$  отличается от той, что применялась в работе [52] и состояла просто в подстановке  $F_2^{\text{LT, TMC}}(x, Q) = F_2^{\text{LT}}(\xi_{\text{TMC}}, Q)$ . Количественное отличие от работы [52] состоит в том, что в нашем случае поправка меняет знак при  $x \approx 0.5$ , а также отличается по величине — максимальное отличие составляет 40% для данных SLAC при больших  $x$ .

Дейтронные данные были поправлены на эффекты ферми-движения нуклонов с помощью процедуры, описанной в работе [53] с использованием парижской волновой функции дейтрона из работы [54]. Величина поправки растёт с  $x$  и достигает 16% для данных SLAC. Поправка также вычислялась итеративно в процессе подгонки для того, чтобы обеспечить внутреннюю согласованность анализа. Для вычисления необходимых двумерных интегралов использовалась программа [55], обеспечивающая лучшую численную стабильность, чем стандартные библиотечные программы, основанные на алгоритме Гаусса. Для экономии времени вычислений принималось, что поправка на ферми-движение не влияет на значение структурной функции  $R$ , при этом было проверено, что это предположение в минимальной степени сказывается на результатах анализа.

### 3. Оценка параметров и качество описания данных

Настраиваемые параметры, включающие параметры затравочных ПР, величину  $\alpha_s$  и коэффициенты функций  $H_{2,L}$ , определялись при помощи минимизации функционала

$$\chi^2 = \sum_{K,i,j} (f_i - \xi_K y_i) E_{ij} (f_j - \xi_K y_j),$$

где  $E_{ij}$  — инвертированная ковариационная матрица  $C_{ij}$ ,

$$C_{ij} = \xi_K^2 \delta_{ij} \sigma_i \sigma_j + f_i f_j (\vec{\eta}_i^K \cdot \vec{\eta}_j^K),$$

индекс  $K$  пробегает через подмножества данных, полученных разделением всего набора данных по экспериментам и мишеням, а индексы  $i, j$  нумеруют точки в этих подмножествах. Остальные обозначения:  $y_i$  — экспериментальные измерения;  $\sigma_i$  — их статистические ошибки;  $f_i$  — вычисления по настраиваемой теоретической модели;  $\vec{\eta}_i^K$  — вектора систематических ошибок, размерность которых для каждого эксперимента обозначена в табл.1 как NSE. Все систематические ошибки рассматривались как мультипликативные, что естественно для пресчётных экспериментов, и, вообще говоря, все они, включая ошибки в нормировке, были включены в общую ковариационную матрицу. Исключение составляют ошибки в нормировке данных старых экспериментов, поставленных на ускорителе SLAC.

Данные этих экспериментов в том виде, как они были представлены в работе [1], являются результатом переобработки ранее опубликованных оригинальных данных (подробности этой переобработки описаны в работе [9]). Одна из целей этой переобработки состояла в перенормировке данных старых экспериментов на данные эталонного эксперимента SLAC-E-140. Однако из-за отсутствия данных этого эталонного эксперимента для протонной мишени перенормировка протонных данных проводилась с использованием данных эксперимента SLAC-E-49B в качестве “мостика”. Это, конечно, внесло дополнительные неопределённости в переобработанные данные и, так как мы использовали в анализе более представительный набор данных для протонов, перенормировка старых данных SLAC проводилась независимо. Для этого мы отбросили из данных старых экспериментов SLAC ошибки, связанные с их перенормировкой, и ввели в минимизируемый

функционал дополнительные перенормировочные параметры  $\xi_K$  для каждого типа мишени и каждого старого эксперимента SLAC. При этом для остальных данных параметры  $\xi_K$  были зафиксированы на значениях равных 1. Асимметричные систематические ошибки группы ZEUS при включении в ковариационную матрицу симметризовались, а данные группы BCDMS для протонов и дейтронов предполагались полностью коррелированными.

Статистические свойства оценивающей функции, основанной на ковариационной матрице (ОФКМ), были подробно рассмотрены в работе [12]. Для сравнения там же анализировались статистические свойства упрощённой оценивающей функции, основанной на минимизации функционала

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - y_i)^2}{\sigma_i^2},$$

которая в подавляющем большинстве случаев используется в физике частиц для анализа данных, в том числе и коррелированных. При использовании ОФКМ ошибки настраиваемых параметров, связанные с систематическими ошибками данных, автоматически включаются в общую ошибку, при использовании УОФ они оцениваются как величина смещения настраиваемых параметров при смещении данных на величину их систематической ошибки. Дисперсии оценок УОФ, вычисленные таким образом, всегда больше дисперсий, полученных с помощью ОФКМ и, как было показано в работе [12], для реалистичных случаев отношение этих дисперсий может достигать нескольких единиц.

Условием несмещённости оценок настраиваемых параметров, полученных при помощи ОФКМ является то, что систематические ошибки параметров не превышают во много раз их статистические ошибки. Дополнительно смещение оценки можно контролировать при помощи величины суммарного смещения  $R$ , равного взвешенному смещению  $(f_i - y_i)/\sqrt{\sigma_i^2 + (f_i \eta_i)^2}$ , усреднённого по набору данных (см. более подробное обсуждение в работе [12]). Суммарные смещения, вычисленные для всего набора данных и для каждого эксперимента в отдельности при значениях настраиваемых параметров, полученных после окончательной подгонки, приведены в табл.1 вместе со значениями  $\chi^2$ . Видно, что для нашей подгонки суммарное смещение находится в пределах своего стандартного отклонения<sup>4</sup>, и в целом описание данных хорошее, за исключением данных группы ZEUS.

Для более детального анализа статистической достоверности результатов мы вычислили для этого эксперимента диагонализированные смещения при помощи соотношения

$$r_i^D = \sum_{j=1}^N \sqrt{E_{ij}}(f_j - y_j),$$

где индексы  $i, j$  пробегает все точки эксперимента. Если данные описываются подгоняемой моделью, то для больших  $N$  величины  $r_i^D$  распределены по нормальному закону, т.е. распределению Гаусса с нулевым средним и единичной дисперсией. Распределение  $r_i^D$  для данных ZEUS приведено на рис. 2. Ясно видно, что оно не соответствует нормальному распределению, что, конечно, не удивительно при плохом описании данных. Заметим, что при этом среднее диагонализированных смещений невелико (0.05), в то время как дисперсия равна 2.1, т.е. сильно отличается от дисперсии нормального распределения. Трудно списать это расхождение на недостатки модели описания данных, так как, как видно из рис. 2, аналогичное распределение для данных эксперимента H1 прекрасно согласуется

<sup>4</sup>Стандартное отклонение  $R$  вычислялось по формуле (3.11) из работы [12].

с нормальным при том, что оба эксперимента имеют похожие статистику и кинематическую область данных. В принципе возможно, что систематические ошибки, приведённые группой ZEUS, недооценены но при этом остаются гауссовыми. Группа PDG [31] в таких случаях масштабирует ошибки так, чтобы значение  $\chi^2/\text{NDP}$  стало равным 1.

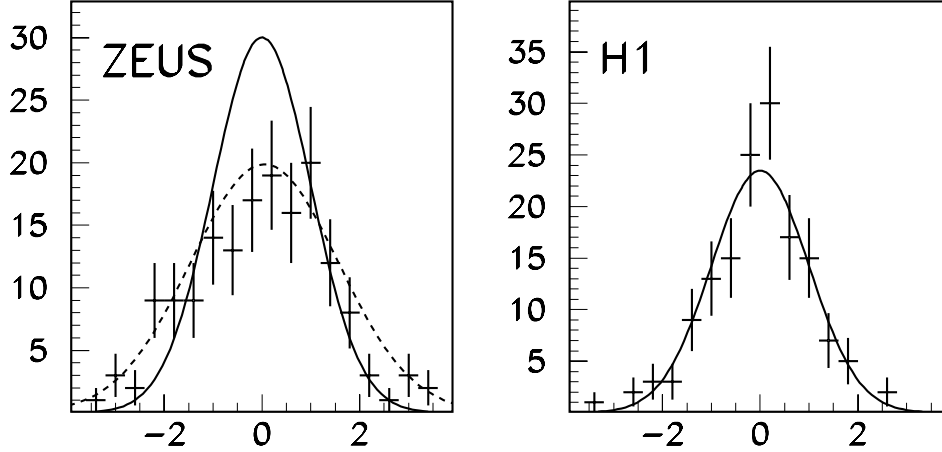


Рис. 2. Распределение диагонализированных смещений для экспериментов ZEUS и H1. Сплошные кривые соответствуют нормальному распределению, пунктир — распределению Гаусса с дисперсией и средним, равными дисперсии и среднему распределения смещений. Все кривые нормированы на число точек в эксперименте.

В нашем случае применить этот рецепт не так просто, так как эксперимент имеет большое число независимых источников ошибок, и существует много вариантов такого масштабирования. Кроме того, так как распределение смещений к тому же и негауссово (см. пунктирную кривую на рис. 2), то очевидно, что и после масштабирования ошибок оно останется негауссовым. Основываясь на этих наблюдениях, можно предположить, что систематические ошибки в эксперименте ZEUS распределены не по гауссовому закону, но с нулевым средним. В этом случае  $\chi^2/\text{NDP}$  вовсе не обязательно должен быть равным 1. Правда тогда и настраиваемые параметры, для которых данные ZEUS служат существенным источником информации, тоже могут не подчиняться гауссовому распределению (см. в связи с этим работу [56]).

Стандартные правила вычисления доверительных интервалов могут быть неприменимыми, если распределения негауссовы, и поэтому для надёжности мы рекомендуем при оценке доверительного интервала ПР, особенно в малых  $x$ , пользоваться устойчивой оценкой, основанной на неравенстве Чебышева (см. обсуждение в работе [12]).

Дисперсия среднего смещения  $R$  максимальна для экспериментов SLAC-E-140, BCDMS и NMC. Напомним, что эта дисперсия характеризует степень коррелированности данных (при полной корреляции дисперсия  $R$  равна 1). Из этого можно сделать вывод, что наиболее существенным для результатов анализа является учёт корреляций двух последних наборов данных, так как число точек для SLAC-E-140 невелико. Этот вывод согласуется с результатами работы [27], где было показано, что в совместном анализе несинглетных данных SLAC и BCDMS при деквадрировании систематических ошибок данных SLAC настраиваемые параметры смещаются значительно слабее, чем при деквадриро-

нии ошибок данных BCDMS. Величина  $R$ , усреднённая по всем экспериментам, намного меньше своего стандартного отклонения, что даёт основания полагать, что полученные оценки параметров несмещённые.

Таблица 2. Значения настраиваемых параметров затравочных ПР для подгонки к глобальным данным по ГНР заряженных лептонов (I — подгонка с использованием ОФКМ; II — подгонка с использованием УОФ; III — подгонка с квадрированием статистических и систематических ошибок). Приведённые ошибки параметров включают статистические и систематические, в скобках указаны чисто статистические ошибки.

		I	II	III
Валентные кварки	$a_u$	$0.693 \pm 0.033(0.027)$	$0.715 \pm 0.114(0.029)$	$0.703 \pm 0.035$
	$b_u$	$3.945 \pm 0.050(0.039)$	$4.119 \pm 0.257(0.038)$	$4.037 \pm 0.049$
	$\gamma_2^u$	$1.29 \pm 0.44(0.37)$	$1.39 \pm 1.86(0.40)$	$1.42 \pm 0.49$
	$a_d$	$0.725 \pm 0.086(0.082)$	$0.703 \pm 0.172(0.094)$	$0.717 \pm 0.13$
	$b_d$	$4.93 \pm 0.13(0.12)$	$4.83 \pm 0.27(0.17)$	$5.00 \pm 0.17$
Глюоны	$a_G$	$-0.225 \pm 0.035(0.031)$	$-0.169 \pm 0.065(0.029)$	$-0.135 \pm 0.044$
	$b_G$	$6.1 \pm 2.1(1.8)$	$4.9 \pm 5.6(1.7)$	$4.07 \pm 1.3$
	$\gamma_1^G$	$-2.63 \pm 0.83(0.71)$	$-3.41 \pm 0.99(0.45)$	$-4.06 \pm 0.48$
	$\gamma_2^G$	$4.7 \pm 2.9(2.4)$	$4.44 \pm 3.4(1.3)$	$5.41 \pm 1.2$
Морские кварки	$A_S$	$0.166 \pm 0.011(0.0095)$	$0.167 \pm 0.025(0.011)$	$0.167 \pm 0.017$
	$a_{sd}$	$-0.1987 \pm 0.0067(0.0050)$	$-0.1853 \pm 0.0181(0.0050)$	$-0.1833 \pm 0.0075$
	$b_{sd}$	$5.1 \pm 1.4(1.3)$	$5.4 \pm 2.8(1.4)$	$4.9 \pm 2.1$
	$\eta_u$	$1.13 \pm 0.11(0.087)$	$1.10 \pm 0.23(0.086)$	$1.16 \pm 0.16$
	$b_{su}$	$10.29 \pm 0.97(0.81)$	$10.56 \pm 3.2(0.83)$	$11.2 \pm 1.1$
	$\alpha_s(M_Z)$	$0.1165 \pm 0.0017(0.0014)$	$0.1138 \pm 0.0044(0.0021)$	$0.1190 \pm 0.0036$

Величины параметров ПР, полученных в результате подгонки, вместе с их ошибками приведены в табл.2. Интересно отметить, что универсальность поведения распределений валентных  $u$ - и  $d$ -кварков в малых  $x$ , предсказываемая редже-феноменологией (см., например книгу [34]), которая во многих подгонках такого рода закладывается изначально, при параметризации затравочных ПР, в нашем анализе непосредственно подтверждается результатами подгонки, так как в пределах ошибок выполняется соотношение  $a_u = a_d = 0.7$ . Правда при этом сопутствующее предсказание редже-феноменологии, состоящее в том, что

$$a_u = a_d = 0.5, \quad (9)$$

не согласуется с результатами подгонки. Это обстоятельство особенно важно подчеркнуть, так как соотношение (9) часто используется при различных теоретических прикидках. Возможная интерпретация наблюдаемого расхождения состоит в том, что предсказание (9) относится к произвольной величине  $Q$ , в то время как при КХД эволюции  $x$ -зависимость ПР меняется.

Как было показано в работе [57], для несинглетных распределений в малых  $x$  это изменение не так велико, однако, по крайней мере частично, оно может объяснить расхождение. Кроме того, конечно надо учесть, что само соотношение (9) получено в определённом приближении. Наши значения  $a_u$  и  $a_d$  совместимы со значениями аналогичного параметра, описывающего поведение несинглетной структурной функции  $xF_3$  для ГНР нейтрино, полученными при анализе данных группы CCFR в работах [58] и [59]. Для параметров, описывающих поведение валентных  $u$ - и  $d$ -кварков при больших  $x$  с хорошей точностью выполняется равенство  $b_d = a_u + 1$ , предсказываемое правилами кваркового счёта [35,36], однако, как и в малых  $x$ , при этом абсолютные величины этих параметров

отличаются от предсказаний  $b_u = 3$ ,  $b_d = 4$ , приведенных в работах [35,36]. Как и в случае с редже-феноменологией, причина расхождения может лежать в выборе величины  $Q$ , при которой проводится сравнение с предсказаниями тем более, что для больших  $x$  это более актуально, так как в этой области КХД эволюция ПР выражена сильнее.

Из табл.2 видно, что для параметров, описывающих валентные  $u$ -кварки в больших  $x$  и морские кварки в малых  $x$ , систематические ошибки особенно велики. Между тем отношение полной ошибки к статистической ни для одного из параметров не превышает нескольких единиц, что гарантирует их несмещённость. Для оценки чувствительности настраиваемых параметров к способу учёта систематических ошибок мы провели подгонку к тем же данным, но с применением УОФ, а также подгонку, при которой статистические и систематические ошибки квадрировались. Результаты этих подгонок также приведены в табл.2. Видно, что при подгонке с УОФ центральные значения некоторых параметров сдвигаются более чем на два стандартных отклонения. Естественно, что этот сдвиг наиболее заметен для параметров, у которых систематические ошибки доминируют, например для  $b_u$  и  $\gamma_u^2$ . При этом необходимо заметить, что подгонка с УОФ, в принципе, даёт корректную оценку параметров, единственный её недостаток, который подробно обсуждался в работе [12], состоит в том, что ошибки оценок УОФ существенно больше, чем ошибки оценок ОФКМ - максимальное различие в данной подгонке составляет около 5 раз, и с учётом этих ошибок результаты двух подгонок не противоречат друг другу.

В отличие от подгонки с УОФ подгонка, при которой статистические и систематические ошибки квадрировались, даёт заведомо некорректную оценку параметров, так как искажает информацию о корреляциях данных. В результате, как видно из табл.2, центральные значения некоторых параметров, например  $b_G$  и  $a_{sd}$ , полученных из этой подгонки, сильно, а главное статистически значимо отличаются от результатов подгонки с ОФКМ. Ошибки некоторых параметров в этих двух подгонках также сильно отличаются, например для параметров описывающих глюонное распределение в больших  $x$  и для  $\alpha_s(M_Z)$ . Ясно, что эти различия вполне могут порождать ложные противоречия между результатами различных экспериментов и служить почвой для дискуссий о проявлениях новой физики, как это было, например в случае анализа данных SLAC-BCDMS (см. в связи с этим работу [27]).

#### 4. Экспериментальные неопределённости ПР

Паргонные распределения, полученные в результате подгонки, с их абсолютными экспериментальными ошибками, включая статистические и систематические, представлены на рис. 3, относительные экспериментальные ошибки ПР приведены на рис. 4. Чтобы оценить относительный вклад систематических и статистических ошибок данных в ошибки ПР, мы вычислили последние при тех же значениях настроечных параметров, но не учитывая систематические ошибки данных. Затем из полной дисперсии вычиталась статистическая дисперсия, и корень из этой разности служил оценкой систематической ошибки.

Отношение систематических ошибок ПР к статистическим приведено на рис. 5. Как это и отмечалось выше, наибольшее значение систематические ошибки имеют для распределений  $u$ -кварков почти во всём диапазоне  $x$  и  $d$ -кварков в малых  $x$ . В тоже время систематические ошибки нигде не превышают статистические во много раз, т.е. мы ещё раз убеждаемся, что условий для возникновения смещения оценок настраиваемых пара-



метров нет. Ошибки ПР, как и сами их параметры, сильно зависят от способа учёта систематических ошибок. Из рис. 6, где приведены ошибки ПР, полученных при подгонке с использованием УОФ, видно, что последние в несколько раз превышают ошибки, полученные на основе подгонки с помощью ОФКМ. На рис. 4 также приведены экспериментальные ошибки ПР из работы [10], полученные с помощью ОФКМ в нашем более раннем анализе набора данных [2,3,5,6], удовлетворяющих условиям  $Q^2 > 9 \text{ ГэВ}^2$ ,  $W > 4 \text{ ГэВ}$ . За исключением области больших  $x$  эти ошибки в несколько раз больше, чем в нашем анализе полного набора данных. В области больших  $x$  ошибки этих двух наборов ПР одного порядка, а для некоторых ПР ошибки из более раннего анализа даже несколько меньше, что связано с тем, что в анализе [10] вклад ВТ полагался равным нулю, и это, естественно, несколько занижало ошибки.

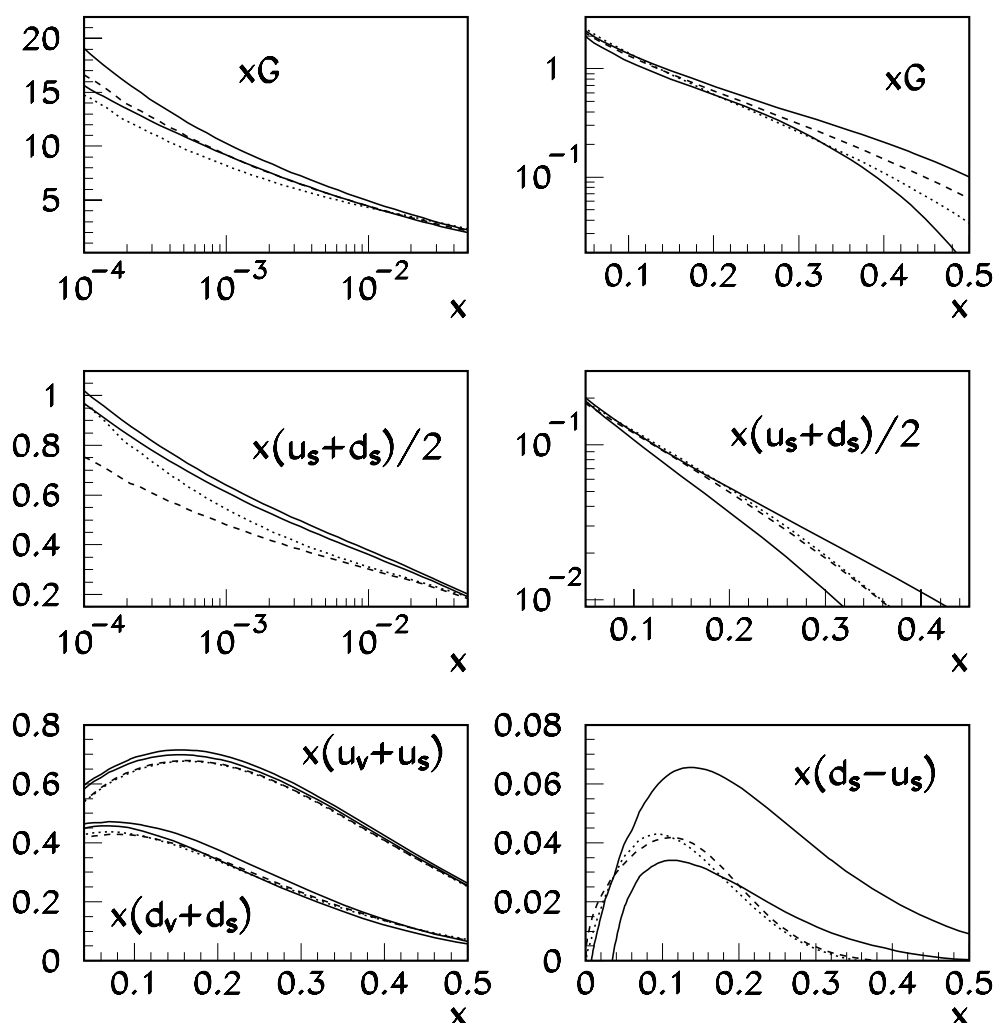


Рис. 3. Диапазон наших ПР, соответствующий одному стандартному отклонению для экспериментальных ошибок, при  $Q^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$  (сплошные линии). Для сравнения приведены распределения MRST99 (точки) и CTEQ5 (пунктир).

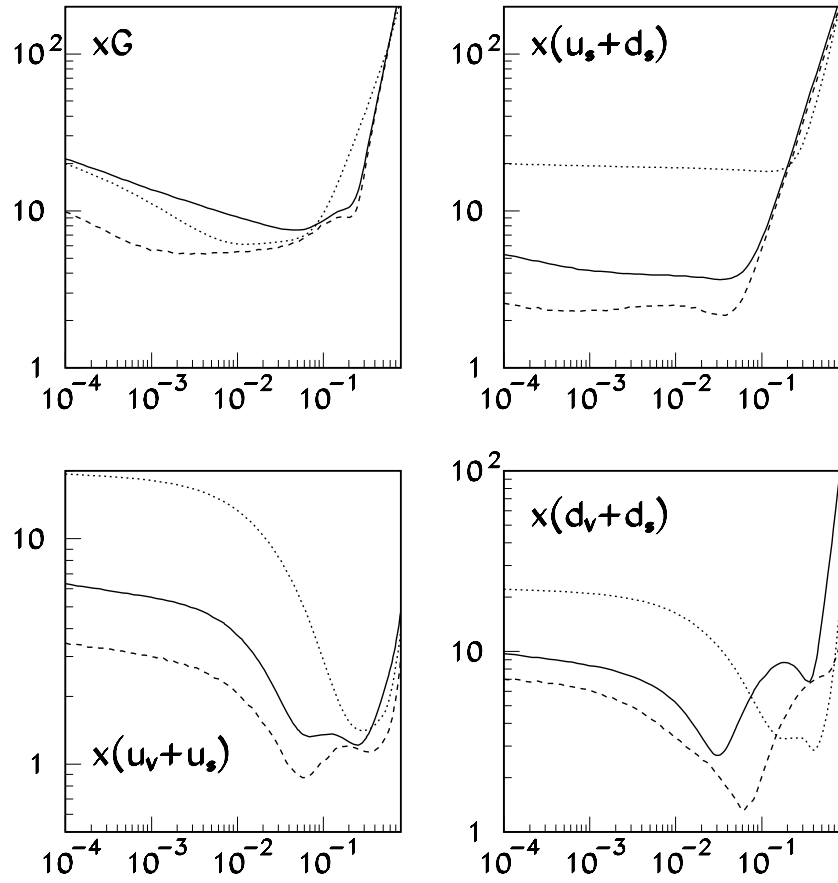


Рис. 4. Относительные ошибки наших ПР в процентах: сплошные линии — полные ошибки, пунктир — экспериментальные. Для сравнения также приведены экспериментальные ошибки, полученные в анализе из работы [10] (точки).

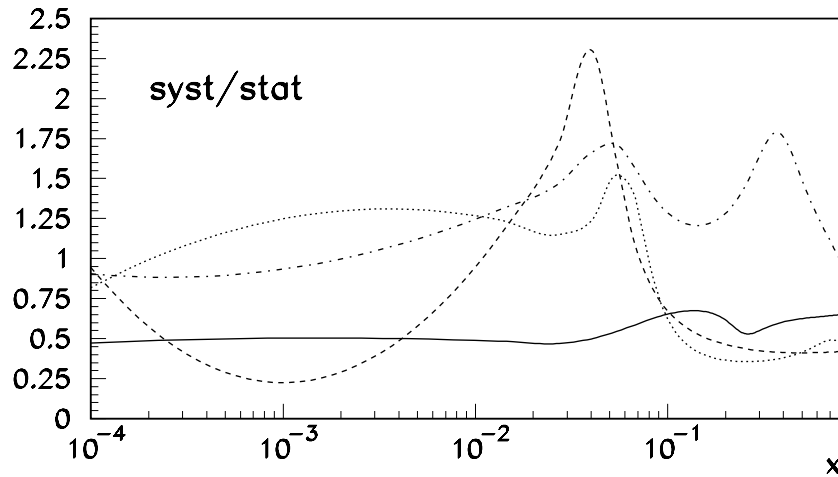


Рис. 5. Отношение систематических и статистических ошибок ПР. Сплошные кривые соответствуют распределениям глюонов, точки —  $d$ -кварков, штрих-пунктир —  $u$ -кварков, пунктир — нестранному морю.

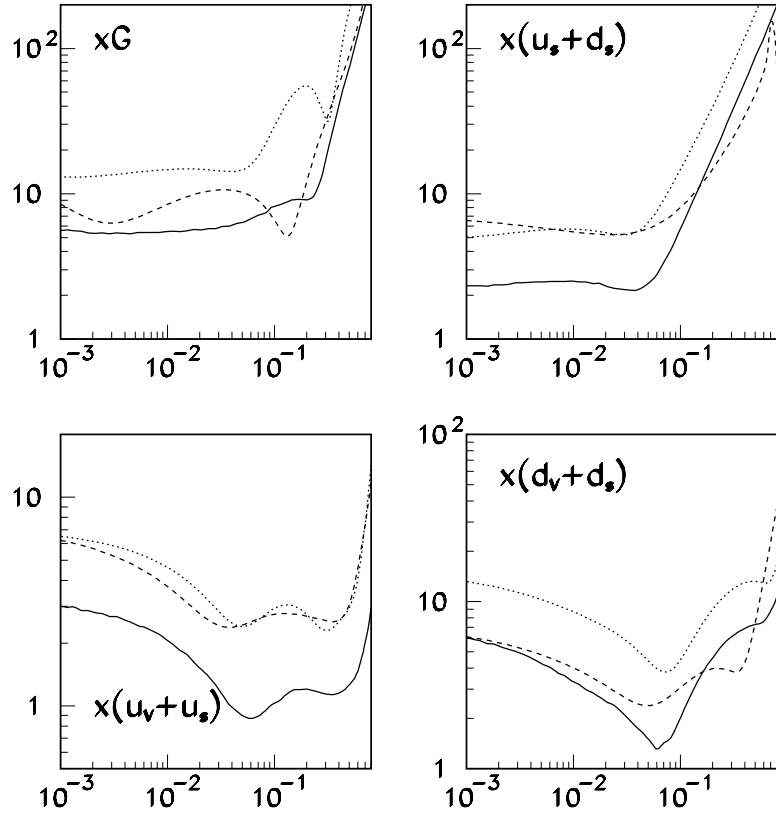


Рис. 6. Относительные экспериментальные ошибки (в процентах) для ПР, полученных в нашем анализе (сплошные линии) и в анализе из работы [11] (пунктир). Для сравнения также приведены экспериментальные ошибки наших ПР, полученных при подгонке с УОФ (точки).

Кроме самих ошибок параметров, важно учитывать и корреляции между ними. Матрица коэффициентов корреляции параметров ПР между собой представлена в табл.3, а коэффициенты корреляции самих ПР между собой — на рис. 7. Корреляции наиболее сильно выражены для распределений валентных и морских кварков. Это легко объяснить тем, что эти распределения входят в сечение ГНР в сумме, и поэтому плохо разделяются в настоящем анализе. Из-за сильных корреляций между некоторыми ПР для их различных линейных комбинаций соотношение между статистическими и систематическими ошибками может быть нелинейным образом связано с этими соотношениями для слагаемых. Например из рис. 5 видно, что для суммы нестранных кварков в малых  $x$  систематические ошибки дают существенно меньший вклад, чем  $u$ - и  $d$ -кварки по отдельности.

Относительные ошибки глюонного распределения при увеличении  $x$  нарастают, что, в первую очередь, связано с его быстрым падением. Для более точного определения глюонных распределений в больших  $x$  традиционно использовались данные по рождению прямых фотонов, однако последнее время появились новые данные, сильно противоречащие предыдущим (см. обзор [60]). Кроме того, было показано, что и в теоретическом анализе этого процесса возможны сильные неопределённости (см. обзор [61]). Всё это делает невозможным непротиворечивое использование данных по прямым фотонам для уточнения глюонного распределения. В нашей подгонке глюонное распределение в малых

$x$  определяется наклоном по  $Q$  структурной функции  $F_2$  (см. работу [62]), а в больших  $x$  — из условия сохранения импульса. Экспериментальные ошибки распределений морских кварков при больших  $x$  также довольно велики, так как мы не использовали в анализе данные для процесса Дрелла-Яна.

Необходимо отметить, что, к сожалению, полученные ПР и их ошибки подвержены определённой модельной зависимости. Например, если при подгонке не накладывать условие  $a_{su} = a_{sd} = a_{ss}$ , то ошибки кварковых распределений в малых  $x$  существенно увеличиваются. Аналогичный эффект наблюдается при добавлении полиномиальных множителей к затравочным ПР. Подобная модельная зависимость неизбежна, так как невозможно без дополнительных ограничений определить непрерывное распределение на основе конечного набора измерений. Модельная зависимость более выражена для ПР, сильно скоррелированных между собой, например для распределений валентных и морских кварков, и менее выражена для суммы этих ПР. Глюонные распределения, которые, как упоминалось выше, определяются наклоном  $F_2$  по  $Q$ , менее чувствительны к изменению формы отдельных кварковых распределений, что в частности и отражено в табл.3. То же самое можно сказать и по поводу величины  $\alpha_s(M_Z)$  — она слабо коррелирована с другими параметрами и слабо чувствительна к форме ПР.

Таблица 3. Коэффициенты корреляции настраиваемых параметров затравочных ПР. Наибольшие коэффициенты корреляции выделены жирным шрифтом.

	$a_u$	$b_u$	$\gamma_2^u$	$a_d$	$b_d$	$A_S$	$a_{sd}$	$b_{sd}$	$\eta_u$	$b_{su}$	$a_G$	$b_G$	$\gamma_1^G$	$\gamma_2^G$	$\alpha_s(M_Z)$
$a_u$	1.00														
$b_u$	<b>-0.84</b>	1.00													
$\gamma_2^u$	<b>-0.97</b>	<b>0.92</b>	1.00												
$a_d$	-0.09	-0.09	0.05	1.00											
$b_d$	-0.21	0.02	0.19	0.71	1.00										
$A_S$	-0.14	0.34	0.24	<b>-0.86</b>	-0.54	1.00									
$a_{sd}$	0.58	-0.45	-0.55	0.37	0.16	-0.46	1.00								
$b_{sd}$	-0.05	-0.10	0.00	<b>0.97</b>	0.54	<b>-0.88</b>	0.40	1.00							
$\eta_u$	0.25	-0.13	-0.23	-0.69	-0.24	0.47	0.01	-0.78	1.00						
$b_{su}$	<b>0.83</b>	-0.74	<b>-0.86</b>	-0.14	-0.16	-0.24	0.62	-0.10	0.44	1.00					
$a_G$	0.23	-0.22	-0.23	0.37	0.20	-0.38	0.53	0.37	-0.21	0.18	1.00				
$b_G$	0.18	-0.17	-0.20	0.11	0.17	-0.08	-0.10	0.06	-0.11	-0.02	0.27	1.00			
$\gamma_1^G$	-0.36	0.34	0.36	-0.45	-0.30	0.48	-0.52	-0.44	0.18	-0.30	<b>-0.82</b>	-0.47	1.00		
$\gamma_2^G$	0.34	-0.34	-0.36	0.28	0.26	-0.32	0.15	0.23	-0.11	0.20	0.46	<b>0.89</b>	-0.77	1.00	
$\alpha_s(M_Z)$	0.22	-0.31	-0.18	0.01	-0.05	-0.05	0.04	-0.01	0.04	0.17	0.01	-0.39	0.03	-0.18	1.00

Партонные распределения, полученные группой MRST [7] и группой CTEQ [8], приведены на рис. 3 в сравнении с нашей параметризацией. Сравнение, конечно, не может быть полным, так как ошибки параметризаций MRST и CTEQ авторами не оценивались. Здесь стоит отметить, что разница между параметризациями MRST и CTEQ почти везде существенно меньше ошибок наших ПР. При больших  $x$  это может быть связано с тем, что эти группы используют в анализе больше данных, но скорее это, по-видимому, отражает только то, что обе группы используют сходные наборы данных и, как следствие, получают похожие результаты. Это означает, что разница между этими результатами не может служить оценкой неопределённостей ПР. В целом, с учётом ошибок наших ПР серьёзных расхождений с параметризациями MRST и CTEQ не наблюдается.

Наше глюонное распределение несколько выше параметризации MRST в малых  $x$ , однако это превышение статистически незначимо. Превышение наших распределений морских кварков в малых  $x$  над распределениями MRST и CTEQ статистически зна-

чимо, однако существует целый ряд причин для такого расхождения. Во-первых, обе группы в отличие от нашего анализа используют безмассовую схему учёта тяжёлых кварков, что может привести к завышению их вклада и соответственному занижению вклада лёгких кварков в малых  $x$ . Во-вторых, в подгонках MRST и CTEQ используются нейтринные данные CCFR из работы [63], чувствительные к вкладу морских кварков, и которые недавно были поправлены авторами как раз в малых  $x$  (см. сообщение [64]). И, наконец, расхождение между параметризациями MRST и CTEQ такого же порядка, как и расхождение с нашей параметризацией, т.е. для окончательного прояснения ситуации требуется детальный совместный анализ всех трёх подгонок.

Наиболее статистически значимым является превышение наших распределений над распределениями MRST и CTEQ для  $u$ - и  $d$ -кварков в области  $x \lesssim 0.3$ . Мы проверили, что это превышение частично объясняется тем, что мы, в отличие от групп MRST и CTEQ, учитывали в анализе поправки на массу мишени и эффекты ферми-движения в дейтроне. Кроме того, группы MRST и CTEQ при обработке перенормируют данные группы BCDMS, смещая их вниз на 1-2%. Так как мы такой перенормировки не делаем, наша параметризация  $F_2$ , а следовательно и распределений  $u$ - и  $d$ -кварков, лежит выше. Заметим, что это превышение может помочь описать данные по дифференциальному сечению рождения струй в протон-антипротонных столкновениях на ускорителе TEVATRON, где для событий с поперечной энергией в диапазоне  $E_T = 200 - 400$  ГэВ также наблюдается избыток по сравнению с предсказаниями КХД, сделанными на основе стандартных ПР, так как в данном диапазоне поперечных энергий существенный вклад в сечение даёт процесс рассеяния кварков на кварках при  $x \sim 0.2$ .

На рис. 6 приводится сравнение ошибок наших ПР с ошибками ПР из работы [11]. Видно, что несмотря на то, что в анализе [11] использовались дополнительные данные группы NMC по отношению структурных функций нейтрона и протона, а также нейтринные данные группы CCFR, ошибки наших ПР почти везде меньше. Мы связываем наблюдаемые различия ошибок с тем, что в анализе [11] оценка параметров проводилась с помощью УОФ. Этот вывод основывается на сравнении ошибок протонной структурной функции  $F_2$ , вычисленных при помощи набора программ описанных в [11] с данными, использованными для подгонки в этой же работе.

На рис. 8, где приведен пример такого сравнения, ясно видно, что ошибка для крайней левой точки существенно меньше, чем ошибка параметризации  $F_2^p$  из работы [11], т.е. УОФ, применяемая в этой работе, использует информацию, задаваемую данным измерением неэффективно. Причина такого поведения УОФ состоит в том, что по построению этой оценивающей функции систематическая ошибка параметризации, которая в данном случае доминирует, по сути дела определяется точками с наибольшими систематическими ошибками. ОФКМ, применяемая в нашем анализе, эффективнее, чем УОФ, и в результате, как это видно из рис. 8, ошибка нашей параметризации определяется точкой с наименьшей систематической ошибкой.

Различие ошибок ПР, полученных при помощи этих двух оценивающих функций тем больше, чем больше относительный вклад систематических ошибок в суммарные. Особенно это различие велико для распределений  $u$ -кварков, при этом показательно, что ошибки распределения  $u$ -кварков, полученные в работе [11] почти совпадают с ошибками, полученными нами при подгонке с применением УОФ (см. рис. 6). При больших  $x$  ошибки отношения распределений  $d$ - и  $u$ -кварков для наших ПР также существенно меньше, чем для ПР из работы [11] (см. рис. 9).

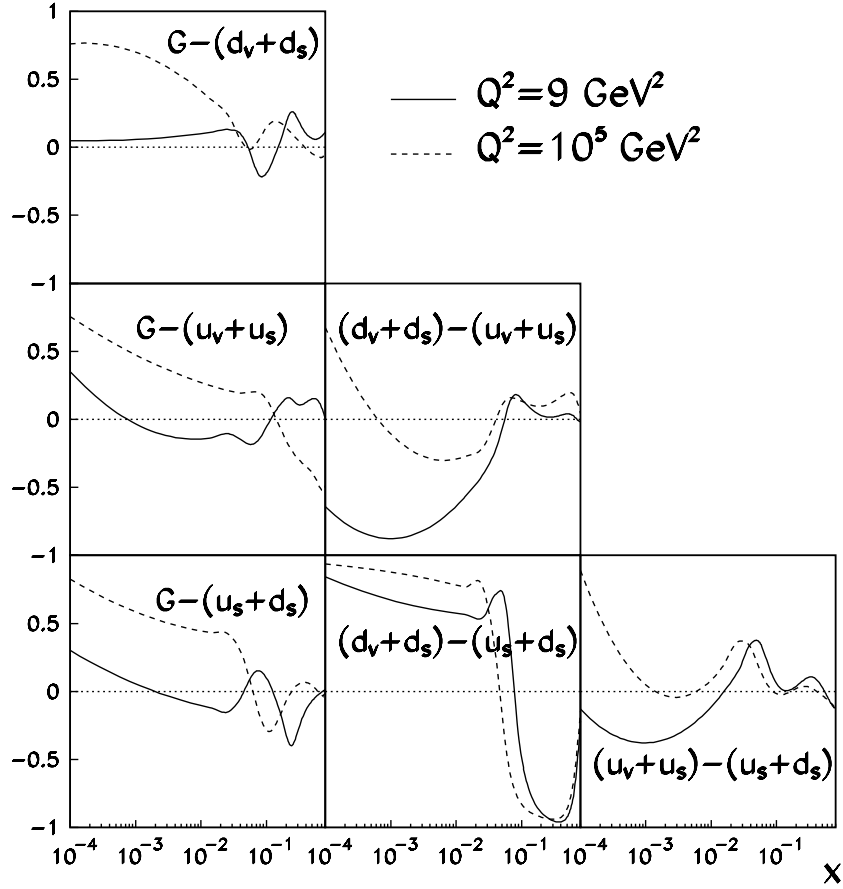


Рис. 7. Коэффициенты корреляции ПР при разных  $Q^2$ .

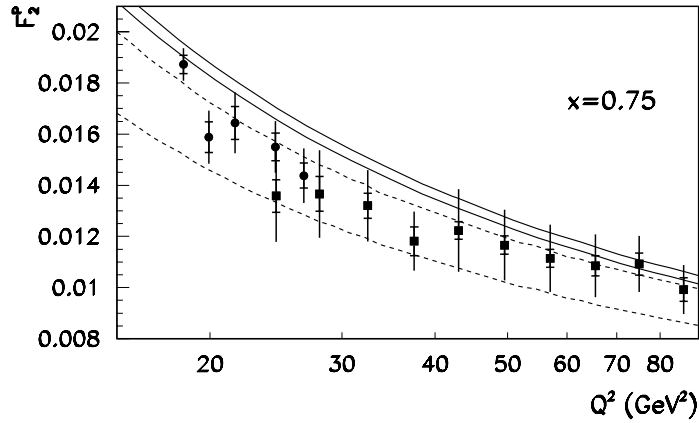


Рис. 8. Диапазон значений  $F_2^P$ , соответствующий одному стандартному отклонению для экспериментальных ошибок, вычисленный на основе ПР из работы [11] (пунктир). Кружки: данные SLAC, квадраты: данные BCDMS, горизонтальные штрихи соответствуют статистическим ошибкам, полные ошибки получены квадрированием статистических и систематических ошибок. Для сравнения приведён аналогичный диапазон  $F_2^P$ , вычисленный на основе наших ПР (сплошные линии).

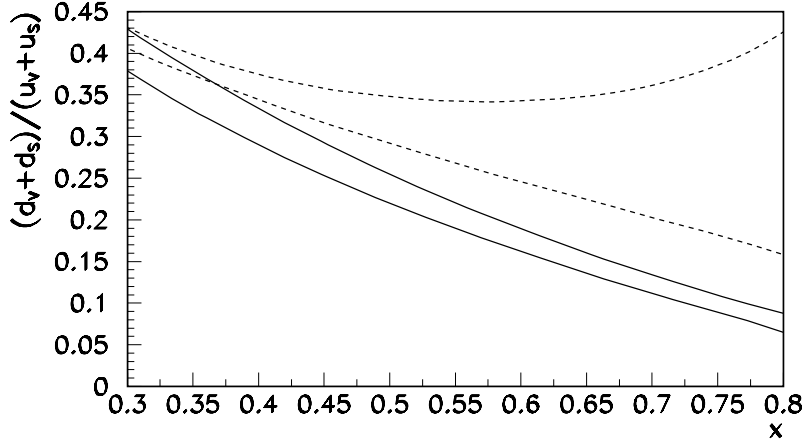


Рис. 9. Диапазон отношения распределений  $d$ - и  $u$ -кварков, соответствующий одному стандартному отклонению для экспериментальных ошибок, при  $Q^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$ . Сплошные линии — наша подгонка, пунктир — результаты работы [11].

## 5. Теоретические неопределённости

Набор теоретических неопределённостей, присущих феноменологическому анализу, всегда достаточно условен, так как по мере улучшения понимания физики анализируемых процессов этот набор может увеличиваться или уменьшаться. В нашем анализе мы учли следующие факторы, которые могут влиять на результаты подгонки:

MC — изменение массы  $c$ -кварка на  $0.25 \text{ ГэВ}$ .

SS — изменение фактора подавления странного моря на  $0.1$  в соответствии с оценкой группы NuTeV [51].

TS — изменение точки сшивки решений уравнения (7), соответствующих разному числу активных кварков. Согласно аргументации, приведённой в разделе 1, при оценке величины данной ошибки точка сшивки смещалась для всех кварков одновременно с  $m_{c,b}$  до  $\sqrt{6.5} m_{c,b}$ .

RS — изменение масштаба перенормировки КХД в эволюционных уравнениях  $\mu_R$  от  $Q/2$  до  $2Q$ . Как указывалось в разделе 1, это изменение связано с учётом влияния трёхпетлевых поправок.

DC — изменение модели ядерных эффектов в дейтроне с подхода, описанного в работе [53] и основанного на учёте ферми-движения, на феноменологический подход из работы [65]. Правда, в связи с дискуссией по поводу применимости модели [65] к лёгким ядрам, развёрнутой недавно в работах [66,67], надо заметить, что это изменение может давать и завышенную оценку модельной зависимости этих поправок.

Перечисленные изменения по очереди вносились в анализ, проводилась новая подгонка к данным, и получающиеся в результате изменения настраиваемых параметров принимались в качестве оценок теоретических ошибок. Теоретические ошибки, связанные с неопределённостью величины  $\alpha_s$  и влиянием вклада ВТ, которые оцениваются различными авторами таким же способом, в нашем анализе автоматически учитываются в общей экспериментальной ошибке, так как и  $\alpha_s$ , и вклад ВТ настраиваются при подгонке.

Необходимо ещё раз подчеркнуть, что масштаб теоретических ошибок является достаточно условным, так как по существу они основаны на “разумных” предположениях о возможных неточностях теории. Поэтому, вообще говоря, теоретические ошибки, в отличие от экспериментальных, должны учитываться не автоматически, а после детального рассмотрения. Подробное обсуждение значимости отдельных источников теоретических ошибок для различных настраиваемых параметров содержится в разделах 6,7.

## 6. Величина $\alpha_s$ и вклад высших твистов

Наряду с параметрами ПР в анализе была получена величина  $\alpha_s(M_Z) = 0.1165 \pm 0.0017$  (стат. + сист.), которая совместима с мировым средним  $\alpha_s(M_Z) = 0.1184 \pm 0.0031$  [68]. Экспериментальная ошибка  $\alpha_s$  в нашем анализе вдвое меньше, чем в двухпетлевом анализе похожего набора данных, представленном в работе [24], где было получено значение  $\alpha_s(M_Z) = 0.1160 \pm 0.0034$  (эксп.). Вклады отдельных источников теоретических неопределённостей  $\alpha_s(M_Z)$  приведены в табл.4. Квадрируя эти вклады между собой, получаем

$$\alpha_s(M_Z) = 0.1165 \pm 0.0017 \text{ (стат. + сист.)} \pm_{0.0034}^{0.0026} \text{ (теор.)}, \quad (10)$$

причём, как видно из табл.4, наибольший вклад в теоретическую ошибку дают неопределённости выбора масштаба перенормировки и точек сшивки РГ уравнений. Наша оценка  $\alpha_s$  практически не чувствительна к усложнению формы ПР, так как она слабо коррелирована с их параметрами, в том числе и с параметрами, описывающими глюонные распределения (см. табл.3).

Таблица 4. Теоретические ошибки величины  $\alpha_s(M_Z)$ , полученной из анализа данных по заряженным лептонам.

Источник ошибки	Величина ошибки
MC	$\pm 0.0003$
SS	$\pm 0.0001$
RS	$\pm_{0.0024}^{0.0026}$
TS	$-0.0020$
DC	$-0.0012$

Недавно по результатам анализа, аналогичного нашему, в работе [25] сообщалось, что если не отбрасывать при подгонке данные с  $Q^2 \lesssim 10 \text{ ГэВ}^2$  и не накладывать на затравочные ПР условия сохранения импульса, то суммарный импульс партонов, вычисленный на основе полученных в результате подгонки ПР, отличается от единицы (в частности, при анализе данных с  $Q^2 \geq 3 \text{ ГэВ}^2$  суммарный импульс партонов, приведённый в работе [25], равен  $\langle x \rangle \approx 1.08 \pm 0.02$ ). На этом основании авторы делают вывод, что данные при малых  $Q^2$  не могут использоваться в анализе и для определения  $\alpha_s$  применяют “надёжное” обрезание  $Q^2 \geq 10 \text{ ГэВ}^2$ ,  $W^2 \geq 10 \text{ ГэВ}^2$ . Полученное в результате значение  $\alpha_s(M_Z) = 0.114 \pm 0.002$  отличается от нашего. Чтобы провести сравнение с этими результатами, мы повторили анализ нашего набора данных, но без дополнительного условия на сохранение импульса для затравочных ПР и получили, что при  $Q^2 = 9 \text{ ГэВ}^2$  суммарный импульс партонов  $\langle x \rangle = 0.979 \pm 0.029$ , что совместимо с единицей и отличается от результатов работы [25]. Таким образом, мы не можем подтвердить вывод работы [25] о невозможности использования в анализе данных с малыми



$Q^2$ . Продолжая сравнение с результатами работы [25], мы провели подгонку с теми же “надёжными” обрезаниями, что и в этой работе. В результате мы тоже получили меньшее значение  $\alpha_s(M_Z) = 0.1098 \pm 0.0055$ , но с ошибкой значительно большей, чем в [25], так что это значение не противоречит величине (10). Увеличение ошибки по сравнению с приведённой в [25], очевидно, связано с тем, что мы, в отличие от анализа [25], одновременно с  $\alpha_s$  настраиваем и вклад ВТ в  $F_2$ , который, как это было непосредственно продемонстрировано в работах [17,27], сильно коррелирован с  $\alpha_s$ , что, конечно, приводит к увеличению дисперсий настраиваемых параметров. Так, при фиксировании вклада ВТ в последней подгонке ошибка  $\alpha_s(M_Z)$  уменьшается до 0.0014. Однако ясно, что результаты такой подгонки зависят от модели описания ВТ и, так как аккуратный учёт этой модельной зависимости в отсутствие надёжного теоретического обоснования практически невозможен, уменьшение экспериментальной ошибки, по сути дела, сопровождается неконтролируемым ростом теоретической. В итоге мы можем сделать вывод, что при анализе данных с “надёжными” обрезаниями ошибка значения  $\alpha_s$ , получаемого из подгонки, слишком велика, чтобы можно было использовать это значение для содержательного сравнения с другими данными.

Вклады твиста 4 в структурные функции  $F_L$  нуклона и структурные функции  $F_2$  протона представлены на рис. 10 и в табл. 5. Интересно заметить, что вплоть до минимальных значений  $x$  вклад твиста 4 в  $F_2$  статистически значимо отличается от нуля, что согласуется с наблюдением, сделанным в работе [69] при анализе данных группы NMC. Отличие от нуля вклада твиста 4 в  $F_L$  при малых  $x$  ещё более значимо. При этом, как видно из табл. 5, величина вклада твиста 4 и в  $F_2$ , и особенно в  $F_L$  в области малых  $x$ , сильно зависит от способа обращения с систематическими ошибками. Это связано с тем, что в этой области  $x$ , в отличие от области больших  $x$ , вклад ВТ определяется из сопоставления данных, полученных на границах областей измерений экспериментов, где систематические ошибки, как правило, больше. Заметим, что, как и для параметров ПР, ошибки параметров, описывающих вклад ВТ, полученные с помощью ОФКМ, в среднем в 2-3 раза меньше, чем полученные с помощью УОФ.

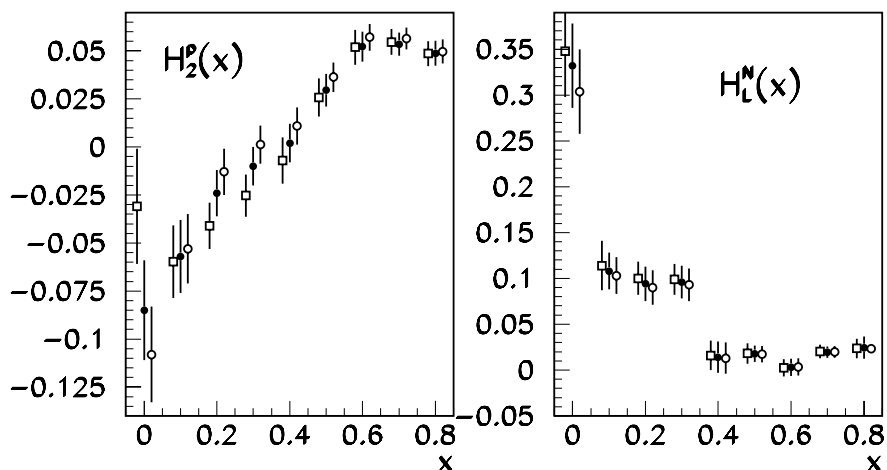


Рис. 10. Вклады твиста 4 в структурные функции  $F_2$  протона и структурные функции  $F_L$  нуклона. Сплошные кружки соответствуют  $\mu_R = Q$ , открытые кружки —  $\mu_R = 2Q$ , квадраты —  $\mu_R = Q/2$ . Для наглядности точки соответствующие разным  $\mu_R$  смещены по оси  $x$  вправо и влево.

Таблица 5. Значения настраиваемых параметров вкладов твиста 4 для подгонки к глобальным данным по ГНР заряженных лептонов (I – подгонка с использованием ОФКМ; II – подгонка с использованием УОФ; III – подгонка с квадрированием статистических и систематических ошибок). Приведённые ошибки параметров включают статистические и систематические, в скобках указаны чисто статистические ошибки.

	$x$	I	II	III
$H_2^P$	0.	$-0.085 \pm 0.026(0.020)$	$-0.124 \pm 0.051(0.020)$	$-0.132 \pm 0.035$
	0.1	$-0.057 \pm 0.019(0.014)$	$-0.107 \pm 0.076(0.014)$	$-0.094 \pm 0.021$
	0.2	$-0.024 \pm 0.012(0.0097)$	$-0.057 \pm 0.049(0.010)$	$-0.054 \pm 0.016$
	0.3	$-0.010 \pm 0.010(0.0089)$	$-0.027 \pm 0.024(0.0090)$	$-0.017 \pm 0.015$
	0.4	$0.002 \pm 0.010(0.0089)$	$0.002 \pm 0.024(0.0090)$	$-0.002 \pm 0.016$
	0.5	$0.0292 \pm 0.0085(0.0074)$	$0.041 \pm 0.020(0.0079)$	$0.025 \pm 0.015$
	0.6	$0.0522 \pm 0.0078(0.0069)$	$0.068 \pm 0.017(0.0074)$	$0.051 \pm 0.013$
	0.7	$0.0535 \pm 0.0061(0.0055)$	$0.074 \pm 0.013(0.0058)$	$0.056 \pm 0.010$
	0.8	$0.0488 \pm 0.0064(0.0061)$	$0.0545 \pm 0.0085(0.0060)$	$0.0471 \pm 0.0085$
$H_L^N$	0.	$0.332 \pm 0.046(0.033)$	$0.13 \pm 0.11(0.033)$	$0.028 \pm 0.061$
	0.1	$0.108 \pm 0.020(0.016)$	$0.117 \pm 0.065(0.016)$	$0.118 \pm 0.022$
	0.2	$0.094 \pm 0.019(0.015)$	$0.145 \pm 0.047(0.015)$	$0.097 \pm 0.021$
	0.3	$0.096 \pm 0.018(0.016)$	$0.133 \pm 0.031(0.016)$	$0.115 \pm 0.021$
	0.4	$0.014 \pm 0.017(0.015)$	$0.040 \pm 0.027(0.015)$	$0.033 \pm 0.019$
	0.5	$0.0179 \pm 0.0088(0.0068)$	$0.023 \pm 0.014(0.0069)$	$0.015 \pm 0.011$
	0.6	$0.0031 \pm 0.0094(0.0076)$	$-0.016 \pm 0.024(0.0076)$	$-0.0033 \pm 0.0089$
	0.7	$0.0195 \pm 0.0064(0.0056)$	$0.008 \pm 0.016(0.0055)$	$0.0134 \pm 0.0067$
	0.8	$0.024 \pm 0.012(0.012)$	$0.01 \pm 0.023(0.012)$	$0.012 \pm 0.014$
$H_2^N - H_2^P$	0.	$0.054 \pm 0.050(0.041)$	$0.045 \pm 0.112(0.041)$	$0.095 \pm 0.077$
	0.1	$0.031 \pm 0.027(0.026)$	$0.041 \pm 0.047(0.026)$	$0.003 \pm 0.037$
	0.2	$-0.017 \pm 0.018(0.017)$	$0.024 \pm 0.046(0.017)$	$-0.014 \pm 0.024$
	0.3	$0.010 \pm 0.017(0.016)$	$0.052 \pm 0.038(0.016)$	$0.014 \pm 0.021$
	0.4	$0.023 \pm 0.016(0.015)$	$0.047 \pm 0.037(0.015)$	$0.036 \pm 0.019$
	0.5	$0.0068 \pm 0.011(0.010)$	$0.009 \pm 0.026(0.011)$	$0.019 \pm 0.016$
	0.6	$-0.029 \pm 0.0091(0.0086)$	$-0.037 \pm 0.016(0.0092)$	$-0.022 \pm 0.015$
	0.7	$-0.052 \pm 0.0073(0.0068)$	$-0.073 \pm 0.014(0.0071)$	$-0.055 \pm 0.011$
	0.8	$-0.075 \pm 0.011(0.010)$	$-0.079 \pm 0.014(0.010)$	$-0.073 \pm 0.013$

На рис. 10 проиллюстрирована зависимость вклада твиста 4 от масштаба перенормировки  $\mu_R$  в эволюционных уравнениях. Явная зависимость  $H_2$  от  $\mu_R$  в малых  $x$  указывает на то, что в этой области вклад твиста 4 в  $F_2$  смешан с эффектом от трёхпетлевых поправок к функциям расщепления. Аналогичная зависимость для структурной функции  $F_3$  была продемонстрирована в работе [70], а прямое наблюдение изменения вклада твиста 4 в  $F_3$  при учёте трёхпетлевых поправок описано в работе [22]. В тоже время при больших  $x$  и для  $H_L$  эта зависимость не так явно выражена. Более подробное обсуждение этого эффекта приведено в недавней работе [37]. Там же показано, что при подгонке с одновременной настройкой и вклада ВТ, и величины  $\alpha_s$  зависимость последней от  $\mu_R$  может быть слабее, чем при подгонке с фиксированным вкладом ВТ, так как вклад ВТ может перенастраиваться с изменением  $\mu_R$ , частично поглощая эффекты порождаемые модификацией ядра эволюционных уравнений. В частности, благодаря этой перенастройке величина теоретической ошибки  $\alpha_s$ , связанной с неопределённостью выбора величины  $\mu_R$ , в нашем анализе меньше, чем в анализе [25].

На рис. 11 представлена разность между вкладами твиста 4 в структурные функции  $F_2$  для протона и нейтрона. Видно, что в малых  $x$  эти вклады с учётом ошибок совпадают. Заметим, что это наблюдение не согласуется с результатами работ [71], в которых авторы получили, что экспериментальные данные для разности структурных функций  $F_2$  протона и нейтрона при  $x \sim 0.3$  лежат ниже вычислений, сделанных с использованием

стандартных наборов ПР, и на этом основании сделали вывод о наличии существенного вклада ВТ в разность структурных функций  $F_2^p - F_2^n$ . Мы наблюдаем статистически значимое отклонение разности  $H_2^n - H_2^p$  от нуля не при  $x \sim 0.3$ , а при  $x \sim 0.7$ , однако, к сожалению, этот результат модельно зависим: при изменении модели, используемой для учёта ядерных эффектов в дейтроне, эта разность сильно уменьшается (см. рис. 11) и, таким образом, для того чтобы получить надёжную оценку вклада твиста 4 в структурную функцию  $F_2$  нейтрона, требуется дополнительный сравнительный анализ моделей дейтрона.

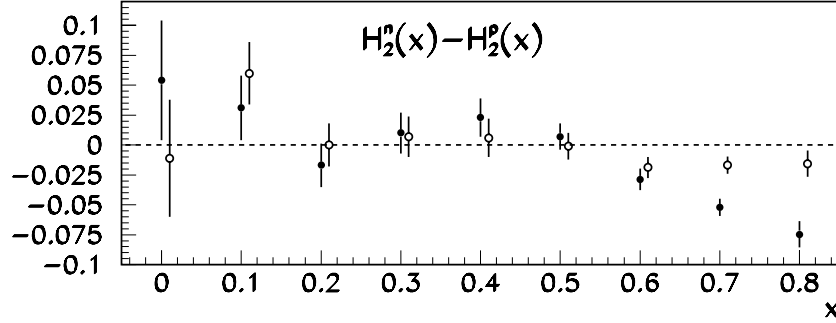


Рис. 11. Разность между вкладами твиста 4 в структурные функции  $F_2$  для протона и нейтрона. Сплошные кружки соответствуют учёту ядерных эффектов в дейтроне по модели ферми-движения, открытые кружки — по феноменологической модели из работы [65]. Для наглядности точки, соответствующие разным моделям дейтрона, смещены по оси  $x$  вправо и влево.

## 7. Партонные светимости на коллайдерах FNAL и LHC

Большая часть исследований на коллайдерах следующего поколения будет посвящена поиску отклонений от Стандартной Модели (см., например обзор [72]). Естественно, что такого рода исследования предполагают тщательный контроль всех возможных неопределённостей анализа данных, в том числе и теоретических, включающих ошибки ПР, вклад которых иногда является доминирующим. Суммарные ошибки ПР, извлеченных в нашем анализе, включающие теоретические ошибки, квадрированные между собой и вместе с экспериментальными, приведены на рис. 4. Несмотря на ограниченный набор данных, использованных в анализе, ошибки ПР в области малых  $x$ , наиболее существенной для исследований на коллайдерах FNAL и LHC, а также ошибки распределений валентных кварков в широкой области  $x$ , относительно невелики, причём экспериментальные ошибки доминируют только для глюонного и морского распределений в больших  $x$  (см. рис. 12). В частности, это происходит благодаря уменьшенной дисперсии оценок, полученных с помощью ОФКМ: как видно из сравнения рис. 4 и 6, ошибки ПР, полученных с помощью УОФ, существенно больше ошибок, полученных с помощью ОФКМ.

Для глюонного распределения в малых  $x$  доминирующим источником теоретической неопределённости из тех, что были рассмотрены в разделе 5, является RS, для морского распределения в малых  $x$  — MS, для  $d$ -кварков — DC. Как уже отмечалось выше, ошибки, связанные с неопределённостью величины  $\alpha_s$  и влиянием вклада ВТ, в нашем анализе автоматически включаются в экспериментальную ошибку. Чтобы проследить вклад этих неопределённостей в суммарную ошибку, мы перевычислили экспериментальные диспе-

рсии ПР, по очереди зафиксировав величину  $\alpha_s$  и вклада ВТ, вычли эти дисперсии из экспериментальной дисперсии, полученной без фиксирования  $\alpha_s$  и вклада ВТ, а затем корни из этих разностей приняли в качестве оценок ошибок, связанных с неопределённостями  $\alpha_s$  и вклада ВТ соответственно. Отношения полученных ошибок к полным, приведены на рис. 12. Видно, что неопределённость  $\alpha_s$  влияет только на глюонное распределение, и то не существенно, тогда как неопределённость ВТ вносит более существенный вклад в ошибки всех ПР.

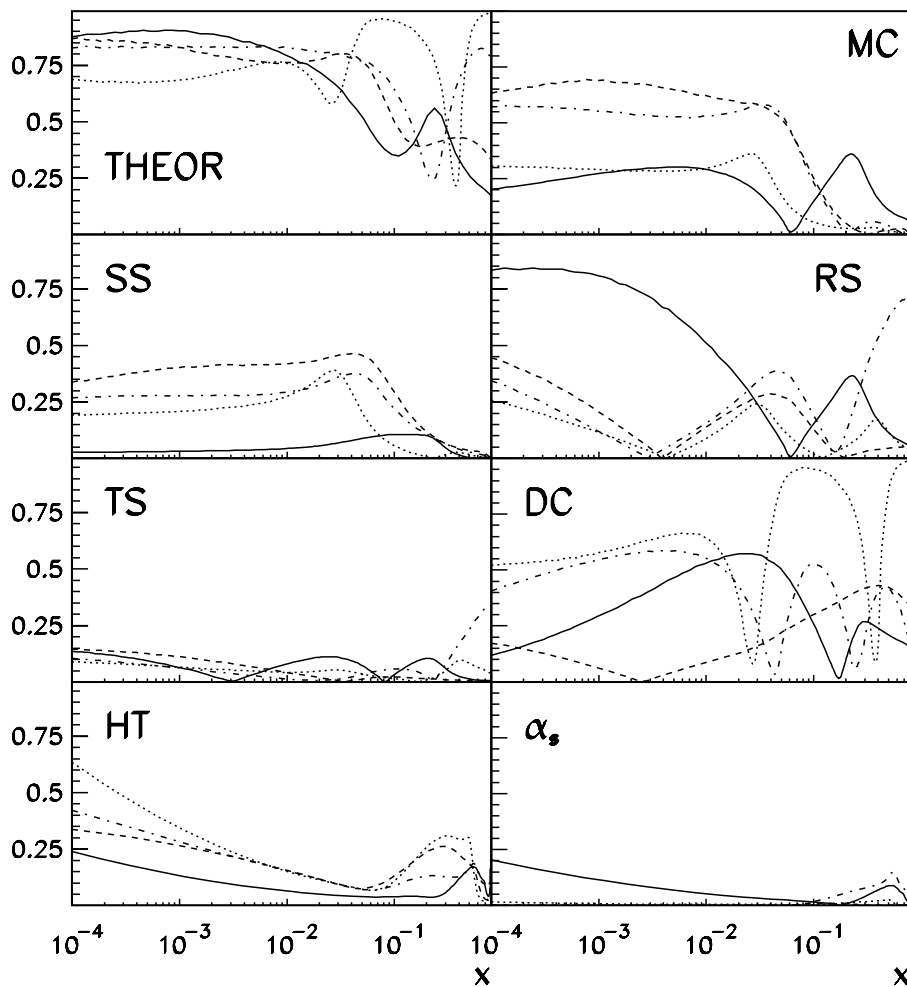


Рис. 12. Отношение вкладов различных источников теоретических ошибок ПР, а также ошибок, связанных с неопределённостями величины  $\alpha_s$  и вклада ВТ, к полным ошибкам ПР (THEOR означает сумму вкладов ошибок MC, SS, RS, TS и DC). Сплошные кривые соответствуют распределениям глюонов, точки —  $d$ -кварков, штрих-пунктир —  $u$ -кварков, пунктир — нестранному морю.

Для сечений жёстких процессов, происходящих в адронных столкновениях, все неопределённости, связанные с ошибками ПР, локализованы в партонных светимостях, определяемых следующим образом:

$$L_{ij}(M) = \frac{1}{s} \int_{\tau}^1 \frac{dx}{x} q_i(x, M^2) q_j(\tau/x, M^2),$$

где  $s$  — квадрат энергии столкновений в системе центра масс;  $M$  — масса состояния рождаемого в столкновении;  $\tau = M^2/s$ ;  $i$  и  $j$  маркируют сорта партонов.

Из-за того, что ошибки партонных светимостей сильно зависят от сортов партонов и области кинематических переменных, вообще говоря, оценку их влияния на величину сечения процесса необходимо проводить в каждом конкретном случае. Однако общее представление о масштабах ошибок “типичных” процессов может быть получено из рис. 13, 14, где приведены ошибки некоторых партонных светимостей для коллайдеров FNAL и LHC. На этих рисунках верхний предел переменной  $M$  выбирался таким образом, чтобы светимость на верхнем пределе составляла порядка 0.01 пб, т.е. примерно соответствовала максимальной чувствительности планируемых экспериментов. Можно заметить, что в целом для энергии FNAL при  $M \lesssim 0.2$  ТэВ теоретические ошибки доминируют над статистическими, а при  $M \gtrsim 0.2$  ТэВ — наоборот. При этом суммарная ошибка партонных светимостей не превышает 10% при  $M \lesssim 0.2$  ТэВ, а для кварк-кварковых светимостей также и во всём рассматриваемом диапазоне  $M$ . При энергии LHC те же самые выводы справедливы с учётом масштабирования разграничительного значения массы  $0.2 \rightarrow 1$  ТэВ.

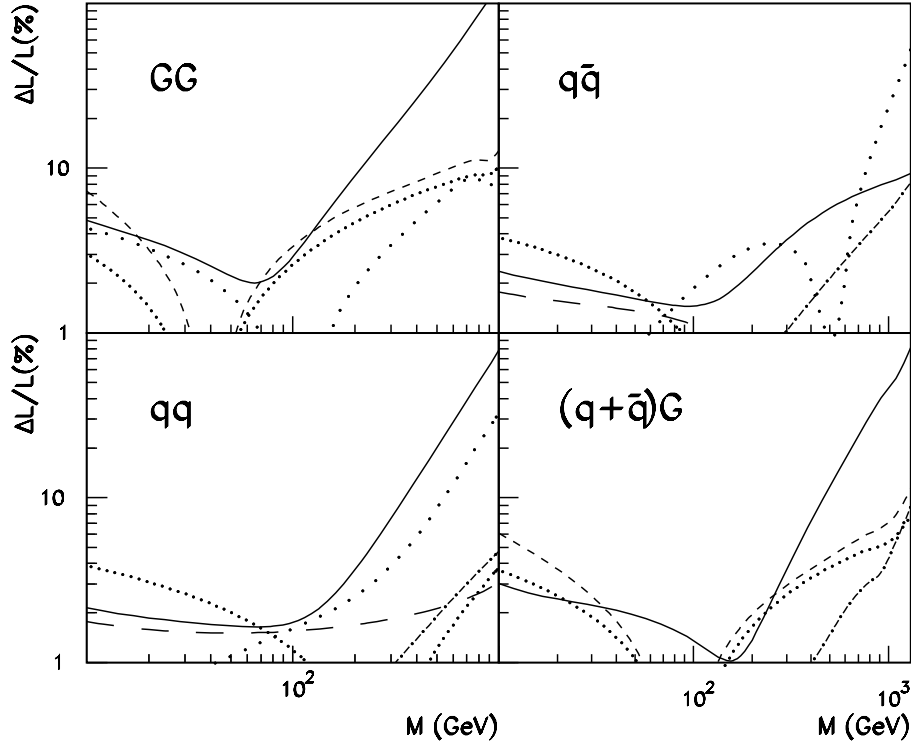


Рис. 13. Относительные ошибки для некоторых партонных светимостей для коллайдера FNAL (сплошные линии — экспериментальные ошибки; короткие штрихи — RS; штрих-пунктир — TS; редкие точки — DC; частые точки — MC; длинные штрихи — SS). Остальные обозначения:  $L_{qq} = L_{uu} + L_{dd} + L_{du}$ ;  $L_{q\bar{q}} = L_{u\bar{d}} + L_{d\bar{u}}$ ;  $L_{(q+\bar{q})G} = L_{uG} + L_{\bar{u}G} + L_{dG} + L_{\bar{d}G}$ .

Как видно из рис. 7, корреляции некоторых ПР не малы и растут с ростом  $Q^2$ , поэтому их учёт может сильно повлиять на оценку ошибок расчётных сечений. Кроме того, благодаря корреляциям партонных светимостей ошибка их отношения может быть

существенно меньше, чем ошибки отдельных светимостей. Пример такого сокращения приведён в табл. 6, из которой видно, что ошибка отношения партонных светимостей, входящих в сечения рождения  $W$ - и  $Z$ -бозонов в несколько раз меньше, чем ошибки самих светимостей. Наряду с корреляциями партонных светимостей между собой, при оценке теоретических ошибок, конечно, необходимо учитывать и корреляции светимостей с элементарными сечениями партонных процессов, так как параметры, ответственные за неопределённость светимостей, одновременно могут влиять и на элементарные сечения, или, например неопределённости, связанные с выбором масштаба перенормировки КХД, могут компенсироваться трёхпетлевыми поправками к элементарным партонным сечениям.

Таблица 6. Относительные неопределённости партонных светимостей, необходимых для оценки сечений рождения промежуточных бозонов на коллайдере FNAL, а также их отношение. Обозначения:  $L_W = L_{u\bar{d}} + L_{d\bar{u}}$ ,  $L_Z = L_{u\bar{u}} + L_{d\bar{d}}$ ,  $L_{W/Z} = (L_{u\bar{d}} + L_{d\bar{u}})/(L_{u\bar{u}} + L_{d\bar{d}})$ .

	стат.+сист.	RS	TS	SS	MC	DC
$\Delta L_W(\%)$	1.5	–	–	1.2	1.1	1.5
$\Delta L_Z(\%)$	1.2	–	–	1.2	1.1	1.5
$\Delta L_{W/Z}(\%)$	0.7	–	–	–	–	–

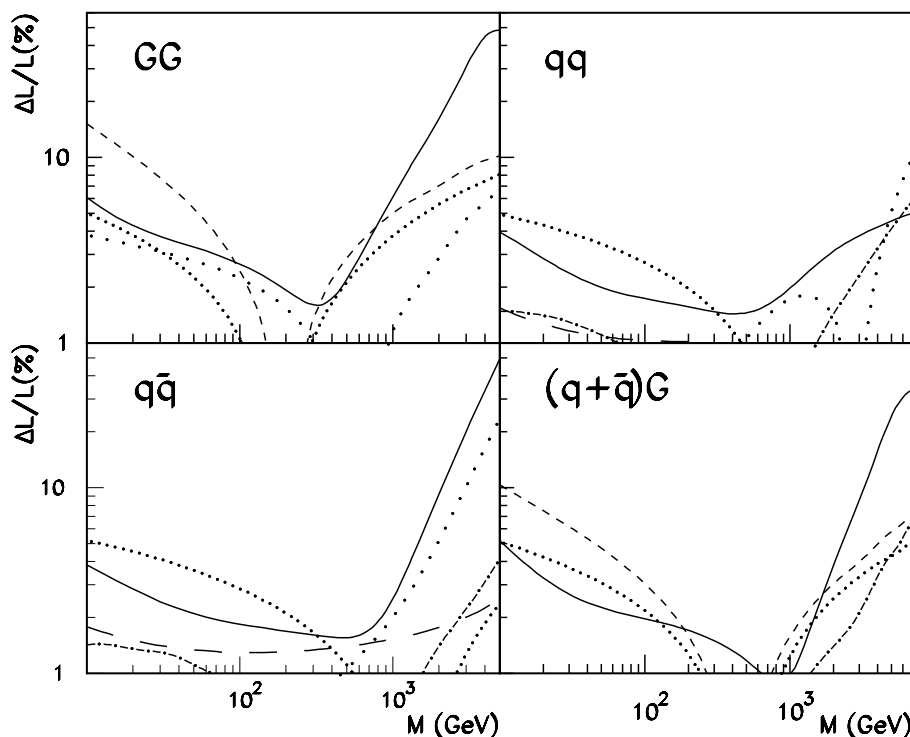


Рис. 14. Относительные ошибки для некоторых партонных светимостей для коллайдера LHC. Обозначения те же, что и на рис. 13.

Удобный набор программ для учёта неопределённостей ПР и их корреляций в процессе расчётов по методике Монте-Карло доступен по сети<sup>5</sup>. При обращении к соответствующим

<sup>5</sup>Адрес в Internet - <http://www.ihep.su/~alekhin/pdf99>.

щей программе из этого набора пользователь получает величины всех ПР, разыгранные по закону Гаусса в соответствии со своими дисперсиями, включая экспериментальные и теоретические, и корреляциями. Чтобы предоставить возможность применения устойчивых оценок, основанных на неравенстве Чебышева, специальный параметр программы позволяет масштабировать величину экспериментальной дисперсии, используемой при розыгрыше. Аналогичные параметры масштабируют каждый источник теоретической ошибки, что также необходимо, учитывая определённую условность этих масштабов. Кроме того, такая схема позволяет включать и выключать каждый источник ошибки, проследивая таким образом его влияние на конечный результат.

## Заключение

Современное состояние физики частиц таково, что только небольшая часть экспериментальной информации может быть непосредственным образом сопоставлена с простыми и яркими предсказаниями новых и активно изучаемых теоретических и феноменологических схем. Большая часть данных описывается зависимостями, которые включают неизвестные эффекты только как поправки (и зачастую незначительные по величине) к хорошо установленным соотношениям. В результате, весьма насущными для изучения новой физики становятся прецизионные измерения, в том числе и ранее изученных явлений, что и можно проследить в тенденциях экспериментальной ситуации последние годы. Важной составляющей этих измерений являются жёсткие процессы, происходящие в столкновениях нуклонов, для анализа которых в рамках партонной модели, в частности, требуется знание ПР для нуклона. Полученные в результате нашего анализа ПР, включающие и их неопределённости, могут быть использованы для корректной оценки неопределённостей предсказаний сечений различных жёстких процессов при прецизионных феноменологических сопоставлениях с данными с будущих ускорителей на предмет изучения новых и уточнения известных эффектов (например наблюдение составленности в протон-протонных и электрон-протонных столкновениях, рекомбинация партонов в малых  $x$ , точное измерение масс промежуточных бозонов в антипротон-протонных столкновениях и т.д.).

Автор благодарен А.Л. Катаеву за внимательное чтение рукописи и ценные замечания, А. Vogt, С. Катани, С. Келлеру и Д. Стирлингу за плодотворные обсуждения полученных результатов.

Работа выполнена в рамках научной программы проекта № 00-02-17432, поддерживаемого Российским Фондом фундаментальных исследований.

## Список литературы

- [1] L. W. Whitlow, E. M. Riordan, S. Dasu, S. Rock and A. Bodek. Phys. Lett. **B282**, 475 (1992).
- [2] A. C. Benvenuti *et al.* [BCDMS Collaboration], Phys. Lett. **B223** (1989) 485;  
A. C. Benvenuti *et al.* [BCDMS Collaboration], Phys. Lett. **B237** (1990) 592.
- [3] M. Arneodo *et al.* [New Muon Collaboration], Nucl. Phys. **B483** (1997) 3 [hep-ph/9610231].

- [4] M. R. Adams *et al.* [E665 Collaboration], Phys. Rev. **D54** (1996) 3006.
- [5] S. Aid *et al.* [H1 Collaboration], Nucl. Phys. **B470**, 3 (1996) [hep-ex/9603004].
- [6] M. Derrick *et al.* [ZEUS Collaboration], Z. Phys. **C72**, 399 (1996) [hep-ex/9607002].
- [7] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling and R. S. Thorne. Eur. Phys. J. **C14**, 133 (2000) [hep-ph/9907231].
- [8] H. L. Lai *et al.* [CTEQ Collaboration], Eur. Phys. J. **C12**, 375 (2000) [hep-ph/9903282].
- [9] L. W. Whitlow. Report SLAC-0357 (1990).
- [10] S. I. Alekhin. Eur. Phys. J. **C10** (1999) 395 [hep-ph/9611213].
- [11] M. Botje. Eur. Phys. J. **C14**, 285 (2000) [hep-ph/9912439].
- [12] S. I. Alekhin. Preprint IFVE-2000-17 (2000) [hep-ex/0005042].
- [13] Б. Л. Иоффе, Л. Н. Липатов, В. А. Хозе. Глубоконеупругие процессы. - Москва: Энергоатомиздат, 1983.
- [14] K. G. Wilson. Phys. Rev. **179**, 1499 (1969).
- [15] H. Georgi and H. D. Politzer. Phys. Rev. **D14**, 1829 (1976).
- [16] А. П. Бухвостов, Е. А. Кураев, Л. Н. Липатов. ЯФ **38**, 439 (1983).
- [17] S. I. Alekhin. Eur. Phys. J. **C12**, 587 (2000) [hep-ph/9902241]
- [18] В. Н. Грибов, Л. Н. Липатов, ЯФ **15**, 781 (1972);  
В. Н. Грибов, Л. Н. Липатов. ЯФ **15**, 1218 (1972);  
G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. **B126**, 298 (1977);  
Ю. Л. Докшицер. ЖЭФ **73**, 1216 (1977).
- [19] D. I. Kazakov and A. V. Kotikov. Phys. Lett. **B291**, 171 (1992);  
W. L. van Neerven and E. B. Zijlstra. Phys. Lett. **B272**, 127 (1991), *ibid.* **B273**, 476 (1991), *ibid.* **B297**, 377 (1992);  
W. L. van Neerven and E. B. Zijlstra. Nucl. Phys. **B382**, 11 (1992).
- [20] S. A. Larin, T. van Ritbergen and J. A. Vermaseren. Nucl. Phys. **B427**, 41 (1994);  
S. A. Larin, P. Nogueira, T. van Ritbergen and J. A. Vermaseren. Nucl. Phys. **B492**, 338 (1997) [hep-ph/9605317].
- [21] W. L. van Neerven and A. Vogt. Nucl. Phys. **B568**, 263 (2000) [hep-ph/9907472].
- [22] A. L. Kataev, A. V. Kotikov, G. Parente and A. V. Sidorov. Phys. Lett. **B417**, 374 (1998) [hep-ph/9706534].
- [23] A. L. Kataev, G. Parente and A. V. Sidorov. Nucl. Phys. **B573**, 405 (2000) [hep-ph/9905310];  
A. L. Kataev, A. V. Kotikov, G. Parente and A. V. Sidorov. Nucl. Phys. Proc. Suppl. **64**, 138 (1998) [hep-ph/9709509].



- [24] J. Santiago and F. J. Yndurain. Nucl. Phys. **B563**, 45 (1999) [hep-ph/9904344].
- [25] A. Vogt. Nucl. Phys. Proc. Suppl. **79**, 102 (1999) [hep-ph/9906337]
- [26] W. Furmanski and R. Petronzio. Z. Phys. **C11**, 293 (1982);  
W. Furmanski and R. Petronzio. Phys. Lett. **B97**, 437 (1980);  
G. Curci, W. Furmanski and R. Petronzio. Nucl. Phys. **B175**, 27 (1980).
- [27] S. I. Alekhin. Phys. Rev. **D59**, 114016 (1999) [hep-ph/9809544].
- [28] W. Bernreuther and W. Wetzel. Nucl. Phys. **B197**, 228 (1982), *ibid.* **B513**, 758 (1998);  
S. A. Larin, T. van Ritbergen and J. A. Vermaseren. Nucl. Phys. **B438**, 278 (1995) [hep-ph/9411260];  
K. G. Chetyrkin, B. A. Kniehl and M. Steinhauser. Phys. Rev. Lett. **79**, 2184 (1997) [hep-ph/9706430].
- [29] J. Blumlein and W. L. van Neerven. Phys. Lett. **B450** (1999) 417 [hep-ph/9811351].
- [30] D. J. Gross and C. H. Lewellyn Smith. Nucl. Phys. **B14**, 337 (1969).
- [31] R. M. Barnett *et al.* Phys. Rev. **D54**, 1 (1996).
- [32] B. A. Magradze. – In: Proceedings of the Quarks-98 International Seminar. INR press, 1998, Vol.1, p.158 [hep-ph/9808247];  
E. Gardi, G. Grunberg and M. Karliner. JHEP **9807**, 007 (1998) [hep-ph/9806462].
- [33] A. D. Martin, W. J. Stirling and R. G. Roberts. Phys. Lett. **B266**, 173 (1991).
- [34] Ф. Индурайн. Квантовая хромодинамика. – Москва: Мир, 1986.
- [35] V. A. Matveev, R. M. Muradian and A. N. Tavkhelidze. Lett. Nuovo Cim. **7**, 719 (1973).
- [36] S. J. Brodsky and G. R. Farrar. Phys. Rev. Lett. **31**, 1153 (1973).
- [37] S. I. Alekhin. Phys. Lett. **B488**, 187 (2000) [hep-ph/9912484].
- [38] J. Blumlein, S. Riemersma, M. Botje, C. Pascaud, F. Zomer, W. L. van Neerven and A. Vogt. – In: Hamburg 1995/1996, Future physics at HERA, p.23 (1996) [hep-ph/9609400].
- [39] М. Абрамовиц, И. Стиган. Справочник по специальным функциям. – Москва: Наука, 1979.
- [40] J. C. Collins and W. Tung. Nucl. Phys. **B278**, 934 (1986).
- [41] E. Witten. Nucl. Phys. **B104**, 445 (1976).
- [42] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein and V. I. Zakharov. Nucl. Phys. **B136**, 157 (1978).
- [43] M. Gluck, E. Reya and M. Stratmann. Nucl. Phys. **B422**, 37 (1994).
- [44] E. Laenen, S. Riemersma, J. Smith and W. L. van Neerven. Nucl. Phys. **B392**, 229 (1993).

- [45] E. L. Berger and S. J. Brodsky. Phys. Rev. Lett. **42**, 940 (1979);  
J. F. Gunion, P. Nason and R. Blankenbecler. Phys. Rev. **D29**, 2491 (1984).
- [46] L. F. Abbott and R. M. Barnett. Annals Phys. **125**, 276 (1980);  
L. F. Abbott, W. B. Atwood and R. M. Barnett. Phys. Rev. **D22**, 582 (1980).
- [47] В. В. Бедняков, И. С. Златев, Ю. П. Иванов, П. С. Исаев, С. Г. Коваленко. ЯФ **40**, 770 (1984).
- [48] A. J. Buras. Rev. Mod. Phys. **52**, 199 (1980).
- [49] A. A. Penin and A. A. Pivovarov. Phys. Lett. **B401**, 294 (1997) [hep-ph/9612204].
- [50] B. P. Mahapatra. Preprint SU-PHY-97-03 (1997).
- [51] T. Adams *et al.* [NuTeV Collaboration]. Talk given at 34th Recontres de Moriond: QCD and Hadronic Interactions, Les Arcs, France, Mar 1999 [hep-ex/9906037].
- [52] A. D. Martin, W. J. Stirling and R. G. Roberts. Phys. Rev. **D51**, 4756 (1995) [hep-ph/9409410].
- [53] W. B. Atwood and G. B. West. Phys. Rev. **D7** (1973) 773.
- [54] M. Lacombe, B. Loiseau, J. M. Richard, R. Vinh Mau, J. Cote, P. Pires and R. De Turreil. Phys. Rev. **C21**, 861 (1980);  
M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau, J. Cote, P. Pires and R. de Turreil. Phys. Lett. **B101**, 139 (1981).
- [55] S. N. Sokolov. Preprint IFVE-88-110 (1988).
- [56] W. T. Giele and S. Keller. Phys. Rev. **D58**, 094023 (1998) [hep-ph/9803393].
- [57] D. J. Gross. Phys. Rev. Lett. **32**, 1071 (1974).
- [58] W. G. Seligman. Report NEVIS-292 (1997).
- [59] A. L. Kataev, G. Parente and A. V. Sidorov. Nucl. Phys. **A666**, 184 (2000) [hep-ph/9907310].
- [60] M. Werlen. Preprint LAPTH-734-99 [hep-ph/9906483].
- [61] E. Laenen, G. Sterman and W. Vogelsang. Contributed to 8th International Workshop on Deep Inelastic Scattering and QCD (DIS 2000), Liverpool, England, Apr 2000 [hep-ph/0006352].
- [62] K. Prytz. Phys. Lett. **B311**, 286 (1993).
- [63] W. G. Seligman *et al.* Phys. Rev. Lett. **79**, 1213 (1997).
- [64] A. Bodek *et al.* [CCFR/NuTeV collaboration], Talk given at 35th Recontres de Moriond: QCD and Hadronic Interactions, Les Arcs, France, Mar 2000 [hep-ex/0005021].
- [65] J. Gomez *et al.* Phys. Rev. **D49** (1994) 4348.

- [66] W. Melnitchouk, I. R. Afnan, F. Bissey and A. W. Thomas. Phys. Rev. Lett. **84**, 5455 (2000) [hep-ex/9912001].
- [67] U. K. Yang and A. Bodek. Phys. Rev. Lett. **84**, 5456 (2000) [hep-ph/9912543].
- [68] S. Bethke. J. Phys. G **G26**, R27 (2000) [hep-ex/0004021].
- [69] M. Arneodo *et al.* [New Muon Collaboration], Phys. Lett. **B309**, 222 (1993).
- [70] S. I. Alekhin and A. L. Kataev. Nucl. Phys. **A666-667**, 179 (2000) [hep-ph/9908349].
- [71] A. Szczurek and V. Uleshchenko. Phys. Lett. **B475**, 120 (2000) [hep-ph/9911467];  
A. Szczurek. Talk given at 8th International Workshop on Deep Inelastic Scattering and QCD (DIS 2000), Liverpool, England, Apr 2000 [hep-ph/0006320].
- [72] A. Ahmadov, S. Alekhin, P. Aurenche *et al.* Proceedings of the Workshop on Standard Model Physics (and more) at the LHC, ed. G. Altarelli and M.L. Mangano, CERN-2000-04 (2000).

*Рукопись поступила 19 сентября 2000*

С.И. Алёхин

Анализ данных по глубоконеупругому рассеянию: партонные распределения,  $\alpha_s$   
и высшие твисты.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Редактор Н.В.Ежела.

Технический редактор Н.В.Орлова.

---

Подписано к печати 25.09.2000. Формат 60 × 84/8. Офсетная печать.  
Печ.л. 4,12. Уч.-изд.л. 3,3. Тираж 130. Заказ 251. Индекс 3649.  
ЛР №020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

