ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2000–60
ОТФ

А.А. Логунов, М.А.Мествиришвили

УСКОРЕННАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ЧАСТНЫМ СЛУЧАЕМ ГРАВИТАЦИОННОГО ФИЗИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Направлено в *ДАН*

Протвино 2000

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Логунов А.А., Мествиришвили М.А. Ускоренная система координат не является частным случаем гравитационного физического поля: Препринт ИФВЭ 2000–60. – Протвино, 2000. – 4 с., библиогр.: 4.

Показано, что метрический тензор в ускоренной системе координат в пространстве Минковского не может являться физическим гравитационным полем.

Abstract

Logunov A.A., Mestvirishvili M.A. An Accelerated Coordinate System Is Not a Special Case of the Physical Gravitational Field: IHEP Preprint 2000–60. – Protvino, 2000. – p. 4, refs.: 4.

It is shown that the Minkowski space metric tensor given in an accelerated coordinate system cannot be a physical gravitational field.

В общей теории относительности (ОТО) в случае отсутствия вещества произвольное метрическое поле пространства Минковского, соответствующее ускоренной системе координат, является решением уравнений Гильберта–Эйнштейна. Именно это обстоятельство дало основание А.Эйнштейну рассматривать такое метрическое поле как частный случай гравитационного поля [1]. В релятивистской теории гравитации [2] (РТГ) гравитационное поле, в отличие от ОТО, является физическим полем, обладающим плотностью энергии-импульса. В силу универсальности такого поля естественно считать, что его источником является сохраняющийся тензор энергии-импульса вещества и гравитационного поля вместе взятых. Под веществом мы подразумеваем все виды материи, за исключением гравитационного поля.

Такой подход обеспечивает наличие в теории фундаментальных законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения для замкнутой физической системы. При этом как следствие возникает эффективное риманово пространство полевого происхождения, имеющее простую топологию, а также с необходимостью появляется масса покоя гравитона. Мы далее будем пользоваться системой единиц, в которой постоянные $\hbar, c$ и G равны единице.

Уравнения РТГ в пространстве Минковского в произвольной системе координат, определяемой метрическим тензором $\gamma^{\alpha\beta}$, имеют вид

$$\gamma^{\alpha\beta} D_\alpha D_\beta \tilde{\Phi}^{\mu\nu} + m^2 \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 16\pi t^{\mu\nu}, \tag{1}$$

$$D_\mu \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = 0. \tag{2}$$

Здесь приняты обозначения:

D_μ — ковариантная производная в пространстве Минковского;
$\gamma^{\alpha\beta}(x)$ — метрический тензор пространства Минковского;
$t^{\mu\nu}$ — плотность тензора энергии-импульса всей материи;
$\tilde{\Phi}^{\mu\nu}$ — плотность тензорного гравитационного поля;
m — масса покоя гравитона.

Эффективная метрика риманова пространства и гравитационное поле оказываются связаны соотношением

$$\tilde{g}^{\mu\nu}(x) = \tilde{\gamma}^{\mu\nu}(x) + \tilde{\Phi}^{\mu\nu}(x), \tag{3}$$

плотности тензоров равны

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-g} g^{\mu\nu}, \;\; \tilde{\gamma}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\gamma^{\mu\nu}, \;\; \tilde{\Phi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma}\Phi^{\mu\nu}. \tag{4}$$

Здесь:

$g^{\mu\nu}$ — метрический тензор эффективного риманова пространства;

$\Phi^{\mu\nu}$ — тензорное гравитационное поле,

$$g = \det(g_{\mu\nu}), \quad \gamma = \det(\gamma_{\mu\nu}). \tag{5}$$

В эффективном римановом пространстве система уравнений РТГ имеет вид

$$R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}(\gamma_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}) = 8\pi(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T), \tag{6}$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \tag{7}$$

Для решения конкретных задач необходимо к этой системе уравнений добавить уравнение состояния. Особо следует подчеркнуть, что система уравнений (6) и (7) общековариантна относительно произвольных координатных преобразований и в то же время форминвариантна относительно преобразований координат, оставляющих метрику $\gamma_{\mu\nu}(x)$ функционально неизменной, т.е.

$$ds^2 = \gamma_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu = \gamma_{\mu\nu}(x')dx'^\mu dx'^\nu. \tag{8}$$

Физические решения уравнений (6) и (7) должны удовлетворять условиям $g < 0$, в каждой точке пространства $T^{\mu\nu}K_\mu K_\nu \geq 0$ для любого времениподобного вектора K_ν, а величина $T^{\mu\nu}K_\nu$ для данного вектора K_ν должна образовывать непространственноподобный вектор.

С другой стороны, должен выполняться принцип причинности:

$$\begin{aligned} \gamma_{\mu\nu}(x)V^\mu V^\nu &= 0, \\ g_{\mu\nu}(x)V^\mu V^\nu &\leq 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Из условий причинности (9) следует, что если для любого пространственноподобного вектора L^μ по определению имеет место неравенство

$$\gamma_{\mu\nu}L^\mu L^\nu < 0, \tag{10}$$

то должно выполняться также неравенство

$$g_{\mu\nu}L^\mu L^\nu < 0. \tag{11}$$

Согласно принципа причинности, гравитационное поле не выводит пробное тело за конус причинности пространства Минковского с метрикой $\gamma_{\mu\nu}(x)$. Это условие в тоже время позволяет всегда скомпенсировать трехмерную силу гравитации силой инерции путем соответствующего выбора системы координат.

В случае идеальной жидкости тензор энергии-импульса вещества имеет вид

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu} &= (\rho + p)U_\mu U_\nu - pg_{\mu\nu}, \\ T = T_{\mu\nu}g^{\mu\nu} &= (\rho - 3p), \quad U^\nu = \frac{dx^\nu}{ds}, \end{aligned} \tag{12}$$

Здесь ds — интервал эффективного риманова пространства,

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu. \tag{13}$$

В уравнениях (6) и (7) метрика пространства Минковского $\gamma_{\mu\nu}(x)$, как и во всех других физических теориях, выбирается исследователем. Обычно в расчетах используют инерциальную систему координат.

Из уравнений (6) и (7) следует, что если вещество отсутствует, то из всех возможных метрик пространства Минковского в данной координации удовлетворяет уравнениям только одна, ранее выбранная метрика $\gamma_{\mu\nu}(x)$. Покажем теперь, что при наличии вещества ни одна из метрик пространства Минковского в данной координации не является решением гравитационных уравнений (6) и (7). Для этой цели мы свернем уравнения (6) с помощью пространственноподобного вектора, определяемого неравенством (10),

$$\frac{m^2}{2}\gamma_{\mu\nu}L^\mu L^\nu = 8\pi\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right)L^\mu L^\nu - R_{\mu\nu}L^\mu L^\nu + \frac{m^2}{2}g_{\mu\nu}L^\mu L^\nu. \tag{14}$$

Поскольку мы рассматриваем только метрические поля пространства Минковского, то соотношение (14) упрощается и принимает вид

$$m^2\gamma_{\mu\nu}L^\mu L^\nu = 16\pi\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right)L^\mu L^\nu + m^2 g_{\mu\nu}L^\mu L^\nu. \tag{15}$$

Подставляя в это уравнение выражения (12), получаем

$$m^2\gamma_{\mu\nu}L^\mu L^\nu = 16\pi(\rho + p)(U_\mu L^\mu)^2 - 8\pi g_{\mu\nu}L^\mu L^\nu\left(\rho - p - \frac{m^2}{8\pi}\right). \tag{16}$$

В силу условия (10) и (11) мы видим, что правая часть уравнения (16) строго положительна, поскольку

$$\rho > p + \frac{m^2}{8\pi}, \tag{17}$$

тогда как левая часть уравнения строго отрицательна. Отсюда следует, что при наличии вещества ни одно метрическое поле пространства Минковского не удовлетворяет гравитационным уравнениям, а поэтому метрические поля, возникающие в неинерциальных системах координат пространства Минковского, не могут рассматриваться как гравитационные поля. Уравнение (16) имеет решение, только если $p = \rho = 0$. Но в этом случае имеет место единственное решение, о котором мы писали выше,

$$g_{\mu\nu}(x) = \gamma_{\mu\nu}(x). \tag{18}$$

Поскольку уравнение (16) справедливо и в том случае, когда тензор кривизны Римана не равен нулю, а равен нулю тензор $R_{\mu\nu}$, то из уравнения (16) следует, что оно не имеет решения, удовлетворяющего принципу причинности. Особенно это касается той области пространства, где существенно влияние массы гравитона. Это означает, что в этой области происходит существенное изменение характера решения. В этом мы ранее убедились на примере изучения решения для статического сферически симметричного тела в области, близкой к сфере Шварцшильда [3].

Список литературы

[1] Эйнштейн А. Собрание научных трудов. — М.: Наука, 1966. Том II, ст. 133, с. 662.

[2] Logunov A.A. // Theor. Mat. Phys. 1995, v. 104, No.3, p. 1184-1187.

[3] Logunov A.A. // Phys. of Part. Nuclei. 1998, v.29 (1).

[4] Логунов А.А., Мествиришвили М.А. // ТМФ. 1999, т.121, №1, с. 4-24.

Рукопись поступила 18 декабря 2000 г.

А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили.
Ускоренная система координат не является частным случаем гравитационного физического поля.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Н.В.Ежела. Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 18.12.2000. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.
Печ.л. 0,5. Уч.-изд.л. 0,39. Тираж 130. Заказ 248. Индекс 3649.
ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 2000–60, И Ф В Э, 2000