



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2004–22
ОУ У–70

С.В. Иванов, О.П. Лебедев

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ
СТОХАСТИЧЕСКОГО МЕДЛЕННОГО ВЫВОДА
ПУЧКА ИЗ СИНХРОТРОНА У–70**

Протвино 2004

Аннотация

Иванов С.В., Лебедев О.П. Исследование возможности стохастического медленного вывода пучка из синхротрона У–70: Препринт ИФВЭ 2004–22. — Протвино, 2004. — 22 с., 13 рис., 3 табл., библиогр.: 9.

Излагаются результаты изучения возможности создания системы стохастического медленного вывода пучка из протонного синхротрона У–70. В качестве продольного толкателя предполагается использовать уже имеющуюся ВЧ-систему частоты 200 МГц. Она будет возбуждаться суммой детерминированного несущего ВЧ-колебания и аддитивного шумового амплитудно-модулированного сигнала — квадратурного или синфазного, либо обоих сразу. Чтобы удовлетворить техническим ограничениям, имеющимся в У–70, в схеме продольной шумовой диффузии, наводящей протоны на поперечный выводной резонанс 3-го порядка, предусмотрено применение ряда новых решений. Ожидается, что с помощью рассматриваемой системы удастся получить импульсы вывода, длящиеся несколько секунд и обладающие хорошим качеством.

Abstract

Ivanov S.V., Lebedev O.P. A Feasibility Study for Stochastic Slow Extraction of Beam from U70 Synchrotron: IHEP Preprint 2004–22. — Protvino, 2004. — p. 22, figs. 13, tables 3, refs.: 9.

Outcomes of a study for a stochastic slow extraction system in the U70 proton synchrotron are reported. The existing 200 MHz spill cavity is to be employed as a longitudinal kicker, driven by a sum of a non-random RF carrier plus an additive random amplitude-modulated signal — either quadrature or in-phase, or both concurrently. A few novel solutions to be implemented in the longitudinal diffusion technique that forces protons into the 3-rd order transverse extraction resonance are foreseen so as to comply with the technical constraints inherent in U70. Getting a-few-seconds-long and high-quality spills is assessed as being viable with the system in question.

Статья является физическим обоснованием схемы стохастического (шумового) медленного вывода пучка из ускорителя У–70. Реализация этого предложения позволит:

1. Увеличить длительность медленного вывода пучка.
2. Заметно улучшить его временную структуру.

В результате расширятся возможности использования пучка У–70 для экспериментальных исследований. Останется возможность применения и всех уже имеющихся систем вывода пучка.

Разработка и ввод в строй системы шумового вывода не потребует больших материальных затрат. В основном будет использоваться уже существующее мощное оборудование ускорителя. Эксплуатационные режимы систем питания кольцевого электромагнита и систем коррекции магнитного поля будут значительно облегчены — их источники питания переводятся в режим стабилизации токов. Главную часть усилий потребуется направить на модернизацию окончательных каскадов усиления в ускоряющей системе 200 МГц, на разработку и обновление систем электроники низкого уровня мощности.

1. История вопроса и состояние дел

Идея стохастического (шумового) медленного вывода пучка из протонного синхротрона предложена в [1]. Экспериментальная проверка принципа успешно проведена на синхротроне CERN PS [2]. Продемонстрирован вывод с длительностью 9 секунд (энергия протонов 24 ГэВ). При этом наблюдалась заметно улучшенная временная структура выведенного пучка. Полученный опыт позволил осуществить очень медленный вывод антипротонов из накопительного кольца LEAR [3], где длительность вывода доведена до 1–2 часов и более.

Схема (продольного) шумового наведения пучка на (поперечный) выводной резонанс имеет свои **преимущества**. Они понятны со времени публикации работ [1], [2].

Во-первых, изменяется сам физический принцип дозирования выведенного потока. Более нет взаимного перемещения (по импульсу) пучка в целом и выводного резонанса. Поэтому граница полосы резонанса перестает играть роль грубого скрепера, срезающего пучок в соответствии с предписанным законом наведения. Взамен формируются контролируемые извне диффузионные потоки частиц, направленные от ядра пучка к стационарному резонансу. Одновременно появляется возможность управления еще и видом функции распределения пучка по импульсу. Поэтому, уменьшив плотность частиц в окрестности резонанса (и соответственно увеличив скорость диффузии), удастся снизить пульсации выводного потока, вызываемые нестабильностью взаимного положения пучка и резонанса.

Во-вторых, требуется обеспечить стационарность токов возбуждения всех элементов магнитной оптики (ведущее поле, квадрупольные цепи, цепи возбуждения резонансной гармонике и коррекции магнитного поля). Стабилизацию мощного источника питания гораздо легче осуществить технически, чем решить проблему медленного и точного изменения его выходного тока по заданному закону.

В-третьих, только шумовое наведение позволяет получить длительность вывода масштаба десятка секунд и более при разумных требованиях к пульсациям токов источников питания магнитной оптики.

В работах [2], [3] обсуждается техническая реализация классического варианта схемы шумового вывода, в котором:

1. Пучок является однородным вдоль азимута кольцевого ускорителя. Его фазовые траектории на плоскости (азимут, импульс) имеют простейший вид — это прямые, параллельные оси абсцисс. Есть однозначное соответствие между частотой внешней шумовой раскачки, с одной стороны, и гармоникой частоты обращения, импульсом и бетатронной частотой частицы, возбуждаемой резонансным образом, — с другой.
2. Управление процессом шумовой диффузии осуществляется путем изменения граничной частоты спектральной плотности мощности шума. Она постепенно надвигается на пучок.
3. Локальное увеличение скорости диффузии вблизи выводного резонанса достигается с помощью дополнительного источника шума, имеющего выраженный резонансный спектр (так называемый *chimney* [3], “труба, дымоход”).

2. Специфика ускорителя У–70

По техническим причинам максимальная длительность верхнего плато магнитного поля в У–70 пока не может превышать 2–3–4 секунд (энергия 70–60–50 ГэВ соответственно). Поэтому шумовой вывод реализуется на пределе возможности метода. Это накладывает свой отпечаток на выбор технических решений.

Штатная ускоряющая система частоты 6 МГц могла бы осуществить быстрые (в том числе и шумовые) манипуляции с пучком. Однако тогда неизбежно появление структуры 6 МГц при выводе, что неприемлемо для потребителей пучка. Этот путь закрыт.

Остается использовать в качестве продольного толкателя имеющуюся станцию перегруппировки пучка на частоту 200 МГц. Тогда приходится учитывать следующие обстоятельства:

1. При доступных амплитудах напряжения частоты 200 МГц возможности воздействия на пучок ограничены. Для сокращения времени диффузии пучок и выводной резонанс должны быть размещены как можно ближе друг к другу на продольной фазовой плоскости.
2. По техническим причинам невозможна генерация шумового напряжения при полностью подавленном детерминированном (неслучайном) несущем колебании частоты 200 МГц. Проще реализовать режим, в котором при постоянной амплитуде напряжения $V_{RF} = 400–500$ кВ добавление случайного сигнала приводит к редким и быстрым выбросам, не превышающим (peak-to-peak) $\delta\varphi_{RF} = \pm 1$ рад по фазе и $\delta V_{RF}/V_{RF} = \pm 1$ по амплитуде. При этом средняя потребляемая мощность ВЧ-питания увеличивается примерно на 10%.
3. Ограниченная полоса пропускания резонаторов позволяет работать только с относительно низкочастотными (фазовыми и/или амплитудными) модулирующими случайными сигналами в полосе от 0 до ± 10 кГц. Полный некогерентный разброс по частотам пучка в окрестности 990-й гармоники частоты обращения (200 МГц) достигает 4–6 кГц. Поэтому частотный портрет пучка должен находиться рядом с линией 200 МГц, а на продольной фазовой плоскости пучок вынужден оказаться вблизи сепаратрис 200 МГц.

По этим причинам предлагаемая здесь схема шумового вывода пучка из У–70 заметно уходит от классического варианта [1]–[3]. Главное отличие состоит в том, что диффузия по импульсам проходит в области сильно нелинейного продольного движения в непосредственной

близости от сепаратрис ускоряющего поля. Выводимый пучок уже не однороден по азимуту, но еще не сгруппирован. Прочие отличительные особенности метода обсуждаются по ходу изложения.

В основе предложения лежит цикл работ по проблемам продольной шумовой диффузии. Методика расчета коэффициента диффузии внутри и вне сепаратрис изложена в [4], [5]. Там же представлена программа численного решения краевой задачи для уравнения диффузии методом конечных элементов. Достоверность получаемых численных решений подтверждена с помощью методов макрочастиц и Монте-Карло [6]. Проведена экспериментальная проверка результатов расчетов при шумовой раскачке сгустков на плато ввода в У-70 [7]. Накоплен практический опыт работы с источниками белого шума и цепями формирования спектра шума. В части продольной шумовой диффузии (расчеты и эксперимент) предложение обосновано достаточно надежно.

3. Принципиальное описание схемы вывода

Пусть p – импульс частицы; p_0 – импульс на центральной орбите; $\omega(p)$ – угловая скорость частицы с импульсом p ; $\omega_0 = \omega(p_0)$ – частота обращения равновесной частицы; A_x – амплитуда горизонтальных бетатронных колебаний, Q_x – их частота. Пусть равновесные частицы пустых сепаратрис обращаются по центральной орбите.

Принципиальная схема шумового вывода из У-70 представлена на рис. 1. Цифровые обозначения к нему объяснены в табл. 1. Концентрические кривые являются линиями уровня функции распределения пучка на плоскости $(A_x, (p-p_0)/p_0)$; σ_x обозначает среднеквадратичную амплитуду горизонтальных бетатронных колебаний. Для вывода используется поперечный резонанс $3Q_x = 29$ [8].

Выводной резонанс 1–4 всегда размещается выше центральной орбиты 5. Перед началом вывода пучок подводится снизу к линии 7, не пересекая ее. Тем самым остается некоторый запас по отношению к нижней ветви 6 сепаратрисы. Сама стационарная сепаратриса разбивает плоскость $(A_x, (p-p_0)/p_0)$ на две непересекающиеся полуплоскости. Частицы исходного пучка движутся по нижним (незамкнутым) фазовым траекториям и не имеют возможности перейти в верхнюю полуплоскость $(A_x, (p-p_0)/p_0)$. Это исключает возможность преждевременного начала вывода из-за неконтролируемых пульсаций взаимного положения центра пучка 8 и резонанса 3 еще до запуска процесса шумовой раскочки.

Рабочая полуширина выводного резонанса 3–4 полностью размещается в верхней половине сепаратрисы 2–5. Изменение расстояния 2–3 регулирует меру возможного выхода частиц в нерабочую полуширину резонанса. В ней $Q_x < 29/3$, и фазовые соотношения между резонансной гармоникой секступольного поля и электростатическим дефлектором не оптимальны. Там частицы могут быть потеряны, но отнюдь не направлены на трассу вывода.

Процесс шумового наведения не влияет на распределение частиц по A_x . Диффузионные потоки направлены строго вверх на плоскости $(A_x, (p-p_0)/p_0)$, рис. 1. Имеются три зоны с различными механизмами транспорта частиц:

1. На участке 7–9 идет медленная диффузия. Попутно она формирует (сглаживает и унифицирует) импульсный профиль ядра пучка.
2. В буферном слое 6–7 скорость диффузии резко увеличена. Соответственно плотность распределения частиц по импульсу невелика. Это уменьшает пульсации вывода из-за возможной нестабильности взаимного положения центра ядра пучка 8 и резонанса 3.
3. После пересечения границы 6 частицы очень быстро, менее чем за один период продольных колебаний, попадают в верхнюю полуплоскость $(A_x, (p-p_0)/p_0)$. Там они оказываются в зоне действия резонанса 1–4 и выводятся из ускорителя.

При неблагоприятном стечении обстоятельств циклическое продольное движение в слое 2–6 позволяет повторить прохождение через резонанс в каждом периоде синхротронных

колебаний. Внутренняя область сепаратрисы (как и ее ближний верхний слой) становится ловушкой для частиц, задерживающей их в зоне действия выводного резонанса. Попутно задействованы два механизма перемешивания частиц перед выводом, способствующие уменьшению его пульсаций, — случайная величина начальной фазы синхротронного движения, при которой пересекается нижняя ветвь b сепаратрисы, и естественный разброс по частотам нелинейных синхротронных колебаний.

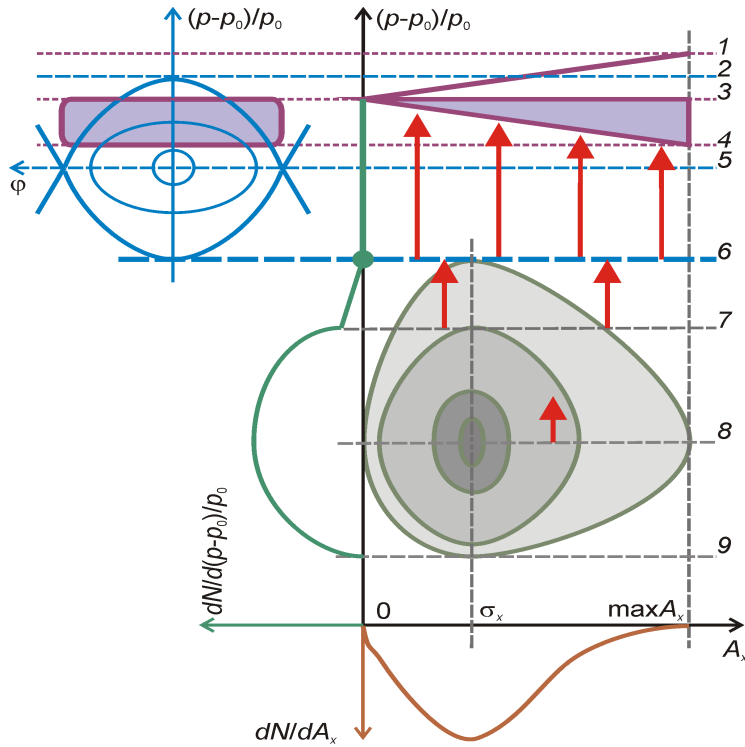


Рис. 1. Диаграмма Стейнбаха для режима стохастического медленного вывода пучка из У-70.

Таблица 1. Легенда к рис. 1 и 2.

Номер	Пояснение
3	Центр резонанса $3Q_x = 29$. Вывод частиц с $A_x = 0$.
1, 4	Вывод частиц с $\max A_x$.
1-3, 3-4	Две полуширины резонанса.
3-4	Рабочая полуширина резонанса с $Q_x > 29/3$.
5	Импульс равновесной частицы сепаратрисы 200 МГц. Центральная орбита.
2-6	Импульсный размер сепаратрисы 200 МГц.
8	Центр пучка.
7-9	Ядро пучка. Медленный диффузионный транспорт.
7-6	Буферный слой (гало пучка). Быстрый диффузионный транспорт. Малая плотность.
6-3 (4)	Очень быстрый транспорт за счет синхротронных колебаний.
6	Поглощающая стенка для краевой задачи диффузии по импульсу.

Характерный масштаб времени диффузионного транспорта в слоях 7–9 и 6–7 сравним с длительностью самого вывода (секунды, доли секунд). Синхротронное движение в слое 2–6 и собственно вывод частицы в полосе 2–4 проходят со временами порядка 1–5 миллисекунд [8]. Столь большая разница временных масштабов позволяет рассматривать линию 6 как поглощающую стенку для краевой задачи диффузии. Важно, что положение этой стенки не зависит от A_x . Одно решение уравнения диффузии будет представлять все бетатронные амплитуды в пучке. Упрощается не только расчет характеристик шумового наведения, но сам процесс управления потоком частиц на вывод. Этот поток перестает зависеть от вида функции распределения частиц по A_x .

В некотором смысле обсуждаемое предложение заимствует лучшие стороны других известных схем вывода.

С одной стороны, оно напоминает схему вывода пучка, сгруппированного на частоте 200 МГц. Разница в том, что здесь взаимное положение центра сгустка и резонанса стационарно. Малонаселенные сгустки с фазовой протяженностью 2π регенерируются за счет постоянной подпитки частицами, диффундирующими извне сквозь сепаратрису.

С другой стороны, с точки зрения взаимного расположения и относительных размеров сепаратрисы, пучка и ширины резонанса, схема рис. 1 напоминает начало вывода пучка с применением метода продавливания частиц через узлы сепаратрис с использованием спада (наклона) ведущего магнитного поля. Эта схема вывода из $Y-70$ используется в настоящее время. Впрочем, сразу обнаруживаются и отличия:

1. Возможность повторного и многократного прохождения частиц через резонанс.
2. Более полное использование части продольной фазовой плоскости, сильно возмущенной ускоряющим полем 200 МГц. Теперь в целях вывода задействована еще и область внутри сепаратрис. Движение частиц вдоль замкнутых и (возмущенных) незамкнутых фазовых траекторий, как и в методе продавливания, увеличивает локальную скорость вхождения в резонанс.
3. И, главное, более нет нужды применять при выводе инерционную систему питания кольцевого электромагнита. Эта система и цепи квадрупольной коррекции просто переводятся в режим стабилизации поля и его градиента.

4. Детали предложения

Для пояснения ряда существенных деталей схемы вывода приведем результаты расчетов продольной динамики пучка.

4.1 Фазовая плоскость

Рассмотрим режим накопления пучка на плато магнитного поля. Пусть V_{RF} – амплитуда ускоряющего напряжения кратности $q = 990$; $\varphi = q(\omega(p) - \omega_0)t$ – фаза частицы в поле гармоники q ; $\xi = -d\varphi/dt$ – обобщенный импульс; t – время. Использование знака “минус” в определении переменной ξ делает ее знак совпадающим с $(p - p_0)/p_0$ за критической энергией (вывод пучка из $Y-70$). Пара переменных (φ, ξ) образует продольную фазовую плоскость.

Совместим начало отсчета $\varphi = 0$ с равновесной частицей. Обозначим Ω_0 циклическую частоту малых продольных колебаний. Импульсный размер сепаратрисы равен $\pm 2\Omega_0$, а ее узлы располагаются в точках $\varphi = \pm\pi$. Далее картина повторяется периодически по фазе φ .

При количественном описании процесса диффузии проводится усреднение по фазе ψ продольного движения. Независимой переменной является продольное действие $J \geq 0$. Эта переменная пропорциональна площади, ограниченной фазовой траекторией на плоскости (φ, ξ) . Естественной единицей измерения переменной J является величина действия на сепаратрисе, обозначенная J_S . Она равна

$$J_S = 8\Omega_0/\pi. \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt}(t) = Q(J_s, t), \quad (5)$$

$$Q(J, t) = -D(J) \frac{\partial f(J, t)}{\partial J}, \quad (6)$$

где $Q(J_s, t)$ есть диффузионный поток частиц через сепаратрису. Он направлен в сторону уменьшения координаты J . Поэтому величина $Q(J_s, t) < 0$. Поток частиц на вывод обозначен $\Phi(t) = -Q(J_s, t) > 0$.

Спектральные плотности мощности шума $P(\Omega)$ рассматриваются как двусторонние функции, определенные для положительных и отрицательных частот Ω . Это четные вещественные функции частоты. Единицей измерения $P(\Omega)$ является $1^2/\Gamma\text{ц}$. Здесь под 1 следует понимать радиан для фазового (квадратурного) шума или единицы относительного изменения амплитуды для амплитудного (синфазного) шума. Дисперсия случайного напряжения $u(t)$ с нулевым математическим ожиданием вычисляется по формуле

$$\sigma_u^2 / V_{RF}^2 = 2 \int_0^{\infty} P(\Omega) d\Omega / 2\pi. \quad (7)$$

Далее “спектральная плотность мощности шума” для краткости часто называется просто “спектром шума”.

Пиковые отклонения случайного сигнала $u(t)$ обычно находятся в диапазоне $\pm(3-4)\sigma_u$. Аппаратные ограничения на допустимый размах в реализациях шума устанавливают предел возможностей метода шумовой раскочки при коротких временах вывода.

Средняя потребляемая мощность ВЧ-питания возрастает $\propto (V_{RF}^2 + \sigma_u^2)$. Это увеличение составляет всего 10% при условии $V_{RF} = (3-4)\sigma_u$, соответствующем случайной модуляции (реак-to-reak) $\delta\phi_{RF} = \pm 40-50^\circ$ по фазе и $\delta V_{RF}/V_{RF} = \pm 1$ по амплитуде.

В практических расчетах используется нормализованное уравнение диффузии. Для его записи применены безразмерные величины:

координата	$J/J_s,$
частота	$\Omega/\Omega_0,$
спектр шума	$P/P_0, \quad \max(P/P_0)$ порядка 1,
диффузионное время	$t_1 = t \cdot \Omega_0^2 \cdot P_0.$

(8)

В соответствии с этим выбором нормализуется и коэффициент $D(J)$. В таком именно виде он приводится далее на графиках.

5. Пример решения

Некоторые особенности предлагаемого метода проще всего объяснить на основе конкретного примера решения уравнения диффузии.

Кривая 1 на рис. 3 показывает предполагаемый спектр шума. Технически он может быть получен после фильтрации белого шума через фильтр нижних частот (ФНЧ) Баттерворта порядка $n = 6$. Такой фильтр легко создать на основе каскадного соединения 3 активных RC фильтров 2-го порядка. Кривая 1 на рис. 4 показывает соответствующий коэффициент диффузии для варианта фазовой раскочки. Частота среза $P(\Omega)$ выбрана так, чтобы основание $D(J)$ не выходило за наружную границу профиля пучка (кривая 3 на рис. 4) при $t = 0$.

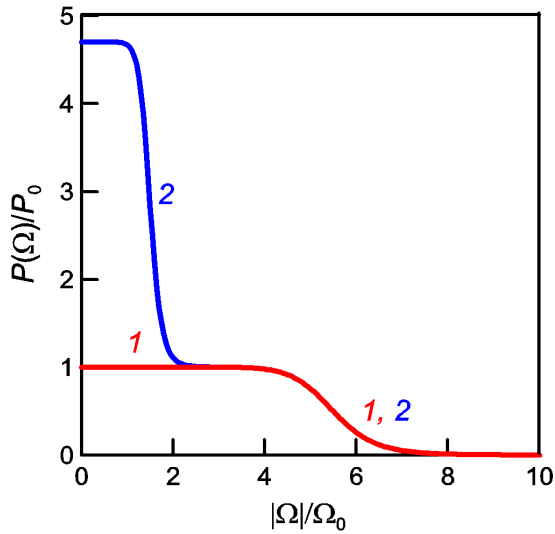


Рис. 3. Спектр шума.

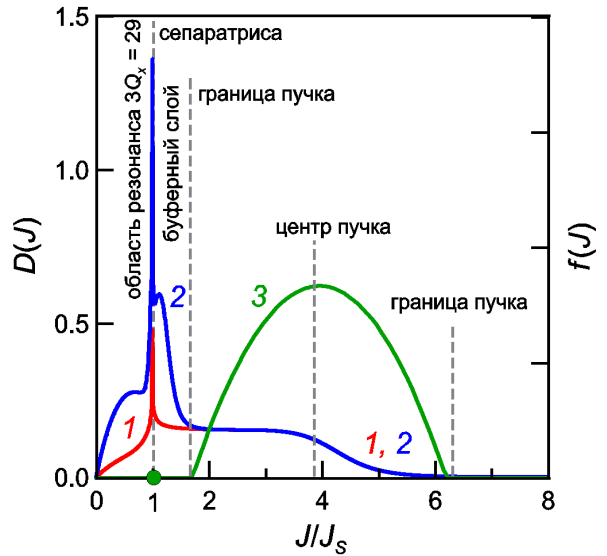


Рис. 4. Коэффициент диффузии и начальный профиль пучка.

Использование ФНЧ типа Баттерворта для формирования спектра шума привлекательно тем, что в этом случае очень просто установить дисперсию случайного сигнала. Действительно, интегрирование в (7) приводит к

$$\sigma_u^2/V_{RF}^2 = 2f_{1/2}P_0 \cdot \frac{\pi/2n}{\sin(\pi/2n)}, \quad (9)$$

где n – порядок фильтра; $f_{1/2}$ – частота среза по уровню -3 дБ (не круговая).

Коэффициент диффузии имеет интегрируемую особенность на сепаратрисе. Она объясняется особой ролью высших гармоник частоты продольных колебаний в составе $D(J)$. Таким образом, даже в отсутствие дополнительного источника шума (типа “chimney” из [3]) мы сразу же получаем локальное увеличение коэффициента диффузии вблизи поглощающей стенки (фактически — вблизи резонанса вывода). Сказывается сильная естественная нелинейность продольного движения вблизи $J/J_S = 1$.

В пике $D(J)$ для $J/J_S = 1$ аккумулируются вклады всех шумов с частотами среза спектра $|\Omega| \ll \Omega_0$, хотя их влияние на глобальное поведение $D(J)$ может оказаться и незаметным. Это означает, что в рассматриваемой схеме вывода неустранимое возрастание шумов по мере приближения к дискретной линии несущего колебания играет скорее полезную роль. Эти шумы увеличивают локальную скорость наведения на поглощающую стенку (резонанс вывода).

Ширина пика $D(J)$ в точке $J/J_S = 1$ не очень велика. Для подъема коэффициента диффузии во всем буферном слое (см. рис. 4) может потребоваться модификация спектра шума. Пример такой модификации показан функцией 2 на рис. 3. Для определенности, площади под кривыми 1 и 2 относятся как 1 к 2. Поэтому дисперсия случайного сигнала теперь удвоилась, см. (7). Изменившийся коэффициент диффузии показан кривой 2 на рис. 4. Скорость диффузии в буферном слое увеличилась в 2–3 раза. Во столько же раз должен уменьшиться размах пульсаций вывода.

Диффузия частиц для $J/J_S < 1$ вызывается тем же источником шума, что и в области $J/J_S \geq 1$. Этот эффект полезен тем, что частицы, оказавшиеся внутри сепаратрис, быстро уводятся из окрестности узловых точек, где они могли бы задержаться, не дойдя до резонанса. Напомним, что частота нелинейных продольных колебаний $\Omega_s(J) = 0$ для $J/J_S = 1$. Однако уже для $J/J_S < 0.95$ частота $\Omega_s(J) > 0.5\Omega_0$.

Выбор типа шума (фазового или амплитудного) для вывода не принципиален. При одинаковых спектрах $P(\Omega)$ оба они оказывают очень похожее воздействие на незахваченный пучок, движущийся при $J/J_s \geq 1$. Можно разделить каналы управления. Например, использовать фазовый шум (спектр 1 на рис. 3) в целях контроля над постоянной частью выводного потока, а амплитудный шум (спектр 2 за вычетом 1 на рис. 3) для подавления пульсаций вывода.

Результаты решения уравнения диффузии для фазового шума со спектром 1 (рис. 3) показаны рис. 5. Интервал изменения безразмерного времени диффузии t_1 (8) составляет 0–250.

Шумовая раскачка не в состоянии создать только однонаправленные потоки. Часть пучка стремится уйти в сторону от центральной орбиты, взаимодействуя с хвостом $D(J)$. Доля убегающих частиц уменьшается при выборе более крутого спада $P(\Omega)$ вблизи верхней граничной частоты спектра шума (рис. 3). Однако технически такой выбор может оказаться и неоправданным.

Форма профиля пучка $f(J, t)$ со временем почти перестает изменяться. В основном убывает площадь под кривой $f(J, t)$. При $t_1 > 25-50$ решения $f(J, t)$ крайне слабо зависят от начального профиля $f(J, t = 0)$. Шум стирает память о предыстории пучка.

На рис. 6 показана эволюция интенсивности $N(t)$ циркулирующего пучка и выводного потока $\Phi(t)$, соответствующая решениям рис. 5. Рис. 7 показывает начало процесса наведения. Площадь под кривой 2 в пределах $t_1 = 0, \infty$ равна 1.

6. Управление постоянной составляющей выводного потока

В классическом варианте схемы шумового вывода [2], [3] для управления постоянной составляющей выводного потока изменяется граничная частота спектра шума. Она постепенно надвигается на пучок.

В У-70 предлагается использовать другую схему управления. В ней спектр шума имеет вид, скажем, функции 1 на рис. 3. Его верхняя граничная частота фиксирована. Она должна быть согласована с частотой обращения частиц на границе пучка, дальней от центральной орбиты, см. рис. 4. Для управления выводным потоком $\Phi(t)$ изменяется уровень мощности шума $P(\Omega)$. Таким образом, достигаются две цели:

1. Резко упрощается техническая реализация метода.
2. Шум действует сразу на весь циркулирующий пучок, ожидающий вывода. Тем самым попутно формируется профиль пучка, слабо зависящий от предыстории ускорения в данном магнитном цикле. Поэтому вид закона изменения мощности шума будет повторяться от цикла к циклу на большей части времени вывода.

По существу, такой способ управления спектром шума означает возврат к схеме оригинального предложения [1].

Из уравнения (8) видно, что скачкообразный переход от P_0 к большей мощности шума KP_0 с $K > 1$ изменяет только масштаб характерного времени t развития процесса диффузии. Так, интенсивность пучка начинает убывать по закону $N(Kt_1)$, а выводной поток принимает вид $K\Phi(Kt_1)$. Функциональный вид кривых 1, 2 на рис. 6 и 7 никак не изменяется. Они имеют универсальный характер при неизменной форме нормированной частотной зависимости $P(\Omega)/P(0)$.

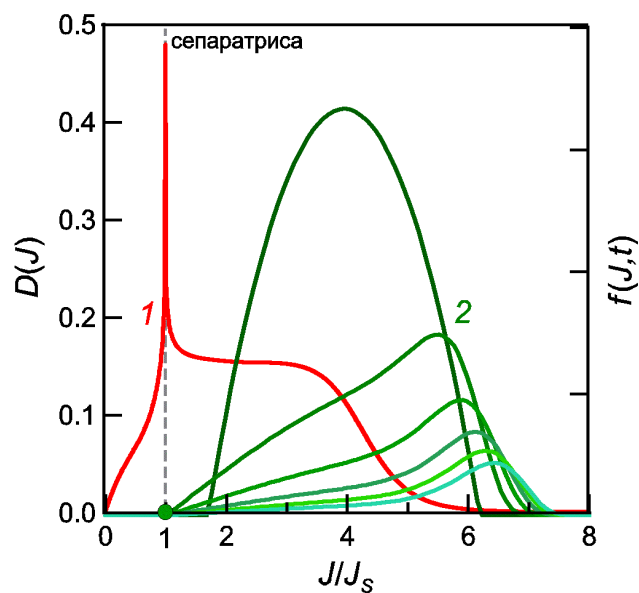


Рис. 5. Коэффициент диффузии, кривая 1. Профиль пучка в 6 равноудаленных точках безразмерного времени $t_1 = 0(50)250$, семейство кривых 2.

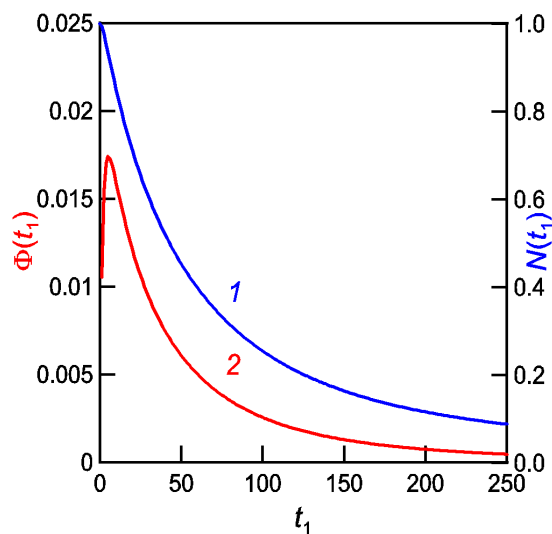


Рис. 6. Интенсивность пучка, кривая 1. Поток частиц на вывод, кривая 2.

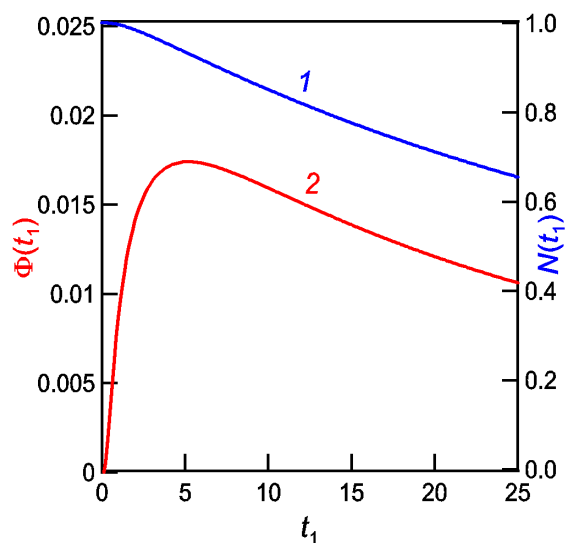


Рис. 7. Начало процесса диффузии. Обозначения см. в подписи к рис. 6.

Этим свойством решений уравнения диффузии можно воспользоваться, чтобы продемонстрировать саму возможность управления формой импульса выведенного потока. Потребителям пучка нужен равномерный вывод частиц. Покажем, как сформировать импульс вывода с уплощенной вершиной, имея в своем распоряжении расчетную функцию 2, показанную на рис. 6 и 7.

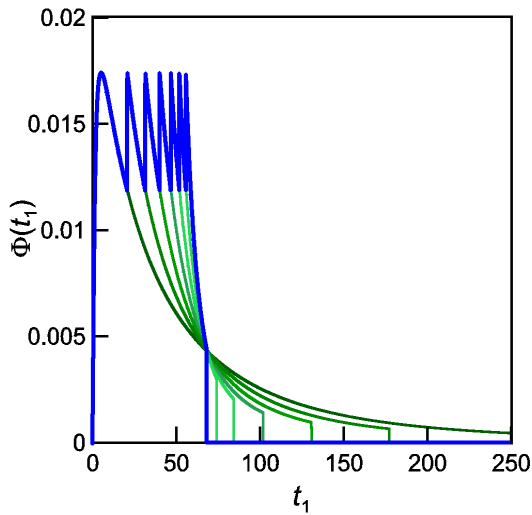


Рис. 8. Дискретный алгоритм выравнивания потока. Пример для 6 шагов коррекции.

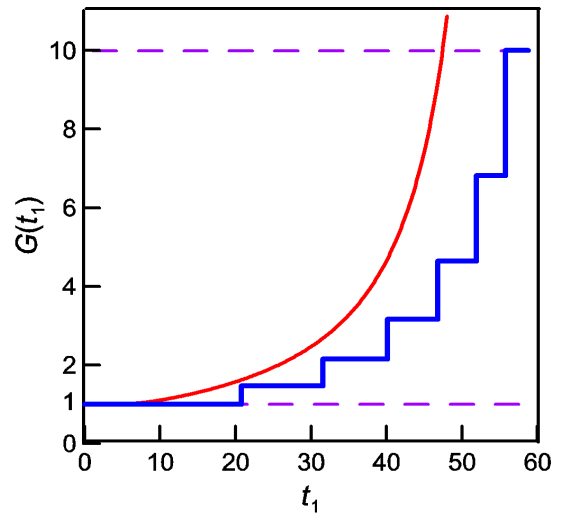


Рис. 9. Ступенчатое изменение уровня мощности шума. Итоговый фактор форсирования 10. Число шагов 6.

Пусть для определенности имеется возможность дискретной коррекции уровня мощности шума в $M = 6$ точках по t . Пусть фактор форсирования шума в конце вывода не должен превысить 10. Тогда мы можем поднимать уровень шума в геометрической прогрессии со знаменателем $K = 10^{1/M} = 1.468$. Моменты такой коррекции должны быть подобраны надлежащим образом.

Рис. 8 показывает результат $M = 6$ последовательных операций K -кратного сжатия по абсциссе и растяжения по ординате фрагментов функции 2, взятой с рис. 6. Целью преобразования является построение плоской вершины. Соответствующий закон изменения уровня шума показан в виде ступенчатой кривой на рис. 9.

Понятно, что дискретный алгоритм наведения несовершенен. Поэтому вершина импульса, показанного на рис. 8, и имеет пилообразный вид. Переход к непрерывному управлению мощностью шума (см. гладкую кривую на рис. 9) приведет к образованию истинно плоской вершины в импульсе выводного потока.

Алгоритм расчета непрерывного закона наведения естественно обобщает дискретную модель.

Пусть происходит медленное адиабатическое изменение уровня мощности шума, при котором исходный спектр $P(\Omega)$ приобретает дополнительный фактор $P(\Omega) \cdot G(t)$, где функция $G(t) \geq 1$ обозначает искомый закон шумового наведения. В этом случае пространственная и временная координаты в коэффициенте диффузии уравнения (2) разделяются. Тогда, перейдя к новой временной переменной τ согласно

$$d\tau = G(t) dt, \quad \tau(t) = \int_0^t G(t') dt', \quad (10)$$

мы вновь получим уравнение диффузии для исходного спектра шума $P(\Omega)$. Поэтому введение фактора $G(t)$ приводит к тому, что интенсивность пучка будет убывать по закону $N(\tau(t))$, а выводной поток станет равным $G(t) \cdot \Phi(\tau(t))$. Сами же функции $N(\tau)$ и $\Phi(\tau)$ сохраняют свой вид, показанный на рис. 6 и 7. Величины τ и τ_1 связаны между собой по формуле (8) подобно t и t_1 . Остается установить вид закона наведения $G(t)$, создающего прямоугольный импульс выводного потока. Далее числовые значения переменных относятся только к рассматриваемому примеру решения.

При наведении с постоянным уровнем мощности шума и $G(t_1) = 1$ максимум выводного потока равен $\Phi_M = 0.0174$ и достигается в $t_{1M} = 5.00$ (см. рис. 6 и 7). Доля частиц, остающихся в пучке к этому времени, составляет $N(t_{1M}) = 0.936$. Потребуем, чтобы плоская вершина импульса вывода имела постоянную величину, равную Φ_M . Тогда требуемый закон убыли интенсивности пучка линеен и записывается в виде

$$N_L(t_1) = N(0) - \Phi_M t_1, \quad N(0) = 1. \quad (11)$$

Равенство $N_L(t_1) = 0$ (вывод всего пучка) задает предельную длину импульса шумового вывода с плоской вершиной, равную

$$t_{1S} = N(0)/\Phi_M \cong 57.5 \quad (12)$$

в единицах безразмерного времени t_1 (8).

Уравнение

$$N(\tau_1) = N_L(t_1) = N(0) - \Phi_M t_1 \quad (13)$$

определяет неявную функцию $\tau_1 = \tau_1(t_1)$, заданную на отрезке $0 \leq t_1 \leq t_{1S}$. Из нее в силу (10) сразу находится искомый закон шумового наведения:

$$G(t_1) = \frac{d\tau_1}{dt_1}(t_1) = \frac{\Phi_M}{\Phi(\tau_1(t_1))} \text{ для } 0 \leq t_1 \leq t_{1S}. \quad (14)$$

Как видно из уравнения (14), выбор величины Φ_M в качестве требуемой амплитуды плоской вершины импульса вывода приводит к тому, что $G(t_1) \geq 1$. Существует лишь один момент времени $t_1 = (1 - N(t_{1M}))/\Phi_M = 3.70$, в который достигается $\min G(t_1) = 1$. Это действительно позволяет интерпретировать функцию $G(t_1)$ как фактор форсирования уровня мощности шума по отношению к калибровочной величине P_0 , участвующей в определении (8).

Из уравнений (13) и (14) видно, что гладкий закон наведения однозначно связан с видом функций $N(t_1)$ и $\Phi(t_1)$ для постоянной мощности шума. Их можно получить численно (см. рис. 6 и 7) либо экспериментально.

Для расчета закона наведения $G(t)$ по данным экспериментальных измерений выведенного потока $\Phi(t)$ практический интерес может представить рекуррентный алгоритм. Он определен на достаточно мелкой равномерной сетке t_k по времени t с шагом Δt , где $k = 0, 1, \dots, K$; $t_0 = 0$ и $t_K \leq t_S$,

$$\begin{aligned} \tau_0 = 0, \quad G(t_0) &= \frac{\Phi_M}{\Phi(\tau_0)}, \\ \tau_k = \tau_{k-1} + \Delta t G(t_{k-1}), \quad G(t_k) &= \frac{\Phi_M}{\Phi(\tau_k)}, \quad k \geq 1. \end{aligned} \quad (15)$$

Рис. 10 показывает результаты применения изложенной процедуры выравнивания выводного потока. Тонкие линии представляют эволюцию пучка при $G(t_1) = 1$. Гладкий закон наведения (рис. 10с) немонотонен и имеет особенности при $t_1 = 0$ и t_{1S} .

Форсирование шума в начале вывода нужно для укорочения переднего фронта импульса вывода. Уже при $G(0) = 3-5$ этот фронт становится пренебрежимо малым по сравнению с общей длительностью вывода.

Для получения идеального импульса вывода с нулевым задним фронтом (рис. 10b) потребуется сколь угодно большое увеличение уровня шума ко времени t_{1S} . Это недостижимо технически. Отсюда следует, что **вывод 100% пучка (как вообще, так и под плоской вер-**

шиной импульса) с помощью только шумового наведения невозможен. Остаток пучка всегда придется выводить другими способами.

Размер этого остатка, как и длина плоской вершины импульса t_{1FT} , зависит от максимально приемлемого фактора G_M форсирования шума при $t_1 \rightarrow t_{1S}$. После достижения этого предела функция $G(t_1)$ насыщается и формируется задний фронт импульса. В нем вывод идет по естественным законам для постоянного уровня мощности шума, равного $P_0 G_M$. Эти законы представлены функциями 2, показанными на рис. 6, 7. Они должны быть соответственно масштабированы по абсциссе (сжатие в G_M раз) и ординате (растяжение в те же G_M раз).

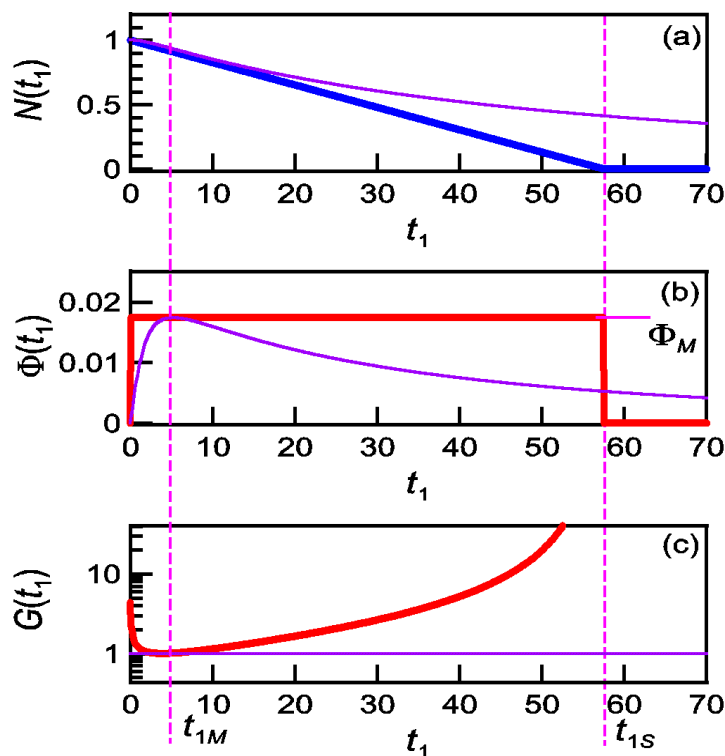


Рис. 10. Выравнивание выводного потока при непрерывном наведении.

Таблица 2. Характеристики импульсов выведенного пучка.

Фактор форсирования уровня шума в конце плоской вершины импульса, G_M	10	15	20	30	40	∞
Длительность плоской вершины, t_{1FT}	46.0	48.6	50.0	51.6	52.5	$57.5 = t_{1S}$
Доля частиц в плоской части импульса вывода, %	80.0	84.6	87.0	89.8	91.4	100

Расчетные характеристики импульсов вывода перечислены в табл. 2. Из нее видно, что в рассматриваемой схеме характерные значения t_{1FT} составляют примерно 45–55 единиц безразмерного времени t_1 . (Для перехода к обычному времени t надо воспользоваться формулой (8). Например, частоте синхротронных колебаний $\Omega_0/2\pi = 1$ кГц, уровню мощности шума $P_0 = 10^{-6}$ 1²/Гц и времени $t = 1$ с соответствует $t_1 = 4\pi^2 \cong 40$.) Использование $G_M > 30$ не оправдано технически. Из табл. 2 становятся понятными технические ограничения на достижимое время вывода.

Предел длительности вывода в единицах t со стороны **больших** времен задан минимально допустимой величиной базового уровня шума P_0 . Он должен надежно превышать

собственный уровень шумов прочих систем ускорителя (обычно они находятся на уровне $10^{-11} - 10^{-9} \text{ 1}^2/\text{Гц}$). Достижение этого предела не актуально для У-70.

Предел длительности вывода по t со стороны **малых** времен зависит от величины максимально приемлемой дисперсии случайного сигнала (9) при уровне мощности шума $P_0 G_M$, форсированном в конце плоской вершины импульса вывода. Именно этот случай интересен для У-70 и реализуем технически. Фактически, для У-70 верхнее ограничение на время шумового вывода будет накладываться только длительностью плато магнитного поля и возможностями источников питания прочих систем магнитной оптики (длина рабочего цикла и пульсации).

Базовый закон наведения, показанный на рис. 10с, может быть получен с помощью генератора функций. Отклонения от его хода могут корректироваться цепью обратной связи по сигналу тока выведенного пучка.

Экспериментальное измерение минимально возможного времени шумового вывода пучка из У-70 можно провести до создания полной схемы наведения. Для этого нужно одновременно зарегистрировать сигналы интенсивности циркулирующего пучка $N(t)$ и выведенного потока $\Phi(t)$ при постоянной мощности шума P_0 . Независимо от этого потребуется установить аппаратно допустимый уровень форсированного шума $P_0 G_M$. Дальнейшая обработка экспериментальных данных должна следовать процедурам (13), (14) или (15).

7. Технические контуры системы

7.1 Таблица параметров

Все приведенные выше расчеты, оценки и графики имеют за собой вполне определенный вариант схемы вывода. Ее технические характеристики сведены в табл. 3. Это вполне реализуемый вариант системы стохастического медленного вывода пучка из ускорителя У-70.

7.2 Инженерный расчет

Чтобы выявить связь между существенными техническими параметрами системы вывода и получить оценочные формулы, пригодные для быстрых инженерных расчетов, рассмотрим упрощенную задачу диффузии.

Не будем учитывать эффекты, обусловленные неоднородностью пучка по азимуту. Пусть x – координата, пропорциональная $(p - p_0)/p_0$. Совместим начало отсчета $x = 0$ с поглощающей стенкой (сепаратрисой). Ее пересекает поток $\Phi(t)$ выводимых частиц. Плотность пучка $f(x, t) = 0$ для $x < 0$. Обозначим A предельный размер пучка по координате x . Схема, иллюстрирующая постановку упрощенной задачи диффузии, показана на рис. 11.

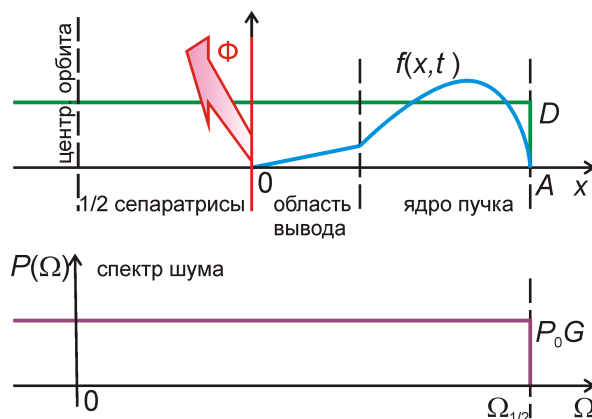


Рис. 11. Схема постановки упрощенной задачи диффузии.

Таблица 3. Технические параметры.

Энергия пучка (кинетическая), T	60	ГэВ
Релятивистский фактор, γ	64.95	
Фактор скольжения частоты, η	0.0109	
Частота обращения пучка, f_0	202.034	кГц
Амплитуда напряжения 200 МГц	500	кВ
Кратность гармоники напряжения 200 МГц, q	30·33 = 990	
Частота малых синхротронных колебаний, $\Omega_0/2\pi$	758	Гц
Импульсный размер сепаратрисы	± 0.70	$\cdot 10^{-3}$
Точное значение радиочастоты 200 МГц при выводе	200.013202	МГц
Точное значение радиочастоты 6 МГц перед ее выключением	6.061006	МГц
Импульсный размер циркулирующего пучка до включения напряжения 200 МГц	± 1.0	$\cdot 10^{-3}$
Некогерентный разброс по частотам обращения пучка в окрестности гармоники $q = 990$ (200 МГц) перед началом вывода	+(1.601–5.993)	кГц
Горизонтальная хроматичность ускорителя, χ_x	–15	
Полуширина резонанса из-за $A_x \neq 0$		
по бетатронной частоте	8.0	$\cdot 10^{-3}$
по импульсу	0.53	$\cdot 10^{-3}$
Положение по импульсу в сечениях A/B рис. 2		
верхняя кромка сепаратрисы	+0.70/0.0	$\cdot 10^{-3}$
центр резонанса $3Q_x = 29$	+0.6/+0.6	$\cdot 10^{-3}$
нижняя граница резонанса $3Q_x = 29$	+0.07/+0.07	$\cdot 10^{-3}$
равновесная частица/узел сепаратрисы 200 МГц	0.0/0.0	
нижняя кромка сепаратрисы	–0.70/0.0	$\cdot 10^{-3}$
верхняя граница пучка	–0.91/–0.58	$\cdot 10^{-3}$
центр пучка	–1.82/–1.68	$\cdot 10^{-3}$
нижняя граница пучка	–2.80/–2.71	$\cdot 10^{-3}$
Бетатронная частота на равновесной орбите (200 МГц)	9.676	
Бетатронная частота в центре пучка, Q_x	9.701–9.703	
Тип шума	фазовый	
Способ фильтрации — ФНЧ Баттерворта 6-го порядка		
Нижняя частота шума	DC	
Верхняя граничная частота шума на уровне –3 дБ	4.169	кГц
или	5.5	$\cdot \Omega_0/2\pi$
Спектральная плотность мощности шума при выводе, P_0G	$(0.8–12) \cdot 10^{-6}$	рад ² /Гц
Фактор форсирования шума, G_M	15	
Размах шумового сигнала в конце вывода, на уровне $\pm 1\sigma$	± 0.32	рад
или	± 18.1	град
Длительность плато магнитного поля	3.0	с
Длительность плато магнитного поля в единицах $[t_1]$	54.4	
Длительность плоской вершины импульса вывода, t_{FT}	2.68	с
Доля пучка, выведенная в плоской части импульса,	84.6	%

Рассмотрим процесс продольной диффузии пучка, однородного по азимуту, под действием случайного напряжения вида

$$u(t)\cos\varphi \text{ или } u(t)\sin\varphi, \quad (16)$$

где $u(t)$ обозначает низкочастотный стационарный шум с нулевым математическим ожиданием. Пусть нормированный сигнал $u(t)/V_{RF}$ имеет прямоугольный спектр

$$P(\Omega) = \begin{cases} P_0 G & \text{для } |\Omega| \leq \Omega_{1/2}, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (17)$$

Здесь $\Omega_{1/2} = 2\pi f_{1/2}$ – круговая частота среза спектра; G – фактор форсирования шума при выводе; $1 \leq G \leq G_M$. Сигнал со спектром (17) можно рассматривать как результат фильтрации белого шума через ФНЧ типа Баттерворта с порядком $n \rightarrow \infty$. Тогда из (9) сразу получим

$$P_0 G = \frac{\sigma_u^2 / V_{RF}^2}{2f_{1/2}} \quad \text{и} \quad P_0 G_M = \frac{\max(\sigma_u^2 / V_{RF}^2)}{2f_{1/2}}. \quad (18)$$

При надлежащем выборе частоты $\Omega_{1/2}$ коэффициент диффузии по x оказывается кусочно-постоянным и отличным от нуля в пределах пучка, где он равен [5]

$$D = D_0 G, \quad D_0 = \frac{\omega_0^2}{4} \left(\frac{V_{RF}}{2\pi\beta^2\gamma E_0/e} \right)^2 P_0. \quad (19)$$

Здесь β и γ – релятивистские факторы; E_0 – энергия покоя частиц; e – элементарный заряд.

Пусть начальный профиль пучка $f(x, t = 0) \neq 0$ для $x \in [0, A]$ и имеет вид перевернутой параболы с вершиной в $x = A/2$. Считаем, что система шумового наведения поддерживает постоянный поток $\Phi(t) = \Phi(0)$. Тогда предельную (для $G_M \rightarrow \infty$) длительность импульса вывода можно оценить как

$$t_S \cong \frac{N(t)}{\Phi(t)} \Big|_{t=0} = \frac{\int_0^A f(x, t) dx}{D \partial f / \partial x(x=0, t)} \Big|_{t=0} = \frac{A^2}{6D_0}, \quad (20)$$

где $N(t)$ – число частиц в пучке; D_0 – коэффициент диффузии (19) в момент $t = 0$, когда $G = 1$ по предположению.

Для конечных величин G_M длительность плоской вершины импульса вывода $t_{FT} = t_{FT}(G_M) < t_S$. Доля частиц, находящихся в плоской части импульса, равна отношению t_{FT}/t_S . Связь между t_{FT} и t_S можно грубо оценить как

$$t_{FT}/t_S \cong \frac{G_M - 1}{G_M} < 1. \quad (21)$$

Эта формула точна в том случае, когда естественная (для $G(t) = 1$) убыль пучка идет по экспоненциальному закону $N(t) = N(0)\exp(-t/t_S)$. Практический интерес представляют $G_M \geq 10-15$. Поэтому при дальнейших оценках нет смысла различать t_{FT} и t_S .

Подставим (19) в (20) и воспользуемся выражением (18) для расчета уровня мощности шума. В результате получим

$$t_S/T_0 \cong \frac{4}{3} \frac{A^2 G_M}{\max(\sigma_u^2 / V_{RF}^2)} \frac{\Omega_{1/2}}{\omega_0} \left(\frac{\beta^2 \gamma E_0 / e}{V_{RF}} \right)^2, \quad (22)$$

где $T_0 = 2\pi/\omega_0$ есть период обращения пучка по орбите. При совместном возбуждении некоррелированных квадратурного и синфазного шумов вида (16) их дисперсии σ_u^2 складываются.

Чтобы создать однонаправленные потоки частиц к резонансу вывода, граничная частота спектра шума $\Omega_{1/2}$ не должна выходить за пределы частотного портрета пучка вблизи рабочей

гармоники $q = 990$ частоты обращения. На границе пучка $x = A$. Поэтому с достаточной точностью полагаем

$$\frac{\Omega_{1/2}}{\omega_0} \cong q|\eta| \left(\frac{\Delta p_S}{p_0} + A \right), \quad (23)$$

где $\Delta p_S/p_0$ – импульсный полуразмер сепаратрисы; $\eta = \alpha - 1/\gamma^2$; $\alpha = 0.01112$ – коэффициент расширения орбит. Сам же размер пучка A равен сумме

$$A = \frac{\Delta p_B}{p_0} + 2 \frac{\Delta p}{p_0}, \quad (24)$$

где $\Delta p_B/p_0$ – ширина буферного слоя (области вывода) и $2\Delta p/p_0$ – полный импульсный разброс пучка в $t = 0$.

При использовании шумового вывода на пределе возможностей метода величина $\max(\sigma_u^2/V_{RF}^2)$ не может превышать 0.1. Тогда для $\gamma \gg 1$ из (22)–(24) следует

$$\min(t_S/T_0) \cong \frac{40}{3} G_M q \alpha \left(\frac{\Delta p_B + 2\Delta p}{p_0} \right)^2 \left(\frac{\Delta p_S + \Delta p_B + 2\Delta p}{p_0} \right) \left(\frac{\gamma E_0/e}{V_{RF}} \right)^2. \quad (25)$$

Отсюда понятно, почему нужно уменьшать импульсный размер пучка и размещать его ближе к пустым сепаратрисам перед выводом. Снижение амплитуды ускоряющего напряжения нежелательно. Предпочтительны более низкие энергии пучка.

Оценка (25) подтверждает, что при $G_M = 15$ достижимо минимальное время шумового вывода пучка из У–70, равное примерно 2–2.5 с.

7.3 Пульсации и допуски

Чтобы получить сопоставимые формулы для оценок пульсаций вывода и провести нужные физические аналогии, будем одновременно рассматривать два метода наведения — обычный (назовем его дрейфовый) и диффузионный.

Пусть x – координата, пропорциональная, скажем, $(p - p_0)/p_0$ или J/J_S . Начало отсчета $x = 0$ совмещено с положением резонанса вывода, где находится поглощающая стенка. Именно она воспринимает невозмущенный поток $\Phi(t)$ частиц на вывод. Плотность частиц $f(x, t) = 0$ для $x < 0$. Различаем область вывода — узкий буферный слой, расположенный вблизи поглощающей стенки, и собственно ядро пучка, где находится основная доля частиц.

Пульсации вывода — это процесс, быстрый в масштабе времени систематического уменьшения плотности частиц $f(x, t)$ и соответственного увеличения коэффициента диффузии $D(x, t)$ при шумовом выводе. Поэтому медленным изменением $f(x, t)$ и $D(x, t)$ можно пока пренебречь, рассматривая “мгновенные” функции $f(x)$ и $D(x)$.

Пульсации вывода зависят, главным образом, от динамики частиц в буферном слое (области вывода). Считаем, что в этом слое:

- 1) при дрейфовом наведении постоянны плотность частиц $f(x)$ и скорость их движения V в направлении к $x = 0$,
- 2) при диффузионном наведении постоянны коэффициент диффузии D и градиент Φ/D плотности частиц $f(x)$, причем $f(x = 0) = 0$.

Это упрощенные модели, достаточные для решения поставленной задачи. Схемы, иллюстрирующие оба способа наведения, показаны на рис. 12 и 13. Величина Γ обозначает фактор локального увеличения темпа наведения, поясняемый ниже в комментариях к уравнению (34).

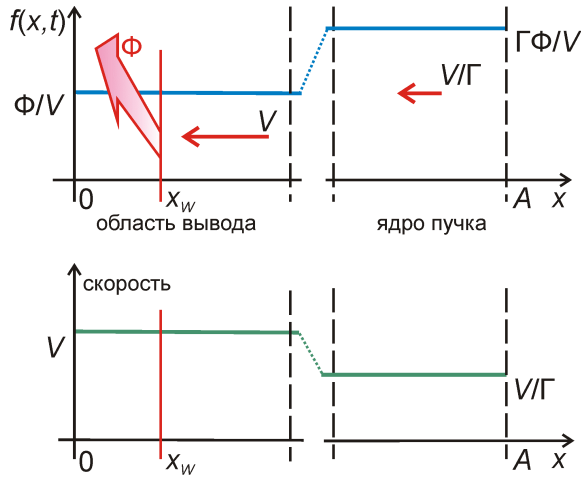


Рис. 12. Схема дрейфового наведения.

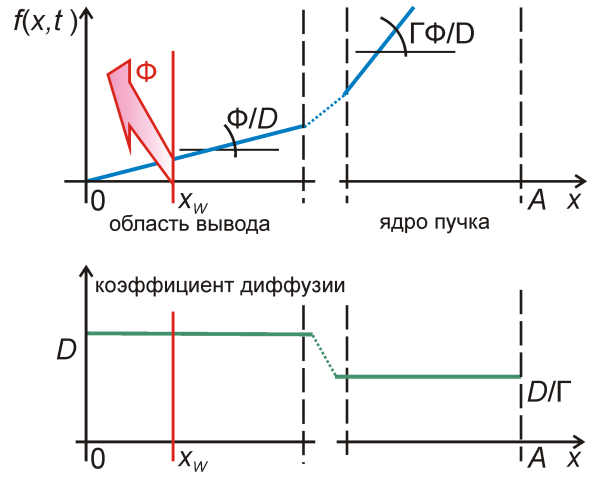


Рис. 13. Схема диффузионного наведения.

Формулы с буквенными индексами (а) и (б) относятся к дрейфовому и диффузионному механизмам наведения соответственно.

Разместим на координате $x_w > 0$ воображаемую пробную стенку. Пусть она прозрачна для частиц и не возмущает f , V и D . Регистрируем поток частиц, входящих в эту стенку справа, и отождествляем его с (возможным) потоком Φ частиц на вывод.

Функция распределения для $x \geq 0$ в области вывода имеет вид

$$f(x) = \frac{\Phi}{V} = \text{const}, \quad (\text{а})$$

$$f(x) = \frac{\Phi}{D} x, \quad \frac{df}{dx}(x) = \frac{\Phi}{D} = \text{const}. \quad (\text{б}) \quad (26)$$

Предположим, что невозмущенный поток частиц в сечении $x = x_w$ одинаков, но поддерживается разными механизмами транспорта частиц — переносом (дрейфом) или диффузией. Поэтому

$$\Phi = f(x_w) V, \quad (\text{а})$$

$$\Phi = D \frac{df}{dx}(x_w). \quad (\text{б}) \quad (27)$$

В обоих случаях возмущение потока частиц при сдвиге координаты пробной стенки на dx_w объясняется ее возможным скрепирующим действием. Из-за него за время dt регистрируется добавка $dN = f(x_w) dx_w$ к числу выводимых частиц. Поэтому

$$\delta\Phi = f(x_w) \frac{dx_w}{dt} = \frac{\Phi}{V} \frac{dx_w}{dt}, \quad (\text{а})$$

$$\delta\Phi = f(x_w) \frac{dx_w}{dt} = \frac{\Phi}{2D} \frac{dx_w^2}{dt}. \quad (\text{б}) \quad (28)$$

Помеха на сетевой гармонике в системе питания магнитной оптики вызывает синусоидальное движение

$$x_W(t) = x_0 + a \sin(\omega t). \quad (29)$$

Здесь a – амплитуда помехи, пересчитанная к единицам $[x]$; ω – ее круговая частота; x_0 – постоянное смещение. Впоследствии $x_0 \rightarrow 0$. По предположению, период помехи $2\pi/\omega \ll t_S$, где t_S – длительность вывода. Подстановка (29) в (28) приводит к

$$\delta\Phi = f(x_0) \omega a \cos(\omega t) = \Phi \frac{\omega a}{V} \cos(\omega t), \quad (a)$$

$$\delta\Phi = f(x_0) \omega a \cos(\omega t) + \Phi \frac{\omega a^2}{2D} \sin(2\omega t). \quad (б)$$

(30)

Первое слагаемое формулы (30б) имеет ту же природу, что и вся ошибка (30а). Однако при диффузионном наведении профиль пучка $f(x_0) \rightarrow 0$ по мере приближения к резонансу вывода (поглощающей стенке) и $x_0 \rightarrow 0$. В этом пределе остается только второе слагаемое суммы (30б). Поэтому относительную пульсацию выводных потоков можно записать как

$$\delta\Phi/\Phi = \frac{\omega a}{V} \cos(\omega t), \quad (a)$$

$$\delta\Phi/\Phi = \frac{\omega a^2}{2D} \sin(2\omega t). \quad (б)$$

(31)

Таким образом, при диффузионном наведении пульсации вывода выступают как эффект второго порядка по a . С этим связано и удвоение частоты пульсаций вывода. Их пиковые значения суть

$$|\delta\Phi/\Phi| \leq \frac{\omega a}{V} = \omega t_R, \quad (a)$$

$$|\delta\Phi/\Phi| \leq \frac{\omega a^2}{2D} = \omega t_R. \quad (б)$$

(32)

Здесь $t_R = t_R(a)$ имеет физический смысл характерного времени релаксации потока частиц при его возмущениях с пространственным масштабом, равным амплитуде a внешней помехи. Совпадение правых частей в (32) говорит о сходной картине сглаживания пульсаций вывода. Однако механизм транспорта частиц в рассматриваемых случаях различен, и потому

$$t_R = \frac{a}{V}, \quad (a)$$

$$t_R = \frac{a^2}{2D}. \quad (б)$$

(33)

Решение уравнения диффузии для упрощенной краевой задачи о восстановлении клинообразного профиля $f(x)$ после мгновенного скачка на $\pm a$ координаты поглощающей стенки и при заданном потоке Φ справа (см. рис. 13) подтверждает наличие типичного диффузионного временного масштаба (33б). Физический смысл (33а) очевиден — это обычное пролетное время.

Обе упрощенные модели, рассматриваемые здесь, предполагают выполнение неравенства $t_R \ll 2\pi/\omega$. Из-за него затягиваются разрывы в выводных потоках.

Как схематически показано на рис. 12 и 13, скорость наведения V или коэффициент диффузии D вблизи резонанса вывода могут отличаться, соответственно, от скорости переноса частиц V_C или от коэффициента их диффузии D_C в ядре пучка. Так происходит, скажем, при использовании механизма продавливания пучка через узлы сепаратрис, либо при локальном увеличении коэффициента диффузии. Учтем возможность такой модификации схемы вывода, введя фактор локального увеличения темпа наведения

$$\begin{aligned}\Gamma &= V/V_C \geq 1, & (a) \\ \Gamma &= D/D_C = D_0/D_{C0} \geq 1, & (б) \end{aligned} \quad (34)$$

где $D = D_0G$, $D_C = D_{C0}G$; G – фактор форсирования шума при выводе; $1 \leq G \leq G_M$ и $G = 1$ для $t = 0$.

Обозначим A предельный размер пучка по координате x . Тогда время t_S вывода всех частиц можно оценить как (сравни с (33) и (20))

$$\begin{aligned}t_S &\cong \frac{A}{V_C}, & (a) \\ t_S &\cong \frac{A^2}{6D_{C0}}. & (б) \end{aligned} \quad (35)$$

Отсюда легко перейти к окончательным оценкам размаха пульсаций вывода в ответ на синусоидальную помеху (29) с угловой частотой ω и постоянной составляющей $x_0 \rightarrow 0$,

$$\begin{aligned}|\delta\Phi/\Phi| &\leq \omega t_S \left(\frac{a}{A}\right) \frac{1}{\Gamma} \quad \text{на частоте } \omega, & (a) \\ |\delta\Phi/\Phi| &\leq 3 \omega t_S \left(\frac{a}{A}\right)^2 \frac{1}{\Gamma G} \quad \text{на частоте } 2\omega. & (б) \end{aligned} \quad (36)$$

Для наглядности рассмотрим числовой пример. Пусть $x \propto (p - p_0)/p_0$, $\Gamma = 1$ и $G = 1$. Возьмем типичные для У–70 параметры $\omega = 2\pi \times 100$ Гц, $t_S = 3$ с, $A = 2\Delta p/p_0 = 2 \cdot 10^{-3}$. Для простоты считаем, что приемлемое качество вывода достигается при $|\delta\Phi/\Phi| \leq 1$. Тогда из (36) получим допуск на амплитуду пульсаций расстояния по импульсу между пучком и резонансом:

$$\begin{aligned}a &\leq 1 \cdot 10^{-6}, & (a) \\ a &\leq 3 \cdot 10^{-5}. & (б) \end{aligned} \quad (37)$$

Для $\chi_x = -15$ и $Q_x = 9.7$ из неравенства (37а) оценим допуск на амплитуду пульсаций бетатронной частоты $|\delta Q_x| \leq 2 \cdot 10^{-5}$ или $|\delta Q_x/Q_x| \leq 2 \cdot 10^{-6}$. Это находится за пределами технических возможностей источников питания квадрупольных цепей. Они приводят к пульсациям на уровне $|\delta Q_x/Q_x| \leq 6 \cdot 10^{-5}$ [8]. Использование метода продавливания пучка через узлы сепаратрис приводит к эффективным значениям фактора Γ , равным примерно 3–5. Поэтому дрейфовый механизм наведения в У–70 практически исчерпал свои возможности в плане увеличения длительности вывода при сохранении его качества.

Ситуация с диффузионным наведением заметно лучше. Действительно, пусть относительные ошибки магнитного поля $\delta B/B$ и радиочастоты $\delta\omega_{RF}/\omega_{RF}$ функционально независимы. Тогда ошибка во взаимном положении центральной орбиты (а с нею и сепаратрисы) и центра тяжести пучка составит величину [9]

$$\left| \frac{\delta p}{p_0} \right| \leq \frac{1}{|\eta|} \sqrt{\left(\alpha \frac{\delta B}{B} \right)^2 + \left(\frac{\delta \omega_{RF}}{\omega_{RF}} \right)^2}, \quad (38)$$

где $\alpha = 0.01112$ – коэффициент расширения орбит; $\eta = \alpha - 1/\gamma^2$; γ – релятивистский фактор. При отключенных активных фильтрах в источнике питания кольцевого электромагнита У–70 относительный размах пульсаций его выходного напряжения $\delta V/V$ не превышает $\pm 1 \cdot 10^{-2}$. Активное сопротивление кольцевого электромагнита $R = 1.2$ Ом, а его индуктивность $L = 5.9$ Гн. Поэтому относительная величина ошибки магнитного поля на частоте ω составит

$$\left| \frac{\delta B}{B} \right| \leq \frac{R}{\omega L} \left| \frac{\delta V}{V} \right| \cong 3 \cdot 10^{-6}. \quad (39)$$

В современных коммерчески доступных задающих генераторах относительная величина гармонической нестабильности частоты $\delta \omega_{RF}/\omega_{RF}$ не хуже $\pm 1 \cdot 10^{-9}$. По этой причине первое слагаемое под радикалом в (38) доминирует. Тогда с учетом $\gamma \gg 1$ эта формула принимает вид

$$\left| \frac{\delta p}{p_0} \right| \leq \left| \frac{\alpha \delta B}{\eta B} \right| \cong \left| \frac{\delta B}{B} \right| \leq 3 \cdot 10^{-6}. \quad (40)$$

В итоге, в $t = 0$ допуск на пульсации (37б) будет выполняться с 10-кратным запасом. По ходу вывода фактор G растет с 1 до $G_M \cong 15$. Поэтому к концу вывода этот допуск будет выполняться уже со 150-кратным запасом.

В распоряжении разработчика остаются еще две возможности для дальнейшего подавления пульсаций вывода:

1. Введение коррекции $\delta \omega_{RF}$ в ответ на сигнал ошибки δB . Это позволит скомпенсировать последствия нестабильности магнитного поля на плато вывода. Тогда результирующая амплитуда пульсаций импульсной координаты центральной орбиты сведется к величине

$$\left| \frac{\delta p}{p_0} \right| \leq \frac{1}{|\eta|} \sqrt{\left(\alpha \frac{\delta B}{B} - \frac{\delta \omega_{RF}}{\omega_{RF}} \right)^2}. \quad (41)$$

Ожидается, что таким способом остаточная ошибка по импульсу (41) будет уменьшена примерно в 10 раз по сравнению с (38) и (40).

2. Использование механизма локального увеличения темпа наведения и выбор фактора $\Gamma > 1$, (34б). На практике достаточно получить Γ масштаба 3–5.

В целом, система допусков на пульсации для схемы стохастического медленного вывода пучка из У–70 выполнима технически.

Заключение

Приведенные здесь описание и расчет схемы стохастического (шумового) медленного резонансного вывода пучка из ускорителя У–70 свидетельствуют о возможности технической реализации этой системы. Подтверждается и достижимость поставленных целей — увеличение длительности вывода и улучшение его качества.

Авторы признательны профессору К.П. Мызникову, который привлек их внимание к задаче шумового вывода из У–70 и настоял на ее детальном изучении.

Список литературы

- [1] S. van der Meer. Stochastic Extraction, a Low-Ripple Version of Resonant Extraction. CERN/PS/AA Note 78–6, March 1978.
- [2] R. Capii, W. Hardt, Ch. Steinbach. Ultraslow Extraction with Good Quality Factor. – In: Proceed. of the 11th Intern. Conf. on High-Energy Accelerators. – Geneva, July 1980, pp. 335–340.
- [3] G. Molinari, H. Mulder. The Improved Ultra Slow Extraction Noise System at LEAR. – In: Proceed. of the 4th EPAC–94 – London, July 1994, vol. 3, pp. 2376–2378.
- [4] С.В. Иванов. Продольная диффузия сгустка протонов под действием внешнего шума. Препринт ИФВЭ 92–43. – Протвино, 1992.
- [5] С.В. Иванов. Продольная диффузия сгустка протонов под действием внешнего шума (широкополосный шум). Препринт ИФВЭ 93–14. – Протвино, 1993.
- [6] S. Ivanov, O. Lebedev. Coasting Beam in HERA-*p* Ring. Report DESY HERA 01–03. – Hamburg, 2001.
- [7] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. Изменение продольной формы сгустков в ускорителе У–70 с помощью шумовой ВЧ-гимнастики. Доклад С1–36, 18-я Конференция по ускорителям заряженных частиц RUPAC-2002. – Обнинск, 2002; АЭ, т. 93, вып. 6, 2002, с. 456–460.
- [8] К.П. Мызников. Обзор результатов по разработке высокоэффективных систем вывода ускорителей на высокие энергии. Труды 5-го Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. – Дубна, 1976, т. 2, с. 78–87.
- [9] А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. – М., Физматгиз, 1962.

Рукопись поступила 28 мая 2004 г.

С.В. Иванов, О.П. Лебедев.

Исследование возможности стохастического медленного вывода пучка из синхротрона У-70.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы Word.

Редактор Н.В. Ежела.

Подписано к печати 1.06.2004. Формат 60x84/16. Офсетная печать.
Печ.л. 2,75. Уч.-изд.л. 2,2. Тираж 130. Заказ 268. Индекс 3649.
ЛР №020498 06.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий,
142281, Протвино Московской обл.

Индекс 3649