ИФВЭ
IHEP

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2004–11
ОТФ

Г.Г. Волков*, А.А. Масликов

Симметрии 4D-гетеротической суперструны и вычисление неперенормируемых членов эффективного лагранжиана

*ПИЯФ РАН, Гатчина, Россия; IFT UAM, Madrid, Spain

Протвино 2004

УДК 539.1.01 М–24

Аннотация

Волков Г.Г., Масликов А.А. Симметрии 4D-гетеротической суперструны и вычисление неренормируемых членов эффективного лагранжиана: Препринт ИФВЭ 2004–11. – Протвино, 2004. – 19 с., 5 табл., библиогр.: 20.

Обсуждается формализм 4-мерной гетеротической суперструны, описывающий дополнительные внутренние степени свободы посредством свободных фермионов с произвольными граничными условиями. Дается введение в проблематику квазиреалистических моделей, построенных в таком подходе.

В формализме ковариантных вертексов и операции смены духовой картины обсуждается построение допустимых неренормируемых членов эффективного лагранжиана с учетом всех симметрий теории. Приводится вид всех таких членов до 9-го порядка включительно и обсуждается их стуктура в высших порядках.

Изложение ведется на примере квазиреалистической модели с эффективной наблюдаемой калибровочной группой $U(5) \times U(3)_H$, включающей неабелеву горизонтальную группу и описывающей $3+1$ поколения. Вычислен полный суперпотенциал модели до 9-го порядка включительно.

Abstract

Maslikov A.A., Volkov G.G. Symmetries of the 4D hetrotic superstring and calculations of nonrenormalazible terms for effective lagrangian: IHEP Preprint 2004–11. – Protvino, 2004. – p. 19, tables 5, refs.: 20.

In the article we discussed formalism of the 4-dimensional heterotic superstring, that describes additional internal degrees of freedom by free fermions with arbitrary boundary conditions. We introduse the problem of quasirealistic models that constructed in this approach.

We discuss the construction of acceptable nonrenormalizable terms of effective lagrangian in formalism of covariant verteces and operation of ghost picture changing taking into account all symmetries of the theory. We point the forms of all this terms until 9-th order inclusively and discuss the structure of higher orders.

In discussion we take as example the quasirealistic model with effective observing gauge group $U(5) \times U(3)$, that includes non-abelian horizontal group and describes $3+1$ generations. We count full superpotential of the model until 9-th order inclusively.

Введение

Суперструнные теории и, в частности, гетеротическая струна [1,2] уже длительное время остаются признанными кандидатами на единое описание физической реальности. Хотя в последнее время наметился значительный прогресс в непертурбативном подходе к теории струн, эта область еще далека от завершения, поэтому пертурбативные методы и оценки остаются мощным орудием построения и исследования струнных моделей.

Как известно, гетеротическая суперструна априори описывается в 10 измерениях, а эффективная теория в 4 измерениях может быть получена посредством процедуры компактификации. С другой стороны, при этом решающую роль в вопросе самосогласованности теории играет отсутствие конформной аномалии в алгебре Вирасоро. Поэтому, с алгебраической точки зрения, можно добиться исчезновения конформной аномалии, поместив на мировую поверхность струны поля с правильным числом степеней свободы, и не заботиться при этом о том, какая геометрия внутреннего компактного многообразия за этим стоит. В частности, в силу известной фермион-бозонной эквивалентности в 2-мерии, можно описывать дополнительные внутренние степени свободы посредством свободных фермионов с произвольными граничными условиями, соответствующими фазовым множителям при обходе вдоль замкнутой струны [3,4].

Обычно в струнных моделях массовые матрицы эффективной теории (например кварковые и лептонные) получают вклады не только от трилинейных юкавских взаимодействий, но и от неренормируемых взаимодействий высших порядков (конечно, подавленных фактором порядка $M_{Pl.}$ в знаменателе) через большие вакуумные средние, отвечающие за нарушение аномальной калибровочной $U(1)$ подгруппы.

Таким образом, важнейшим этапом является построение эффективного низкоэнергетического (по сравнению с планковским масштабом) действия, индуцированного струной и, в частности, суперпотенциала, что сводится к вычислению амплитуд в рамках топологического разложения на основе (супер)конформной теории поля. Струнные теории, описываемые свободными фермионами на мировой поверхности [3,4], допускают точное вычисление амплитуд [5], и предсказательная сила соответствующих моделей значительно увеличивается. Кроме того, в силу теоремы о неперенормировке [6], в таких суперструнных моделях древесный суперпотенциал не подвергается перенормировке и не получает поправок во всех порядках по теории возмущений.

Требование пространственно-временной суперсимметрии модели предполагает наличие по крайней мере $(2,0)$ суперсимметрии на мировой поверхности струны [7]. Аккуратное исследование амплитуд, соответствующих суперпотенциалу в рамках N=2 суперконформной теории с учетом всех глобальных симметрий, позволяет получать полезные правила отбора.

1. Струна со свободными фермионами на мировой поверхности

В общем случае можно рассматривать гетеротическую струну в 4 измерениях, снабженную внутренней конформной моделью, которая дает вклады в центральные заряды левой и правой алгебр Вирасоро $c_L = 15 - 4 \cdot 3/2 = 9$ и $c_R = 26 - 4 = 22$ соответственно, чем обеспечивает сокращение конформных аномалий. В формулировке четырехмерной гетеротической струны со свободными фермионами на мировой поверхности [3,4] в калибровке светового конуса, кроме двух поперечных бозонных пространственно-временных координат X_μ ,$\bar{X}_\mu$ и их левых суперпартнеров ψ_μ, имеется 44 правых и 18 левых действительных фермионов во внутреннем секторе (каждый действительный фермион дает вклад в центральный заряд $c_f = 1/2$).

При обходе вокруг замкнутой струны фермионы могут получать фазовый множитель:

$$f \longrightarrow -\exp(i\pi\alpha(f))f, \quad \alpha(f) \in (-1,1]; \quad \psi^\mu \longrightarrow -\delta_\alpha \psi^\mu, \quad \delta_\alpha = \pm 1.$$

$\alpha = 1$ соответствует периодичному (R) граничному условию, $\alpha = 0$ – антипериодичному (NS), а если 2 фермиона могут быть спарены и превращены в комплексный, то α может быть и рациональным числом. Это подразумевает следующую идентификацию вещественных бозонных и фермионных полей: $\partial\phi \sim \chi_i \chi_{i+1}$. С учетом этого, суперсимметрия на мировой поверхности фермионной гетеротической струны реализуется через суперток

$$T_F \sim \psi^\mu \partial X_\mu + f_{ijk}\chi^i \chi^j \chi^k, \tag{1}$$

где f_{ijk} – структурные константы полупростой группы Ли G-размерности $3(10-4) = 18$. Чтобы модель обладала пространственно-временной N=1 суперсимметрией, эта группа должна быть $G = SU(2)^6$. При этом фермионы χ на мировой поверхности разбиваются на триплеты (χ_i, y_i, ω_i), $(i = 1, \ldots, 6)$ с возможными граничными условиями вида

$$(1,1,1), \ (1,0,0) \quad \text{или} \quad (0,0,0), \ (0,1,1)$$

в зависимости от условия для фермионов ψ^μ (R или NS) [8]. В калибровке светового конуса каждый набор фермионных граничных условий с учетом 2 степеней свободы поля ψ_μ описывается $(20_L; 44_R)$-мерным α-вектором.

В рассматриваемой струнной теории в правом секторе изначально генерируется афинная алгебра токов уровня $k = 1$, ранга 22:

$$J^a(w)J^b(z) \sim \frac{1}{(w-z)^2} k\delta^{ab} + \frac{1}{w-z} i f^{abc} J^c + \ldots \tag{2}$$

Соответствующие калибровочные суперполя возникают в NS-секторе и в суперсимметричном ему.

Набор допустимых фермионных граничных условий Ξ описывается совокупностью базисных α-векторов b_i и их комбинаций $\sum_i m_i b_i$, $(m_i = 0, 1, .., N_i)$, называемых секторами.

Целые числа N_i определяют аддитивную группу базисных векторов $Z(b_i)$. При этом набор базисных векторов должен удовлетворять известным условиям, следующим из требования модулярной инвариантности производящего функционала

$$Z \sim \sum_{\alpha,\beta} \mathcal{C} \left[\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array} \right] \prod_f Z \left[\begin{array}{c} \alpha_f \\ \beta_f \end{array} \right]. \tag{3}$$

Мы обязаны требовать модулярную инвариантность струнной амплитуды перехода вакуум-вакуум на петлевом уровне (мировая поверхность топологии тора). Модулярная группа симметрии $SL(2,Z)$ на торе возникает в силу отождествления:

$$z \sim z + n\lambda_1 + m\lambda_2 = z + (n,m) \cdot \left(\begin{array}{c} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{array} \right) = z + (n,m) \left(\begin{array}{cc} d & -b \\ -c & a \end{array} \right) \left(\begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{array} \right),$$

где a,b,c,d,n и m – целые, λ_1 и λ_2 – комплексные, $detM = ad - bc = 1$. При таком модулярном преобразовании

$$\tau = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \longrightarrow \frac{a\tau + b}{c\tau + d}.$$

Замечательным фактом является то, что преобразования

$$\tau \longrightarrow -\frac{1}{\tau} \qquad \text{и} \qquad \tau \longrightarrow \tau + 1$$

генерируют всю модулярную группу.

Модулярные преобразования смешивают вектора, задающие граничные условия для фермионов вдоль образующих тора. Это приводит к нетривиальным условиям согласованности на базисные вектора и GSO-коэффициенты $\mathcal{C}[\cdots]$, которые мы перечислим ниже.

Произведение 2 векторов из Ξ определяют как

$$\alpha \cdot \beta = (\alpha_L^i \beta_L^i - \alpha_R^j \beta_R^j)_{compl.} \tag{4}$$

(A1) Базис $(b_1, \cdots, b_k)$ должен быть каноническим (линейно независимым):

$$\sum m_i b_i = 0 \Longleftrightarrow m_i = 0 \,\mathrm{mod}(N_i) \quad \forall i.$$

(A2) Базис должен содержать вектор $b_1 = \mathbf{1}$.

(A3) $N_{ij} b_i \cdot b_j = 0 \,\mathrm{mod}(4)$, где N_{ij} – наименьший общий множитель для N_i и N_j.

(A4) $N_i b_i^2 = 0 \,\mathrm{mod}(4)$ для нечетных N_i и $N_i b_i^2 = 0 \,\mathrm{mod}(8)$ для четных N_i.

(A5) Число вещественных фермионов, которые одновременно периодичны по 3 базисным векторам b_i, b_j, b_k, должно быть четно (при этом i, j, k не обязательно различны).

(A6) Матрицы граничных условий, соответствующие левым частям базисных векторов, описывают взаимнокоммутирующие автоморфизмы алгебры Ли, определяющей супер-ток (1).

Для каждого базиса граничных условий Ξ существует набор согласованных коэффициентов $\mathcal{C}[\cdots]$, который должен удовлетворять условиям, вытекающим из требования модулярной инвариантности:

$$(B1) \qquad \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} b_i \\ b_j \end{array}\right] = \delta_{b_i} e^{2\pi i n/N_j} = \delta_{b_j} e^{i\pi(b_i\cdot b_j)/2} e^{2\pi i m/N_i}.$$

$$(B2) \qquad \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} b_1 \\ b_1 \end{array}\right] = \pm e^{i\pi b_1^2/4}.$$

Значения $\mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array}\right]$ для произвольных α, $\beta \in \Xi$ вычисляются с использованием следующих соотношений:

$$(B3) \qquad \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ \alpha \end{array}\right] = e^{i\pi(\alpha\cdot\alpha+1\cdot 1)/4} \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ b_1 \end{array}\right].$$

$$(B4) \qquad \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array}\right] = e^{i\pi(\alpha\cdot\beta)/2} \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \beta \\ \alpha \end{array}\right]^*.$$

$$(B5) \qquad \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ \beta+\gamma \end{array}\right] = \delta_\alpha \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array}\right] \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ \gamma \end{array}\right].$$

Относительная нормировка всех $\mathcal{C}[\cdots]$ фиксируется соглашением $\mathcal{C}\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array}\right] \equiv 1$.

Для каждого вектора $\alpha \in \Xi$ имеется соответствующий (бесконечный) набор состояний струны $\mathcal{H}_\alpha$, дающий вклад в петлевой производящий функционал. Соответствующее условие Вирасоро имеет вид

$$M_L^2 = -c_L + 1/8\,\alpha_L\cdot\alpha_L + \sum_{L-mov.} (fr.) = -c_R + 1/8\,\alpha_R\cdot\alpha_R + \sum_{R-mov.} (fr.) = M_R^2\,, \qquad (5)$$

где $c_L = 1/2$ и $c_R = 1$. В $\mathcal{H}_\alpha$-секторе фермион f (f^*) имеет возбуждения

$$fr. = \frac{1 \pm \alpha(f)}{2} + \text{integer}. \qquad (6)$$

При этом в секторе $\mathcal{H}_\alpha$ выживают только такие состояния $|s\rangle$, которые удовлетворяют обобщенному условию GSO:

$$\left\{ e^{i\pi(b_i\cdot F_\alpha)} - \delta_\alpha \mathcal{C}\left[\begin{array}{c} \alpha \\ b_i \end{array}\right]^* \right\} |s\rangle = 0 \qquad (7)$$

для всех b_i, где $F_\alpha(f)$ – оператор числа фермионов.

В каждом секторе $\mathcal{H}_\alpha$ формируются зарядовые решетки

$$Y_k = \frac{\alpha_k}{2} + F_\alpha(f_k).$$

2. Квазиреалистические модели на основе гетеротической фермионной суперструны

В обсуждаемом подходе существует не так много квазиреалистических Струнных ТВО, описывающих наблюдаемый сектор Стандартной Модели. Они хорошо известны и основаны на следующих калибровочных группах [9,10,11]: СМ-группа, группа Пати-Салама $SU(4^c)\times SU(2)_L\times SU(2)_R$, флипповая калибровочная группа $SU(5)\times U(1)$, группа $SO(10)$, которая включает флипповую. Также были попытки построения СТВО с калибровочными группами $SU(5)\times U(1)$ и $SO(10)$ на уровне 2 алгебры токов [12] и на уровне 3 с тремя эффективными поколениями [13].

Нам представляется интересным исследовать СТВО, включающие калибровочную группу ранга 16 вида $G\times G\subset E_8\times E_8$, где группа G помимо группы СМ содержит как подгруппу неабелеву горизонтальную группу, например $SU(3)_H$ или $SU(3)_H\times U(1)_H$ [14]. Такая подгруппа естественным образом описывает три наблюдаемых фермионных поколения, объясняя их природу ($SU(3)_H$-триплеты), и приводит к интересной низкоэнергетической физике, совместимой с современными экспериментальными данными. Кроме того, в указанной конструкции при нарушении калибровочной группы до диагональной подгруппы возникают высшие представления, характерные для уровня 2 афинной алгебры токов, необходимые для дальнейшей цепочки нарушения калибровочной симметрии.

Например, рассмотрим модель, построенную на 6 базисных векторах [14]. Эти вектора (см. табл. 1, 2) генерируют аддитивную группу $Z_2^4\times Z_4\times Z_8$. В табл. 1 приведены граничные условия для комплексифицированных фермионов (10_L+22_R).

В рассматриваемой модели в правом секторе возникает афинная алгебра токов уровня 1 ранга 22: $SO(2)^3_{1,2,3}\times SO(6)_4\times[U(5)\times U(3)_H]^2$. Соответствующие калибровочные суперполя находятся в секторах 0 и $S=b_4$. Часть в квадратных скобках можно рассматривать как результат нарушения фундаментальной суперструнной группы $E_8\times E_8$, а остальное – как скрытую группу, генерируемую компактификацией.

Полный список безмассовых на планковском масштабе состояний модели со всеми квантовыми числами (возбуждения левых фермионов, представления и гиперзаряды по калибровочным группам) приведен в табл. 3. В ней выписаны все фермионные состояния секторов (3-й столбец) с положительной (левой) киральностью. Их суперпартнеры возникают в секторах с измененной на 1 $S=b_4$-компонентой. Первые два столбца описывают возбуждения левых χ,y,ω-фермионов для скалярных суперпартнеров, в терминах которых будут определяться все вертексы (см. раздел 3). Первый столбец содержит номер ряда (для удобства ссылок), символ, соответствующий данной совокупности суперполей, и номера двух χ-фермионов с ненулевыми $U(1)_R$ зарядами $(+1/2)$ (кроме первого ряда). Ряд No 1 (Φ) описывает вектороподобные супермультиплеты (имеются суперполя в антипредставлениях также), которые могут быть Хиггсовыми полями. В разделе 3 эти поля описываются вертексами NS-типа. Для них во втором столбце указан номер χ-фермиона с ненулевым зарядом $(+1)$. Все остальные поля описываются вершинными операторами R-типа. Для них во втором столбце указаны возбуждения y,ω-фермионов. При этом $\pm_k$ означает заряд $\pm 1/2$, соответствующий k-му фермиону. Нижние знаки в рядах No 5 и 6 соответствуют секторам с компонентами, указанными в скобках. Киральность по скрытой группе $SO(2)^3_{1,2,3}\times SO(6)_4$ указана как $\pm_1,\ \pm_2,\ \pm_3,\ \pm_4$ соответственно (4-й столбец).

Сектор модели No 2 (Ψ-поля) описывает $3+1$ поколения (триплет и синглет по горизонтальной группе $SU(3)_H$), включающие правые нейтрино.

В модели существует возможность посредством Хиггсова механизма нарушить изначальную калибровочную группу $(U(5)\times U(3))^I \times (U(5)\times U(3))^{II}$ до диагональной подгруппы $G\times G \to G$. При этом эффективный уровень алгебры токов возрастает до 2 и появляются высшие представления по группе $G^{diag.}$. В данной конструкции имеет смысл рассматривать как флипповое, так и нонфлипповое вложение полей материи Ψ (No 2) в группу SU(5) [15]. Также в [15] обсуждается согласуемость эволюции констант связи [16] в различных вариантах объединения с учетом возможных пороговых поправок, в том числе и от массивных состояний струны [17]. Во флипповом варианте мы будем иметь следующее построение электромагнитного заряда:

$$Q_{em} = Q^{II} - Q^I = (T_5^{II} - T_5^I) + \frac{2}{5}(\tilde{Y}_5^{II} - \tilde{Y}_5^I) = \bar{T}_5 + \frac{2}{5}\bar{Y}_5\,,$$

где $T_5 = \mathrm{diag}(\frac{1}{15}, \frac{1}{15}, \frac{1}{15}, \frac{2}{5}, -\frac{3}{5})$. Данная конструкция снимает проблему экзотических дробных зарядов, которые обычно возникают в рассматриваемом подходе и требуют дополнительных усилий для согласования моделей с наблюдаемой феноменологией.

Интересно отметить, что обсуждаемую модель можно получить и на других базисных векторах с отличной аддитивной группой. Пример, где полностью воспроизводится спектр модели, приведен в [18], там аддитивная группа $(Z_2)^4 \times Z_6 \times Z_{12}$.

Как можно заметить из списка состояний модели, скрытая группа $U(1)_1$ в этой модели оказывается аномальной: Tr $U(1)_1 \neq 0$. Это означает, что на однопетлевом уровне струны существует D-член Файе-Илиополоса, определяемый вакуумным средним дилатона и пропорциональный Tr $U(1)_1$

$$\frac{\mathrm{Tr}\ U(1)_1}{16\pi}\cdot\frac{g^2 M_{Pl}}{192\pi^2}\cdot V|_D.$$

Потенциально этот член может нарушить суперсимметрию на высоком масштабе и дестабилизировать вакуум [19]. Однако если потенциал обладает D-плоским направлением по $U(1)_1$-заряженным полям, которые получают вакуумные средние, нарушающие аномальную группу (и, возможно, некоторые другие группы), то D-член компенсируется, и суперсимметрия восстанавливается. Такие поля должны иметь подходящие заряды по остальным группам, чтобы не привести к нарушению суперсимметрии через соответствующие D-члены.

Обсуждаемые вакуумные средние, нарушающие $U(1)$-аномальную подгруппу, имеют большой масштаб (сравнимый с планковским), поэтому необходимо аккуратно учесть соответствующие вклады в суперпотенциал. Особо чувствительным к этим вкладам является наблюдаемая стабильность протона. Чтобы убедиться, что такие вклады в суперпотенциал не генерируют распад протона, обычно необходимо учитывать неренормируемые вклады в суперпотенциал до 10-го (и выше) порядка. Все это делает точное и с минимальными затратами сил вычисление суперпотенциала моделей немаловажной задачей.

3. Вершинные операторы и амплитуды в теории суперструны

Если на мировой поверхности суперструны выбрать суперконформную калибровку:

$$h^{\alpha\beta} = e^{\varphi}\eta^{\alpha\beta}, \qquad \chi_\alpha = \gamma_\alpha \zeta \tag{8}$$

(здесь $h^{\alpha\beta}$ – двумерная метрика, $\eta^{\alpha\beta}$ – плоская метрика, χ_α – двумерное гравитино), то поля φ и ζ отщепляются из-за суперконформной инвариантности.

Двумерные метрика $h^{\alpha\beta}$ и гравитино χ_α нетривиально преобразуются при репараметризациях и преобразованиях суперсимметрии. Поэтому фиксация калибровки (8) приводит к нетривиальным якобианам этих преобразований, которые можно представить в виде духовых добавок в действие:

$$S_{gh.} \sim \int dz d\bar{z} (b_{zz} \nabla_{\bar{z}} c^z + \beta_z \nabla_{\bar{z}} \gamma + c.c.). \tag{9}$$

Поля c и b [γ и β] антикоммутируют [коммутируют] и имеют конформные размерности (-1) и $(+2)$ [$(-1/2)$ и $(+3/2)$] соответственно.

Вклады антидух-духовых систем с конформными размерностями j, $(1-j)$ в центральный заряд алгебры Вирасоро

$$c = (-)(1 - 3k^2)\,, \tag{10}$$

где $k = 2j - 1$ и знак "минус" соответствует коммутирующим духам.

Тензоры конформной размерности h (первичные поля) при репараметризациях преобразуются стандартным образом:

$$\phi(z) \to (\frac{dz'}{dz})^h \phi(z'). \tag{11}$$

Окончательно имеем следующие вклады в центральный заряд алгебры Вирасоро:

$$c_X = D\,, \qquad c_{bc} = -26\,, \qquad c_\psi = D/2\,, \qquad c_{\beta\gamma} = +11. \tag{12}$$

Это соответствует тому, что конформная аномалия отсутствует в пространстве-времени размерности $D = 26$ для бозонной струны и $D = 10$ для суперструны.

Для рассматриваемых духовых систем определяется аномальный (сохраняющийся на плоской мировой поверхности) ток духового числа:

$$J_z^{bc} = c^z b_{zz}, \qquad J_z^{\beta\gamma} = \beta_z \gamma,$$

где $k = 3$ и 2 соответственно, а $R^{(2)}$ – внутренняя кривизна мировой поверхности, описываемой $h_{\alpha\beta}$. Мы можем описать каждый ток своим бозонным полем, требуя при этом, чтобы все операторные разложения теории оставались неизменными. Например:

$$J_z^{bc} = J_z^\varphi = \partial_z \varphi, \quad T_\varphi = +\frac{1}{2}(\partial_z\varphi\partial_z\varphi + 3\partial_z^2\varphi), \quad \langle\varphi(z_1)\varphi(z_2)\rangle = \ln(z_1 - z_2). \tag{13}$$

Такой тензор энергии-импульса соответствует теории свободного бозонного поля с неправильным знаком кинетического члена и с ненулевым (-3) вакуумным зарядом на бесконечности $\langle 0|e^{+3\varphi}|0\rangle = 1$. В такой теории конформная размерность экспоненциальных операторов определяется формулой $\dim(: e^{\alpha\varphi} :) = 1/2\ \alpha(\alpha-3)$ и допустима идентификация духов с экспонентами:

$$b_{zz} \sim : e^{-\varphi} : \quad \dim = 2, \qquad c^z \sim : e^{\varphi} : \quad \dim = -1. \tag{14}$$

Наконец, можно показать, что экспоненты свободных бозонных полей – антикоммутирующие операторы.

Аналогичная процедура для $\beta - \gamma$ духов (бозонизация бозонов) дает:

$$J_z = -\partial_z c\ , \qquad T_{zz}^{(c)} = -1/2\ (\partial_z c \partial_z c - 2\partial_z^2 c) = -1/2\ (J_z J_z - 2\partial_z J_z). \tag{15}$$

(Не путать бозон c с антикоммутирующим духом c^z.) Конформная размерность экспоненциальных операторов для систем с тензором (15) определяется формулой

$$\dim(e^{\alpha c}) = -1/2\ \alpha(\alpha + k)|_{k=2} = -\frac{\alpha^2}{2} - \alpha. \tag{16}$$

Однако на этом этапе процесс бозонизации еще не завершен, так как:

1) тензор (15) дает вклад в центральный заряд $c_c = 1 \oplus 3k^2|_{k=2} = +13$, а не $+11$ (правильный знак кинетического члена сыграл роль);

2) $\dim(e^{+c}) = -3/2$ и $\dim(e^{-c}) = +1/2$, но $\dim(\beta) = +3/2$ и $\dim(\gamma) = -1/2$ (противоположные знаки);

3) экспоненты являются антикоммутирующими операторами, тогда как духи β, γ коммутируют.

Все эти проблемы решаются введением системы фермионов ξ и η с размерностями 0 и 1 и тензором энергии-импульса

$$T^{(\xi\eta)} = \partial_z \xi \cdot \eta. \tag{17}$$

Эта система имеет центральный заряд -2, таким образом, это в точности то, что мы должны объединить с системой c-полей чтобы получить 11.

Окончательно комбинации

$$\begin{aligned} &\beta \sim \partial_z \xi e^{-c} \sim e^{-c+\chi} \partial_z \chi, \quad \gamma \sim \eta e^{+c} \sim e^{c-\chi}, \\ &\langle \chi(z_1)\chi(z_2) \rangle = -\langle c(z_1)c(z_2) \rangle = \ln(z_1 - z_2) \end{aligned} \tag{18}$$

имеют правильные размерности и правильные операторные произведения.

Заметим, что система с тензором энергии-импульса (15) и $k = 2$ соответствует свободному безмассовому бозонному полю c с вакуумным зарядом $(+2)$ на бесконечности. Таким образом, для такой системы ненулевыми являются только корреляционные функции операторов с полным зарядом (-2).

Проинтегрированный вершинный оператор для состояния с набором квантовых чисел Λ и импульсом K^μ имеет вид

$$V_\Lambda(K) = \int d^2 z \sqrt{h}\ W_\Lambda(z, \bar{z}) e^{i/2\ K \cdot X} e^{i/2\ K \cdot \bar{X}}. \tag{19}$$

Интегрирование необходимо, так как вершина может быть помещена в произвольную точку мировой поверхности. Для репараметризационной инвариантности оператора $V_\Lambda(K)$ необходимо, чтобы оператор $W_\Lambda(z, \bar{z}) e^{i/2\ K \cdot X} e^{i/2\ K \cdot \bar{X}}$ был первичным полем размерности $(1, 1)$.

После фиксации калибровки (8) в струнном действии появляются духовые добавки. Древесной амплитуде соответствует сфера, и N-точечная амплитуда может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} A(\Lambda_1, K_1; \ldots; \Lambda_N, K_N) &= g^{(N-2)} \int DX\ D\psi\ D\phi_{int.}\ Db\ Dc\ D\beta\ D\gamma \\ \exp &- \left[S_{str.}(X_\mu, \psi_\mu, \phi_{int.}) + S_{gh.}(b, c, \beta, \gamma) \right] \cdot \prod_{i=1}^{N} V_{\Lambda_i}(K_i), \end{aligned} \tag{20}$$

где g – тройная константа струнного взаимодействия и поля $\phi_{int.}$ описывают внутренние степени свободы струны, которые могут появиться в некритических размерностях.

Запишем эту амплитуду как амплитуду свободной теории в двумерном плоском пространстве

$$A(\Lambda_1, K_1; \ldots; \Lambda_N, K_N) = g^{(N-2)} \int \prod_{i=1}^{N} d^2 z_i \left\langle \prod_{j=1}^{N} e^{i/2\ \ K_j \cdot X} W_\Lambda(z_j, \bar{z}_j) e^{i/2\ \ K_j \cdot \bar{X}} \right\rangle. \tag{21}$$

После фиксации калибровки (8) остаточной группой симметрии является трехпараметрическая группа дробно-линейных преобразований с комплексными коэффициентами $SL(2,\ C)$

$$z \longrightarrow \frac{az+b}{cz+d}, \tag{22}$$

где $ad - bc = 1$. Поэтому следует разделить (21) на групповой объем SL(2, C). Используя инфинитеземальную форму преобразований SL(2, C) (22) в виде

$$\delta z = \lambda_{-1} + \lambda_0 z + \lambda_1 z^2,$$

мы можем найти якобиан замены переменных от любых трех комплексных z_i к трем комплексным параметрам λ_i:

$$\left| \frac{\partial(z_i, z_j, z_k)}{\partial(\lambda_{-1}, \lambda_0, \lambda_1)} \right|^2 = |z_i - z_j|^2 |z_i - z_k|^2 |z_j - z_k|^2. \tag{23}$$

Теперь мы можем снять интегрирование по групповым параметрам и зафиксировать произвольные значения трех z_i. Стандартным выбором является $z_i \to \infty,\ z_j = 1,\ z_k = 0$.

В суперструнах пространственно-временные бозонные состояния соответствуют NS-сектору с антипериодическими граничными условиями для фермионных полей на мировой поверхности $\psi^\mu(\tau, \sigma + 2\pi) = -\psi^\mu(\tau, \sigma)$; тогда как пространственно-временные фермионные состояния соответствуют R-сектору с периодическими граничными условиями $\psi^\mu(\tau, \sigma + 2\pi) = \psi^\mu(\tau, \sigma)$.

Если сделать замену $z = e^w = \exp(t + i\sigma)$ и провести такое конформное отображение для тензора ψ_μ размерности 1/2, мы получим

$$\psi_\mu(w) \to {\psi'}_\mu(z) = \left(\frac{dz}{dw}\right)^{\frac{1}{2}} \psi_\mu(z(w)) = e^{w/2} \psi_\mu(z(w)) = \sqrt{z} \psi_\mu(z). \tag{24}$$

Таким образом, обойдя один раз вокруг струны $w \to w + 2i\pi$, мы получим фактор $e^{i\pi} = -1$ в правой части (24). Следовательно, периодические (рамоновы) поля являются двузначными полями на z-плоскости. Таким образом, аналитическая функция $\psi^\mu(z)$ имеет точку ветвления типа квадратного корня в z_0 (точка, в которую отображается асимптотическое состояние струны). Вершинные операторы, порождающие рамоновские состояния (так называемые спиновые операторы), должны быть операторами, дающими такую структуру ветвления.

Для того чтобы построить нужный оператор, заменим фермионы на мировой поверхности ψ^μ парами фермионов и бозонизируем их

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\psi^1 \pm i\psi^2) = \psi^{1 \pm i2} \sim e^{\pm i\phi_{12}} \quad \text{и т.д.} \tag{25}$$

Если построить спиновый оператор

$$S_\beta = \prod_{(k,l)=(1,2)}^{(9,10)} e^{\pm i/2\ \phi_{kl}} = e^{i\alpha_\beta \cdot \phi}, \tag{26}$$

то мы получим ветвление для $\psi^\mu(z)$. Здесь индекс β определяет выбор знаков $\pm$ для всех (пяти для D=10) экспонент. Таким образом, имеем $2^5 = 32$ компонент спинового оператора. Но $32 = 16 + \bar{16}$ – размерность спинорного представления группы SO(10). Более того, коэффициенты в экспонентах определяют веса векторов спинорного представления $\alpha_\beta = (\pm 1/2, \pm 1/2, \ldots, \pm 1/2)$, и можно построить генераторы SO(2N) в бозонизированной форме.

Однако оператор $S_\beta(z)$ имеет размерность $|\alpha_\beta|^2/2 = N/8$; в случае суперструн $D = 10$ и мы получаем 5/8; но вершинный оператор должен иметь размерность равную 1.

Проблема решается, если принять во внимание суперконформные духовые степени свободы. Действительно, преобразование суперсимметрии для струнной координаты выглядит как $\delta X^\mu = i\varepsilon\psi^\mu$ и дух γ имеет квантовые числа параметра ε. Таким образом, если рамоновский вершинный оператор создает ветвление для поля ψ^μ, то духи γ, β также должны иметь точку ветвления типа квадратного корня. В результате, мы должны добавить к спиновому оператору S_β спиновое поле для коммутирующих спинорных духов $e^{-1/2\ c(z)}$ с конформной размерностью 3/8 (см. (16)). Таким образом, первым кандидатом на ковариантную фермионную вершину является

$$V^f_{(-1/2)} \sim e^{-1/2\ c(z)} S_\beta(z) e^{iK\cdot X(z)}. \tag{27}$$

Этого, однако, недостаточно для описания фермионного рассеяния, потому как $V^f_{(-1/2)}$ имеет фермионный духовый заряд $-1/2$ и только четырехфермионная амплитуда может сократить духовый фоновый заряд $+2$. Поэтому необходима вторая версия фермионной вершины $V^f_{(+1/2)}$ с положительным духовым зарядом.

Модулярно-инвариантная теория с N=1 пространственно-временной суперсимметрией также содержит скрытую глобальную N=2 суперконформную симметрию мировой поверхности, которая различает три компоненты N=1 супертока T_F^+, T_F^- и T_F^0 с зарядом $\pm 1, 0$ по $U_J(1)$-группе. Сохраняющийся ток $J(z)$ N=2 алгебры мировой поверхности можно представить в виде

$$J(z) \,=\, i\partial_z\,(H_{\chi 12} \,+\, H_{\chi 34} \,+\, H_{\chi 56}\,), \tag{28}$$

где $H_{\chi ij}$ – бозонизированные χ-фермионы.

Общая форма вершинного оператора для бозонной и фермионной компонент кирального суперполя дается следующими выражениями соответственно:

$$V^b_{(-1)}(z) = e^{-c} e^{i\alpha H_{\chi 12}} e^{i\beta H_{\chi 34}} e^{i\gamma H_{\chi 56}} G e^{i\frac{1}{2}KX} e^{i\frac{1}{2}K\bar{X}} \tag{29}$$

и

$$V^f_{\alpha(-1/2)}(z) = e^{-c/2} S_\alpha e^{i(\alpha-1/2)H_{\chi 12}} e^{i(\beta-1/2)H_{\chi 34}} e^{i(\gamma-1/2)H_{\chi 56}} G e^{i\frac{1}{2}KX} e^{i\frac{1}{2}K\bar{X}}, \tag{30}$$

где $\alpha, \beta, \gamma = 0, \pm 1/2, \pm 1$. Конформные поля для левых χ-фермионов (возбуждения базисного вектора $S = b_4$, генерирующего SUSY) записаны явным образом. G содержит оставшиеся левые и правые конформные поля. Конформные размерности экспоненциальных операторов

$$h(e^{qc}) = -1/2q^2 - q, \qquad h(e^{i\alpha H}) = 1/2\ \alpha^2.$$

$U_J(1)$-заряд для бозонных (фермионных) вершинных операторов в канонической $-1(-1/2)$-картине равен $\alpha+\beta+\gamma = 1$, $(\alpha+\beta+\gamma-3/2 = -1/2)$. Это условие и требование правильной конформной размерности $(1;1)$ $(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2 \le 1)$ для вершинного оператора приводит к единственному решению в виде перестановок

$$(1,0,0) \quad (\mathrm{NS}) \quad \text{и} \quad (1/2,1/2,0) \quad (\mathrm{R}). \tag{31}$$

Выписаны α,β,γ–заряды для канонической бозонной вершины. Будем обозначать такие вертексы как $(\mathrm{NS})_\alpha$ и R_γ.

Благодаря пространственно-временной суперсимметрии для восстановления суперпотенциала необходимы N-точечные функции только с двумя фермионными вершинами. Древесная струнная амплитуда

$$A_N = \frac{g^{(N-2)}}{(2\pi)^{(N-3)}}\sqrt{2}\int\prod_{i=1}^{N-3} d^2z_i \langle V^f_{1(-1/2)}V^f_{2(-1/2)}V^b_{3(-1)}V^b_{4(0)}\dots V^b_{N(0)}\rangle. \tag{32}$$

Выбор картин определяется требованием, что полный духовый заряд должен быть $=-2$.

Начиная с 4-й, вершины должны быть записаны в неканонической форме (в картине 0). Формула перехода от одной картины q к другой $q+1$ [20] имеет вид

$$V_{q+1}(z) = \lim_{w\to z} e^c(w)T_F(w)V_q(z). \tag{33}$$

Эффективный (в смысле дальнейшего использования в формуле (32)) вклад в выражение (33) дает только T_F^{-1}, и для комплексного случая можно получить

$$T_F^{-1} = \frac{i}{2\sqrt{2}}\sum_k e^{-iH_k} \qquad \Big[(1-i)e^{iH_{k'}}e^{iH_{\bar{k}'}} + (1+i)e^{iH_{k'}}e^{-iH_{\bar{k}'}} +$$
$$+(1+i)e^{-iH_{k'}}e^{iH_{\bar{k}'}} + (1-i)e^{-iH_{k'}}e^{-iH_{\bar{k}'}}\Big]. \tag{34}$$

Мы считаем, что для комплексных фермионов на мировой поверхности $\hat{\chi}^{(*)}_{n,n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_n \pm i\chi_{n+1}) = e^{\pm iH_{\frac{n+1}{2}}}$, $H_{k'}$ и $H_{\bar{k}'}$ – аналогичные бозонизации для y_n и ω_n. Экспоненты для χ выписываем явно, а для y, (ω) спиновые поля обозначаем Σ. В случае комплексных фермионов $\Sigma^{\pm}_{k'} \equiv e^{\pm\frac{i}{2}H_{k'}}$ (или $\bar{k}'$). В нашей модели комплексные триплеты $(\hat{\chi}_k, \hat{y}_{k'}, \hat{\omega}_{\bar{k}'})$ соответствуют комплексным фермионам с номерами $(2,5,8)$, $(6,3,9)$, $(10,4,7)$ из левой части табл. 1.

Общая формула для T_F^{-1}, применимая и в случае некомплексифицируемых фермионов, имеет вид

$$T_F^{-1} = e^{-iH_{\chi 12}}\tau_{12} + e^{-iH_{\chi 34}}\tau_{34} + e^{-iH_{\chi 56}}\tau_{56}, \qquad \text{где} \qquad \tau_{mn} = \frac{i}{\sqrt{2}}(y_m\omega_m + iy_n\omega_n). \tag{35}$$

Бозонный NS-вертекс в картине 0 имеет вид

$$V^{b(NS)}_{4(0)} = \tau_{m,m+1}e^{i/2\ KX}\bar{G}_R e^{i/2\ K\bar{X}}. \tag{36}$$

Для R-случая необходимо перевести вершину V_R^b из картины (-1) в картину 0. Используя (33)

$$V^b_{R(-1)} = e^{-c} e^{i/2\ H_k} e^{i/2\ H_l} \Sigma^{\pm}_{k'} \Sigma^{\pm}_{l'} e^{i/2\ KX} \bar{G}_R e^{i/2\ K\bar{X}},$$

можно получить

$$V^b_{R(0)} = \frac{i}{2\sqrt{2}} \Big\{ e^{-i/2\ H_k} e^{i/2\ H_l} \Big(\Sigma^{\mp}_{k'} [(1 \pm i) e^{iH_{\bar{k}'}} + (1 \mp i) e^{-iH_{\bar{k}'}}] \Big) \Sigma^{\pm}_{l'} \tag{37}$$
$$+ e^{i/2\ H_k} e^{-i/2\ H_l} \Sigma^{\pm}_{k'} \Big(\Sigma^{\mp}_{l'} [(1 \pm i) e^{iH_{\bar{l}'}} + (1 \mp i) e^{-iH_{\bar{l}'}}] \Big) \Big\} \times e^{i/2\ KX} \bar{G}_R e^{i/2\ K\bar{X}}.$$

Таким образом, R-оператор в картине 0 представляется суперпозицией 4 вертексов.

4. Правила отбора для струнных амплитуд

Рациональный выбор расстановки картин при конструировании неренормируемых операторов и аккуратный контроль за сохранением зарядов левых бозонизированных фермионов позволяют сформулировать ряд полезных наблюдений.

1. Операторы вида $(\mathrm{NS})^n$ зануляются при $n > 3$, т.к. амплитуда (32) пропорциональна $\langle \tau_{m_4,m_4+1}(z_4) \ldots \tau_{m_n,m_n+1}(z_n) \rangle \equiv 0$ (где $m_i = 1, 3, 5$), а операторное произведение τ-полей несингулярно.
2. Операторы вида $\mathrm{R} \times (\mathrm{NS})^k$ запрещены в суперпотенциале. Действительно, если мы запишем два оператора (R и NS) в фермионном виде (30) и просуммируем заряды, то два из трех зарядов окажутся полуцелыми. Однако оставшийся канонический бозонный (NS) вертекс и бозонные (NS) вертексы в нулевой картине имеют целые заряды (см. (29), (31) и (36)), а следовательно, не могут компенсировать полуцелый заряд.
3. Очевидно, амплитуда (32) не зануляется, если сумма по каждому из 3 зарядов точно $= 0$. Поставим на первые две позиции в формуле (32) вертексы R-типа (2 – минимальное число R-вертексов, за исключением случая $(\mathrm{NS})^3$). Тогда все NS-вертексы будут давать целые вклады в суммы зарядов, и мы должны проконтролировать целостность вкладов R-операторов. Тогда мы получаем, что R-операторы должны группироваться в комбинации типа $(\mathrm{R}_\alpha \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma)$ и $(\mathrm{R}_\alpha \cdot \mathrm{R}_\alpha) = \mathrm{R}^2_\alpha$.
4. Если в канонической вершине V^b_{-1} один из зарядов α, β, γ равен нулю, то для вершины V^b_0 в нулевой картине этот заряд также равен нулю, так как единственное нетривиальное операторное произведение для обсуждаемого члена в формуле (33) есть $e^c(w) e^{-c}(z) \sim (w - z) \to 0$.
5. У (NS)-оператора (который изначально в канонической картине имеет один заряд $+1$) после перехода в нулевую картину (36) все заряды равны 0.
6. В силу этих двух фактов, не следует рассматривать расстановки зарядов, где одна из линий (α, β, или γ) состоит только из 1 и 0, с числом нулей > 2. В самом деле, в этом случае мы можем взять два R-оператора (как обсуждалось выше, это их минимальное допустимое число) в канонической фермионной картине $-1/2$, что даст заряд -1 на месте двух нулей. Далее, если имеется третий 0, то соответствующий оператор мы берем в канонической бозонной картине -1, и теперь, поскольку остальные вертексы стоят в картине 0, невозможно скомпенсировать полученный заряд -1 (см. пункт 2). Таким образом, комбинации типа $(\mathrm{R}^2_\alpha)^n \cdot (\mathrm{NS})^k$

запрещены. Единственное исключение – это случай $\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot (\mathrm{NS})_\alpha^k$, который будет рассмотрен ниже (см. пункты 7, 8).

7. По более тонким причинам также исчезают расстановки, содержащие линию из двух 0 и остальных 1. Выбрав, как и в п. 6, картины $-1/2$ для двух операторов с нулями и переведя еще один вершинный оператор (с единицей) в картину -1, мы получим для 3 конформных полей, соответствующих рассматриваемому заряду (α, β, или γ), ненулевой коррелятор. Однако произведение оставшихся $(N-3)$ вертексов в картине 0 будет пропорционально коррелятору $\langle(\tau_{m,m+1})^{(N-3)}\rangle \equiv 0$. Это зануление происходит, т.к. операторное произведение τ-полей всегда несингулярно.
8. На основании п. 6 и 7 можно утверждать, что исчезают амплитуды типа $\mathrm{R}^2 \cdot (\mathrm{NS})^k$ $(k > 1)$. Действительно, чтобы заряды были целыми, по два заряда 1/2 в обоих R-операторах должны быть спарены. Следовательно, третья зарядовая линия состоит из двух 0 и остальных 1 и 0. Таким образом, единственное исключение из п. 6 – это амплитуда 3-го порядка $\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot (\mathrm{NS})_\alpha$.
9. Недопустимы комбинации зарядов, включающие зарядовые линии типа $(\underline{1/2, 1/2, 1}, \ldots 1$ или $0)$. (Или любые перестановки.) Действительно, выбирая расстановку картин $(-1/2, -1/2, -1, 0, \ldots, 0)$, в силу п. 4 и 5, получаем полный заряд, соответствующий данной линии $= +1$, что несовместимо с требованием сохранения заряда. Следовательно, запрещены члены типа $\mathrm{R}_{\alpha/\beta} \cdot \mathrm{R}_{\alpha/\beta} \cdot (\mathrm{NS})_\gamma \cdot \mathrm{R}_\gamma^n \cdot (\mathrm{NS})^k$ (где "/" означает "или"). В частности, члены типа $\mathrm{R}^3 \cdot (\mathrm{NS})^k$ запрещены.

Приведем результаты применения перечисленных правил к операторам составляющим, суперпотенциал в порядке увеличения числа входящих в них суперполей. Будем выписывать разрешенные конфигурации.

3 вершины:

$$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot (\mathrm{NS})_\alpha, \qquad \mathrm{R}_\alpha \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma, \qquad (\mathrm{NS})_\alpha \cdot (\mathrm{NS})_\beta \cdot (\mathrm{NS})_\gamma. \tag{38}$$

4 вершины (см. табл. 4):

$$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2. \tag{39}$$

Отметим, что, например в нашей модели, калибровочной инвариантностью разрешено 50 членов 4-го порядка, а учет правил отбора сокращает их число до 9.

5 вершин:

Мы уже знаем, что операторы вида $(\mathrm{NS})^5$, $\mathrm{R}\times(\mathrm{NS})^4$, $\mathrm{R}^2\times(\mathrm{NS})^3$ и $\mathrm{R}^3\times(\mathrm{NS})^2$ запрещены (см. п. 1, 2, 8 и 9 соответственно). Т.е. выживают только операторы 5-го порядка следующего вида (см. табл. 4):

$$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_\gamma, \qquad (\mathrm{R}_\alpha \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma) \cdot \mathrm{R}_\alpha^2 = \mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma. \tag{40}$$

Существенно, что NS-оператор должен иметь именно указанный тип в силу п. 9, а $(\mathrm{R})^5$-оператор должен включать R-вертексы всех 3 типов $\mathrm{R}_{\alpha,\beta,\gamma}$. В нашей модели число операторов 1-го типа сокращается с 51 (калибровочно-инвариантных) до 43, а операторов 2-го типа не обнаруживается вовсе.

Допустимые операторы высших порядков (6, 7, 8 и 9-го) перечисленны в табл. 5. Также становится очевидным, как построить операторы еще более высших порядков N.

Надо приписать вершины NS-типа к уже имеющимся операторам предыдущего порядка $(N-1)$ не нарушая правил отбора, а также сконструировать новые операторы R^N-типа.

В последней колонке табл. 5 указано число операторов данного типа, обнаруженных в нашей модели. Например, в модели было 532 калибровочно-инвариантных оператора 6-го порядка, 1-го типа (и 51 – 2-го типа). Учет правил отбора сократил их количество до 23 (до 4 для 2-го типа). Аналгично для 7-го порядка количество операторов сокращается с 3533 до 868. Таким образом, при учете правил отбора порожденных симметриями левого сектора гетеротической струны происходит резкое сокращение числа неренормируемых операторов суперпотенциала, подлежащих вычислению и изучению.

Для примера рассмотрим вычисление одного из допустимых членов 4-го порядка

$$\begin{aligned}
&\Psi(1,3,1,1)\times\Phi^H_{(+_1,-_3)}(1,\bar{3},1,1)\times\sigma(-_1,-_4)\times\sigma(+_3,+_4)\sim\\
&\sim e^{-c/2}S_\alpha e^{-i/2\ H_2}\Sigma_3^+\Sigma_4^+\cdot e^{-c/2}S_\beta e^{-i/2\ H_6}\Sigma_5^+\Sigma_7^+\cdot e^{-c}e^{i/2\ H_2}e^{i/2\ H_{10}}\Sigma_4^+\Sigma_5^-\times\\
&\times\Big\{e^{-i/2\ H_6}e^{i/2\ H_{10}}\Sigma_3^+\Sigma_7^+[(1-i)e^{iH_9}+(1+i)e^{-iH_9}]\\
&\underline{+e^{i/2\ H_6}e^{-i/2\ H_{10}}\Sigma_3^-\Sigma_7^-}[(1+i)e^{iH_4}+\underline{(1-i)e^{-iH_4}}]\Big\}.
\end{aligned}\tag{41}$$

Подчеркнутые члены дают ненулевой вклад в коррелятор.

$$A_4=\frac{g^2\sqrt{2}}{2\pi}\int d^2z\ \langle\text{left part}\rangle\ \langle\bar{G}_1\bar{G}_2\bar{G}_3\bar{G}_4\rangle\ \langle\prod_i e^{i/2\ K_iX}e^{i/2\ K_i\bar{X}}\rangle,\tag{42}$$

где

$$\langle\text{left part}\rangle=\frac{1+i}{2\sqrt{2}}\ z_{12}^{-3/4}z_{13}^{-1/2}z_{14}^{-3/4}z_{23}^{-3/4}z_{24}^{-1/2}z_{34}^{-3/4}$$

и для правой части имеем

$$\begin{aligned}
\langle\bar{G}_1\bar{G}_2\bar{G}_3\bar{G}_4\rangle &= \prod_i\langle e^{iW_i^1\cdot J_i}(1)e^{iW_i^2\cdot J_i}(2)e^{iW_i^3\cdot J_i}(3)e^{iW_i^4\cdot J_i}(4)\rangle\\
&= \prod_{k<l}(\bar{z}_{kl})^{\sum_i W_i^k\cdot W_i^l}\prod_i C_i^{1234},
\end{aligned}\tag{43}$$

где C_i^{1234} обеспечивает калибровочную инвариантность.

Из конформной инвариантности имеем ограничение $\frac{1}{2}\sum_i(W_i^l)^2=1\ \forall\ l$, и из калибровочной инвариантности имеем следующее условие: $\sum_l W_i^l=0\ \forall\ i$, где $i=1,\ldots,22$ и $l=1,\ldots,N$. Таким образом, можно получить $\sum_{k<l}\sum_i W_i^kW_i^l=-N$.

Выпишем весовые (зарядовые) W^l-вектора наших вершин для некоторых представителей калибровочных мультиплетов.

	$U(1)^3$			SO(6)			U(5)	U(3)			U(5)	U(3)
W^1	0^3			0^3			$1/4^5$	1/4	1/4	5/4	0^5	0^3
W^2	1/2	0	−1/2	0^3			$-1/8^5$	3/8	3/8	−5/8	$3/8^5$	$-1/8^3$
W^3	−1/2	0	0	−1/2	1/2	1/2	$1/8^5$	$-3/8^3$			$-1/8^5$	$3/8^3$
W^4	0	0	1/2	1/2	−1/2	−1/2	$-1/4^5$	$-1/4^3$			$-1/4^5$	$-1/4^3$

Теперь из формул (42-43) можно получить следующий фактор в амплитуде A_4:

$$|z_{12}|^{-3/2}|z_{13}|^{-1}|z_{14}|^{-3/2}|z_{23}|^{-3/2}|z_{24}|^{-1}|z_{34}|^{-3/2}.$$

Если зафиксировать калибровку: $z_1 = \infty$, $z_2 = z$, $z_3 = 1$, $z_4 = 0$ и принять во внимание мини-детерминант Фаддеева–Попова (23), то получим интеграл

$$I_4 = \int d^2z|z|^{-1}|z-1|^{-3/2} = 8\pi \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1+4k}\left[\frac{(2k-1)!!}{(2k)!!}\right]^2 = \frac{128}{\pi}\Gamma^4(5/4) = 27.50.$$

Остается принять во внимание обезразмеривающий фактор $\left(\frac{2\sqrt{8\pi}}{gM_{Pl}}\right)$.

Приложение

Некоторые операторные произведения

Экспоненты духовых полей

$$e^{qc}(z_1)e^{pc}(z_2) \sim \frac{e^{(p+q)c}(z_2)}{z_{12}^{pq}}.$$

Спиновые поля в 4D

$$S_\alpha(z_1)S_\beta(z_2) \sim \frac{C_{\alpha\beta}}{z_{12}^{1/2}}.$$

Экспоненты свободных бозонов

$$e^{i\alpha H}(z_1)e^{i\beta H}(z_2) \sim \frac{e^{i(\alpha+\beta)H}(z_2)}{z_{12}^{-\alpha\beta}}, \qquad \left\langle \prod_j e^{i\alpha_j H}(z_j)\right\rangle = \prod_{j<k} z_{jk}^{\alpha_j\alpha_k}.$$

Список литературы

[1] M.B.Green, J.H.Schwarz, *Phys. Lett.* 1984. **B149.** 117.

[2] D.J.Gross, J.A.Harvey, E.Martinec, R.Rohm, *Nucl. Phys.* 1985. **B256.** 253.

[3] H.Kawai, D.Lewellen, S.-H.H.Tye, *Phys. Rev. Lett.* 1986. **57.** 1832; *Nucl. Phys.* 1987. **288B** (1987) 1.

[4] I.Antoniadis, C.Bachas, C.Kounnas, *Nucl. Phys.* 1987. **B289.** 87.
I.Antoniadis, C.Bachas, *Nucl. Phys.* 1988. **B298.** 586.

[5] S.Kalara, J.Lopez, D.V.Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1990. **B245.** 421.

[6] M.Dine, N.Seiberg, *Phys. Rev. Lett.* 1986. **57.** 2625.

[7] C.M.Hull, E.Witten, *Phys. Lett.* 1985. **B160.** 398.
T.Banks, L.J.Dixon, D.Friedan, E.Martinec, *Nucl. Phys.* 1988. **B299.** 613.

[8] H.Dreiner, J.L.Lopez, D.V.Nanopoulos, D.Reiss, *Nucl. Phys.* 1989. **B320.** 401.

[9] I.Antoniadis, J.Ellis, J.S.Hagelin, D.V.Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1987. **B194.** 231; 1988. **B208.** 209;
J.Ellis, J.L. Lopez, D.V. Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1990. **B245.** 375;
J.L. Lopez, D.V. Nanopoulos, A. Zichichi, CERN-TH-6934/93. 1993;
I. Antoniadis, G. Leontaris, J. Rizos, *Phys. Lett.* 1990. **B245.** 161;
J.Ellis, G.K.Leontaris, S.Lola, D.V.Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1998. **B425** 86; hep-ph/9711476.

[10] B.C.Allanach, S.F.King, G.K.Leontaris, S.Lola, *Phys. Lett.* 1997. **B407.** 275.

[11] I.Antoniadis, J.Ellis, J.S.Hagelin, D.V.Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1989. **B231.** 65;
J.Lopez, D.Nanopoulos, K.Yuan, *Nucl. Phys.* 1993. **B399.** 654;
A.Faraggi, *Phys. Lett.* 1992. **B274.** 47; 1992. **B278.** 131; 1993. **B302.** 202; 1994. **B326.** 62;
A.Faraggi, D.Nanopoulos, K.Yuan, *Nucl. Phys.* 1990. **B335.** 347.

[12] D.C.Lewellen, *Nucl. Phys.* 1990. **B337.** 61;
S.Chaudhuri, S.Chung, J.D.Lykken, "Fermion Masses from Superstring Models with Adjoint Scalars" in "Yukawa Couplings and the Origins of Mass" Edited by P.Ramond, International Press 1995; hep-ph/9405374;
S.Chaudhuri, G.Hockney, J.Lykken, *Nucl. Phys.* 1996. **B469.** 357;
K.R.Dienes, J.March-Russel, *Nucl. Phys.* 1996. **B479.** 113.

[13] Z.Kakushadze, G.Shiu, S.-H.H.Tye, Y.Vtorov-Karevsky, *Phys. Lett.* 1997. **B408.** 173; *Int.J.Mod.Phys.* 1998. **A13** 2551 and Ref-s therein;
Z.Kakushadze, G.Shiu, S.-H.H.Tye, *Nucl. Phys.* 1997. **B501.** 547.

[14] S.M.Sergeev, G.G.Volkov, preprint DFPD/TH/51. 1992; Physics of Atomic Nuclei, 1994. **57.** 168;
A.A.Maslikov, S.M.Sergeev, G.G.Volkov, *Phys. Lett.* 1994. **B328.** 319; *Phys. Rev.* 1994. **D50.** 7740;
A.A.Maslikov, I.A. Naumov, G.G.Volkov, *Int. J.Mod. Phys.* 1996. **A11.** 1117.

[15] A.A.Maslikov, I.A.Naumov, G.G.Volkov, *Phys. Lett.* 1997. **B409.** 160.

[16] S.Kalara, J.L.Lopez, D.V.Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1991. **B269.** 84;
K.R.Dienes , *Phys. Rep.* 1997. **287.** 447., hep-th/9602045.

[17] V.S.Kaplunovsky, *Nucl. Phys.* 1988. **B307.** 145; Err.: 1992. **B382.** 436;
L.J.Dixon, V.S.Kaplunovsky, J.Lois, *Nucl. Phys.* 1991. **B355.** 649;
V.S.Kaplunovsky, J.Lois, *Nucl. Phys.* 1995. **B444.** 191;
I.Antoniadis, J.Ellis, R.Lacaze, D.V.Nanopoulos, *Phys. Lett.* 1991. **B268.** 188.

[18] H.D.Dahmen, A.A.Maslikov, I.A.Naumov, T.Stroh, G.G.Volkov, "Grand Unified Theories in superstrings in the free world-sheet fermion formulation", 1997. hep-th/9711192.

[19] M.Dine, N.Seiberg, E.Witten, *Nucl. Phys.* 1987. **B289.** 585.

[20] S.Kalara, J.L.Lopez, D.V.Nanopoulos, *Nucl. Phys.* 1991. **B353.** 650.

Рукопись поступила 19 февраля 2004 г.

Таблица 1. **Базис граничных условий для фермионов мировой поверхности**

Вектор	$\psi_{1,2}$	$\chi_i y_j y_k$	$y_i \chi_j \omega_k$	$\omega_i \omega_j \chi_k$	$\varphi_{1,\ldots,6}$	$\Psi_{1,\ldots,8}$	$\Phi_{1,\ldots,8}$
b_1	1	111	111	111	1^6	1^8	1^8
b_2	1	111	000	000	0^6	$1/2^8$	0^8
b_3	1	110	001	000	$0^2 1^4$	0^8	1^8
$b_4 = S$	1	100	010	001	0^6	0^8	0^8
b_5	1	010	000	101	1^6	$1/4^5 -3/4^3$	$-1/4^5\ 3/4^3$
b_6	1	100	001	010	$1^1 0^2 1^3$	1^8	0^8

Таблица 2. **GSO-коэффициенты $\gamma[b_i, b_j]$ (i – номер строки, j – номер столбца)**

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
b_1	0	1	1	1	1	0
b_2	1	1/2	0	0	1/4	1
b_3	1	−1/2	0	0	1/2	0
b_4	1	1	1	1	1	1
b_5	0	1	0	0	−1/2	0
b_6	0	0	0	0	1	1

$$\gamma \left[\begin{array}{c} b_i \\ b_j \end{array} \right] = \frac{1}{i\pi} \ln \mathcal{C} \left[\begin{array}{c} b_i \\ b_j \end{array} \right].$$

<u>Таблица 3.</u> **Квантовые числа безмассовых состояний**

N°,χ	y,ω	b_1,b_2,b_3,b_4,b_5,b_6	SO_{hid}	$U(5)^{\text{I}}$	$U(3)^{\text{I}}$	$U(5)^{\text{II}}$	$U(3)^{\text{II}}$	$\tilde{Y}_5^{\text{I}}$	$\tilde{Y}_3^{\text{I}}$	$\tilde{Y}_5^{\text{II}}$	$\tilde{Y}_3^{\text{II}}$
1	2	NS		5	$\bar{3}$	1	1	–1	–1	0	0
	2			1	1	5	$\bar{3}$	0	0	–1	–1
	6	0 2 0 1 2(6) 0		5	1	5	1	–1	0	–1	0
$\underline{\hat{\Phi}}$	6			1	3	1	3	0	1	0	1
	10			5	1	1	3	–1	0	0	1
	10			1	3	5	1	0	1	–1	0
2	$+_3+_4$	0 1 0 0 0 0		1	3	1	1	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
	$+_3+_4$			$\bar{5}$	3	1	1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
	$+_3+_4$			10	1	1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	0
$\underline{\hat{\Psi}}$	$-_3-_4$	0 3 0 0 0 0		1	1	1	1	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	0
6,10	$-_3-_4$			$\bar{5}$	1	1	1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	0
	$-_3-_4$			10	3	1	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0
3	$+_7\mp_8$	0 0 1 1 3 0	$-_1\ \pm_2$	1	1	1	3	0	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
	$+_7\mp_8$	0 0 1 1 7 0	$-_1\ \pm_2$	1	$\bar{3}$	1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$
$\underline{\hat{\Psi}}^{\text{H}}$	$-_7\mp_8$	0 2 1 1 3 0	$+_1\ \pm_2$	1	$\bar{3}$	1	3	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
2,10	$-_7\mp_8$	0 2 1 1 7 0	$+_1\ \pm_2$	1	1	1	1	0	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$
4	$\mp_5\mp_7$	1 1 1 0 1 1	$\mp_1\ \pm_3$	1	1	1	$\bar{3}$	0	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
	$\mp_5\mp_7$	1 1 1 0 5 1	$\mp_1\ \pm_3$	1	$\bar{3}$	1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$
$\underline{\hat{\Phi}}^{\text{H}}$	$\mp_5\pm_7$	1 3 1 0 1 1	$\pm_1\ \pm_3$	1	$\bar{3}$	1	$\bar{3}$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
2,10	$\mp_5\pm_7$	1 3 1 0 5 1	$\pm_1\ \pm_3$	1	1	1	1	0	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$
5	$\mp_4+_9$	0 1(3) 1 0 2(6) 1	$-_1\ \pm_3$	1	$3(\bar{3})$	1	1	$\pm\frac{5}{4}$	$\pm\frac{1}{4}$	$\pm\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$
	$\mp_4-_9$		$+_1\ \pm_3$	$5(\bar{5})$	1	1	1	$\pm\frac{1}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$	$\pm\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$
$\underline{\hat{\phi}}$	$\pm_4-_9$	0 1(3) 1 0 4 1	$-_1\ \pm_3$	1	1	1	$3(\bar{3})$	$\pm\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$	$\pm\frac{5}{4}$	$\pm\frac{1}{4}$
6,10	$\pm_4+_9$		$+_1\ \pm_3$	1	1	$5(\bar{5})$	1	$\pm\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$	$\pm\frac{1}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$
2,10	$+_4\pm_5$	1 2 0 0 3(5) 1	$\pm_1\ -_4$	1	1	1	1	$\pm\frac{5}{4}$	$\pm\frac{3}{4}$	$\mp\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$
$\underline{\hat{\sigma}}$2,6	$+_3\mp_5$	1 1(3) 0 1 5(3) 1	$+_1\ \mp_4$	1	1	1	1	$\pm\frac{5}{4}$	$\pm\frac{3}{4}$	$\pm\frac{5}{4}$	$\pm\frac{3}{4}$
6,10	$+_7\pm_3$	0 0 1 0 2(6) 0	$\mp_3\ +_4$	1	1	1	1	$\pm\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$	$\pm\frac{5}{4}$	$\mp\frac{3}{4}$

Таблица 4. **Допустимые зарядовые комбинации в членах 4- и 5-го порядков**

	$(\mathrm{R})^4$				$(\mathrm{R})^4 \times (\mathrm{NS})$					$(\mathrm{R})^5$				
α	0	1/2	1/2	0	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1/2	1/2	0
β	1/2	0	0	1/2	1/2	1/2	0	0	0	1/2	1/2	1/2	0	1/2
γ	1/2	1/2	1/2	1/2	0	0	1/2	1/2	0	0	0	0	1/2	1/2

Таблица 5. **Допустимые операторы 6-, 7-, 8-, 9-го порядков**

6	$\mathrm{R}^4 \times (\mathrm{NS})^2$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_\gamma^2$	23
	$\mathrm{R}^5 \times (\mathrm{NS})$	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	4
	R^6	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot \mathrm{R}_\gamma^2$	3
		$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^2$	26
7	$\mathrm{R}^4 \times (\mathrm{NS})^3$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_\gamma^3$	91
	$\mathrm{R}^5 \times (\mathrm{NS})^2$	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	100
	$\mathrm{R}^6 \times (\mathrm{NS})$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot \mathrm{R}_\gamma^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	38
		$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	489
	R^7	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta^3 \cdot \mathrm{R}_\gamma$	30
		$\mathrm{R}_\alpha^5 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma$	120
8	$\mathrm{R}^4 \times (\mathrm{NS})^4$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_\gamma^4$	37
	$\mathrm{R}^5 \times (\mathrm{NS})^3$	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	24
	$\mathrm{R}^6 \times (\mathrm{NS})^2$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot \mathrm{R}_\gamma^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	114
		$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	738
	$\mathrm{R}^7 \times (\mathrm{NS})$	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta^3 \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	168
		$\mathrm{R}_\alpha^5 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	46
	R^8	$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot \mathrm{R}_\gamma^2$	104
		$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^4$	623
		$\mathrm{R}_\alpha^6 \cdot \mathrm{R}_\beta^2$	397
9	$\mathrm{R}^4 \times (\mathrm{NS})^5$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_\gamma^5$	139
	$\mathrm{R}^5 \times (\mathrm{NS})^4$	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	443
	$\mathrm{R}^6 \times (\mathrm{NS})^3$	$\mathrm{R}_\alpha^2 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot \mathrm{R}_\gamma^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	414
		$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	3596
	$\mathrm{R}^7 \times (\mathrm{NS})$	$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta^3 \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	748
		$\mathrm{R}_\alpha^5 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma} \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	590
	$\mathrm{R}^8 \times (\mathrm{NS})$	$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot \mathrm{R}_\gamma^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	459
		$\mathrm{R}_\alpha^4 \cdot \mathrm{R}_\beta^4 \cdot (\mathrm{NS})_{\alpha/\beta/\gamma}$	1305
		$\mathrm{R}_\alpha^6 \cdot \mathrm{R}_\beta^2 \cdot (\mathrm{NS})_{\beta/\gamma}$	2105
	R^9	$\mathrm{R}_\alpha^7 \cdot \mathrm{R}_\beta \cdot \mathrm{R}_\gamma$	15
		$\mathrm{R}_\alpha^5 \cdot \mathrm{R}_\beta^3 \cdot \mathrm{R}_\gamma$	216
		$\mathrm{R}_\alpha^3 \cdot \mathrm{R}_\beta^3 \cdot \mathrm{R}_\gamma^3$	9

Г.Г. Волков, А.А. Масликов
Симметрии 4D-гетеротической суперструны и вычисление неренормируемых членов эффективного лагранжиана.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы LaTeX.
Редактор Л.Ф. Васильева.

Подписано к печати 25.02.04 Формат $60 \times 84/8$.
Офсетная печать. Печ.л. 2,375. Уч.-изд.л. 1,9. Тираж 130. Заказ 245.
Индекс 3649.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

П Р Е П Р И Н Т 2004-11, И Ф В Э, 2004