ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2001-5
ОТФ

Р.Н. Рогалёв

ВКЛАД ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ПОПЕРЕЧНУЮ ПОЛЯРИЗАЦИЮ МЮОНА В РАСПАДЕ $K \to \mu\nu\gamma$

Направлено в *ЯФ*

E-mail: rogalyov@mx.ihep.su

Протвино 2001

УДК 681.3.06 М–24

Аннотация

Рогалёв Р.Н. Вклад электромагнитных взаимодействий в поперечную поляризацию мюона в распаде $K \to \mu\nu\gamma$: Препринт ИФВЭ 2001-5. – Протвино, 2001. – 11 с., 4 рис., библиогр.: 10.

Представлены результаты расчёта поперечной поляризации мюона в распаде $K \to \mu\nu\gamma$, обусловленной электромагнитными взаимодействиями в конечном состоянии, в однопетлевом приближении. Абсолютное значение поперечной поляризации мюона не превышает 4.0×10^{-4}, что на порядок меньше величины, полученной в работе [1].

Abstract

Rogalyov R.N. Contribution of Electromagnetic Interactions into the Transverse Polarization of the Muon in the Decay $K \to \mu\nu\gamma$: IHEP Preprint 2001-5. – Protvino, 2001. – p. 11, figs. 4, refs.: 10.

The transverse polarization of the muon due to the final-state electromagnetic interactions in the decay $K \to \mu\nu\gamma$ is calculated in the one-loop approximation. An absolute value of the transverse polarization of the muon does not exceed 4.0×10^{-4}, which is an order of magnitude less than the value obtained in [1].

Введение

Вне рамок стандартной модели поперечная поляризация мюона в распаде $K \to \mu\nu\gamma$ может быть обусловлена как электромагнитными, так и CP- и T-нечётными взаимодействиями:

$$\xi = \xi_{\rm EM} + \xi_{\rm odd}, \tag{1}$$

где $\xi_{\rm EM}$ — вклад электромагнитных взаимодействий в поперечную поляризацию мюона, а $\xi_{\rm odd}$ — вклад CP- и T-нечётных взаимодействий. В различных моделях CP-нарушения предсказываются большие значения для поперечной поляризации мюона в распаде $K \to \mu\nu\gamma$. В лево-правосимметричных моделях $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ с одним дублетом хиггсовских бозонов Φ и двумя триплетами $\Delta_{L,R}$ $\xi_{\rm odd} \sim 7 \times 10^{-3}$ [2]. В многохиггсовских моделях предсказывается эффект $\xi_{\rm odd} \sim 5 \times 10^{-2}$ [3], в суперсимметричных моделях $\xi_{\rm odd} \sim 10^{-2}$ [4], в моделях скалярных лептокварков $\xi_{\rm odd} \sim 5 \times 10^{-3}$ [4]. Для того, чтобы извлечь величину $\xi_{\rm odd}$ из экспериментальных данных, необходимо точно знать значение $\xi_{\rm EM}$. Вычислению этой величины была посвящена работа [1], авторы которой, к сожалению, не учли некоторые диаграммы, дающие вклад в $\xi_{\rm EM}$.

В данной работе поперечная поляризация мюона в распде $K \to \mu\nu\gamma$, обусловленная электромагнитными взаимодействиями в конечном состоянии, вычисляется в однопетлевом приближении в рамках квантовой электродинамики (КЭД) и киральной теории возмущений (КТВ).

Для описания распада $K^+(p) \to \mu^+(k)\nu(k')\gamma(q)$ будут использоваться следующие переменные: k, k' и q — импульсы мюона, нейтрино и фотона соответственно; $p = k+k'+q$ — импульс каона; $M_K = 494$ МэВ и $m_\mu = 106$ МэВ — массы каона и мюона;

$$x = \frac{2p\cdot q}{M_K^2}; \quad y = \frac{2p\cdot k}{M_K^2}; \quad \lambda = \frac{1-y+\rho}{x}; \quad \rho = \frac{m_\mu^2}{M_K^2}; \quad \gamma = \frac{F_A}{F_V}; \quad \zeta = 1-\lambda-\tau; \tag{2}$$

$$\tau = (1-\lambda)x + \rho; \quad F_V = \frac{\sqrt{2}\,M_K}{8\pi^2 F}; \qquad F_A = -\frac{4\sqrt{2}\,M_K\,(L_9+L_{10})}{F};$$

$L_9 = 6.9 \pm 0.7 \times 10^{-3}$ и $L_{10} = -5.5 \pm 0.7 \times 10^{-3}$ — параметры лагранжиана КТВ в порядке $O(p^4)$; $F = 93$ МэВ — константа распада π-мезона.

Приведём явный вид интересующих нас членов лагранжиана КТВ [5]:

$$
\begin{aligned}
L^{K\to\mu\nu\gamma}_{\mathrm{CHPT}} = {}& FG_{\mathrm{F}}V_{us}\partial_\mu K^- l^+_\mu - e\bar{\mu}\hat{A}\mu + ieA_\mu(\partial_\mu K^+K^- - \partial_\mu K^- K^+) + iG_{\mathrm{F}}eV^*_{us}FK^-A_\mu l^+_\mu - \\
& -\frac{G_{\mathrm{F}}eV^*_{us}}{8\pi^2 F}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\mu K^-\partial_\alpha A_\nu l^+_\beta + G_{\mathrm{F}}eV^*_{us}\frac{4\sqrt{2}iM_\pi(L_9+L_{10})}{F}\partial_\mu K^- l^+_\nu(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) - \\
& - \frac{\alpha}{2\pi F}\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\partial_\mu A_\nu\partial_\alpha A_\beta\pi^0 + \frac{iG_{\mathrm{F}}}{2}V^*_{us}l^-_\mu\left(K^+\partial_\mu\pi^0 - \pi^0\partial_\mu K^+\right) + \\
& + \frac{G_{\mathrm{F}}eV^*_{us}}{2\sqrt{2}}F_T\ (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)\ K^+\,\bar{\nu}\sigma^{\mu\nu}(1+\gamma^5)\mu\ +\ \mathrm{h.c.},
\end{aligned}
\tag{3}
$$

$G_{\mathrm{F}} = 1.17\times 10^{-5}$ ГэВ$^{-2}$ — константа Ферми; $\alpha = e^2/(4\pi) = 7.3\times 10^{-3}$ — постоянная тонкой структуры, e — заряд электрона; $V_{us} = 0.22$ — элемент матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава; $K^\pm, \pi^0, A, \nu$ и μ — поля $K^\pm$-мезонов, π^0-мезона, фотона, антинейтрино и мюона, соответственно; $l^+_\mu = \bar{\mu}\gamma_\mu(1-\gamma^5)\nu$.

Структурно-зависимое излучение, обусловленное наличием векторного F_V и аксиально-векторного F_A формфакторов K-мезона, определяется членами во второй строке формулы (3). F_T параметризует гипотетическое тензорное взаимодействие, предложенное в работе [6] для объяснения расхождения теоретического спектра распада $\pi\to e\nu\gamma$ с экспериментальным; в данной работе мы пренебрегаем тензорным взаимодействием.

1. Поперечная компонента спина и спиральные амплитуды

Спиральные амплитуды для распада $K^+(p)\to\mu^+(k)\nu(k')\gamma(q)$ определяются формулами

$$
\mathcal{M}_{r\,s} = \langle\mu_s(k)\nu(k')\gamma_r(q)|\mathcal{M}|K(p_K)\rangle, \tag{4}
$$

где $r=\pm$ — спиральность фотона; $s=\pm$ — спиральность мюона в СЦМ мюона и нейтрино; а инвариантная амплитуда $\mathcal{M}$ задана соотношением

$$
S = 1 - (2\pi)^4 i\delta(k+k'+q-p_K)\mathcal{M},
$$

где S — матрица рассеяния в соответствующем канале. Частицы, образовавшиеся в результате распада $K\ \to\ \mu\nu\gamma$, описываются волновой функцией

$$
\begin{aligned}
|\Psi\rangle = S|K(q+k+k')\rangle\ =\ \frac{1}{\Gamma}\int d\Phi\,(&\mathcal{M}_{--}|\gamma_-(q)\mu_-(k)\nu(k')\rangle + \mathcal{M}_{-+}|\gamma_-(q)\mu_+(k)\nu(k')\rangle \\
&+\mathcal{M}_{+-}|\gamma_+(q)\mu_-(k)\nu(k')\rangle + \mathcal{M}_{++}|\gamma_+(q)\mu_+(k)\nu(k')\rangle),
\end{aligned}
\tag{5}
$$

где Γ — ширина распада, а элемент фазового объёма

$$
d\Phi = \frac{1}{(2\pi)^5}\delta(k+k'+q-p_K)\frac{d^3\vec{k}}{2k_0}\frac{d^3\vec{k}'}{2k'_0}\frac{d^3\vec{q}}{2q_0}.
$$

Действие оператора спина s_μ на фермионных состояниях задаётся формулами

$$s_\mu = \frac{W_\mu}{m} = -\frac{\gamma_\mu \gamma^5}{2}\hat{\varepsilon}_0, \tag{6}$$

где W_μ — вектор Паули-Любаньского, а $\hat{\varepsilon}_0$ — оператор знака энергии. Среднее значение поперечной компоненты спина в состоянии $|\Psi\rangle$ определяется выражением $\langle\Psi|s_\mu \hat{o}_\mu|\Psi\rangle$, где o_μ — единичный вектор, ортогональный q, k и k':

$$o^\mu = \frac{\omega_+^\mu(k,k') - \omega_-^\mu(k,k')}{i\sqrt{2}}, \tag{7}$$

а векторы $\omega_-^\mu(k,k')$ и $\omega_+^\mu(k,k')$ определены в Приложении. Поскольку[1)]

$$\begin{aligned}
\langle\mu_-(\vec{k})|s^\nu|\mu_-(\vec{k})\rangle &= -\frac{1}{4m_\mu}\bar{v}(k,N)\gamma^\nu\gamma^5 v(k,N) &&= \frac{N^\nu}{2}, \\
\langle\mu_-(\vec{k})|s^\nu|\mu_+(\vec{k})\rangle &= -\frac{1}{4m_\mu}\bar{v}(k,-N)\gamma^\nu\gamma^5 v(k,N) &&= -\frac{\omega_-^\nu}{\sqrt{2}}, \\
\langle\mu_+(\vec{k})|s^\nu|\mu_-(\vec{k})\rangle &= -\frac{1}{4m_\mu}\bar{v}(k,N)\gamma^\nu\gamma^5 v(k,-N) &&= -\frac{\omega_+^\nu}{\sqrt{2}}, \\
\langle\mu_+(\vec{k})|s^\nu|\mu_+(\vec{k})\rangle &= -\frac{1}{4m_\mu}\bar{v}(k,-N)\gamma^\nu\gamma^5 v(k,-N) &&= -\frac{N^\nu}{2},
\end{aligned} \tag{8}$$

где

$$N_\nu = \frac{(1-x-\rho)k_\nu - 2\rho k'_\nu}{m_\mu(1-x-\rho)}, \tag{9}$$

среднее значение поперечной компоненты спина определяется выражением

$$\xi_{\text{EM}} = \frac{1}{\mathcal{N}^2}\left(\mathcal{M}'_{-\,-}\mathcal{M}''_{-\,+} - \mathcal{M}'_{-\,+}\mathcal{M}''_{-\,-} + \mathcal{M}'_{+\,-}\mathcal{M}''_{+\,+} - \mathcal{M}'_{+\,+}\mathcal{M}''_{+\,-}\right), \tag{10}$$

где $\mathcal{N}$ — нормировочный множитель, $\mathcal{N}^2 = \sum_{i,j=\pm}|\mathcal{M}_{i,j}|^2$; $\mathcal{M}_{r,s} = \mathcal{M}'_{r,s} + i\mathcal{M}''_{r,s}$ $(r,s=\pm)$ (для вывода этой формулы следует применить формулу (5) к рассеянию в инфинитезимальный элемент фазового объёма). Для вычисления спиральных амплитуд мы используем так называемый диагональный спиновый базис [7], [8] (см. Приложение), смысл введения которого состоит в том, что выражения для спиральных амплитуд записываются в релятивистски-ковариантном виде. Спиральную амплитуду $\mathcal{M}_{r,s}$ можно представить в виде

$$\mathcal{M}_{r,s} = \bar{u}(k')\mathcal{M}_\alpha(k,k',q)\epsilon_\alpha(r)v(k,sN) = Tr\mathcal{M}_\alpha(k,k',q)\epsilon_\alpha(r)v(k,sN)\bar{u}(k'), \tag{11}$$

причём выражение для $\mathcal{M}_\alpha(k,k',q)$ даётся диаграммами Фейнмана, а выражения для $\epsilon_\alpha(r)$ и $v(k,sN)\bar{u}(k')$ приводятся в Приложении.

Вещественные части амплитуд описываются древесными диаграммами на рис. 1; вычисление мнимых частей рассмотрено в следующем разделе.

[1)] Здесь m_μ — масса мюона.

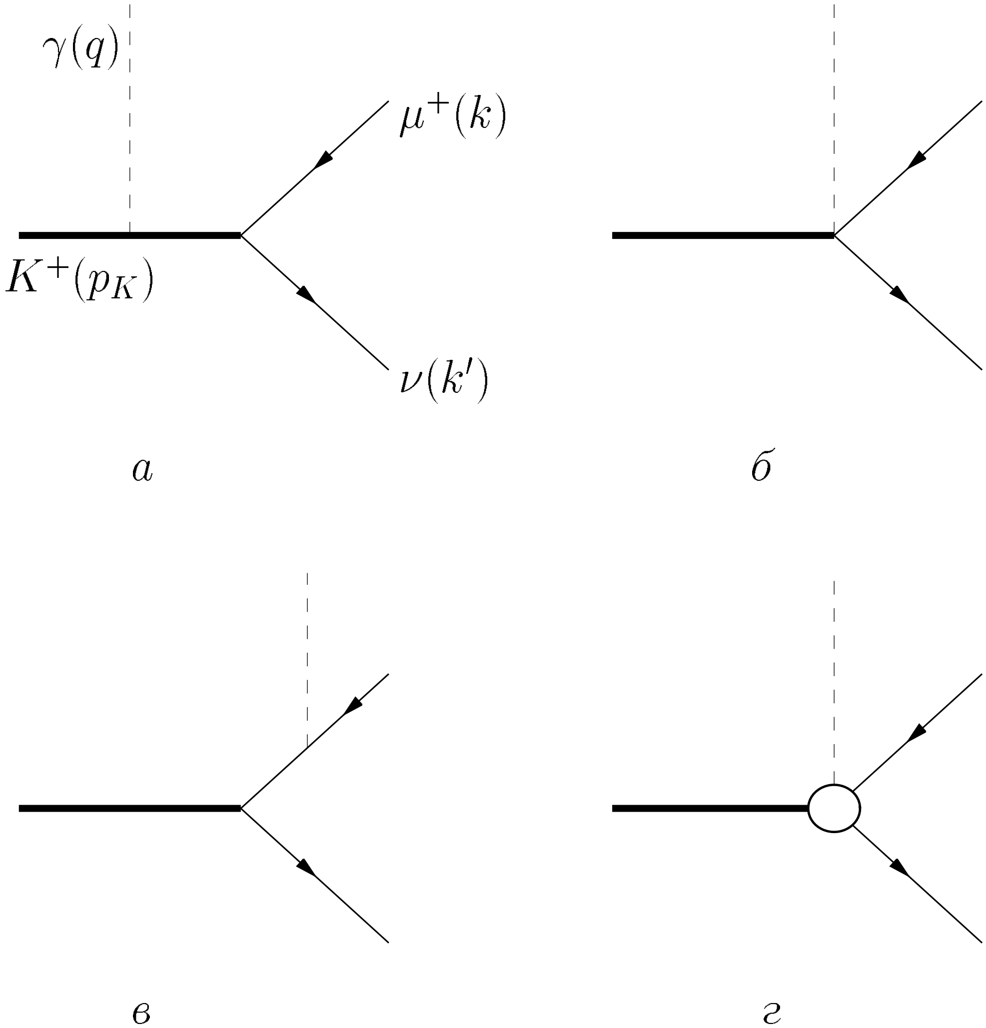

Рис. 1. Древесные диаграммы, дающие вклад в амплитуду распада $K \to \mu\nu\gamma$: *а* и *в* — тормозное излучение, *б* — контактный член, *г* — структурно-зависимое излучение.

Спиральные амплитуды для распада $K^+ \to \mu^+\nu\gamma$ в древесном приближении имеют вид (первый индекс в левой части формул обозначает спиральность фотона, второй — спиральность электрона в системе центра масс лептонной пары):

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{--} &= iG_{\mathrm{F}}eV_{us}^{*}m_{\mu}\frac{x}{2}\sqrt{\frac{\lambda\zeta}{1-x-\rho}}\left(\frac{\sqrt{2}F(1-\rho)}{x^2(1-\lambda)} - M_K\frac{F_V-F_A}{2}\right), \qquad (12)\\
\mathcal{M}_{-+} &= -iG_{\mathrm{F}}eV_{us}^{*}\frac{x\lambda}{2\sqrt{1-x-\rho}}\left(m_{\mu}F\frac{\sqrt{2\rho}}{x(1-\lambda)} - \frac{F_V-F_A}{2}M_K^2(1-x)\right),\\
\mathcal{M}_{+-} &= iG_{\mathrm{F}}eV_{us}^{*}m_{\mu}\frac{x}{2}\sqrt{\frac{\lambda\zeta}{1-x-\rho}}\left(F\frac{\sqrt{2}(1-x-\rho)}{x^2(1-\lambda)} + \frac{F_V+F_A}{2}M_K\right),\\
\mathcal{M}_{++} &= iG_{\mathrm{F}}eV_{us}^{*}\frac{x}{2\sqrt{1-x-\rho}}\frac{F_V+F_A}{2}M_K^2\zeta.
\end{aligned}$$

Дифференциальная вероятность распада имеет вид:

$$\sum_{polariz.} |\mathcal{M}|^2 = |G_{\rm F} e V_{us}^*|^2 \left(m_\mu^2 F^2\, IB + \frac{(F_V+F_A)^2}{2M_K^2} SD_+ + \frac{(F_V-F_A)^2}{2M_K^2} SD_- + \right. \tag{13}$$

$$\left. + m_\mu F\, \frac{F_V+F_A}{\sqrt{2}M_K} INT_+ + m_\mu F\, \frac{F_V-F_A}{\sqrt{2}M_K} INT_- \right),$$

где

$$\begin{aligned} IB &= \frac{8\lambda}{x^2(1-\lambda)} \left(x^2 + 2(1-x)(1-\rho) - \frac{2\rho(1-\rho)}{1-\lambda} \right), \\ SD_+ &= 2M_K^6 x^2 (1-\lambda)\zeta, \\ SD_- &= 2M_K^6 x^2 \lambda \left((1-x)\lambda + \rho\right), \\ INT_+ &= \frac{8M_K^2 m_\mu \lambda}{1-\lambda}\zeta, \\ INT_- &= -\frac{8M_K^2 m_\mu \lambda}{1-\lambda}\left(1-\lambda+\lambda x-\rho\right). \end{aligned} \tag{14}$$

2. Вычисление мнимой части спиральных амплитуд

Мнимая часть амплитуды распада $K \to \mu\nu\gamma$ в ведущем порядке теории возмущений описывается диаграммами, изображёнными на рис. 2. Мы учитываем диаграммы 2*ж* и 2*з*, опущенные авторами работы [1] несмотря на то, что они имеют тот же порядок величины.

Заменяя пропагаторы на δ-функции по правилам Куткоского [9] и производя интегрирование по промежуточным состояниям, получаем выражение для мнимой части амплитуды распада:

$$\mathcal{M} = \bar{u}(k')(1+\gamma^5)\left(\mathcal{M}_\alpha^{IB} + \mathcal{M}_\alpha^{SD} + \mathcal{M}_\alpha^{(i)}\right) v_\mu(k)\, \epsilon^\alpha, \tag{15}$$

где

$$\mathcal{M}_\alpha^{IB} = 2\alpha F\Big(-c_1 m_\mu (x(1-\lambda)k'_\alpha - x\lambda k_\alpha) + \tag{16}$$

$$+c_2\left(\hat{q}k_\alpha - \frac{M_K^2}{2}x(1-\lambda)\hat{\alpha}\right) + c_3\left(\hat{q}k'_\alpha - \frac{M_K^2}{2}x\lambda\hat{\alpha}\right) + c_4 m_\mu \hat{q}\hat{\alpha}\Big)$$

— вклад диаграмм 2*а*, 2*б*, 2*в*, 2*г*, 2*ж*, 2*з*;

$$\mathcal{M}_\alpha^{SD} = \alpha\frac{\sqrt{2}}{F}M_K\Big(m_\mu(-F_A c_1^A + F_V c_1^V)(x(1-\lambda)k'_\alpha - x\lambda k_\alpha) + (-F_A c_2^A + F_V c_2^V)\times \tag{17}$$

$$\times\left(\hat{q}k_\alpha - \frac{M_K^2}{2}x(1-\lambda)\hat{\alpha}\right) + (-F_A c_3^A + F_V c_3^V)\left(\hat{q}k'_\alpha - \frac{M_K^2}{2}x\lambda\hat{\alpha}\right) + m_\mu(-F_A c_4^A + F_V c_4^V)\hat{q}\hat{\alpha}\Big)$$

— вклад диаграмм 2*д* и 2*е* и

$$\mathcal{M}_\alpha^{(i)} = \alpha\frac{1}{2\pi F}\left(c_2^{(i)}\left(\hat{q}k_\alpha - \frac{M_K^2}{2}x(1-\lambda)\hat{\alpha}\right) + c_4^{(i)} m_\mu \hat{q}\hat{\alpha}\right) \tag{18}$$

— вклад диаграммы $2u$. Коэффициенты в этих выражениях и вспомогательные функции определяются формулами:

$$
\begin{aligned}
c_1 &= \frac{4}{(1-\lambda)x}(G_3 - (1+\tau)G_2 + \rho(F_1 - F_2)), \\
c_2 &= \frac{4\rho}{(1-\lambda)x}(2G_1 + (1+\tau)G_2 - (1-\tau)G_3 - (\tau+\rho)F_1) + 2F_5\rho, \\
c_3 &= 4\rho(-F_2 - G_4), \\
c_4 &= \frac{2\lambda}{(1-\lambda)}(G_3 - G_2 - \rho F_2) - 2(G_2 + 2G_1 - F_1) + \\
&+ \frac{4 - x(1-\lambda)}{(1-\lambda)x}(2G_1 + G_2 - (1-\tau)G_3 - \rho F_3) + \frac{2}{(1-\lambda)}(-\tau F_1 + \rho F_3) - F_4 + F_5\rho,
\end{aligned}
\tag{19}
$$

$$
\begin{aligned}
c_1^V &= (\frac{1}{3}x(1-\lambda) - 2\tau)F_5 + (\tau+\rho)F_6, \\
c_2^V &= \frac{1}{3}(\tau(1 + 5\tau - 14\rho) - \rho(1 - 3\rho + x\lambda))F_5 + \rho(\lambda x + 2\rho)F_6 + (1-\tau)F_7 - \frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)}F_8, \\
c_3^V &= -x(1-\lambda)(\tau + \frac{\rho}{3})F_5 - \tau F_7 + F_8, \\
c_4^V &= \frac{1}{2}(x(x(1-\lambda)^2 + \tau(3-2\lambda))F_5 + x(1 - x - \lambda + \lambda x + \rho(3\lambda - 4))F_6 + (1-\tau)F_7), \\
c_1^A &= c_1^V, \\
c_2^A &= c_2^V + 2(-(\frac{5x^2(1-\lambda)^2}{3} - \rho^2)F_5 + \rho(x - x\lambda - \rho)F_6 + \tau F_7), \\
c_3^A &= c_3^V, \\
c_4^A &= c_4^V + \frac{1}{2}(-x(1-\lambda)(\tau + 2x(1-\lambda))F_5 + 4\rho x(1-\lambda)F_6 + 3\tau F_7),
\end{aligned}
\tag{20}
$$

$$
c_2^{(i)} = \frac{1}{4x^2(1-\lambda)^2}\left(\frac{2\kappa^2\rho}{x(1-\lambda)}S_4 + ((x^2(1-\lambda)^2 - \rho\kappa)(\frac{x(1-\lambda)}{\tau} + 2) + x^2(1-\lambda)^2)\frac{S}{\tau}\right), \tag{21}
$$

$$
c_4^{(i)} = \frac{1}{4x^2(1-\lambda)^2}\left(\frac{\kappa^2(2\tau+\rho)}{x(1-\lambda)}S_4 + ((x^2(1-\lambda)^2 - \rho\kappa)(\frac{x(1-\lambda)}{\tau} + 3) - 3\kappa(x(1-\lambda) + \tau))\frac{S}{2\tau}\right),
$$

$$
\begin{aligned}
G_2 &= \frac{1}{\zeta}(-\lambda\rho F_3 + 2\lambda G_1 - (1-\tau)F_0), \\
G_3 &= \frac{1}{\zeta}(-\rho F_3 + 2G_1 - F_0), \\
G_4 &= \frac{1}{\lambda x}(-2G_1 + \tau(G_2 - F_1) + \rho(F_3 - F_1)), \\
G_1 &= \frac{1}{8M_K^2\lambda x\zeta}\left(\frac{2\lambda}{(1-\tau)}(\rho - \tau^2)S_1 + \right. \\
&\left. + \frac{1-\lambda}{1-\tau}(1 - 2\rho - x - \tau x + \tau^2)S_2 + (1-\lambda)\sqrt{R}(S_2 + S_3)\right),
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$
\begin{aligned}
F_0 &= \frac{1}{2M_K^2(1-\tau)x}\left(1-\frac{\rho}{\tau}+\frac{1-\rho}{1-\tau}(S_1+S_2)\right), \qquad (23)\\
F_1 &= \frac{1}{4M_K^2 x\zeta}\left(-2S_1-S_2+\frac{1-\lambda x+\rho}{\sqrt{R}}(S_2+S_3)-\frac{2\rho}{(1-\lambda)\sqrt{R}}(S_2+S_3)\right),\\
F_2 &= \frac{1}{4M_K^2\lambda x\zeta}\left(\frac{2\lambda}{1-\tau}S_1-\frac{\zeta-\lambda}{1-\tau}S_2-\frac{\zeta-\lambda+x}{\sqrt{R}}(S_2+S_3)\right),\\
F_3 &= \frac{1}{2M_K^2(1-\lambda)x\sqrt{R}}(S_2+S_3),\\
F_4 &= \frac{1}{M_K^2(1-\lambda)^2x^2}((1-\lambda)x-\rho S_1),\\
F_5 &= \frac{1}{2M_K^2\tau^2},\\
F_6 &= \frac{1}{M_K^2 x(1-\lambda)}\left(\frac{S_1}{x(1-\lambda)}-\frac{1}{\tau}\right),\\
F_7 &= \frac{-x(1-\lambda)}{6M_K^2\tau^3}(x-x\lambda+3\rho),\\
F_8 &= \frac{\rho}{M_K^2 x(1-\lambda)}\left(\frac{x-x\lambda+2\rho}{x(1-\lambda)}S_1-2\right),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S_1 &= \ln\left[1+\frac{(1-\lambda)x}{\rho}\right], \qquad (24)\\
S_2 &= \ln[\rho],\\
S_3 &= \ln\left[\frac{1+\lambda x-2\lambda-\rho-\sqrt{R}}{(1-\lambda)(1-\lambda x)^2-\rho(1+\lambda x-2\lambda^2x)-\rho^2\lambda-((1-\lambda)(1-\lambda x)-\rho\lambda)\sqrt{R}}\right],\\
S_4 &= \ln\left[\frac{(1-\lambda)x(\kappa-(1-\lambda)x+S)+2\kappa\rho}{(1-\lambda)x(\kappa-(1-\lambda)x-S)+2\kappa\rho}\right],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R &= (1-\lambda x+\rho)^2-4\rho, \qquad (25)\\
S &= \sqrt{((1-\lambda)x-\kappa)^2-4\kappa\rho},\\
\kappa &= \frac{M_\pi^2}{M_K^2},
\end{aligned}
$$

где $M_\pi = 135$ МэВ — масса π^0-мезона. Вычисления производились при помощи программы аналитических вычислений REDUCE. На основе выражений (15)-(25) мнимые части спиральных амплитуд и поперечная поляризация мюона вычисляются по формулам (10) и (11).

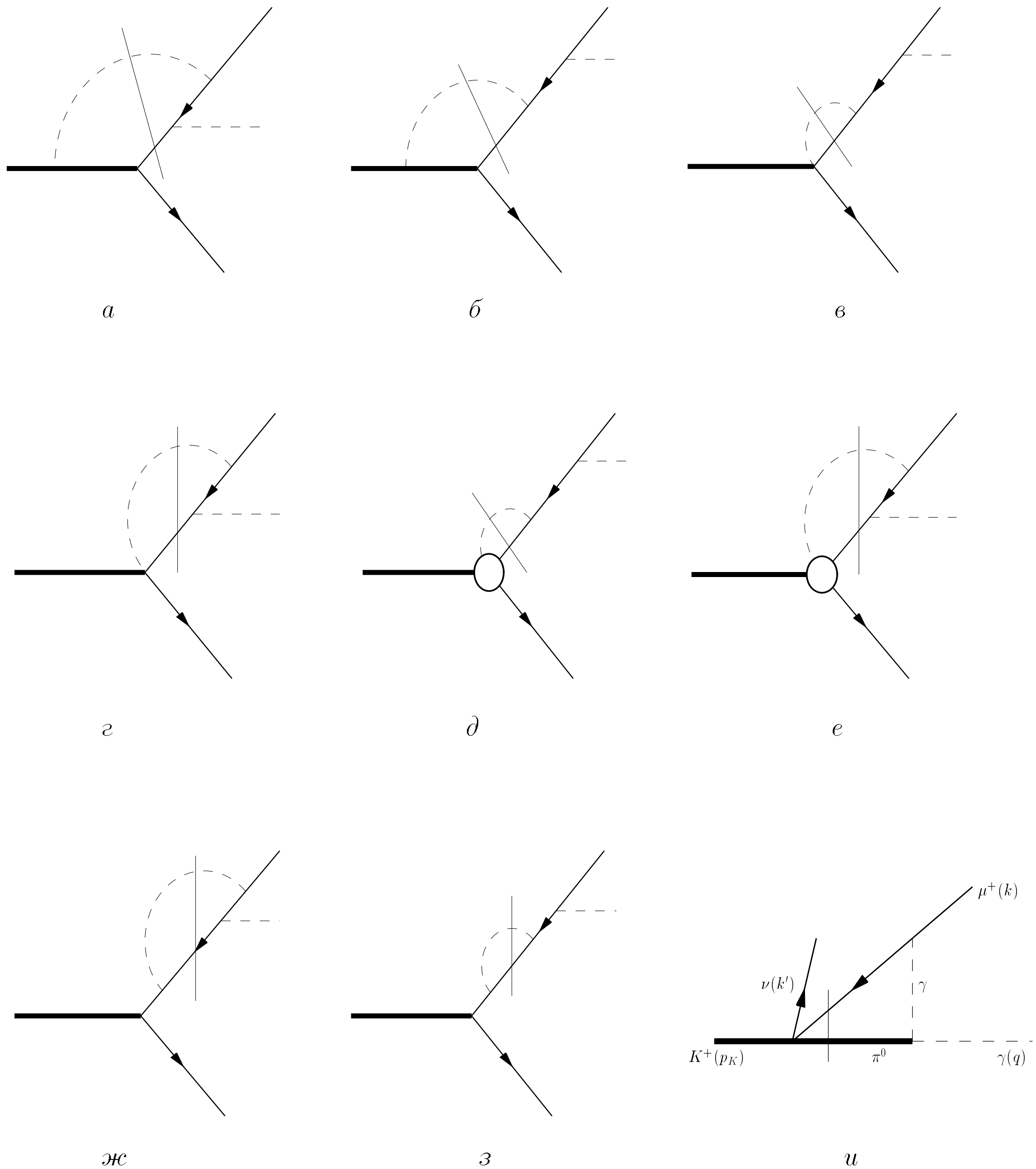

Рис. 2. Однопетлевые диаграммы, дающие вклад в мнимую часть амплитуды распада $K \to \mu\nu\gamma$. Диаграммы *д* и *е* описывают вклад структурно-зависимого излучения.

3. Обсуждение результатов

Поперечная поляризация мюона в распаде $K \to \mu\nu\gamma$ как функция кинематических переменных x и y показана на рис. 3, как функция переменных x и λ — на рис. 4. Видно, что полученное значение поперечной поляризации мюона примерно на полтора порядка меньше приведённого в работе [1][2)] (см. рис. 4 в работе [1]). В отличие от результатов, полученных в упомянутой работе, поперечная поляризация мюона имеет постоянный знак во всей области кинематических переменных и обращается в нуль на границе фазового объёма. При построении графиков были использованы предсказанные в рамках КТВ значения параметров F_V и F_A (те же самые, что и в работе [1]): $F_A = 0.042$ и $F_V = 0.095$ (рис. 3*б* и 4); была также исследована зависимость $\xi_{\rm EM}$ от параметра F_A, известного с большой ошибкой $F_A = 0.042 \pm 0.030$ (рис. 3*а* и 3*в*). Видно, что зависимость $\xi_{\rm EM}$ от параметра F_A в разумном интервале его изменения достаточно слабая.

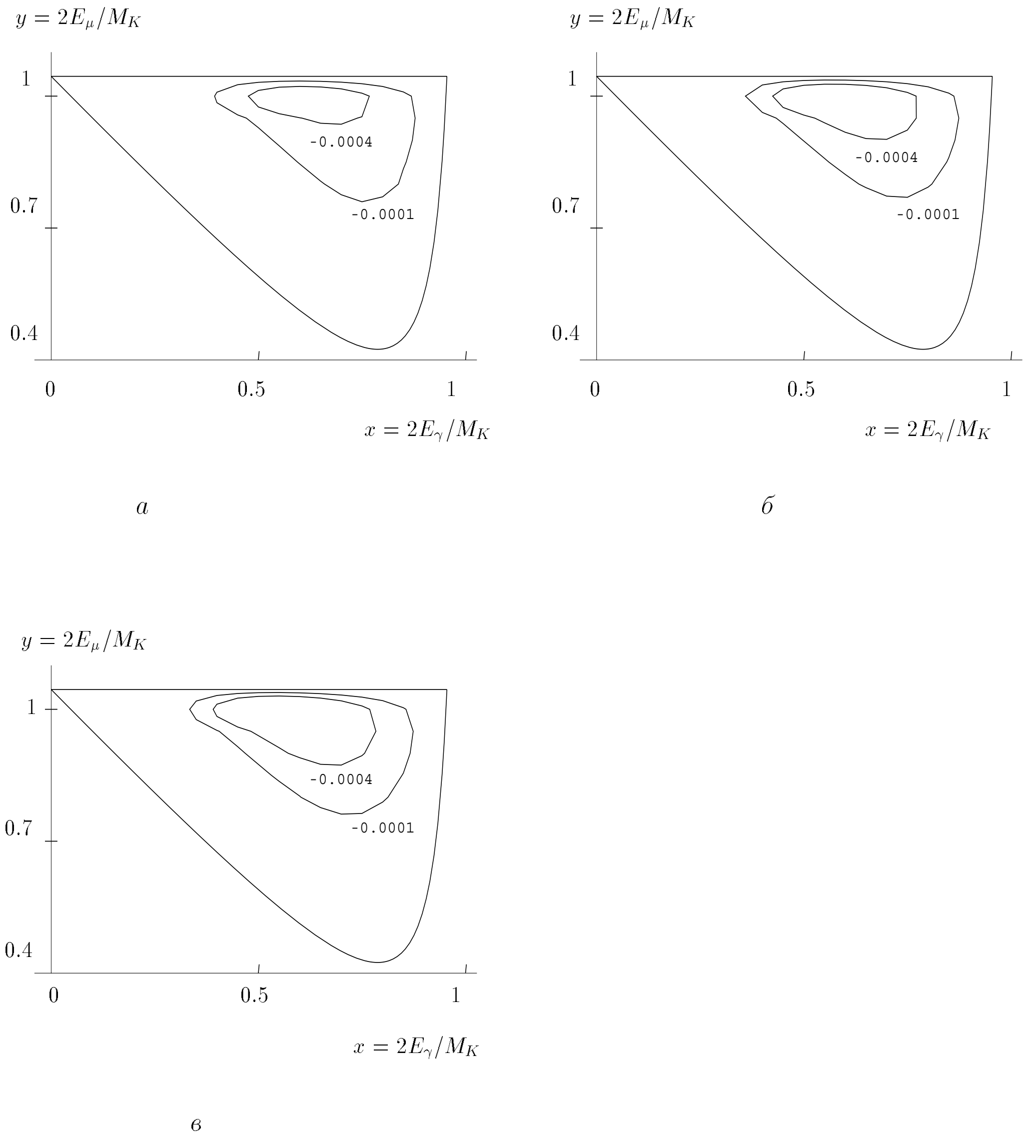

Рис. 3. Диаграмма Далитца для поперечной поляризации мюона $\xi_{\rm EM}$ в распаде $K \to \mu\nu\gamma$. Показана зависимость от параметра $\gamma = F_A/F_V$: (a) $\gamma = 0.12$, (*б*) $\gamma = 0.44$, (*в*) $\gamma = 0.76$. На границе диаграммы Далитца $\xi_{\rm EM} = 0$.

[2)] К сожалению, в работе [1] результаты вычисления мнимой части диаграмм на рис. 2 не представлены в аналитическом виде, что затрудняет более детальное сравнение результатов вычислений.

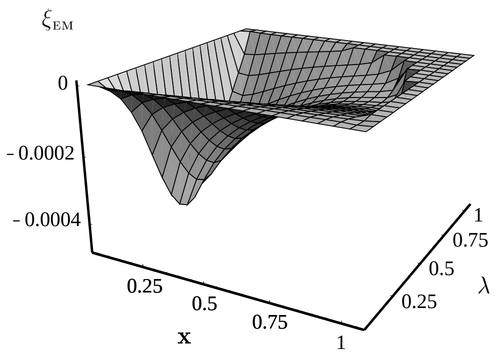

Рис. 4. Поперечная поляризация мюона ξ_{EM} как функция x и λ.

С точки зрения возможного эксперимента [10], извлечение T-нечётной поляризации мюона в этом распаде на уровне точности 10^{-3}, который необходим для проверки вышеупомянутых нестандартных моделей, вполне возможно, поскольку маскирующий T-чётный эффект имеет порядок $\langle\xi_{EM}\rangle < 10^{-4}$ и функция $\xi_{EM}(x,\lambda)$ известна в аналитическом виде.

Приложение

В данной работе для вычисления спиральных амплитуд применяется диагональный спиновый базис, предложенный в работах [7], где приводится явный вид выражения билинейной комбинации дираковских спиноров через тензоры для общего случая. Билинейные комбинации спиноров, используемые в данной работе, имеют вид:

$$\begin{aligned}
v_\mu(k,-N)\bar{u}_\nu(k') &= \frac{(\hat{k}-m_\mu)\hat{k}'}{2M_K\sqrt{1-x-\rho}}(1+\gamma^5), \\
v_\mu(k,N)\bar{u}_\nu(k') &= \frac{M_K^2(1-x-\rho)-m_\mu\hat{k}'\hat{\omega}_-}{2M_K\sqrt{1-x-\rho}}(1-\gamma^5),
\end{aligned} \tag{26}$$

где векторы $\omega_+(k,k')$ и $\omega_-(k,k')$ определены соотношениями:

$$\begin{aligned}
\hat{\omega}_+(k,k') &= -\frac{\sqrt{2}}{2M_K^3x\sqrt{\lambda\zeta}}\left(\hat{k}\hat{q}\hat{k}'(1-\gamma^5)+\hat{k}'\hat{q}\hat{k}(1+\gamma^5)-\frac{2\rho x\lambda}{1-x-\rho}\hat{k}'\right), \\
\hat{\omega}_-(k,k') &= -\frac{\sqrt{2}}{2M_K^3x\sqrt{\lambda\zeta}}\left(\hat{k}\hat{q}\hat{k}'(1+\gamma^5)+\hat{k}'\hat{q}\hat{k}(1-\gamma^5)-\frac{2\rho x\lambda}{1-x-\rho}\hat{k}'\right).
\end{aligned} \tag{27}$$

Векторы $\omega_+(k,k')$ и $\omega_-(k,k')$ обладают следующими свойствами:

$$\begin{aligned}
\omega_+^2=\omega_-^2=0,(\omega_+\omega_-)=-1, \\
(\omega_+k')=(\omega_+k)=(\omega_-k')=(\omega_-k)=0, \\
((1-x-\rho)\hat{k}-\rho\hat{k}')\hat{\omega}_-(1+\gamma^5)=0, \\
\hat{k}'\hat{\omega}_+(1+\gamma^5)=0, \\
((1-x-\rho)\hat{k}-\rho\hat{k}')\hat{\omega}_+(1-\gamma^5)=0, \\
\hat{k}'\hat{\omega}_-(1-\gamma^5)=0;
\end{aligned} \tag{28}$$

эти свойства определяют векторы $\omega_+(k,k')$ и $\omega_-(k,k')$ с точностью до фазового множителя. Знаки γ^5 и $\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ выбраны так, что

$$\epsilon^{0123}=-1, \quad \mathrm{T}r\ \gamma^5\gamma^\mu\gamma^\alpha\gamma^\beta=4i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}, \tag{29}$$

что отличается от соглашения, принятого в [8].

Векторы, описывающие поляризацию фотонов, имеют вид

$$\epsilon_\mu(\pm) = \frac{\sqrt{2}}{2M_K x\sqrt{\lambda\zeta}} \left(-x\lambda k_\mu + x(1-\lambda)k'_\mu - (1-\rho-x)q_\mu \mp i\varepsilon_{kk'q\mu}\right). \qquad (30)$$

Список литературы

[1] Ефросинин В.П., Куденко Ю.Г.//Ядерная Физика **62**, 1054 (1999).

[2] Barenboim G. *et al.*//Phys. Rev. **D55**, 4213 (1997).

[3] Garisto R., Kane G.//Phys. Rev. **D44**, 2038 (1991).

[4] Belanger G., Geng C.Q.//Phys. Rev. **D44**, 2789 (1991).

[5] Gasser J., Leutwyler H.//Nucl. Phys. **B 250**, 465 (1985); Pich A., hep-ph/9502366.

[6] Poblaguev A.A.//Phys. Lett. **B 286**, 169 (1992).

[7] Богуш А.А. *и др. Труды XI Семинара по физике высоких энергий и теории поля.* М.: Наука, 1989; Рогалёв Р.Н.//ТМФ **101**, 384 (1994); Rogalyov R.N.//*Int. J. Mod. Phys. A* **11** (1996) 3711.

[8] Borodulin V.I., Rogalyov R.N., Slabospitsky S.R., hep-ph/9507456.

[9] Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. *Квантовая теория поля.* М.: Мир, 1984.

[10] Kudenko Yu.G. *Proc. Int. Workshop on JHF-Science* (JHF98), 1998. V.2. P.39.

Рукопись поступила 25 января 2001 г.

Р.Н. Рогалёв
Вклад электромагнитных взаимодействий в поперечную поляризацию мюона в распаде $K \to \mu\nu\gamma$.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Л.Ф.Васильева. Технический редактор Н.В.Орлова.

Подписано к печати 29.01.2001. Формат $60 \times 84/8$. Офсетная печать.
Печ.л. 1,37. Уч.-изд.л. 1,1. Тираж 130. Заказ 56. Индекс 3649.
ЛР №020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 2001-5, И Ф В Э, 2001