

государственный научный центр российской федерации ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

> ИФВЭ 2005-26 ОЭФ

А.Н. Васильев, Ю.А. Матуленко, В.В. Мочалов, Л.В. Ногач, П.А. Семенов, Л.Ф. Соловьев, К.Е. Шестерманов

# Восстановление координат и формы ливня в электромагнитном калориметре полного поглощения методом Монте-Карло

Направлено в ПТЭ

Протвино 2005

# Аннотация

Васильев А.Н. и др, Восстановление координат и формы ливня в электромагнитном калориметре полного поглощения методом Монте-Карло: Препринт ИФВЭ 2005-26. – Протвино, 2005. – 22 с., 15 рис., 1 табл., библиогр.: 16.

Описан метод реконструкции координат и формы ливня в спектрометре полного поглощения без использования дополнительных координатных детекторов на данных, полученных методом Монте-Карло. Моделировались электромагнитные ливни от γ-квантов низких энергий, падающих на спектрометр в угловом интервале до ± 250 мрад. Показано, что Х- и Y-распределения координат ливня являются функцией одного аргумента. Найдено, что каждая из проекций формы ливня имеет зависимость только от одной координаты. Предложено два метода восстановления формы ливней — через восстановленные координаты и через координаты центра тяжести ливня. Результаты моделирования сравниваются с экспериментальными данными.

#### Abstract

Vasiliev A.N. et al. Monte-Carlo simulation and reconstruction of shower coordinates and shape distributions in a full-absorption gamma-spectrometer: IHEP Preprint 2005-26. – Protvino, 2005. – p. 22, figs. 15, tables 1, refs.: 16.

A reconstruction method of coordinates and shape distributions of showers from gamma-quanta in a full absorption gamma-spectrometer in extra coordinate detectors absence is described. For this purpose GEANT simulation of electromagnetic showers generated by primary photons of small energies and in incident angle range up to  $\pm$  250 mrad was carried out. X and Y-distributions of shower coordinates are shown to be a function of only one argument. A shower shape distribution presented in X or Y projection was found to depend on only one coordinate. Two shower shape reconstruction methods were suggested - using reconstructed coordinates of photons and shower coordinates of center of gravity. Features of simulation results were compared with experimental data.

 (с) Государственный научный центр Российской Федерации
 Институт физики высоких энергий, 2005

# Введение

Электромагнитные калориметры (ЭМК) продолжают оставаться незаменимым инструментом в физике высоких энергий как в существующих экспериментах, так и в предложениях по постановке новых экспериментов. При этом увеличиваются как размеры самих детекторов, так и требования к точности восстановления координат и энергии электромагнитных ливней. Ясно, что с увеличением размеров детектора углы, под которыми регистрируются гамма-кванты, также растут. Поэтому задача реконструкции таких "косых" ливней без потери точности остается по-прежнему актуальной. Кроме того, важным остается также вопрос режекции адронов, пропущенных триггером и зарегистрированных калориметром. Для этого необходимо прежде всего хорошее знание формы электромагнитного ливня во всем интервале детектируемых углов.

Ответы на такого рода вопросы не могут быть получены без тщательного моделирования. Используя развитую систему программ GEANT и имеющиеся большие вычислительные мощности, сегодня можно проводить детальный анализ, недоступный другим методам.

В настоящей работе рассмотрено восстановление координат  $\gamma$ -квантов и формы электромагнитного ливня в ЭМК полного поглощения. Для этого методом Монте-Карло разыгрывались электромагнитные ливни от  $\gamma$ -квантов небольших энергий, падающих на детектор в широком угловом интервале. Моделирование ливней, включающее и прохождение черенковского света в веществе калориметра, проводилось в полномасштабной геометрии выбранного прототипа спектрометра. На следующем этапе проводилось восстановление координат и энергии  $\gamma$ -квантов по поперечной форме ливня и анализ полученных данных.

# 1. Условия моделирования

# 1.1. Описание детектора

В качестве прототипа калориметра для моделирования мы выбрали гаммаспектрометр, используемый в ИФВЭ для исследования поляризационных эффектов и описание которого дано в работе [1]. Счетчики спектрометра изготовлены из свинцового стекла ТФ-1 с квадратной ячейкой размером 3,8⊗3,8 см<sup>2</sup> и длиной 45 см. Для справки, в табл. 1 приведены характеристики и процентный состав материала используемого свинцового стекла. Детектор был собран в виде матрицы, составленной из 30 счетчиков по горизонтали и 24 по вертикали. Каждый счетчик был обернут алюминизированным майларом толщиной 0,005 см в один слой для обеспечения оптической независимости.

Таблица 1. Характеристики и процентный состав (по весу) свинцового стекла ТФ-1

Рад. длина,	Плотность,	Показатель	Pb, %	К, %	Si, %	O, %	As, %
СМ	$\Gamma/c M^3$	преломления n <sub>e</sub>					
2,75	3,86	1,652	47,53	5,81	19,31	26,97	0,38

При моделировании мы стремились воспроизвести условия, максимально близкие к реальным, с тем, чтобы полученные результаты можно было сравнить с имеющимися экспериментальными данными. Так, к передней плоскости детектора, расположенной на расстоянии 200 см от центра мишени, примыкает технологическая плита из дюраля толщиной 1 см. Учитывалась также дюралевая крышка корпуса детектора толщиной 0.3 см, отстоящая на расстоянии 20 см от плиты.

#### 1.2. Геометрия

По условиям проводимого на установке эксперимента, углы детектируемых  $\gamma$ -квантов по отношению к перпендикуляру к плоскости детектора меняются в пределах от 0 до 250 мрад. Это обстоятельство и определило наш выбор при моделировании: геометрия была выбрана такой, чтобы в детекторе могли регистрироваться события с  $\gamma$ -квантами до углов ~260 мрад.

### 1.3. Система координат, обозначения

Использовалась правая система координат: ось Z направлена по пучку, Y — вверх и X — справа налево. Угол считается положительным в горизонтальной плоскости XZ, если направлен от Z против часовой стрелки, а в вертикальной плоскости YZ — от Zвверх. Координаты, обозначенные символами X (Y), будут относиться к системе координат спектрометра, а символами x (y),  $x_c$  ( $y_c$ ) — к текущей ячейке, ширина которой, как правило, нормирована на 1. Приведем также определения величин, которые будут использоваться дальше:

 $\mathbf{E} = \Sigma e_i; \quad X_c = \frac{1}{E} \ \Sigma e_i X_i; \quad Y_c = \frac{1}{E} \ \Sigma e_i Y_i.$ 

Здесь E — суммарная энергия ливня,  $e_i$  — энергия, выделившаяся в *i*-й ячейке,  $X_c$ ,  $Y_c$  — средневзвешенная по энергии координата в X- и Y-проекции, соответственно,  $X_i$  — координата центра i-й ячейки в X-проекции,  $Y_i$  — то же самое в Y-проекции. (Для

величин  $X_c$ ,  $Y_c$  ниже будем пользоваться и другими определениями — координата центра тяжести ливня или первый момент). Удобно пользоваться также локальной системой координат, связанной со счетчиком, в который "попал"  $\gamma$ -квант и где энерговыделение максимально. Тогда в этой системе средневзвешенная координата определяется как  $x_c = X_c - X_i$ . Значение  $y_c$  в Y-проекции определяется аналогичным образом. Координаты восстановленных ливней в этой же системе будем обозначать через x и y.

# 2. Моделирование электромагнитных ливней в спектрометре

Вначале, используя систему программ GEANT3.21 [2], в веществе калориметра разыгрывались события с электромагнитными ливнями в реальной геометрии детектора. Затем проводилась реконструкция событий и вся текущая обработка, используя развитое в рамках существующего эксперимента программное обеспечение для обработки "вне линии".

## 2.1. Процедура моделирования событий

На первом этапе были разыграны одиночные ливни от  $\gamma$ -квантов при фиксированных значениях энергии, от 0.5 до 5.0 ГэВ, и ливни от  $\pi^0$ -мезонов. При этом прослеживалась история каждого электрона и гамма-кванта из ливня, образующихся в свинцовом стекле. Значения энергий, при которых проводились обрезания, составляют: CUTGAM= 0.06 МэВ, CUTELE = 0.1 МэВ. Конечный результат прохождения падающей частицы ( $\gamma$ кванта или  $\pi^0$ -мезона) через вещество-поглотитель записывался в файл в том же формате, что и события в реальном эксперименте.

Вершина разыгрываемых фотонов (или  $\pi^0$ -мезонов) бралась в точке, соответствующей центру мишени. Площадь детектора облучалась равномерно в пределах  $\pm 250$  мрад по горизонтали и  $\pm 200$  мрад по вертикали. Число разыгрываемых событий при одной энергии для значений 1, 2 и 3 ГэВ составляло в среднем 100 тыс.

При анализе черенковского света в свинцовом стекле учитывалось поглощение света в среде, отражение от границ и эффективность регистрации фотонов в фотоумножителе. На переходе от поверхности свинцового стекла к поверхности стекла ФЭУ потери света не учитывались. В реальном детекторе это примерно соответствует варианту с использованием оптической замазки. На движение фотонов к фоторегистратору наиболее существенное влияние оказывает длина поглощения света в свинцовом стекле в зависимости от его длины волны. В моделирование мы заложили данные измерений по длине поглощения, полученные для счетчиков из свинцового стекла марки ТФ-0001 [3]. Используемая нами марка стекла ТФ-1 отличается повышенным содержанием различных примесей, в первую очередь железа, по сравнению с маркой ТФ-0001. Наличие таких примесей приводит к дополнительному рассеянию черенковского света и, соответственно, к уменьшению амплитуды регистрируемого сигнала.

Интервал длин волн исходных фотонов, которые анализировались в методе Монте-Карло, составлял 325–675 нм. Оптические характеристики свинцового стекла — длина поглощения и коэффициент преломления в зависимости от длины волны фотонов представлены на **рис. 1**, входного окна фотоумножителя [4], спектральная чувствительность фотокатода [6] и коэффициент отражения алюминизированного майлара [5] — на **рис. 2**.



Рис. 1. а) Длина поглощения и b) коэффициент преломления свинцового стекла в зависимости от длины волны фотонов.



Рис. 2. Оптические характеристики фотоумножителя ФЭУ-84/3: а) спектральная чувствительность фотокатода и b) коэффициент преломления; c) коэффициент отражения света от алюминизированного майлара в зависимости от длины волны фотонов.

Характерный спектр фотонов черенковского света в свинцовом стекле от каскада, инициированного гамма-квантом с энергией 1 ГэВ, показан на **рис. 3a**. Всего рождается около 70 тыс. фотонов, из которых ~12.3% попадают на фотокатод ФЭУ. Из последних ~11.8% фотонов дают регистрируемые фотоэлектроны. Число зарегистрированных фотоэлектронов при 1 ГэВ составляет ~1000, что соответствует экспериментально измеренному значению для свинцового стекла ТФ-1 и используемого типа фотоумножителя ФЭУ-84 [10]. Спектр оптических фотонов, попавших в фотокатод, представлен на **рис. 3b**, а спектр зарегистрированных — на **рис. 3c**.



Рис. 3. Спектры фотонов черенковского света в свинцовом стекле, инициированного γ-квантом с энергией 1 ГэВ, усредненные по 100 событиям: а) испущенные фотоны; b) попавшие на фотокатод ФЭУ; c) зарегистрированные фотоны.

# 2.2. Разрешение по энергии фотонов

Суммарный энергетический спектр фотонов с энергией 1 ГэВ на выходе из Монте-Карло приведен на **рис. 4а**. Форму спектра мы аппроксимировали функцией Гаусса, значению восстановленной энергии мы приписывали центр тяжести кривой Гаусса, а за разрешение по энергии брали среднеквадратичное отклонение. Результат по энергетическому разрешению  $\gamma$ -квантов в интервале энергий 0.4–4 ГэВ представлен на **рис. 4b**.



Рис. 4. а) Энергетический спектр фотонов с энергией 1 ГэВ, полученный на конечном этапе моделирования. Сплошная линия — кривая Гаусса. b) Разрешение по энергии γ-квантов σ(E)/E (в %) из моделирования; сплошная кривая — результат аппроксимации зависимостью (1) с параметрами, найденными из фита.

Представляет интерес сравнить энергетическое разрешение восстановленных  $\gamma$ -квантов по указанной выше методике в исследуемом диапазоне энергий с данными, приведенными в [8] для детекторов аналогичного типа, но полученными в другой области энергий — от 5 до 300 ГэВ. С этой целью наши данные мы аппроксимировали зависимостью, используемой в [8]:

$$\sigma(E)/E = a + \frac{b}{\sqrt{E}}, \ \%, \tag{1}$$

где E — в ГэВ.

Значения свободных параметров а и b, найденные из минимизации, составляют:

a = 1,41 ±0,07;  $b = 4,21 \pm 0,09$ 

и близки к величинам, приведенным в [8] — 1.3 и 5, соответственно. Результат аппроксимации представлен на **рис. 4b** сплошной линией. Полученный результат можно рассматривать как указание на линейность восстановления электромагнитных ливней детектором, изготовленным из счетчиков рассматриваемого типа — ТФ-1, и в области энергий 0.5–5 ГэВ (см. также [9]).

# 2.3. Учет продольного распределения ливня в детекторе

В качестве Z-координаты ливня мы брали величину  $Z_0$ , определяющую средневзвешенный сигнал, регистрируемый детектором. Эффективные значения  $Z_0$ , использованные нами в моделировании в интервале энергий 0.5–5 ГэВ, представлены на **рис. 5** кружочками. Среднеквадратичные отклонения величины  $Z_0$ , по сделанным нами оценкам, составляет 3.5–4.5 см. Если  $Z_0$  (в см) аппроксимировать функцией

$$Z_0 = z_0 \ ln(1 + E/E_0), \tag{2}$$

то свободные параметры  $z_0$  и  $E_0$ , в см и ГэВ, соответственно, составляют:

 $z_0 = 2.72 \pm 0.08$  см,  $E_0 = 0.007 \pm 0.001$  ГэВ.

На рис. 5 сплошной линией показано описание данных моделирования функцией (2).



Рис. 5. Средняя Z-координата ливня в детекторе в зависимости от энергии первичных гаммаквантов.

## 2.4. Выбор области восстановления ливней

Реконструкция электромагнитного ливня начинается с предварительного отбора ячеек и анализа их общей конфигурации в калориметре. На уровне предварительного отбора любая связная область сработавших ячеек в калориметре, удовлетворяющая определенным выбранным критериям, рассматривалась как кластер, и дальнейшая реконструкция проводилась только для событий, в которых имелся, по крайней мере, один кластер с энергией выше 0.3 ГэВ. Обрезание сработавших ячеек производилось на уровне 15 МэВ, поскольку в реальном спектрометре при реконструкции ливней использовались только ячейки с энерговыделением выше 10 МэВ.

При обработке данных с электромагнитных калориметров важным является выбор области, по которой проводится суммирование энергии ливня. Нами были выполнены специальные измерения на электронах с энергией 26,6 ГэВ для изучения особенностей регистрации детектором ливней под разными углами [7]. Было найдено, что если энергия суммируется с площади 5⊗5 счетчиков с центром, соответствующим счетчику с максимумом энерговыделения, для направлений первичных гамма-квантов, близких к нормали, собирается практически вся энергия ливня. С ростом угла утечки энергии начинают расти. Так, при угле в 100 мрад в среднем теряется около 1 % энергии. Было также найдено, что эти потери не зависят от места попадания частицы в центральном счетчике. Решение проблемы путем увеличения размеров матрицы является не самым лучшим, прежде всего, с точки зрения фоновых загрузок в реальном детекторе, а также из-за увеличения шумов, связанных с электроникой. Имея в виду это обстоятельство, мы остановились на использовании матрицы 5⊗5 счетчиков, а малую часть энергии, вытекающую за эту область, — учитывать зависящими от угла поправками.

Моделирование с выбранными условиями и геометрией воспроизводит основные результаты, полученные в [7]. На **рис. 6** представлен результат, где кружочками показаны восстановленные по матрице 5  $\otimes$  5 счетчиков гамма-кванты с энергией 1 ГэВ в зависимости от координаты максимума ливня в Х- и Ү-плоскости. Из анализа данных было найдено, что потери в Х-проекции, не зависящие от Ү, и наоборот, описываются простой зависимостью:

$$E/E_{unc} = \frac{1}{(1 - a_x \cdot \delta X_i^2) \cdot (1 - a_y \cdot \delta Y_i^2)},\tag{3}$$

где  $\delta X_i$  и  $\delta Y_i$  — число счетчиков от максимума ливня до центра детектора в X- и Yпроекции, соответственно. Найденные из минимизации данных значения параметров  $a_x$ и  $a_y$  составляют:

$$a_x = a_y = (4.0 \pm 0.5) \cdot 10^{-4}$$

Зависимость полученных параметров от значений энергии первичных  $\gamma$ -квантов не обнаружена. Поправленная таким образом энергия, представленная как функция координат ливня на детекторе, показана на **рис. 6** квадратиками.



Рис. 6. Энергия γ-квантов, восстановленная по матрице 5 ⊗ 5 счетчиков, в зависимости от координаты максимума ливня: кружочки — до введения поправок на утечку; квадратики после введения поправок с учетом зависимости (3).

Помимо рассмотренной выше утечки, наблюдается также дисбаланс в энергии гаммаквантов, задаваемой в моделировании и восстановленной, связанный с наличием порога регистрации амплитуд сигналов в системе сбора данных, когда часть низкоэнергетического спектра ниже порога (10 МэВ в нашем случае) детектором не регистрируется. Такие потери невелики. Так, при энергии  $\gamma$ -квантов 1 Гэв они составляют около 18 МэВ и легко могут быть учтены введением небольших поправок. При всех значениях энергий, рассмотренных нами далее, эти две поправки учитывались.

# 3. Восстановление координат

В работах [10] – [13] описаны различные способы получения несмещенных оценок координат ливней по энерговыделению в ячейках спектрометра. Эти методы основаны

на описании плотности распределений событий аналитической функцией, используя в качестве переменных координаты центра тяжести ливня  $x_c$  и  $y_c$ . Идея метода восстановления координат проста. Пусть имеется функция плотности распределения событий  $f(x_c)$  в зависимости от  $x_c$ , нормированная на 1. Тогда сама функция распределения, представляемая как интеграл

$$F(\tilde{x}_c) = \int_{-\infty}^{\tilde{x}_c} f(x_c) \, dx_c,$$

и будет определять восстановленную координату

 $\tilde{x} \equiv F(\tilde{x}_c(\tilde{x}))$ 

при условии, что ливнеобразующие частицы "засеивают" площадь детектора равномерно. Таким образом, задача восстановления координат сводится, в первую очередь, к аналитическому описанию функции плотности  $f(x_c)$ . Естественно, при этом знание координат моделируемых фотонов не используется. Отсутствие искажений плотности распределения восстановленных фотонов при равномерном облучении спектрометра является важным критерием проверки при нахождении несмещенных координат [14].

Существующие методы реконструкции координат разработаны, как правило, для случаев, когда ливнеобразующие частицы — фотоны или электроны — перпендикулярны к плоскости детектора. В приведенных выше работах вопрос восстановления координат неортогональных  $\gamma$ -квантов не рассматривается. В работе [15], где рассмотрена реконструкция координат для неортогональных углов входа фотонов в детектор, используется калориметр другого типа — "шашлык". Поскольку в реальных спектрометрах угол детектируемых частиц варьируется в значительных пределах, задача аккуратного восстановления координат таких ливней с учетом возникающих при этом особенностей имеет принципиальное значение. Ниже рассмотрен метод реконструкции координат фотонов с широким интервалом углов их входа в детектор. Но вначале рассмотрим вопрос независимости координат.

## 3.1. Независимость Х-распределений от У-координаты, и наоборот

Поскольку при восстановлении координат обычно используются только проекции ливня, уместно задаться вопросом: зависит ли X-распределение ливней от значения координаты в другой проекции, и наоборот, Y-распределение — от X? Можно а priori ожидать (в силу конструктивных особенностей изучаемого спектрометра), что  $x_c$ -распределение не зависит не только от y в пределах той ячейки, в которой находится максимум ливня, но не зависит вообще от номера счетчика  $N_y$  в соответствующем вертикальном столбце детектора.

Рассмотрим на данных, полученных моделированием, поведение  $x_c$ -распределения по центру тяжести ливней в зависимости от Y-координаты счетчика с максимумом энерговыделения, и наоборот,  $y_c$ -распределения — от X-координаты. На **рис. 7а** представлены распределения по центру тяжести  $y_c$  для счетчиков Y=17–20 в X-проекции (темные кружочки,), в Y-проекции по  $x_c$  для X=18-21 (квадратики) и X=4–7 (треугольники). Для увеличения статистики данные объединены по 4 счетчика. Среднеквадратичные отклонения представлены как ошибки точек. Для иллюстрации характера "формы" сигнала на **рис. 7b** приведены  $y_c$ -распределения для четырех значений  $\delta X$ : -14.3, -6.3, -1.3 и 4.7.

Приведенные данные демонстрируют отсутствие зависимости формы спектра распределений по  $x_c$  от Y-координаты ливня, также как  $y_c$ -распределений — от X. Это означает, что вся обработка, связанная с реконструкцией координат, сильно упрощается, так как *X*-проекция так же, как и *Y*-проекция распределений по координатам, в этом случае зависит только от одной переменной, а не от двух.



Рис. 7. а) Распределения центра тяжести событий в зависимости от кооррдинат ливня  $\delta X$ ,  $\delta Y$  в детекторе: по  $y_c$  в X-проекции (темные кружочки); по  $x_c$  в Y-проекции (светлые квадрат и треугольник). Приведенные значения среднеквадратичных отклонений, представленные как ошибки точек, уменьшены в 5 раз. б) Для иллюстрации, приведены сами  $y_c$ -распределения для четырех значений  $\delta X$ : -14.3, -6.3, -1.3 и 4.7.

#### 3.2. Методика восстановления координат

Характер изменений плотности распределения событий по  $x_c$  в зависимости от Xкоординаты ливня по детектору и, соответственно, от угла, имеет сложный характер: события стянуты к центру ячейки, с ростом угла дисперсии распределений растут и увеличивается право-левая асимметрия. Кроме того, с увеличением угла упавших на детектор  $\gamma$ -квантов пик распределения смещается от центра ячейки. На **рис. 8** представлены  $x_c$ -распределения событий для трех значений углов падающих гамма-квантов в Х-плоскости: -6, +82 и -162 мрад. В центральной области (при малых углах, до ~100 мрад)  $x_c$ -распределение имеет узкий пик (см. **рис. 8а**) и удовлетворительно описывается функцией плотности распределения Коши

$$f_1(x_c) = A/\alpha/(1 + ((x_c - \beta)/\alpha)^2).$$

При бо́льших углах профиль распределений имеет более сложный характер и для его описания одной функции недостаточно (см. **рис. 8b,c**). Спектры при больших углах нам удалось описать удовлетворительно только после введения дополнительной, также положительно определенной, функции вида

$$f_2(x_c) = \frac{B}{\alpha_2} \cdot (1 + \cos((x_c - \beta_2)/\alpha_2)).$$
(4)



Рис. 8. Плотность распределений событий по средневзвешенным по энергии координатам  $x_c$  для трех значений углов  $\gamma$ -квантов в Х-плоскости: а) -6 мрад (X=19), b) +82 мрад (X=24) и с) -162 мрад (X=10). Аппроксимирующие кривые: штриховые линии — описание функцией (5); штрих-пунктирные линии — описание функцией (4); d — ширина счетчика.

В приведенных выше выражениях A и B — нормировочные константы, а  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_2$  и  $\beta_2$  — свободные параметры. Предполагается, в соответствии с описываемыми данными, что функция  $f_2$  определена в интервале изменений  $x_c$  от  $x_c^{min} = (-\pi \alpha_2 + \beta_2)$  до  $x_c^{max} = (\pi \alpha_2 + \beta_2)$ , а вне данного интервала она равна 0.

Таким образом, зависимость  $f(x_c)$  в виде суммы двух функций

$$f(x_c) = f_1(x_c) + f_2(x_c)$$
(5)

удовлетворительно воспроизводит плотность распределений событий по всему детектору. Сама функция распределения и, соответственно, восстановленная координата x имеет вид

$$x = a \cdot atan((x_c - \beta)/\alpha) + b \cdot [x_c/\alpha_2 + sin((x_c - \beta_2)/\alpha_2)].$$
(6)

Функция (6) определена в интервале  $[x_c^{min}, x_c^{max}]$ . Параметры, входящие в эту зависимость, определялись следующим образом. Минимизируя функционал (5) по  $\chi^2$ -критерию по данным, полученным из моделирования, определялись константы A и B (а значит, и соотношение между ними) и параметры  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\alpha_2$  и  $\beta_2$ . После нормировки функции (5) на 1 находились нормировочные коэффициенты a и b.

Коэффициенты a и b и свободные параметры, которые нам необходимо найти, зависят от координат X(Y)  $\gamma$ -кванта в детекторе. В качестве аргумента для параметризации мы использовали координату центра счетчика с максимальным значением сигнала. Такая параметризация дает одновременно и угловую зависимость искомых параметров, поскольку существует прямая связь между номером счетчика и углом в соответствующей плоскости: смещение по координате, равное ширине одного счетчика, соответствует углу 17.5 мрад.

Параметры определялись по следующей схеме. Вся площадь детектора разбивалась на ряд зон по X (вне зависимости от Y), и для каждой зоны находились соответствующие значения параметров. Аналогичная процедура проводилась и для Y-проекции. Как правило, ширина зоны бралась равной ширине одного счетчика. Затем находились усредненные по двум проекциям значения параметров. Исходя из полученных результатов (они представлены точками на **рис. 9**), были выбраны следующие зависимости для параметров функции  $f_1$ :  $\begin{array}{l} a = a_0/(1 + (\delta X/a_{01})^2) + a_1 t^2/(1 + t^2), \quad t = \delta X/a_{11}, \\ \alpha = \alpha_0/(1 + (\delta X/\alpha_{01})^2) + \alpha_1 t^2/(1 + t^2), \quad t = \delta X/\alpha_{11}, \\ \beta = \beta_0 t + \beta_1 t^3, \quad t = \delta X/10. \end{array}$ 

Здесь  $\delta X = (X - X_0)/d$  — расстояние в счетчиках от искомого до центрального. Найденные значения коэффициентов составляют:

 $a_0 = 0.266 \pm .010, \ a_{01} = 4.47 \pm .26, \ a_1 = 0.102 \pm .02, \ a_{11} = 13.3$ (фикс),  $\alpha_0 = 0.099 \pm .005, \ \alpha_{01} = 4.04 \pm .54, \ \alpha_1 = 0.268 \pm .06, \ \alpha_{11} = 13.3 \pm 2.8,$  $\beta_0 = 0.081 \pm .005, \ \beta_1 = 0.100 \pm .004.$ 



Рис. 9. Значения параметров в зависимости от координат ливня в детекторе в X- и Y-проекциях: а) *a* и *b*; b) α и α<sub>2</sub>; c) β и β<sub>2</sub>. Кривые, показанные сплошными линиями — результат аппроксимации данных функциями с найденными параметрами (см. текст).

Сделаем небольшие пояснения к выбранной параметризации. Кроме основной волны с амплитудой  $a_0$  в 0, мы попытались оценить параметры возрастающей с углом волны, которую обозначили через  $a_1$ . Так как для полного фитирования данных недостаточно, мы зафиксировали значение параметра  $a_{11}$  равным полученной величине для  $\alpha_{11}$ .

Зависимости для параметров функции  $f_2$  были выбраны в виде

 $egin{aligned} b &= b_0 \,+\, b_1 t^2 / (1 \,+\, t^2), \quad t = & \delta X / \mathrm{b}_2, \ lpha_2 &= lpha_{20} \,+\, lpha_{21} \,\, \mathrm{t}^2 / (1 \,+\, t^2), \quad t = & \delta X / lpha_{22}, \ eta_2 &= eta_{20} \,\, atan(\delta X / eta_{21}). \end{aligned}$ 

Значения коэффициентов равны:

Типичный результат аппроксимации функцией (5) данных при энергии 1 ГэВ при трех значениях углов в Х-плоскости представлен на **рис. 8** штриховыми линиями. Кривые, представленые на **рис. 9** в Х- и Ү-проекциях, соответствуют выбранным описаниям параметров: а) a и b, b)  $\alpha$  и  $\alpha_2$  и с)  $\beta$  и  $\beta_2$ .

Выделим важный в практическом приложении частный случай строго перпендикулярных лучей, когда  $\delta X = 0$ . Функция восстановления координат в этом случае имеет простой вид

$$x(0) = a_0 \cdot atan(x_c/\alpha_0) + b_0 \cdot [x_c/\alpha_{20} + sin(x_c/\alpha_{20})].$$
(7)

В соответствии с выбранной выше нормировкой функции (4), восстановленные по функции (7) значения x меняются в пределах от -0.5 до 0.5 при изменении  $x_c$  в интервале  $[-\pi\alpha_{20}, \pi\alpha_{20}]$ , т.е. от -0.62 до +0.62. Условие нормировки в области  $x_c=0$  имеет вид

$$(\frac{\kappa}{\pi} - a_0)/\alpha_0 = 2b_0/\alpha_{20}.$$
 (8)

Здесь величина  $\kappa < 1$  и близка к 1, но вычислить ее значение нам не удалось. С некоторым приближением, для оценок можно взять ее верхнюю границу:  $\kappa = 1$ . С учетом ошибок параметров, входящих в последнее равенство, оно выполняется удовлетворительно. Заметим попутно, что отношение  $\alpha_{20}/\alpha_0$  с хорошей точностью равно 2. Зависимость (7) для 0 мрад как функция координаты центра тяжести ливня показана на **рис. 10а** сплошной линией. Здесь же представлена функция восстановления (6) с параметрами, полученными из фита для углов 125 мрад (штриховая линия) и 250 мрад (показана точками).

Распределение ливней в Х-плоскости в зависимости от номера счетчика показано на **рис. 10b**: по центру тяжести (тонкие линии) и по координатам, вычисленным по зависимости (6) (жирные линии). Как видно из представленного материала, распределение координат восстановленных  $\gamma$ -квантов близко к исходному равномерному по всей площади спектрометра.



Рис. 10. а) Функция восстановления координат (6) для углов γ-квантов: 0 мрад (сплошная линия), -125 мрад (штриховая) и -250 мрад (точки). b) Распределение ливней в Х-плоскости в зависимости от номера счетчика — по центру тяжести (тонкие линии) и по координатам, вычисленным согласно (6) (жирные линии); с) то же самое в Y-плоскости.

Сделаем два замечания.

1. В рассматриваемом нами угловом интервале можно условно выделить две области, в которых поведение функции восстановления (6) в зависимости от угла упавших на детектор  $\gamma$ -квантов имеет разные характеристики и угловое поведениее. В центральной области детектора, до ~ ±100 мрад, где доминирует распределение  $f_1$ , наблюдается более резкая угловая зависимость, чем в области бо́льших углов (см. **рис. 9**). С ростом угла функция  $f_1$  быстро уменьшается, одновременно растет  $f_2$ . В предположении, что в области малых углов вклад от функции  $f_2$  мал, можно получить оценку для верхнего значения параметра *a* из условия нормировки:  $a_{max}=1/\pi$ . А при больших значениях углов, в отсутствие вклада от функции  $f_1$ , верхнее значение *b* составляет:  $b_{max} = \frac{1}{2\pi}$ . 2. Введенное нами условие нормировки функции (5) на 1 имеет скорее вероятностный характер - восстановленная по функции (6) координата x заведомо находится в счетчике с максимумом энерговыделения. Такая нормировка не учитывает наблюдаемое расширение профиля электромагнитного ливня на плоскость детектора с углом и с энергией при ненулевом угле входа в калориметр ливнеобразующей частицы [15]. Предложенный и реализованный в данной работе подход, выполненный при одной энергии, можно рассматривать как первое приближение к рассматриваемой задаче восстановления координат под ненулевыми углами. Кроме того, интеграл (6), полученный из равенства (5), в общем случае имеет постоянную С, не определяемую в данной методике. Данные [15] указывают на возможное наличие такого смещения при неортогональных углах. Поэтому для однозначного определения соответствия между x и  $x_c$  желательно иметь измерения на пучке.

## 4. Восстановление формы ливней

При реконструкции энергий перекрывающихся ливней необходимо знание об энерговыделении по ячейкам спектрометра. Эта зависимость, называемая формой ливня, обычно представляется в виде функции двух координат и зависит от типа используемого детектора. Форма ливня измеряется экспериментально на пучке электронов с использованием трековых детекторов. Такие измерения, весьма трудоемкие, выполняются, как правило, в одной позиции спектрометра — он устанавливается перпендикулярно к пучку электронов. Поскольку в условиях реального эксперимента угол упавших на детектор ливнеобразующих частиц меняется в широких пределах, возникает задача получения формы ливней под углами, отличными от ортогонального. Задачу восстановления формы электромагнитных ливней, образующихся под разными углами к плоскости детектора, мы попытались решить методом моделирования, имеющим широкие возможности в этом плане.

В дальнейшем, при изучении формы ливней, энергии ливней в спектрометре мы будем представлять по проекциям. Нормированная энергия, просуммированная по двум проекциям в пределах матрицы 5 $\otimes$ 5 счетчиков и обозначаемая далее через  $\epsilon$ , и есть искомая форма ливня — "профиль" ливня. Оказалось, что определенный таким образом профиль ливня зависит только от одной координаты. Детальное изучение показало, что энергия, просуммированная по столбцам матрицы 5 $\otimes$ 5, как функция x не зависит не только от *у*-координаты в пределах кластера данного ливня, но и от Y-координаты в пределах всего детектора. Соответственно, то же самое и в другой проекции: y-распределение не зависит от X. По сути, это тот же самый принцип независимости координат, сформулированный выше в связи с восстановлением координат. В итоге, вместо функции с двумя переменными имеем две функции от одной переменной, соответствующие X- и Y-проекциям. Таким образом, представляя энерговыделение в спектрометре по проекциям, задачу по определению формы ливня удалось сильно упростить.

Ниже рассмотрены два способа реконструкции профиля ливня  $\epsilon$  с использованием: а) восстановленных координат и б) координат центра тяжести ливня.

## 4.1. Форма ливня как функция восстановленных координат

Были получены спектры по профилям ливня в зависимости от восстановленных координат x и y по всей площади детектора по методике, описанной при реконструкции координат. При этом для счетчика с фиксированной координатой X статистика по xраспределению суммировалась со всех счетчиков по соответствующей вертикали, также как для y-зависимости она объединялась по горизонтали по всей ширине детектора. На **рис. 11а,b** приведен типичный результат по энерговыделению в матрице  $5\otimes 5$  с координатами центра: a) X=17 (-40 мрад) и b) X=5 (-250 мрад), просуммированному по пяти счетчикам по Y из матрицы в зависимости от восстановленной x-координаты ливня. Показаны также энергии, выделившиеся в двух соседних столбцах.

В поведении этих спектров наблюдаются следующие характерные особенности:

- симметричный профиль ливня в центре спектрометра;

- нарушение симметрии к краям спектрометра, причем асимметрия растет с увеличением угла падающих γ-квантов;

- уширение спектров с ростом угла;

- зеркальная симметрия спектров относительно центра детектора;



Рис. 11. Энерговыделение ε, просуммированное по трем столбцам матрицы 5⊗5, в зависимости от восстановленной x-координаты ливня, для углов гамма-квантов: a) -40 мрад (X=17) и b)-250 мрад (X=5). Сплошные линии — описание зависимостями (9) и (10), соответственно. с) Форма ливня, вычисленная по зависимости (9), для перпендикулярных лучей.

Нам не удалось найти единое аналитическое описание  $\epsilon$ -зависимости для всего интервала углов. В интервале от -100 до 100 мрад форму ливня мы аппроксимировали зависимостью:

$$\epsilon(x) = a_1(\frac{1}{\pi}atan((x-\beta_1)/\alpha_1) + \frac{1}{2}), \ x < x_0, \ \epsilon(x) = a_2(\frac{1}{\pi}atan(-(x-\beta_2)/\alpha_2) + \frac{1}{2}), \ x > x_0.$$
(9)

Здесь  $x_0$  — значение аргумента x, при котором функция имеет максимум, изменяется в пределах от -0.15 до 0.15. Вне интервала (-100–100 мрад) использовалась другая положительно-определенная функция:

$$\epsilon(x) = b_1 \cdot \cos^2((x - \beta_1)/\alpha_1) + b_2/(1 + ((x - \beta_2)/\alpha_2)^2).$$
(10)

В вышеприведенных выражениях  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  — свободные параметры, зависящие от координаты ливня, отсчитываемой от центра спектрометра —  $\delta X$  или  $\delta Y$ 

(в счетчиках или угловых единицах). В данном случае расстояния брались в счетчиках. Параметры определялись по той же методике, что и при восстановлении координат ливней. Полученные по X- и Y-проекциям значения параметров были затем усреднены.

При аппроксимации формы ливня в центре спектрометра зависимостью (9) мы исключили "хвосты" распределений, где значения  $\epsilon$  не превышают 5 %. Усредненные значения параметров фитировались функциями:

 $\begin{array}{lll} a_{1} &= a_{10} \,+\, a_{11}\delta X, & a_{10} \,=\, 0.972 \,\pm \,.003, & a_{11} \,=\, -(2.5 \,\pm \,1.2) \cdot 10^{-3}; \\ \alpha_{1} &= \alpha_{10} \,+\, \alpha_{11}\delta X \,+\, \alpha_{12} \,\, \delta X^{2}, \\ \alpha_{10} &= 0.080 \,\pm \,.002, & \alpha_{11} \,=\, -(1.0 \,\pm \,.05) \cdot 10^{-2}, & \alpha_{12} \,=\, (1.2 \,\pm \,.2) \cdot 10^{-3}; \\ \beta_{1} &=\, -0.505 \,\pm \,.002; \\ a_{2} &= a_{20} \,+\, a_{21}\delta X, & a_{20} \,=\, 0.971 \,\pm \,.003, & a_{21} \,=\, (2.9 \,\pm \,1.3) \cdot 10^{-3}; \\ \alpha_{2} &=\, \alpha_{20} \,+\, \alpha_{21}\delta X \,+\, \alpha_{22} \,\, \delta X^{2}, \\ \alpha_{20} &=\, 0.081 \,\pm \,.002, & \alpha_{21} \,=\, (1.0 \,\pm \,.04) \cdot 10^{-2}, & \alpha_{22} \,=\, (1.2 \,\pm \,.2) \cdot 10^{-3}; \\ \beta_{2} &=\, 0.505 \,\pm \,.002. \end{array}$ 

Описание данных для X=17 зависимостью (9) с найденными параметрами показано на **рис. 11а** сплошной линией.

При описании формы ливня зависимостью (10) мы выбрали такое представление, в котором основная часть спектра описывается косинусом. Далее, ввели дополнительное условие: значение косинуса равно 0 вне интервала  $[(-\frac{\pi}{2}\alpha_1+\beta_1), (\frac{\pi}{2}\alpha_1+\beta_1)]$  изменения x. Параметры аппроксимировались следующими зависимостями:

$$\begin{split} b_1 &= p_1/(1 + (\delta X/p_2)^2), \ p_1 &= 0.943 \pm .009, \ p_2 &= 23.9 \pm .7; \\ \alpha_1 &= p_1 + p_2 \ t^2/(1+t^2) \ , \ t &= \delta X/p_3, \\ p_1 &= 0.439 \pm .012, \ p_2 &= 0.73 \pm .12, \ p_3 &= 19.1 \pm 2.8; \\ \beta_1 &= p_1/\delta X, \ p_1 &= -0.623 \pm .03; \\ b_2 &= 0.7/(1 + (\delta X/p_1)^2) + p_2\delta X^2, \ p_1 &= 6.3 \pm .2, \ p_2 &= (3.6 \pm .7) \cdot 10^{-4}; \\ \alpha_2 &= p_1 + p_2 \ t^2/(1+t^2) \ , \ t &= \delta X/p_3, \\ p_1 &= 0.211 \pm .013, \ p_2 &= 0.53 \pm .14, \ p_3 &= 17.3 \pm 4.0; \\ \beta_2 &= p_1 \ atan \ (\delta X/p_2), \ p_1 &= 0.90 \pm .06, \ p_2 &= 10.0 \pm 1.0. \end{split}$$

На **рис. 11b** сплошной линией показано описание зависимостью (10) данных для X=5 с найденными из фита параметрами, а на **рис. 11с** представлена форма ливня для предельного случая — перпендикулярных лучей.

## 4.2. Форма ливня, восстановленная через координаты его центра тяжести

Если в предыдущем случае энергии определялись через величины, находимые из вычислений, то в данном методе для этой цели предлагается использовать координаты центра тяжести ливня  $x_c$  ( $y_c$ ), определяемые непосредственно из измерений. Такой способ представления данных не нов: опыт реализации такой методики уже имеется [16].

Спектры по профилю ливней ( $\epsilon$ -распределения) как функции  $x_c$  ( $y_c$ ) были получены по той же методике, по которой проводилось восстановление координат. Общие наблюдаемые закономерности полученных спектров с углом  $\gamma$ -квантов, в основном, сохранились. Но в деталях имеются существенные различия. Во-первых, наблюдается линейная зависимость энерговыделения в фиксированных областях координат по  $x_c$ . Кроме того, и угловое поведение профиля ливня другое — формы спектров с углом изменяются слабо. Так, например, в угловом интервале +/-100 мрад профиль ливня остается практически неизменным. Для иллюстрации на **рис. 12** точками представлен результат обработки по форме ливня для тех же значений углов падающих гамма-квантов, что и в п. 3.1.



Рис. 12. Зависимость от  $x_c$  нормированного энерговыделения  $\epsilon$ , просуммированного в Y-проекции, для углов гамма-квантов: a) -40 мрад (X=17) и b) -250 мрад (X=5). Описание зависимостью (11) с найденными параметрами для соответствующих счетчиков показано сплошными линиями. с) Параметры A,  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ , описывающие профиль ливня в зависимости от координаты ливня в детекторе. Сплошными и штриховыми линиями показано описание данных функциями с найденными значениями параметров (см. текст).

Для описания полученных спектров по форме ливня мы использовали две линейные функции, соответствующие разным областям по  $x_c$ , в виде

$$\epsilon(x_c) = A + \kappa_1 \cdot (x_c - \Delta), \quad x_c < \Delta; \quad \epsilon(x_c) = A - \kappa_2 \cdot (x_c - \Delta), \quad x_c > \Delta.$$
(11)

Здесь  $A, \kappa_1, \kappa_2$  и  $\Delta$  — свободные параметры, зависящие от координат ливня по детектору —  $\delta X$  и  $\delta Y$ . (Напомним, что описываемая функция зеркально-симметрична по координатам  $\delta X$  и  $\delta Y$ ). Параметризация (11) удовлетворительно описывает данные: а) при всех углах; б) практически весь спектр по  $x_c$ , за исключением "крыльев". Эту часть спектров, где значения  $\epsilon$  составляют меньше ~5%, мы аппроксимировали отдельно (см. ниже).

Параметры определялись по стандартной схеме, а сами значения A,  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ , найденние при энергии в 1 ГэВ, представлены на **рис. 12с** соответствующими точками. Усредненные по обеим плоскостям, параметры аппроксимировались следующими функциями:

$$egin{array}{lll} A &= A_0 - A_1 \cdot (\delta X/10)^2, \ \kappa_1 &= \kappa_{10} + \kappa_{11} \ \delta X + \kappa_{12} \ ((\delta X - \kappa_{13})/10)^4, \ \kappa_2 &= \kappa_{20} + \kappa_{21} \ ((\delta X - \kappa_{22})/10)^2, \ \Delta &= \Delta_1 \ \mathrm{t} + \Delta_2 \ \mathrm{t}^3, \quad t = \delta X/10. \end{array}$$

Здесь  $\delta X$  — как обычно, расстояние в счетчиках от искомого до центрального —  $(X - X_0)/d$ . Сами значения параметров составляют:

 $\begin{array}{l} A_{0} = 0.969 \pm .001, \ A_{1} = 0.098 \pm .001; \\ \kappa_{10} = 0.944 \pm .003, \ \kappa_{11} = - \ (4.4 \pm .7) \cdot 10^{-3}, \quad \kappa_{12} = - \ 0.097 \pm .003, \ \kappa_{13} = - \ 2.2 \pm .2; \\ \kappa_{20} = 0.979 \pm .003, \quad \kappa_{21} = - \ 0.141 \pm .004, \quad \kappa_{22} = 4.0 \pm .2; \\ \Delta_{1} = \ (4.6 \pm .2) \cdot 10^{-2}, \quad \Delta_{2} = \ (3.1 \pm .2) \cdot 10^{-2}. \end{array}$ 

Сплошными линиями и пунктиром на **рис. 12с** показано описание параметров (кроме  $\Delta$ ) в зависимости от X- и Y-координат, а сплошными линиями на **рис. 12а,b** зависимостью (11) для значений X=17 и X=5.

Края *є*-распределения (см. рис. 12а,b) мы аппроксимировали линейной функцией

$$\epsilon(x_c) = a - bx_c. \tag{12}$$

Последнее выражение справедливо для области отрицательных углов  $\gamma$ -квантов. С учетом зеркальной симметрии, в выражении для положительной части хвоста распределения изменится только знак при коэффициенте *b*. Параметры *a* и *b* как функции  $\delta X$  и  $\delta Y$  мы описали зависимостями:

 $a = a_0 + a_1 \,\,\delta X^2,$ 

 $b = b_0 + b_1 \, \delta X^2.$ 

Значения самих параметров составляют:

 $a_0 = 0.06 \pm .02, \qquad a_1 = (1.4 \pm .1) \cdot 10^{-3},$ 

 $b_0 = 0.03 \pm .01, \qquad b_1 = (9.1 \pm .7) \cdot 10^{-4}.$ 

Описание хвоста спектра для счетчика  $X{=}5$  показано на рис. 12b.

Кажется очевидным, что определение энергии одиночных ливней через координаты центра тяжести ливня даст лучшие точности по сравнению с первым методом, рассмотренным выше. Можно ли воспользоваться данным методом при восстановлении пары перекрывающихся ливней, образующихся от распада  $\pi^0$ -мезонов? Очевидно, что можно, но алгоритм восстановления ливней на выходе будет выдавать два значения энергий  $\epsilon^{(1)}$  и  $\epsilon^{(2)}$  и две пары координат по центру тяжести ливня по двум проекциям:  $x_c^{(1)}$ ,  $x_c^{(2)}$  и  $y_c^{(1)}$ ,  $y_c^{(2)}$ , которые надо будет преобразовать в "истинные" координаты упавших на детектор  $\gamma$ -квантов:  $x^{(i)} = f(x_c^{(i)})$  и  $y^{(i)} = f(y_c^{(i)})$ , где i=1,2. Какой из двух рассмотренных выше методов дает лучшую точность в случае реконструкции перекрывающихся электромагнитных ливней? Кажется, что использование второго метода предпочтительнее, поскольку первому присущи неизбежные ошибки, связанные с нахождением "истинной"координаты в итерационной процедуре при восстановлении энергии. Но для окончательного выяснения данного вопроса требуется специальное рассмотрение, и потому мы оставляем его открытым.

# 5. Сравнение результатов моделирования с тестовыми измерениями

Для сравнения результатов, полученных моделированием, с реальными экспериментальными данными мы воспользовались тестовыми измерениями на ядрах алюминия, выполненными на пучке  $\pi^-$ -мезонов с энергией 34 ГэВ в сеансе ДЕК-2004. Как уже отмечалось, целью наших измерений является изучение рождения  $\pi^0$ -мезонов в задней полусфере *pp*системы.

Для эффективной режекции  $\mu$ -мезонов и адронов был выбран достаточно высокий порог по энергии — 750 МэВ. X- и Y-проекции числа сработавших счетчиков в кластере для трех уровней порога по энергии - 300, 750 и 1200 МэВ показаны на **рис. 13**. Как видно из этого рисунка, асимметрия в распределении кластеров по X- и Y-проекциям с увеличением порога по энергии уменьшается.



Рис. 13. Распределение кластеров по числу сработавших счетчиков в X- и Y-проекциях для уровней порога по энергии: а) 0.30 ГэВ, b) 0.75 ГэВ и с) 1.20 ГэВ.

Тем не менее, при выбранном нами пороге 750 МэВ она еще остается заметной, что свидетельствует, возможно, об имеющемся вкладе адронов даже при таком высоком пороге. Кроме того, наблюдается заметное число кластеров с размерами, превышающими ожидаемые 5 $\otimes$ 5 счетчиков. Это является следствием вклада энергичных  $\pi^0$ -мезонов из передней полусферы, дающих два близких по углу  $\gamma$ -кванта и "пропущенных" алгоритмом обработки. Для наших целей мы использовали второй, дополнительный критерий: число сработавших счетчиков в кластере по проекциям X и Y составляло:

 $2 \le N_x \le 8, \quad 2 \le N_y \le 6.$ 

Рассмотрим теперь форму ливня  $\epsilon$  (точнее, две ее проекции — X и Y), следующую из экспериментальных данных. Для иллюстрации на **рис. 14a,b** представлена Y-проекция формы в зависимости от восстановленной координаты y для углов  $\gamma$ -квантов -10 и -65 мрад, а на **рис. 14c** — X-проекция для угла 90 мрад. Эта же величина  $\epsilon$ , полученная как функция координат центра тяжести ливня для тех же углов и проекций, показана на **рис. 14d-f**. Как видно, формы ливня, полученные из экспериментальных данных и из моделирования (ср. также с **рис. 11** и **рис. 12**), подобны. Однако моделирование дает несколько завышенные значения вблизи центра по сравнению с экспериментом. Это видно на **рис. 14a,d**, где результат моделирования представлен сплошными линиями.

Отметим две причины, которые могут привести к наблюдаемому расхождению между формой ливня, полученной из моделирования, и формой из экспериментальных данных.

При моделировании использовалась зависимость длины поглощения от длины волны фотонов, полученная для свинцового стекла марки ТФ-0001, а не для используемой нами марки ТФ-1. Этот факт был отмечен нами выше (см. разд. 2.1). Ожидаемая разница в амплитуде формы ливня может составить, по нашим оценкам, 2–3%.

Вторая, и главная, причина расхождений между условиями, заложенными в моделирование, и реальным спектрометром — это наличие воздушного зазора между торцевой плоскостью свинцового счетчика и ФЭУ в реальных условиях. В моделировании такой воздушный зазор не учитывался, с тем чтобы исключить фактор неопределенности, связанный с наличием зазора. Такое предположение подтверждается, в частности, данными, полученными на спектрометре ГАМС [13] на электронах. Когда перпендикулярный к плоскости спектрометра электрон бьет в центр счетчика, энерговыделение в этом счетчике составляет 84% при наличии оптической замазки между ФЭУ и счетчиком спектрометра. В случае отсутствия оптической замазки (и наличии воздушного зазора) энерговыделение при аналогичных условиях падает до 78%. Оценка значения выделившейся энергии, полученная по данным из выполненного нами моделирования в условиях, близких к использованию оптической замазки, также составляет ~84 %. Таким образом, из всего вышеизложенного можно вывести заключение, что результаты моделирования удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.



Рис. 14. Форма ливня  $\epsilon$  как функция восстановленной координаты y для углов  $\gamma$ -квантов в Y-проекции: а) -10 мрад ( $Y_{max}=12$ ), b) -65 мрад ( $Y_{max}=9$ ) и в X-проекции в зависимости от x: с) 80 мрад ( $X_{max}=23$ ). Величина  $\epsilon$  представляет энергию из матрицы 5 $\otimes$ 5, просуммированную по 5 строкам для Y-проекции и по 5 столбцам для X-проекции. d-f) То же самое в зависимости от координат центра тяжести ливня  $y_c$  и  $x_c$ . Сплошными линиями показан результат моделирования для величины  $\epsilon$  при  $Y_{max}=12$  в зависимости от: а) восстановленной координаты y и d) координаты центра тяжести ливня  $y_c$ .

Посмотрим, какова ситуация с двухливневыми событиями. Распределение таких событий в зависимости от их суммарной энергии приведено на **рис. 15a**, а на **рис. 15b** как функция  $p_t$  и  $y_{lab}$ . Распределение этих же событий в зависимости от их эффективной массы  $m_{\gamma\gamma}$ , полученное при значениях  $y_{lab} \ge 1.4$  и  $p_t \le 1.2$  ГэВ/с, показано на **рис. 15c**. На этом рисунке показана аппроксимация: сплошной линией — Гаусс + фон, пунктиром — фон. Для получения данного распределения были учтены только поправки на восстановление *x*- и *y*-координат ливня по изложенной выше второй методике. Это позволило уменьшить разрешение по массе  $m_{\gamma\gamma}$  с ~25 до ~21 МэВ/ $c^2$ . Форма ливня на данном этапе не использовалась.

Для оценки полученной экспериментальной величины разрешения по массе приведем некоторые характеристики, следующие из моделирования. Разрешение по массе  $\pi^0$ мезонов с энергией 1 Гэв составляет ~8 МэВ/с<sup>2</sup> и слабо зависит от их энергии. Угловое разрешение восстановленных  $\pi^0$ -мезонов при энергии 1 Гэв составляет ~5.3 мрад, при 3 ГэВ — 2.2 мрад, а точность восстановления координат  $\pi^0$ -мезонов с энергией 3 ГэВ равна 4.5 мм и несколько ухудшается с уменьшением их энергии.



Рис. 15. Распределения, полученные из экспериментальных данных на Al-мишени толщиной 45 мм: а) двухливневые события в зависимости от их суммарной энергии; b) эти же события, представленные как функция  $p_t$  и  $y_{lab}$ ; c)  $2\gamma$ -события в зависимости от массы  $m_{\gamma\gamma}$  (при значениях  $y_{lab} \ge 1.4$ ,  $p_t \le 1.2 \ \Gamma \ge B/c$ ). Аппроксимация данных — Гаусс + фон — показана сплошной линией, пунктиром — фон.

Из сравнения полученного результата моделирования с выбранным экспериментальным материалом можно сделать два вывода.

1. Наблюдается небольшое различие наблюдаемой в эксперименте формы ливня в центральной области по сравнению с моделированием. Связано это, скорее всего, с тем, что при моделировании не учитывался воздушный слой между ФЭУ и торцом счетчика.

2. Из наблюдаемой асимметрии числа сработавших счетчиков в кластере по X- и Yпроекциям, уменьшающейся с увеличением порога по энергии, но не исчезающей, можно сделать вывод о возможном вкладе адронов в данные эксперимента. Возможно, одной из причин, почему велико разрешение по эффективной массе  $m_{\gamma\gamma}$ , также является вклад адронов.

# Заключение

В работе описан метод реконструкции координат и формы ливня от гамма-квантов с диапазоном углов входа в детектор до  $\pm 250$  мрад. Изучение проводилось на данных, полученных моделированием электромагнитных ливней от  $\gamma$ -квантов низких энергий, ниже 5 Гэв. Основные результаты можно кратко сформулировать следующим образом.

- Показано, что X-распределение координаты центра тяжести ливня, также как и Y-распределение, является функцией одного аргумента.

- Предложена методика восстановления координат гамма-квантов, падающих на спектрометр в широком угловом интервале, до ± 250 мрад.

- Найдено, что если форму ливня представлять по проекциям, то каждая из них будет иметь зависимость только от одной координаты.

- Предложено два метода восстановления формы ливней, представленной по проекциям — через восстановленные координаты и через координаты центра тяжести ливня. - Наблюдается удовлетворительное согласие профиля ливня, найденного из моделирования, с восстановленным из экспериментальных данных. Работа частично поддержана грантом РФФИ 03-02-16919.

#### Список литературы

- В.Д. Апокин и др. // ПТЭ, 1998, N. 4, с. 23; Препринт ИФВЭ 97-38, Протвино, 1997.
- [2] GEANT3.21. CERN Program Library, W5013.
- [3] А.П. Мещанин. Внутренний отчет по эксперименту PRIMEX, Jefferson Lab., 2001.
- [4] Оптическое стекло. Каталог СССР-ГДР. Машприбор, 1977.
- [5] А.Н. Зайдель и Е.Я. Шрейдер. Вакуумная спектроскопия и ее применение. М.: Наука, 1976.
- [6] В.Н. Евдокимов и др. Препринт ИФВЭ 86-34, Серпухов, 1986.
- [7] А.Н. Васильев и др. // ПТЭ, 1999, N. 4, с. 37;
   Препринт ИФВЭ 98-72, Протвино, 1998.
- [8] Ю.Д. Прокошкин. Препринт ИФВЭ 98-13, Протвино, 1998.
- [9] Ф. Бинон и др. Препринт ИФВЭ 78-133, Серпухов, 1978.
- [10] F. Binon et al.// Nucl. Instr. and Meth., 1981, v. 188, p. 507.
- [11] G.A Akopdjanov et al.// Nucl. Instr. and Meth., 1977, v. 140, p. 441.
- [12] B.B. Brabson et al.// Nucl. Instr. and Meth., 1993, v. A332, p. 419.
- [13] A.A. Lednev. // Nucl. Instr. and Meth., 1995, v. A366, p. 292.
- [14] А.В. Кулик и др. Препринт ИФВЭ 85-17, Протвино, 1985.
- [15] А.В. Базилевский и др.// ПТЭ, 1998, N. 6, с. 54; Препринт ИФВЭ 98-17, Протвино, 1998.
- [16] А. Bazilevsky et al.// PHENIX note, June 1998;
   А.В. Базилевский. Диссертация, предст. на соискание к.ф.м.н., Протвино, 1998.

Рукопись поступила 6 июля 2005 г.

А.Н. Васильев и др.

Восстановление координат и формы ливня в электромагнитном калориметре полного поглощения методом Монте-Карло.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **ШТ<sub>Е</sub>Х.** Редактор Л.Ф. Васильева. Технический редактор И.В. Кожина.

Подписано к печати 08.07.2005. Формат 60 × 84/8. Офсетная печать. Печ.л. 2,875. Уч.-изд.л. 2,3. Тираж 130. Заказ 75. Индекс 3649.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий 142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

 $\Pi P E \Pi P И H T 2005-26, И \Phi В Э, 2005$