ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2000–57
ОТФ

В.В. Брагута[†], А.А. Лиходед[††], А.Е. Чалов[†],

ПОПЕРЕЧНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ МЮОНА В ПРОЦЕССЕ $K_{l2\gamma}$ ЗА СЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИИ

[†] *Московский физико-технический институт, Долгопрудный*
[††] *Институт физики высоких энергий, Протвино*

Протвино 2000

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Брагута В.В., Лиходед А.А., Чалов А.Е. Поперечная поляризация в процессе $K_{l2\gamma}$ за счет электромагнитного взаимодействия в конечном состоянии: Препринт ИФВЭ 2000–57. – Протвино, 2000. – 11 с., 4 рис., библиогр.: 9.

Проводится анализ эффекта поперечной поляризации мюона в процессе $K^+ \to \mu^+\nu\gamma$, обусловленной электромагнитным взаимодействием в конечном состоянии. Показано, что на уровне однопетлевого приближения величина поперечной поляризации мюона P_T может варьироваться в пределах $(0.0 \div 1.5 \cdot 10^{-2})$ в области диаграммы Далитца. Усредненное значение поляризации мюона $\langle P_T \rangle$ в кинематической области $E_\gamma \geq 20$ МэВ составляет величину $1.1 \cdot 10^{-3}$.

Abstract

Braguta V.V., Likhoded A.A., Chalov A.E. Transverse Vuon Polarization in the $K_{l2\gamma}$ Decay Due to the Electromagnetic Final State Interaction: IHEP Preprint 2000–57. – Protvino, 2000. – p. 11, figs. 4, refs.: 9.

The effect of the transverse muon polarization in the $K^+ \to \mu^+\nu\gamma$ process, caused by the electromagnetic final state interaction, is analyzed. It is shown that for the one-loop calculations the value of the muon transverse polarization varies within $(0.0 \div 1.5 \cdot 10^{-2})$ in the Dalitz plot region. Averaged value of the muon transverse polarization, $\langle P_T \rangle$, in the kinematic region of $E_\gamma \geq 20$ MeV is equal to $1.1 \cdot 10^{-3}$.

Введение

Изучение радиационных распадов K-мезонов представляет интерес с точки зрения поиска эффектов новой физики вне Стандартной Модели электрослабых взаимодействий (СМ). Одной из наиболее интересных возможностей является поиск новых взаимодействий, которые могут приводить к CP-нарушению. В отличие от СМ, где нарушение CP обуславливается наличием комплексной фазы в матрице ККМ, нарушение CP, например в суперсимметричных моделях, может возникать естественным образом за счет комплексности юкавовских констант связи новых хиггсовских бозонов с фермионами [1]. В данной ситуации представляется интересным анализ экспериментальных наблюдаемых в процессах распадов каонов, особенно чувствительных к эффектам CP-нарушения. Такими величинами могут являться поперечная поляризация мюона в процессах $K^{\pm} \to \mu^{\pm}\nu\gamma$ и $K^{\pm} \to \pi^0\mu^{\pm}\nu$ и T-нечетная корреляция ($T = \frac{1}{M_K^3}\vec{p}_{\gamma} \cdot [\vec{p}_{\pi} \times \vec{p}_l]$) в процессе $K^{\pm} \to \pi^0\mu^{\pm}\nu\gamma$ [2]. В частности, в лево-правой симметричных моделях с одним хиггсовским дублетом [3] поперечная поляризация мюона может составлять величину $P_T \simeq 7.0 \cdot 10^{-3}$, а в моделях с тремя хиггсовскими дублетами — $P_T \simeq 6.0 \cdot 10^{-2}$ [4].

Новые возможности в этой области открываются в связи с планируемым экспериментом ОКА [5] по изучению распадов заряженных каонов. Ожидаемая статистика для распадов $K^+ \to \mu^+\nu\gamma$, $K^+ \to \pi^0\mu^+\nu$ и $K^+ \to \pi^0\mu^+\nu\gamma$ составляет приблизительно $4.3 \cdot 10^8$; $1.7 \cdot 10^9$ и $7.0 \cdot 10^5$ событий соответственно. Данная статистика позволяет надеяться, что возможно либо обнаружить эффекты новой физики, либо поставить жесткие ограничения на параметры расширенных моделей.

При поиске вкладов возможных эффектов новых взаимодействий в поперечную поляризацию мюона особенно важно оценить фоновый вклад так называемой “ложной” поляризации мюона, которая возникает за счет электромагнитного взаимодействия в конечном состоянии. Расчет поперечной поляризации мюона в процессе $K^+ \to \mu^+\nu\gamma$, обусловленной электромагнитным взаимодействием в конечном состоянии, на уровне однопетлевого приближения минимальной квантовой электродинамики был проведен в [6]. Было показано, что величина поляризации мюона может варьироваться в интервале $(-0.1 \div 4.0) \cdot 10^{-3}$.

В настоящей работе мы заново проанализировали эффект поперечной поляризации мюона, обусловленной электромагнитным взаимодействием в конечном состоянии. Мы обнаружили рассогласование с ранними результатами [6] в вычислении плотности диаграммы Далитца, ρ_0 и поперечной компоненты поляризации мюона, ρ_T, дающих вклад в поперечную поляризацию. Это приводит к заметному изменению интервала значений и смещению усредненной величины поперечной поляризации.

В первом разделе мы приводим процедуру вычисления поперечной поляризации с учетом однопетлевых диаграмм с взаимодействием в конечном состоянии. В разделе 2 приводятся и обсуждаются численные результаты для P_T и $\langle P_T \rangle$. Последний раздел содержит основные выводы и заключение.

1. Поперечная поляризация мюона в процессе $K^+ \to \mu^+ \nu \gamma$

Процесс распада $K^+ \to \mu^+ \nu \gamma$ в древесном приближении описывается диаграммами, изображенными на рис. 1. Диаграммы на рис. 1б и 1в соответствуют тормозному излучению мюона и каона, а диаграмма на рис. 1а — структурному излучению. Амплитуда может быть записана в следующем виде:

$$M = ie\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* \varepsilon_\mu^* \left(f_K m_\mu \overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\left(\frac{p_K^\mu}{(p_K q)} - \frac{(p_\mu)^\mu}{(p_\mu q)} - \frac{\hat{q}\gamma^\mu}{2(p_\mu q)} \right) v(p_\mu) - G^{\mu\nu} l_\nu \right) , \qquad (1)$$

где

$$\begin{aligned} & l_\mu = \overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\gamma_\mu v(p_\mu) \, ; \\ & G^{\mu\nu} = iF_v \ \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha (p_K)_\beta - F_a \ (g^{\mu\nu}(p_K q) - p_K^\mu q^\nu) \, ; \end{aligned} \qquad (2)$$

G_F — константа Ферми; V_{us} — соответствующий элемент матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава; f_K — лептонная константа K-мезона; p_K, p_μ, p_ν, q — четырех-импульсы каона, мюона, нейтрино ифотона соответственно; ε_μ — вектор поляризации фотона; F_v и F_a — векторный и аксиальный формфакторы каона.

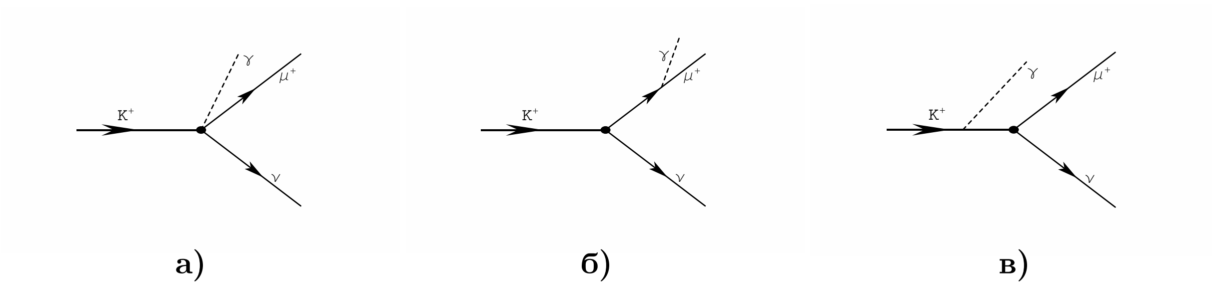

Рис. 1. Диаграммы Фейнмана для распада $K^\pm \to \mu^\pm \nu \gamma$ в древесном приближении.

Часть амплитуды, соответствующая структурному излучению и излучению в начальном состоянии каона, которую мы в дальнейшем будем использовать в однопетлевых вычислениях, есть

$$M_K = ie\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* \varepsilon_\mu^* \left(f_K m_\mu \overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\left(\frac{p_K^\mu}{(p_K q)} - \frac{\gamma^\mu}{m_\mu} \right) v(p_\mu) - G^{\mu\nu} l_\nu \right) . \qquad (3)$$

Парциальная ширина распада $K^+ \to \mu^+ \nu \gamma$ в системе покоя K-мезона выражается следующим образом:

$$d\Gamma = \frac{|M|^2}{2m_K}(2\pi)^4 \delta(p_K - p_\mu - q - p_\nu) \frac{d^3 q}{(2\pi)^3 2E_q} \frac{d^3 p_\mu}{(2\pi)^3 2E_\mu} \frac{d^3 p_\nu}{(2\pi)^3 2E_\nu}. \qquad (4)$$

Вводя $\vec{\mathbf{s}}$ — единичный вектор в направлении спина мюона в его системе покоя, где $\vec{\mathbf{e}}_i$ $(i = L,\ N,\ T)$ — единичные векторы вдоль продольной, нормальной и поперечной компонент поляризации мюона, можно записать квадрат матричного элемента перехода в состояние с определенной поляризацией мюона в следующем виде:

$$|M|^2 = \rho_0[1 + (P_L\vec{\mathbf{e}}_L + P_N\vec{\mathbf{e}}_N + P_T\vec{\mathbf{e}}_T)\cdot\vec{\mathbf{s}}]\ , \tag{5}$$

где ρ_0 — плотность вероятности на диаграмме Далитца. Единичные векторы $\vec{\mathbf{e}}_i$ выражаются через трех-импульсы конечных частиц

$$\vec{\mathbf{e}}_L = \frac{\vec{p}_\mu}{|\vec{p}_\mu|}\,, \quad \vec{\mathbf{e}}_N = \frac{\vec{p}_\mu \times (\vec{q}\times\vec{p}_\mu)}{|\vec{p}_\mu \times (\vec{q}\times\vec{p}_\mu)|}\,, \quad \vec{\mathbf{e}}_T = \frac{\vec{q}\times\vec{p}_\mu}{|\vec{q}\times\vec{p}_\mu|}\ . \tag{6}$$

Здесь P_T — поперечная поляризация мюона. Следуя обозначениям работы [6],

$$x = \frac{2E_\gamma}{m_K}\,, \quad y = \frac{2E_\mu}{m_K}\,, \quad \lambda = \frac{x+y-1-r_\mu}{x}\,, \quad r_\mu = \frac{m_\mu^2}{m_K^2}\ , \tag{7}$$

где E_γ и E_μ — энергии фотона и мюона в системе покоя K, можно записать плотность вероятности на диаграмме Далитца

$$\rho_0(x,y) = \frac{d^2\Gamma}{dxdy} = \frac{m_K}{256\pi^3}|M|^2 \tag{8}$$

как функцию переменных x и y в следующем виде:

$$\begin{aligned}\rho_0 = \frac{1}{2}e^2G_F^2|V_{us}|^2\Big(&\frac{4m_\mu^2|f_K|^2}{\lambda x^2}(1-\lambda)\Big(x^2+2(1-r_\mu)(1-x-\frac{r_\mu}{\lambda})\Big) + \\ &m_K^6x^2(|F_a|^2+|F_v|^2)(y-2\lambda y-\lambda x+2\lambda^2) + 4\ \mathrm{Re}(f_KF_v^*)\ m_K^4r_\mu\frac{x}{\lambda}(\lambda-1) + \\ 4\ \mathrm{Re}(f_KF_a^*)\ m_K^4r_\mu&(-2y+x+2\frac{r_\mu}{\lambda}-\frac{x}{\lambda}+2\lambda) + 2\ \mathrm{Re}(F_aF_v^*)\ m_K^6x^2(y-2\lambda+x\lambda)\Big).\end{aligned} \tag{9}$$

Далее, при вычислении поперечной поляризации мюона мы будем придерживаться идеологии, использованной в оригинальной работе [7], и считать, что амплитуда рассматриваемого распада CP-инвариантна и формфакторы f_K, F_v и F_a являются действительными. В этом случае в древесном приближении поперечная поляризация мюона $P_T = 0$. При включении в рассмотрение однопетлевых вкладов, ненулевая поперечная поляризация мюона возникает за счет интерференции древесных диаграмм и мнимых частей однопетлевых диаграмм, обусловленных электромагнитным взаимодействием в конечном состоянии.

Для определения этих мнимых частей формфакторов воспользуемся [7] унитарностью S-матрицы

$$S^+S = 1 \tag{10}$$

и, используя $S = 1 + iT$, получаем:

$$T_{fi} - T_{if}^* = i\sum_n T_{nf}^*T_{ni}, \tag{11}$$

где индексы i, f, n соответствуют начальному, конечному и промежуточному состояниям системы частиц. Далее, используя T-инвариантность матричного элемента, получаем выражение

$$\mathrm{Im}T_{fi} = \frac{1}{2}\sum_n T^*_{nf} T_{ni}\,, \tag{12}$$

$$T_{fi} = (2\pi)^4 \delta(P_f - P_i) M_{fi}. \tag{13}$$

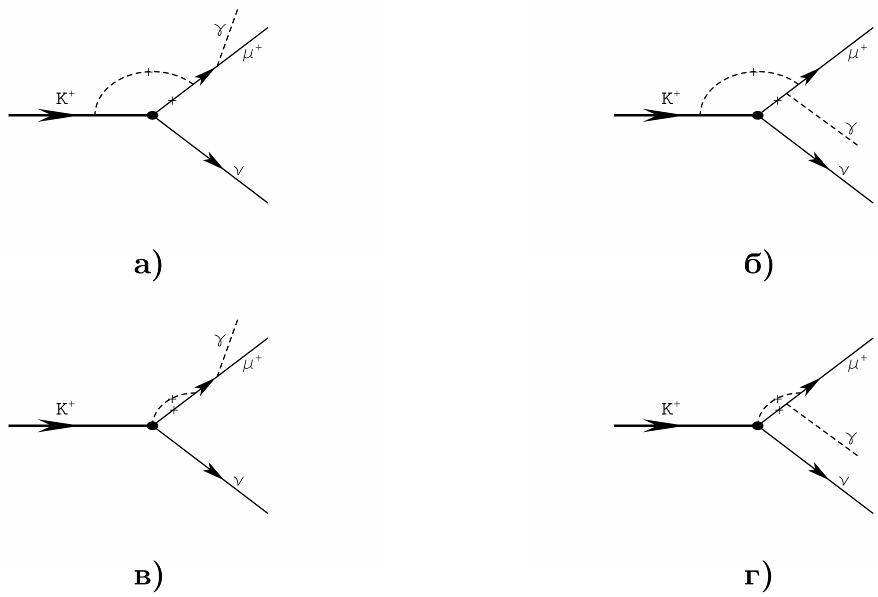

Рис. 2. Диаграммы Фейнмана, дающие вклад в поперечную поляризацию в однопетлевом приближении.

Однопетлевые диаграммы, дающие вклад в поперечную поляризацию мюона в процессе $K^+ \to \mu^+ \nu \gamma$, представлены на рис. 2. Используя выражение (3), можно записать мнимые части этих диаграмм, обуславливающие ненулевой вклад в P_T. Для диаграмм рис. 2а, в можно записать:

$$\mathrm{Im}M_1 = \frac{ie\alpha}{2\pi}\frac{G_F}{\sqrt{2}} V^*_{us}\overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\int \frac{d^3k_\gamma}{2\omega_\gamma}\frac{d^3k_\mu}{2\omega_\mu}\delta(k_\gamma + k_\mu - P) R_\mu \times$$
$$(\hat{k}_\mu - m_\mu)\gamma^\mu \frac{\hat{q} + \hat{p}_\mu - m_\mu}{(q+p_\mu)^2 - m_\mu^2}\gamma^\delta \varepsilon^*_\delta v(p_\mu). \tag{14}$$

Диаграммам рис. 2б, г соответствует

$$\mathrm{Im}M_2 = \frac{ie\alpha}{2\pi}\frac{G_F}{\sqrt{2}} V^*_{us}\overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\int \frac{d^3k_\gamma}{2\omega_\gamma}\frac{d^3k_\mu}{2\omega_\mu}\delta(k_\gamma + k_\mu - P) R_\mu \times$$
$$(\hat{k}_\mu - m_\mu)\gamma^\delta \varepsilon^*_\delta \frac{\hat{k}_\mu - \hat{q} - m_\mu}{(k_\mu - q)^2 - m_\mu^2}\gamma^\mu v(p_\mu), \tag{15}$$

где введено обозначение

$$R_\mu = f_K m_\mu \left(\frac{(p_K)_\mu}{(p_K k_\gamma)} - \frac{\gamma_\mu}{m_\mu} \right) - iF_v \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}(k_\gamma)^\alpha (p_K)^\beta \gamma^\nu + F_a(\gamma_\mu (p_K k_\gamma) - (p_K)_\mu \hat{k}_\gamma) \,. \tag{16}$$

Подробно процедура вычисления интегралов (14), (15) и их зависимость от кинематических параметров приведены в Приложении 1.

Выражение для амплитуды с учетом ImM_1 +ImM_2 имеет следующий вид:

$$M = ie\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{us}^* \varepsilon_\mu^* \Bigg(\tilde{f}_K m_\mu \overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\left(\frac{p_K^\mu}{(p_K q)} - \frac{(p_\mu)^\mu}{(p_\mu q)} \right) v(p_\mu) + \tilde{F}_n \overline{u}(p_\nu)(1+\gamma_5)\hat{q}\gamma^\mu v(p_\mu) - \tilde{G}^{\mu\nu} l_\nu \Bigg), \tag{17}$$

где

$$\tilde{G}^{\mu\nu} = i\tilde{F}_v \ \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha (p_K)_\beta - \tilde{F}_a \ (g^{\mu\nu}(p_K q) - p_K^\mu q^\nu) \,. \tag{18}$$

Формфакторы $\tilde{f}_K$, $\tilde{F}_v$, $\tilde{F}_a$ и $\tilde{F}_n$ включают однопетлевые вклады от диаграмм на рис. 2. Нас интересуют только вклады от мнимых частей однопетлевых диаграмм, поскольку именно они и приводят к возникновению ненулевой поперечной поляризации мюона, поэтому мы пренебрегаем реальными частями этих диаграмм и полагаем, что Re$\tilde{f}_K$, Re$\tilde{F}_v$, Re$\tilde{F}_a$ совпадают с их значениями в древесном приближении f_K, F_v, F_a соответственно, а Re$\tilde{F}_n = -f_K m_\mu/2/(p_\mu q)$. Выражения для мнимых частей формфакторов приведены в Приложении 2.

Поперечная поляризация мюона может быть представлена в следующем виде:

$$P_T = \frac{\rho_T}{\rho_0}, \tag{19}$$

где

$$\rho_T = -2m_K^3 e^2 G_F^2 |V_{us}|^2 x \sqrt{\lambda y - \lambda^2 - r_\mu} \Bigg(m_\mu \ \mathrm{Im}(\tilde{f}_K \tilde{F}_a^*)(1 - \frac{2}{x} + \frac{y}{\lambda x}) + m_\mu \ \mathrm{Im}(\tilde{f}_K \tilde{F}_v^*)(\frac{y}{\lambda x} - 1 - 2\frac{r_\mu}{\lambda x}) + 2\frac{r_\mu}{\lambda x} \ \mathrm{Im}(\tilde{f}_K \tilde{F}_n^*)(1-\lambda) + m_K^2 x \ \mathrm{Im}(\tilde{F}_n \tilde{F}_a^*)(\lambda - 1) + m_K^2 x \ \mathrm{Im}(\tilde{F}_n \tilde{F}_v^*)(\lambda - 1) \Bigg). \tag{20}$$

2. Результаты

Перед тем как перейти к обсуждению численных результатов, мы хотим сделать ряд замечаний. Следует отметить, что полученное нами выражение для плотности вероятности на диаграмме Далитца (9) совпадает с выражением[1], приведенным в [8], и отличается от результата, приведенного в [6], структурой интерференционных членов. Кроме того, выражение (20) отличается от результата для ρ_T, приведенного в [6]. В частности, в выражении для ρ_T в [6] отсутствуют члены с Im$(\tilde{f}_K \tilde{F}_n^*)$ и Im$(\tilde{F}_n \tilde{F}_a^*)$, а член $\tilde{f}_K \tilde{F}_a^*$ отличается знаком. Эти различия приводят к заметным отличиям в величине поперечной поляризации мюона, вычисленной в нашей работе и работе [6].

[1]Отличие заключается только в определении нормировки формфакторов, $F_v = \sqrt{2}V$, $F_\mathrm{a} = \sqrt{2}A$, $f_K = \sqrt{2}F_K$, где V, A и F_K — соответствующие формфакторы в [8].

При проведении численных расчетов мы используем следующие значения формфакторов [8,9]:

$$f_K = 0.16\ \text{ГэВ}, \ \ F_v = -\frac{0.095}{m_K}, \ \ F_a = -\frac{0.043}{m_K} \ .$$

Значение формфактора f_K определяется из экспериментальных данных по распадам каонов [9], а величины F_v, F_a вычисляются в рамках киральной теории возмущений на однопетлевом уровне [8].

На рис. 3 мы приводим трехмерный плот распределения диаграммы Далитца для поперечной поляризации мюона. Максимальные значения поперечной поляризации достигаются в области средних значений $x = 2E_\gamma/m_K \simeq 0.5$ и максимальных значений $y = 2E_\mu/m_K \to 1$. Важным отличием полученных нами результатов от результатов вычисления P_T в [6] является тот факт, что в наших расчетах величина поперечной поляризации положительна и не принимает отрицательных значений во всей области диаграммы Далитца.

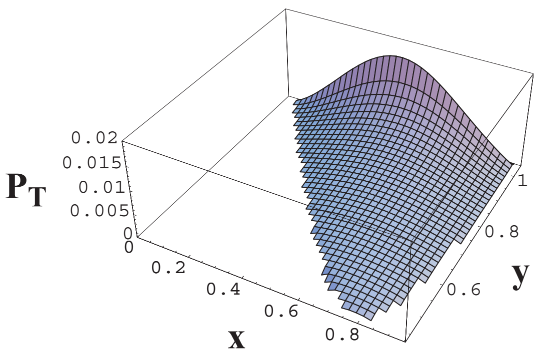

Рис. 3. Трехмерная диаграмма Далитца для поперечной поляризации мюона как функции переменных $x = 2E_\gamma/m_K$ и $y = 2E_\mu/m_K$.

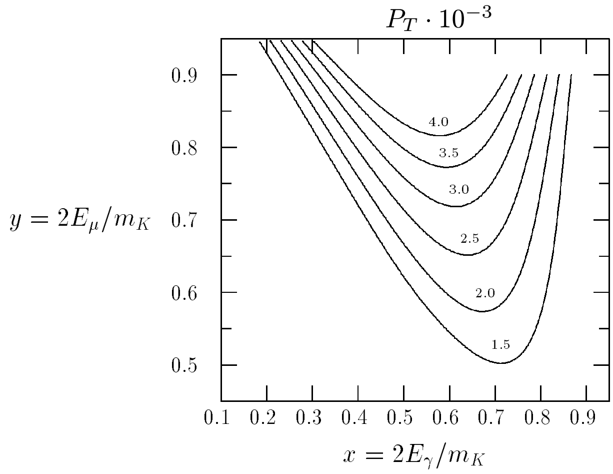

Рис. 4. Линии уровня диаграммы Далитца для поперечной поляризации мюона $P_T = f(x, y)$.

На рис. 4 показаны линии уровня для поперечной поляризации мюона как функции переменных x и y, $P_T = f(x, y)$. Из рисунка видно, что локализация области максимальных значений поперечной поляризации мюона отлична от результата, приведенного в работе [6], где максимум P_T смещен в область больших значений x.

Величина средней поперечной поляризации мюона $\langle P_T \rangle$ может быть получена интегрированием по физической области с учетом ограничения по энергии фотона $E_\gamma > 20$ МэВ и составляет

$$\langle P_T \rangle = 1.1 \cdot 10^{-3} \ .$$

Благодарности

В заключение авторы выражают благодарность В.В. Киселеву и А.К. Лиходеду за полезные обсуждения и ценные замечания. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 99-02-16558 и 00-15-96645.

Список литературы

[1] Weinberg S.// *Phys. Rev. Lett.* **37** (1976), 651.

[2] Likhoded A., Braguta V., Chalov A. (см. **hep-ex**/0011033).

[3] Donoghue J.F., Holstein B. // *Phys. Lett.* **B113** (1982), 382; L. Wolfenstein. // *Phys. Rev.* **29** (1984), 2130; G. Barenboim et al. // *Phys. Rev.* **55** (1997), 24213.

[4] Kobayashi M, Lin T.-T., Okada Y. // *Prog. Theor. Phys.* **95** (1996), 361; Garisto R., Kane G. // *Phys. Rev.* **D44** (1991), 2038; Belanger G., Cheng C.Q. // *Phys. Rev.* **D44** (1991), 2789.

[5] OKA Letter of Intent. (см. В.Ф. Образцов, **hep-ex**/0011033).

[6] Ефросинин В.П., Куденко Ю.Г. // *ЯФ* **т.67** (1999), 1054.

[7] Окунь Л.Б., Хриплович И.Б. // *ЯФ* **т.6** (1967), 821.

[8] Bijnens J., Ecker G., Gasser J. // *Nucl. Phys.* **B396** (1993), 81.

[9] Particle Data Group. // *Euro. Phys. Journ.* **C15** (2000).

Рукопись поступила 1 декабря 2000 г.

Приложение 1

При вычислении интегралов, входящих в выражения (14) и (15), мы будем использовать следующие обозначения:

$$P = p_\mu + q,$$

$$d\rho = \frac{d^3k_\gamma}{2\omega_\gamma}\frac{d^3k_\mu}{2\omega_\mu}\delta(k_\gamma + k_\mu - P).$$

Далее приводим либо явные выражения для соответствующих интегралов через введенные параметры, либо системы уравнений относительно этих параметров, решив которые, можно вычислить данные интегралы,

$$\begin{aligned}
J_{11} &= \int d\rho = \frac{\pi}{2}\frac{P^2 - m_\mu^2}{P^2} , \\
J_{12} &= \int d\rho \frac{1}{(p_K k_\gamma)} = \frac{\pi}{2I}\ln\left(\frac{(Pp_K) + I}{(Pp_K) - I}\right) ,
\end{aligned}$$

где

$$I^2 = (Pp_K)^2 - m_K^2 P^2 .$$

$$\int d\rho \frac{k_\gamma^\alpha}{(p_K k_\gamma)} = a_{11} p_K^\alpha + b_{11} P^\alpha .$$

Параметры a_{11} и b_{11} определяются следующим выражением:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= -\frac{1}{(Pp_K)^2 - m_K^2 P^2}\left(P^2 J_{11} - \frac{J_{12}}{2}(Pp_K)(P^2 - m_\mu^2)\right) , \\
b_{11} &= \frac{1}{(Pp_K)^2 - m_K^2 P^2}\left((Pp_K)J_{11} - \frac{J_{12}}{2}m_K^2(P^2 - m_\mu^2) \right) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\int d\rho k_\gamma^\alpha &= a_{12}P^\alpha , \\
\int d\rho k_\gamma^\alpha k_\gamma^\beta &= a_{13} g^{\alpha\beta} + b_{13} P^\alpha P^\beta ,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
a_{12} &= \frac{(P^2 - m_\mu^2)}{2P^2} J_{11} , \\
a_{13} &= -\frac{1}{12}\frac{(P^2 - m_\mu^2)^2}{P^2} J_{11} , \\
b_{13} &= \frac{1}{3}\left(\frac{P^2 - m_\mu^2}{P^2}\right)^2 J_{11} .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_1 &= \int d\rho \frac{1}{(p_K k_\gamma)((p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2)} = -\frac{\pi}{2I_1(P^2 - m_\mu^2)}\ln\left(\frac{(p_K p_\mu) + I_1}{(p_K p_\mu) - I_1}\right) , \\
J_2 &= \int d\rho \frac{1}{(p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2} = -\frac{\pi}{4I_2}\ln\left(\frac{(Pp_\mu) + I_2}{(Pp_\mu) - I_2}\right) ,
\end{aligned}$$

где

$$
\begin{aligned}
I_1^2 &= (p_K p_\mu)^2 - m_\mu^2 m_K^2 \ , \\
I_2^2 &= (P p_\mu)^2 - m_\mu^2 P^2 \ .
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\int d\rho \frac{k_\gamma^\alpha}{(p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2} &= a_1 P^\alpha + b_1 p_\mu^\alpha \ , \\
a_1 &= -\frac{m_\mu^2 (P^2 - m_\mu^2) J_2 + (P p_\mu) J_{11}}{2((P p_\mu)^2 - m_\mu^2 P^2)} \ , \\
b_1 &= \frac{(P p_\mu)(P^2 - m_\mu^2) J_2 + P^2 J_{11}}{2((P p_\mu)^2 - m_\mu^2 P^2)} \ .
\end{aligned}
$$

Следующие интегралы выражаются через параметры, значения которых могут быть получены решением соответствующих систем уравнений:

$$
\int d\rho \frac{k_\gamma^\alpha}{(p_K k_\gamma)((p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2)} = a_2 P^\alpha + b_2 p_K^\alpha + c_2 p_\mu^\alpha \ ,
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
a_2 (P p_K) + b_2 m_K^2 + c_2 (p_K p_\mu) = J_2 \\
a_2 (P p_\mu) + b_2 (p_K p_\mu) + c_2 m_\mu^2 = -\frac{1}{2} J_{12} \\
a_2 P^2 + b_2 (P p_K) + c_2 (P p_\mu) = (p_\mu q) J_1
\end{array}
\right. \ ,
$$

$$
\begin{aligned}
\int d\rho \frac{k_\gamma^\alpha k_\gamma^\beta}{(p_K k_\gamma)((p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2)} &= a_3 g^{\alpha\beta} + b_3 (P^\alpha p_K^\beta + P^\beta p_K^\alpha) + c_3 (P^\alpha p_\mu^\beta + P^\beta p_\mu^\alpha) \\
&+ d_3 (p_K^\alpha p_\mu^\beta + p_K^\beta p_\mu^\alpha) + e_3 p_\mu^\alpha p_\mu^\beta \\
&+ f_3 P^\alpha P^\beta + g_3 p_K^\alpha p_K^\beta \ ,
\end{aligned}
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
4a_3 + 2b_3 (P p_K) + 2c_3 (P p_\mu) + 2d_3 (p_K p_\mu) + g_3 m_K^2 + e_3 m_\mu^2 + f_3 P^2 = 0 \\
c_3 (p_K p_\mu) + b_3 m_K^2 + f_3 (P p_K) - a_1 = 0 \\
c_3 (P p_K) + d_3 m_K^2 + e_3 (p_K p_\mu) - b_1 = 0 \\
a_3 + b_3 (P p_K) + d_3 (p_K p_\mu) + g_3 m_K^2 = 0 \\
b_3 (p_K p_\mu) + c_3 m_\mu^2 + f_3 (P p_\mu) = -\frac{1}{2} b_{11} \\
b_3 (P p_\mu) + d_3 m_\mu^2 + g_3 (p_K p_\mu) = -\frac{1}{2} a_{11} \\
a_3 P^2 + 2b_3 P^2 (P p_K) + 2c_3 P^2 (P p_\mu) + 2d_3 (P p_\mu)(P p_K) + e_3 (P p_\mu)^2 + f_3 (P^2)^2 + g_3 (P p_K)^2 = (p_\mu q)^2 J_1
\end{array}
\right. \ ,
$$

$$
\int d\rho \frac{k_\gamma^\alpha k_\gamma^\beta}{(p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2} = a_4 g_{\alpha\beta} + b_4 (P^\alpha p_\mu^\beta + P^\beta p_\mu^\alpha) + c_4 P^\alpha P^\beta + d_4 p_\mu^\alpha p_\mu^\beta \ ,
$$

$$
\left\{
\begin{array}{l}
a_4 + d_4 m_\mu^2 + b_4 (P p_\mu) = 0 \\
b_4 m_\mu^2 + c_4 (P p_\mu) = -\frac{1}{2} a_{12} \\
4a_4 + 2b_4 (P p_\mu) + c_4 P^2 + d_4 m_\mu^2 = 0 \\
a_4 P^2 + 2b_4 P^2 (P p_\mu) + c_4 (P^2)^2 + d_4 (P p_\mu)^2 == \frac{(P^2 - m_\mu^2)^2}{4} J_2
\end{array}
\right.
$$

$$
\begin{aligned}
\int d\rho \frac{k_\gamma^\alpha k_\gamma^\beta k_\gamma^\delta}{(p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2} &= a_5 (g^{\alpha\beta} p_\mu^\delta + g^{\delta\alpha} p_\mu^\beta + g^{\beta\delta} p_\mu^\alpha) + b_5 (g^{\alpha\beta} P^\delta + g^{\delta\alpha} P^\beta + g^{\beta\delta} P^\alpha) \\
&+ c_5 p_\mu^\alpha p_\mu^\beta p_\mu^\delta + d_5 P^\alpha P^\beta P^\delta + e_5 (P^\alpha p_\mu^\beta p_\mu^\delta + P^\delta p_\mu^\alpha p_\mu^\beta + P^\beta p_\mu^\delta p_\mu^\alpha) \\
&+ f_5 (P^\alpha P^\beta p_\mu^\delta + P^\delta P^\alpha p_\mu^\beta + P^\beta P^\delta p_\mu^\alpha) \ ,
\end{aligned}
$$

$$\begin{cases} 2a_5 + c_5 m_\mu^2 + e_5(Pp_\mu) = 0 \\ a_5 m_\mu^2 + b_5(Pp_\mu) = -\frac{1}{2}a_{13} \\ b_5 + e_5 m_\mu^2 + f_5(Pp_\mu) = 0 \\ d_5(Pp_\mu) + f_5 m_\mu^2 = -\frac{1}{2}b_{13} \\ 6a_5 + c_5 m_\mu^2 + 2e_5(Pp_\mu) + f_5 P^2 = 0 \\ 3a_5 P^2(Pp_\mu) + 3b_5(P^2)^2 + c_5(Pp_\mu)^3 + d_5(P^2)^3 + 3e_5 P^2(Pp_\mu)^2 + 3f_5(P^2)^2(Pp_\mu) = \frac{(P^2-m_\mu^2)^3}{8} J_2 \end{cases} .$$

Приложение 2

В данном приложении мы приводим выражения для мнимых частей формфакторов через параметры, вычисленные в Приложении 1.

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}(\tilde{f}_K) =& -f_K(4a_3(p_K q) - 4a_2 {m_\mu}^2(p_K q) + 2b_3 {m_\mu}^2(p_K q) - 4c_2 {m_\mu}^2(p_K q) + \\ & 4c_3 {m_\mu}^2(p_K q) + 2d_3 {m_\mu}^2(p_K q) + 2e_3 {m_\mu}^2(p_K q) + 2f_3 {m_\mu}^2(p_K q) - \\ & 4a_2(p_K q)(p_\mu q) + 4b_3(p_K q)(p_\mu q) + 4c_3(p_K q)(p_\mu q) + 4f_3(p_K q)(p_\mu q)) - \\ & F_a(-8a_4(p_K q) + 8a_5(p_K q) + 8b_5(p_K q) - 8b_4 {m_\mu}^2(p_K q) - \\ & 4c_4 {m_\mu}^2(p_K q) + 2c_5 {m_\mu}^2(p_K q) - 4d_4 {m_\mu}^2(p_K q) + 2d_5 {m_\mu}^2(p_K q) + \\ & 6e_5 {m_\mu}^2(p_K q) + 6f_5 {m_\mu}^2(p_K q) - 12b_4(p_K q)(p_\mu q) - 8c_4(p_K q)(p_\mu q) - \\ & 4d_4(p_K q)(p_\mu q) + 4d_5(p_K q)(p_\mu q) + 4e_5(p_K q)(p_\mu q) + 8f_5(p_K q)(p_\mu q)) - \\ & F_v(-8a_4(p_K q) + 8a_5(p_K q) + 8b_5(p_K q) - 8b_4 {m_\mu}^2(p_K q) - 4c_4 {m_\mu}^2(p_K q) + \\ & 2c_5 {m_\mu}^2(p_K q) - 4d_4 {m_\mu}^2(p_K q) + 2d_5 {m_\mu}^2(p_K q) + 6e_5 {m_\mu}^2(p_K q) + \\ & 6f_5 {m_\mu}^2(p_K q) - 12b_4(p_K q)(p_\mu q) - 8c_4(p_K q)(p_\mu q) - 4d_4(p_K q)(p_\mu q) + \\ & 4d_5(p_K q)(p_\mu q) + 4e_5(p_K q)(p_\mu q) + 8f_5(p_K q)(p_\mu q)). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Im}(\tilde{F}_v) =& -f_K(4a_1 + 2b_1 - 2b_4 - 2c_4 - 2J_2 - a_2 {m_\mu}^2 - c_3 {m_\mu}^2 - e_3 {m_\mu}^2) - \\ & F_v(8a_4 - 4a_5 - 4b_5 - 2a_1 {m_\mu}^2 + 4b_4 {m_\mu}^2 + \\ & 3c_4 {m_\mu}^2 - c_5 {m_\mu}^2 + d_4 {m_\mu}^2 - d_5 {m_\mu}^2 - 3e_5 {m_\mu}^2 - 3f_5 {m_\mu}^2 + \\ & 2a_1(p_K p_\mu) - 4b_4(p_K p_\mu) - 4c_4(p_K p_\mu) + 2d_5(p_K p_\mu) + 2e_5(p_K p_\mu) + \\ & 4f_5(p_K p_\mu) + 2a_1(p_K q) - 2b_4(p_K q) - 4c_4(p_K q) + 2d_5(p_K q) + 2f_5(p_K q) - \\ & 4a_1(p_\mu q) + 6b_4(p_\mu q) + 6c_4(p_\mu q) - 2d_5(p_\mu q) - 2e_5(p_\mu q) - 4f_5(p_\mu q)) - \\ & F_a(-6a_4 + 2a_5 + 8b_5 - c_4 {m_\mu}^2 + d_4 {m_\mu}^2 + d_5 {m_\mu}^2 + e_5 {m_\mu}^2 + 2f_5 {m_\mu}^2 + \\ & 2a_1(p_K p_\mu) - 4b_4(p_K p_\mu) - 4c_4(p_K p_\mu) + 2d_5(p_K p_\mu) + 2e_5(p_K p_\mu) + \\ & 4f_5(p_K p_\mu) + 2a_1(p_K q) - 2b_4(p_K q) - 4c_4(p_K q) + 2d_5(p_K q) + 2f_5(p_K q) - \\ & 2c_4(p_\mu q) + 2d_5(p_\mu q) + 2f_5(p_\mu q)). \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Im}(\tilde{F}_a) =& -f_K(4a_1 + 2b_1 - 2b_4 - 2c_4 - \\
& 2J_2 + a_2 {m_\mu}^2 + 2c_2 {m_\mu}^2 - c_3 {m_\mu}^2 - 2d_3 {m_\mu}^2 - e_3 {m_\mu}^2) - \\
& F_v(8a_4 - 4a_5 - 12b_5 - 2a_1 {m_\mu}^2 + 4b_4 {m_\mu}^2 + 5c_4 {m_\mu}^2 - c_5 {m_\mu}^2 - \\
& d_4 {m_\mu}^2 - 3d_5 {m_\mu}^2 - 5e_5 {m_\mu}^2 - 7f_5 {m_\mu}^2 + 2a_1(p_K p_\mu) - 4b_4(p_K p_\mu) - \\
& 4c_4(p_K p_\mu) + 2d_5(p_K p_\mu) + 2e_5(p_K p_\mu) + 4f_5(p_K p_\mu) + 2a_1(p_K q) - \\
& 2b_4(p_K q) - 4c_4(p_K q) + 2d_5(p_K q) + 2f_5(p_K q) - 4a_1(p_\mu q) + 6b_4(p_\mu q) + \\
& 10c_4(p_\mu q) - 6d_5(p_\mu q) - 2e_5(p_\mu q) - 8f_5(p_\mu q)) - \\
& F_a(-6a_4 + 2a_5 + \\
& c_4 {m_\mu}^2 - d_4 {m_\mu}^2 - d_5 {m_\mu}^2 - e_5 {m_\mu}^2 - 2f_5 {m_\mu}^2 + 2a_1(p_K p_\mu) - 4b_4(p_K p_\mu) - \\
& 4c_4(p_K p_\mu) + 2d_5(p_K p_\mu) + 2e_5(p_K p_\mu) + 4f_5(p_K p_\mu) + 2a_1(p_K q) - 2b_4(p_K q) - \\
& 4c_4(p_K q) + 2d_5(p_K q) + 2f_5(p_K q) + 2c_4(p_\mu q) - 2d_5(p_\mu q) - 2f_5(p_\mu q))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Im}(\tilde{F}_n) =& -f_K m_\mu\Big(- 2a_1 - 2a_3 - b_{11} + 2b_4 + 2c_4 + J_{12} + b_2 {m_K}^2 - g_3 {m_K}^2 + \\
& 2a_2 {m_\mu}^2 + c_2 {m_\mu}^2 - c_3 {m_\mu}^2 - f_3 {m_\mu}^2 + 2a_2(p_K p_\mu) + 2b_2(p_K p_\mu) - \\
& 2b_3(p_K p_\mu) + 2c_2(p_K p_\mu) - 2d_3(p_K p_\mu) - 2J_1(p_K p_\mu) - 2b_3(p_K q) - \\
& \frac{a_{12}}{(p_\mu q)} - \frac{J_{11}}{(p_\mu q)} + \frac{a_{11} {m_K}^2}{2(p_\mu q)} - \frac{b_{11} {m_\mu}^2}{2(p_\mu q)} + \frac{b_{11}(p_K p_\mu)}{(p_\mu q)} - \frac{J_{12}(p_K p_\mu)}{(p_\mu q)} + \\
& \frac{b_{11}(p_K q)}{(p_\mu q)} - \frac{J_{12}(p_K q)}{(p_\mu q)} + 2a_2(p_\mu q) - 2c_3(p_\mu q) - 2f_3(p_\mu q)\Big) - \\
& F_a m_\mu\Big(6a_4 - 8a_5 + b_{13} - 8b_5 + 4b_4 {m_\mu}^2 + 2c_4 {m_\mu}^2 - c_5 {m_\mu}^2 + \\
& 2d_4 {m_\mu}^2 - d_5 {m_\mu}^2 - 3e_5 {m_\mu}^2 - 3f_5 {m_\mu}^2 - 2a_1(p_K p_\mu) + 2c_4(p_K p_\mu) - \\
& 2d_4(p_K p_\mu) - 2d_5(p_K p_\mu) - 2e_5(p_K p_\mu) - 4f_5(p_K p_\mu) + 2c_4(p_K q) - \\
& 2d_5(p_K q) - 2f_5(p_K q) + \frac{3a_{13}}{(p_\mu q)} + \frac{b_{13} {m_\mu}^2}{2(p_\mu q)} + \frac{b_{13}(p_K p_\mu)}{(p_\mu q)} + \frac{b_{13}(p_K q)}{(p_\mu q)} + \\
& 6b_4(p_\mu q) + 4c_4(p_\mu q) + 2d_4(p_\mu q) - 2d_5(p_\mu q) - 2e_5(p_\mu q) - 4f_5(p_\mu q)\Big) - \\
& F_v m_\mu\Big(- 2a_4 + 4a_5 - 2b_{13} + 4b_5 + 2a_1 {m_\mu}^2 - c_4 {m_\mu}^2 + c_5 {m_\mu}^2 + \\
& d_4 {m_\mu}^2 + d_5 {m_\mu}^2 + 3e_5 {m_\mu}^2 + 3f_5 {m_\mu}^2 - 2a_1(p_K p_\mu) + 2c_4(p_K p_\mu) - \\
& 2d_4(p_K p_\mu) - 2d_5(p_K p_\mu) - 2e_5(p_K p_\mu) - 4f_5(p_K p_\mu) + 2c_4(p_K q) - \\
& 2d_5(p_K q) - 2f_5(p_K q) - \frac{3a_{13}}{(p_\mu q)} - \frac{b_{13} {m_\mu}^2}{(p_\mu q)} + \frac{b_{13}(p_K p_\mu)}{(p_\mu q)} + \frac{b_{13}(p_K q)}{(p_\mu q)} + \\
& 2a_1(p_\mu q) - 2c_4(p_\mu q) + 2d_4(p_\mu q) + 2d_5(p_\mu q) + 2e_5(p_\mu q) + 4f_5(p_\mu q)\Big)
\end{aligned}
$$

В.В. Брагута, А.А. Лиходед, А.Е. Чалов.
Поперечная поляризация в процессе $K_{l2\gamma}$ за счет электромагнитного взаимодействия в конечном состоянии.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Ежела. Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 01.12.2000 Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.
Печ.л. 1,37. Уч.-изд.л. 1,1. Тираж 130. Заказ 4. Индекс 3649.
ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 2000–57, И Ф В Э, 2000