



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2005–43
ОТФ

С.С. Герштейн, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили

САМООГРАНИЧЕНИЕ
ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ И ЕГО РОЛЬ
ВО ВСЕЛЕННОЙ

Направлено в *УФН*

Протвино 2005

Аннотация

Герштейн С.С., Логунов А.А., Мествиришвили М.А. *Самоограничение* гравитационного поля и его роль во Вселенной: Препринт ИФВЭ 2005–43. – Протвино, 2005. – 38 с., 1 рис., 1 табл., библиогр.: 34.

В статье показано, что согласно релятивистской теории гравитации гравитационное поле, осуществляя своим действием замедление течения времени, само в сильном поле останавливает это замедление. Так проявляется физическое свойство поля к *самоограничению* гравитационного потенциала. Это свойство поля приводит к остановке коллапса массивных тел и циклическому развитию однородной и изотропной Вселенной.

Abstract

S.S. Gershtein, A.A. Logunov, and M.A. Mestvirishvili *Self-restriction* of gravitational field and its role in the Universe: IHEP Preprint 2005–43. – Protvino, 2005. – p. 38, figs. 1, tables 1, refs.: 34.

It is shown in the article that according to the Relativistic Theory of Gravitation the gravitational field providing slowing down of the time rate nevertheless stops this slowing down in strong fields itself. So a physical tendency of this field to *self-restriction* of the gravitational potential is demonstrated. This property of the field leads to a stopping of the collapse of massive bodies and to the cyclic evolution of the homogeneous and isotropic Universe.

Содержание

| | |
|---|-----------|
| Введение | 1 |
| 1. Уравнения сферически-симметричного статического гравитационного поля | 4 |
| 2. Внешнее решение для сферически-симметричного статического тела | 5 |
| 3. Внутреннее решение типа Шварцшильда | 12 |
| 4. О границе замедления времени | 16 |
| 5. О невозможности предельно жесткого уравнения состояния вещества | 19 |
| 6. Наблюдаемо ли пространство Минковского? | 20 |
| 7. Эволюция однородной и изотропной Вселенной | 21 |
| 7.1. Уравнения эволюции масштабного фактора | 21 |
| 7.2. Отсутствие космологической особенности. | 23 |
| 7.3. Невозможность неограниченного “расширения Вселенной” | 25 |
| 7.4. Эволюция ранней Вселенной | 26 |
| 7.5. Полная относительная плотность вещества и масса гравитона | 27 |
| 7.6. Верхний предел на массу гравитона | 28 |
| 7.7. Интеграл эволюции Вселенной и современное значение масштабного фактора | 29 |
| 7.8. Несовместимость РТГ с существованием постоянного космологического члена (Λ CDM-теория). Необходимость квинтэссенции с $\nu > 0$ | 31 |
| 7.9. Начало и конец современного ускоренного расширения | 32 |
| 7.10. Максимальное значение масштабного фактора и интеграл эволюции Вселенной | 34 |

Введение

Как в теории тяготения Ньютона, так и в общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна силы гравитации — это только силы притяжения. Однако полевые представления о гравитации показывают, что в сильных гравитационных полях это не совсем так. Но об этом ниже.

Релятивистская теория гравитации (РТГ) была подробно изложена на страницах УФН в статье [1]. Поэтому здесь мы кратко остановимся только на некоторых ее основных положениях.

В основе РТГ лежит специальная теория относительности, что и обеспечивает наличие законов сохранения энергии-импульса и момента количества движения для всех физических процессов, в том числе и для гравитационных. РТГ исходит из гипотезы, что гравитация универсальна и ее источником является сохраняющийся тензор энергии-импульса всех полей материи, в том числе и гравитационного. Именно поэтому гравитационное поле является тензорным полем $\phi^{\mu\nu}$. Такой подход находится в соответствии с идеей Эйнштейна, о которой он писал еще в 1913 г. [2]: “...тензор гравитационного поля $\vartheta_{\mu\nu}$ является источником поля наравне с тензором материальных систем $\Theta_{\mu\nu}$. Исключительное положение энергии гравитационного поля по сравнению со всеми другими видами энергии привело бы к недопустимым последствиям”. Эта мысль Эйнштейна и была положена в основу построения релятивистской теории гравитации. При построении общей теории относительности Эйнштейну не удалось ее реализовать, поскольку вместо тензора энергии-импульса гравитационного поля в ОТО возник псевдотензор гравитационного поля. Все это произошло из-за того, что Эйнштейн не рассматривал гравитационное поле как физическое поле (типа Фарадея-Максвелла) в пространстве Минковского. Именно поэтому в уравнениях ОТО не содержится метрика пространства Минковского.

Подход к гравитации, принятый в РТГ, приводит к *геометризации*: возникает эффективное риманово пространство, но только с простой топологией. Это приводит к следующей картине: движение пробного тела в пространстве Минковского под действием гравитационного поля эквивалентно движению этого тела в эффективном римановом пространстве, созданным гравитационным полем. Силы гравитации являются физическими силами, а поэтому не могут обратиться в нуль выбором системы координат. Именно это позволяет в теории отделить силы инерции от сил гравитации.

В полевом подходе к гравитации возникает эффективное риманово пространство, но только с простой топологией. Именно поэтому полевые представления не могут привести к ОТО, где топология в общем случае не простая.

Описанные выше представления приводят к следующей полной системе уравнений [1, 3, 4]:

$$\left(R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R\right) + \frac{m^2}{2}\left[g^{\mu\nu} + \left(g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}g^{\alpha\beta}\right)\gamma_{\alpha\beta}\right] = 8\pi GT^{\mu\nu}, \quad (1)$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\nu\mu} = 0. \quad (2)$$

Здесь $T^{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса вещества¹; D_ν — ковариантная производная в пространстве Минковского; $\gamma_{\alpha\beta}$ — метрический тензор пространства Минковского; $g_{\alpha\beta}$ — метрический тензор эффективного риманова пространства; $m = m_g c/\hbar$, m_g — масса гравитона; $\tilde{g}^{\nu\mu} = \sqrt{-g} g^{\nu\mu}$ — плотность метрического тензора $g^{\nu\mu}$, $g = \det g_{\mu\nu}$.

Благодаря наличию в уравнениях (1) массы покоя гравитона, уравнения (2) являются следствием уравнений гравитационного поля (1) и уравнений вещества.

Эффективная метрика риманова пространства $g^{\mu\nu}$ связана с гравитационным полем $\phi^{\mu\nu}$ соотношением

$$\tilde{g}^{\mu\nu} = \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\phi}^{\mu\nu},$$

где

$$\tilde{\gamma}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma} \gamma^{\mu\nu}, \quad \tilde{\phi}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma} \phi^{\mu\nu}, \quad \gamma = \det \gamma_{\mu\nu}.$$

Система уравнений (1)–(2) общековариантна относительно произвольных преобразований координат и форминвариантна относительно преобразований Лоренца. Она непосредственно следует из принципа наименьшего действия с плотностью лагранжиана

$$L = L_g(\gamma_{\mu\nu}, \tilde{g}^{\mu\nu}) + L_M(\tilde{g}^{\mu\nu}, \phi_A),$$

здесь

$$L_g = \frac{1}{16\pi} \tilde{g}^{\mu\nu} (G_{\mu\nu}^\lambda G_{\lambda\sigma}^\sigma - G_{\mu\sigma}^\lambda G_{\nu\lambda}^\sigma) - \frac{m^2}{16\pi} \left(\frac{1}{2} \gamma_{\mu\nu} \tilde{g}^{\mu\nu} - \sqrt{-g} - \sqrt{-\gamma} \right),$$

$$G_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (D_\mu g_{\sigma\nu} + D_\nu g_{\sigma\mu} - D_\sigma g_{\mu\nu}), \quad \phi_A \text{ — поля вещества.}$$

Для того чтобы времениподобные и изотропные интервалы в эффективном римановом пространстве не выходили за конус исходного пространства Минковского, должно выполняться условие причинности

$$\gamma_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 0, \quad g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu \leq 0, \quad (3)$$

здесь v^ν — четырехвектор скорости.

Таким образом, движение пробных тел под действием гравитационного поля всегда происходит *внутри* как риманова конуса, так и конуса пространства Минковского, что и обеспечивает геодезическую полноту.

Масса покоя гравитона возникает в теории с необходимостью, поскольку только с ее введением и можно рассматривать гравитационное поле как физическое поле в пространстве Минковского, считая его источником полный сохраняющийся тензор энергии-импульса всей материи. Но именно наличие массы покоя гравитона совершенно изменяет как процесс коллапса, так и эволюцию Вселенной.

¹Под веществом мы подразумеваем все физические поля материи, кроме гравитационного.

Когда А. Эйнштейн в 1913 г. связал гравитационное поле с метрическим тензором риманова пространства, оказалось, что такое поле вызывает замедление хода времени физического процесса. Это замедление, в частности, можно проиллюстрировать на примере решения Шварцшильда, сравнивая ход времени в присутствии гравитационного поля с ходом времени для удаленного наблюдателя. Однако в общем случае в ОТО присутствует только метрический тензор риманова пространства, а поэтому в уравнениях Гильберта-Эйнштейна отсутствуют какие-либо признаки инерциального времени пространства Минковского. По этой причине универсальное свойство гравитационного поля оказывать замедляющее действие на ход времени по сравнению с инерциальным временем не могло получить в ОТО дальнейшего развития.

Возникновение эффективного риманова пространства в полевой теории гравитации при сохранении пространства Минковского как основного пространства придает свойству гравитационного поля замедлять ход времени особое значение. Именно только в этом случае и можно говорить в полной мере о замедлении хода времени, осуществляя сравнение хода времени в гравитационном поле с ходом времени t в инерциальной системе координат пространства Минковского при отсутствии гравитации. Все это и реализовано в РТГ, так как в полную систему ее уравнений входит метрический тензор $\gamma_{\mu\nu}$ пространства Минковского.

Чтобы показать, что изменение хода времени ведет к появлению силы, обратимся к уравнению Ньютона:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F.$$

Если в этом уравнении формально перейти от инерциального времени t ко времени τ по правилу

$$d\tau = U(t)dt,$$

то легко получить

$$m \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{1}{U^2} \left\{ F - \frac{dx}{dt} \frac{d}{dt} \ln U \right\}.$$

Отсюда видно, что изменение хода времени, определяемое функцией U , ведет к появлению эффективной силы. Но все это здесь имеет чисто формальный характер, поскольку в данном случае нет физической причины, которая изменила бы ход времени. Но именно этот формальный пример показывает, что если в природе идет процесс замедления хода времени, то он неминуемо создает эффективные полевые силы, а поэтому их необходимо обязательно учитывать в теории как нечто совершенно новое и удивительное. Физическое гравитационное поле изменяет как ход времени, так и параметры пространственных величин, по сравнению с теми же величинами в инерциальной системе пространства Минковского при отсутствии гравитации.

Полевой подход дает возможность глубже понять природу гравитационного поля и прийти к выводу, что когда *Природа* наделила гравитационное поле свойством замедлять течение инерциального времени, она одновременно наделила его и свойством останавливать процесс замедления. Именно отсюда возникла способность поля к ограничению своей величины (самоограничению) и невозможность остановки течения времени гравитационным полем. *Таким образом, согласно РТГ замедление течения инерциального времени и остановка процесса замедления есть одно общее свойство гравитационного поля.* В ОТО проявилась только первая часть этого свойства.

Полевой подход к гравитации, исключая концепцию черных дыр, объясняет эволюцию как массивных тел, так и Вселенной, на основе более глубокого раскрытия физических свойств самого гравитационного поля.

Именно все это и подтверждает глубокую интуицию А. С. Эддингтона, который 11 января 1935 г. на заседании Королевского астрономического общества сказал: “Звезда должна эволюционировать таким образом: излучать и излучать, сжиматься и сжиматься до тех пор, пока, как я полагаю, она не достигнет величины радиуса в несколько километров; тогда силы гравитации становятся слишком сильными, чтобы быть уравновешенными давлением. Тем самым, я вынужден прийти к выводу, что это почти *reductio ad absurdum* (приведение к абсурду) формулы для релятивистского вырожденного газа. Возможные случайные обстоятельства могли бы предотвратить такое поведение звезды, но я хочу, чтобы был более сильный запрет на такую эволюцию звезды. Я думаю, что должен был бы существовать Закон Природы, который бы не допускал эволюцию звезды столь абсурдным способом”.²

Оказывается, что в полевых представлениях о гравитации такой Закон Природы содержится в физическом свойстве гравитационного поля останавливать процесс замедления течения времени и тем самым ограничивать свой потенциал, что и останавливает процесс сжатия.

Далее мы на примерах коллапса и эволюции однородной и изотропной Вселенной рассмотрим как возникает самоограничение потенциала гравитационного поля, которое останавливает как процесс замедления времени, так и процесс сжатия вещества.

1. Уравнения сферически-симметричного статического гравитационного поля

Интервал в пространстве Минковского в сферических координатах имеет вид

$$d\sigma^2 = (dx^0)^2 - (dr)^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (4)$$

здесь $x^0 = ct$. Интервал в эффективном римановом пространстве для сферически симметричного статического поля записывается в форме

$$ds^2 = U(r)(dx^0)^2 - V(r)dr^2 - W^2(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (5)$$

Уравнения (1)–(2) РТГ представим в форме

$$R_{\nu}^{\mu} - \frac{1}{2}\delta_{\nu}^{\mu}R + \frac{m^2}{2}\left(\delta_{\nu}^{\mu} + g^{\mu\alpha}\gamma_{\alpha\nu} - \frac{1}{2}\delta_{\nu}^{\mu}g^{\alpha\beta}\gamma_{\alpha\beta}\right) = \kappa T_{\nu}^{\mu}, \quad (6)$$

$$D_{\mu}\tilde{g}^{\mu\nu} = 0. \quad (7)$$

В развернутом виде уравнение (7) имеет вид:

$$\partial_{\mu}\tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\lambda\sigma}^{\nu}\tilde{g}^{\lambda\sigma} = 0. \quad (8)$$

Здесь $\gamma_{\lambda\sigma}^{\nu}$ — символы Кристоффеля пространства Минковского.

Для сферически-симметричного статического источника компоненты тензора T_{ν}^{μ} имеют вид

$$T_0^0 = \rho(r), \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{p(r)}{c^2}, \quad (9)$$

здесь ρ — плотность массы, p — изотропное давление.

²Журнал The Observatory. 1935. Vol. 58. P. 373.

Для определения метрических коэффициентов U, V и W можно воспользоваться уравнениями (6) для значений индексов $\mu = 0, \nu = 0; \mu = 1, \nu = 1$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} - \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{V} \right) + \\ + \frac{1}{2} m^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = \varkappa \rho, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{W^2} - \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 - \frac{1}{UVW} \frac{dW}{dr} \frac{dU}{dr} + \\ + \frac{1}{2} m^2 \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) - \frac{r^2}{W^2} \right] = -\varkappa \frac{p}{c^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Уравнение (8) принимает вид

$$\frac{d}{dr} \left(\sqrt{U/V} W^2 \right) = 2r \sqrt{UV}. \quad (12)$$

Учитывая тождество

$$\frac{dr}{dW} \frac{1}{W^2} \frac{d}{dr} \left[\frac{W}{V} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 \right] = \frac{1}{VW^2} \left(\frac{dW}{dr} \right)^2 + \frac{2}{VW} \frac{d^2W}{dr^2} + \frac{1}{W} \frac{dW}{dr} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{V} \right),$$

и переходя от производных по r к производным по W , уравнения (10), (11) и (12) принимают вид

$$1 - \frac{d}{dW} \left[\frac{W}{V(dr/dW)^2} \right] + \frac{1}{2} m^2 \left[W^2 - r^2 + \frac{W^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) \right] = \varkappa W^2 \rho, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{W}{V(dr/dW)^2} \frac{d}{dW} [\ln(UW)] + \\ + \frac{1}{2} m^2 \left[W^2 - r^2 - \frac{W^2}{2} \left(\frac{1}{U} - \frac{1}{V} \right) \right] = -\varkappa W^2 \frac{p}{c^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{d}{dW} \left[\sqrt{U/V} W^2 \right] = 2r \sqrt{UV} \frac{dr}{dW}. \quad (15)$$

Эти уравнения мы далее и будем исследовать для различных уравнений состояния вещества. Именно на основе этих уравнений в разделах 2, 3 и 4 будет показано, что гравитационное поле обладает свойством *самоограничения*, которое и устанавливает границу для замедления течения времени гравитационным полем.

2. Внешнее решение для сферически-симметричного статического тела

В данном разделе будет показано, что наличие массы покоя гравитона качественно изменяет характер решения в области близкой к сфере Шварцшильда. Ниже мы подробно это рассмотрим.

Вычитая уравнение (14) из уравнения (13) и вводя новую переменную

$$Z = \frac{UW^2}{V\dot{r}^2}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{dt}, \quad t = \frac{W - W_0}{W_0}, \quad (16)$$

получаем

$$\frac{dZ}{dW} - \frac{2Z}{U} \frac{dU}{dW} - 2 \frac{Z}{W} - \frac{m^2 W^3}{2W_0^2} \left(1 - \frac{U}{V}\right) = -\varkappa \frac{W^3}{W_0^2} \left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) U. \quad (17)$$

Складывая уравнения (13) и (14), находим

$$1 - \frac{1}{2} \frac{W_0^2}{W} \frac{1}{U} \frac{dZ}{dW} + \frac{m^2}{2} (W^2 - r^2) = \frac{1}{2} \varkappa W^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2}\right). \quad (18)$$

Рассмотрим уравнения (17) и (18) вне вещества в области определяемой неравенствами

$$\frac{U}{V} \ll 1, \quad \frac{1}{2} m^2 (W^2 - r^2) \ll 1. \quad (19)$$

В этой области уравнение (18) имеет вид

$$U = \frac{1}{2} \frac{W_0^2}{W} \frac{dZ}{dW} = \frac{1}{2} \frac{W_0}{W} \frac{dZ}{dt}. \quad (20)$$

Принимая во внимание (20), приведем уравнение (17) к виду

$$Z \frac{d^2 Z}{dW^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{dZ}{dW}\right)^2 + \frac{1}{4} m^2 \frac{W^3}{W_0^2} \frac{dZ}{dW} = 0. \quad (21)$$

Введем согласно (16) переменную t , тогда уравнение (21) примет форму

$$Z \ddot{Z} - \frac{1}{2} (\dot{Z})^2 + \alpha (1+t)^3 \dot{Z} = 0, \quad (22)$$

здесь $\alpha = m^2 W_0^2 / 4$, $\dot{Z} = dZ/dt$. Для значений t , определяемых неравенством

$$0 \leq t \ll 1/3, \quad (23)$$

уравнение (22) упрощается

$$Z \ddot{Z} - \frac{1}{2} (\dot{Z})^2 + \alpha \dot{Z} = 0. \quad (24)$$

Оно имеет решение

$$\lambda \sqrt{Z} = 2\alpha \ln \left(1 + \frac{\lambda \sqrt{Z}}{2\alpha}\right) + \frac{\lambda^2}{2} t, \quad (25)$$

здесь λ — произвольная постоянная.

На основании (20) и (16) имеем

$$U = \frac{1}{2} \frac{W_0}{W} \dot{Z}, \quad Vr^2 = \frac{1}{2} W_0 W \frac{\dot{Z}}{Z}. \quad (26)$$

Используя (25), находим

$$\dot{Z} = 2\alpha + \lambda \sqrt{Z}. \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26), получаем

$$U = \frac{W_0}{W} \left(\alpha + \frac{\lambda}{2} \sqrt{Z}\right), \quad Vr^2 = W_0 W \frac{\alpha + \lambda \sqrt{Z}/2}{Z}. \quad (28)$$

При $\alpha = 0$ на основании (25) имеем

$$\sqrt{Z} = \frac{\lambda}{2} t. \quad (29)$$

Подставляя это выражение в (28), находим

$$U = \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \frac{W - W_0}{W}. \quad (30)$$

Но это выражение для U должно точно совпадать с решением Шварцшильда

$$U = \frac{W - W_g}{W}, \quad W_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (31)$$

Сравнивая (30) и (31), получаем

$$\lambda = 2, \quad W_0 = W_g. \quad (32)$$

Таким образом находим:

$$U = \frac{W_g}{W}(\alpha + \sqrt{Z}), \quad V\dot{r}^2 = W_g W \frac{\alpha + \sqrt{Z}}{Z}. \quad (33)$$

Нам необходимо теперь определить зависимость r от W с помощью (15).

Подставляя (33) в уравнение (15) и переходя к переменной

$$\ell = r/W_g, \quad (34)$$

получаем

$$\frac{d}{d\sqrt{Z}} \left[(1+t) \frac{dZ}{dt} \frac{d\ell}{d\sqrt{Z}} \right] = 4\ell. \quad (35)$$

Учитывая (27) и совершая дифференцирование по \sqrt{Z} в (35), находим

$$(1+t)(\alpha + \sqrt{Z}) \frac{d^2\ell}{(d\sqrt{Z})^2} + (1+t + \sqrt{Z}) \frac{d\ell}{d\sqrt{Z}} - 2\ell = 0. \quad (36)$$

Так как нас интересует область значений t , определяемая неравенством (23), то уравнение (36) в этой области упрощается и имеет вид

$$(\alpha + \sqrt{Z}) \frac{d^2\ell}{(d\sqrt{Z})^2} + (1 + \sqrt{Z}) \frac{d\ell}{d\sqrt{Z}} - 2\ell = 0. \quad (37)$$

Общее решение уравнения (37) будет

$$\ell = A\ell_1 + B\ell_2, \quad (38)$$

где

$$\ell_1 = F[-2, 1 - \alpha, -(\alpha + \sqrt{Z})], \quad \ell_2 = (\alpha + \sqrt{Z})^\alpha F[-2 + \alpha, 1 + \alpha, -(\alpha + \sqrt{Z})].$$

Здесь A и B — произвольные постоянные, F — вырожденная гипергеометрическая функция.

Анализ решения (38) приводит в области, определяемой неравенствами (19) и (23) к равенству

$$\dot{r} = W_g. \quad (39)$$

Рассмотрим следующий предельный случай:

$$\sqrt{Z} \gg \alpha. \quad (40)$$

В этом случае из выражения (25) с учетом (32) имеем

$$\sqrt{Z} = t. \quad (41)$$

Подставляя это выражение в (28) и учитывая (32) и (39), получаем решение Шварцшильда

$$U = \frac{W - W_g}{W}, \quad V = \frac{W}{W - W_g}. \quad (42)$$

Перейдем теперь к другому предельному случаю, где влияние массы гравитона существенно. Пусть теперь имеет место неравенство

$$\sqrt{Z} \ll \alpha. \quad (43)$$

В этом приближении из выражения (25) с учетом (32) находим

$$Z = 2\alpha t. \quad (44)$$

Подставляя это выражение в (28) и учитывая (32) и (39), получаем

$$U = \alpha \frac{W_g}{W}, \quad V = \frac{1}{2} \frac{W}{W - W_g}. \quad (45)$$

Это решение на основании (43) и (44) справедливо в области

$$t \ll \frac{\alpha}{2} \text{ т. е. } W - W_g \ll \frac{1}{2} W_g \left(\frac{m_g c}{\hbar} \frac{W_g}{2} \right)^2.$$

Из (45) мы видим, что масса гравитона m_g не допускает обращения величины U в нуль. *Масса покоя гравитона устанавливает для любого тела свой предел на замедление хода времени.* Этот предел определяется линейной функцией от радиуса Шварцшильда, т. е. от массы тела

$$\frac{1}{2} \left(\frac{m_g c}{\hbar} \right) W_g.$$

В ОТО такой предел отсутствует. Такое свойство гравитационного поля ведет к кардинальному изменению в движении пробного тела в гравитационном поле.

Движение пробного тела происходит по геодезической линии риманова пространства

$$\frac{dv^\mu}{ds} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{ds} \cdot \frac{dx^\beta}{ds} = 0, \quad (46)$$

здесь $v^\mu = dx^\mu/ds$ — четырехвектор скорости; v^μ удовлетворяет условию

$$g_{\mu\nu} v^\mu v^\nu = 1. \quad (47)$$

Рассмотрим радиальное движение

$$v^\theta = v^\phi = 0, \quad v^r = dr/ds. \quad (48)$$

Принимая во внимание, что символ Кристоффеля Γ_{01}^0 равен

$$\Gamma_{01}^0 = \frac{1}{2U} \frac{dU}{dr}, \quad (49)$$

из уравнения (46) находим

$$\frac{dv^0}{ds} + \frac{1}{U} \frac{dU}{dr} v^0 v^r = 0. \quad (50)$$

Решая уравнение (50), получаем

$$\frac{d}{dr} \ln(v^0 U) = 0. \quad (51)$$

Отсюда имеем

$$v_0 = \frac{dx^0}{ds} = \frac{U_0}{U}, \quad (52)$$

U_0 — постоянная интегрирования. Если принять скорость падающего пробного тела на бесконечности равной нулю, то получим $U_0 = 1$. Из соотношения (47) находим

$$\frac{dr}{ds} = -\sqrt{\frac{1-U}{UV}}. \quad (53)$$

Подставляя в это выражение (45) и учитывая (39), получаем

$$\frac{dW}{ds} = -\left(\frac{\hbar}{m_g c}\right) \frac{2}{W_g} \sqrt{2 \frac{W}{W_g} \left(1 - \frac{W_g}{W}\right)}. \quad (54)$$

Отсюда видно, что возникает точка поворота. Дифференцируя (54) по s , находим

$$\frac{d^2 W}{ds^2} = 4 \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2 \frac{1}{W_g^3}. \quad (55)$$

Мы видим, что в точке поворота ускорение положительно, т. е. имеет место отталкивание, и оно значительное. Интегрируя (54), получаем

$$W = W_g + 2 \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2 \frac{(s - s_0)^2}{W_g^3}. \quad (56)$$

Из выражения (56) ясно, что *пробное тело не может пересечь сферу Шварцшильда*.

Согласно выражениям (45), скалярная величина g/γ , где $g = \det g_{\mu\nu}$, $\gamma = \det \gamma_{\mu\nu}$ имеет сингулярность в точке $W = W_g$, которая не может быть устранена выбором системы координат. Именно поэтому наличие такой сингулярности в вакууме *недопустимо*, поскольку в противном случае нельзя было бы сшить внешнее решение с решением внутри тела. Отсюда следует вывод, что радиус тела больше радиуса Шварцшильда. Так в РТГ возникает *самоограничение* на величину поля и, тем самым, исчезает сама причина появления “шварцшильдовской особенности”, что полностью соответствует мнению А. Эйнштейна, которое он выразил еще в 1939 г. в статье [5]: “*Основным*

результатом проведенного исследования является **четкое понимание того, что в реальном мире отсутствуют «шварцшильдовские сингулярности»** (выделено нами. — Авторы)". И далее: "Шварцшильдовская сингулярность отсутствует, так как вещество нельзя концентрировать произвольным образом; в противном случае частицы образующие скопления, **достигнут скорости света** (выделено нами. — Авторы)".

В качестве примера рассмотрим гравитационное поле в сжимающейся (синхронной) системе координат. Переход к этой системе координат от инерциальной осуществляется с помощью преобразований

$$dt = \frac{1}{U}[d\tau - dR(1 - U)], \quad dW = \sqrt{\frac{1-U}{UV}}(dR - d\tau).$$

В синхронной системе координат интервалы риманова и псевдоевклидова пространства-времени имеют вид

$$ds^2 = d\tau^2 - [1 - U(X)]dR^2 - W^2(X)(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

$$d\sigma^2 = d\tau^2 \frac{1 - \dot{r}^2 U^2}{U^2} + 2 dR d\tau \frac{\dot{r}^2 U^2 - (1 - U)}{U^2} - dR^2 \frac{\dot{r}^2 U^2 - (1 - U)^2}{U^2} - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

здесь $X = R - \tau$, $\dot{r} = dr/dX$.

Уравнения РТГ

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) + \frac{m^2}{2} (g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}), \quad (a)$$

$$D_\nu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0$$

для задачи, определяемой интервалами ds^2 и $d\sigma^2$, приводят вне вещества к уравнениям вида

$$R_{01} = \frac{2\ddot{W}}{W} + \frac{1}{(1-U)W} \dot{U}\dot{W} = \frac{m^2}{2} \left(\frac{1-U}{U^2} - \dot{r}^2 \right), \quad (b)$$

$$R_{00} + R_{01} = \frac{1}{1-U} \left[\frac{1}{2} \ddot{U} + \frac{\dot{U}^2}{4(1-U)} + \frac{1}{W} \dot{U}\dot{W} \right] = -\frac{m^2}{2} \frac{1-U}{U}, \quad (c)$$

В области изменения переменной X , где массой гравитона в силу ее малости можно пренебречь, из этих уравнений находим

$$W = W_g^{1/3} \left[\frac{3}{2} X \right]^{2/3}, \quad 1 - U = \left[\frac{2}{3} W_g \right]^{2/3} X^{-2/3}, \quad (d)$$

Из выражения (d) для функции U следует, что она убывает с уменьшением X , а ее производная \dot{U} положительна. Это убывание функции U продолжается и в области меньших значений X , так как величина \dot{U} остается положительной.

В приближении (19) из уравнения (a) вне вещества находим

$$R_{22} = -\frac{UW}{1-U} \ddot{W} - \frac{U}{1-U} \dot{W}^2 - \frac{W(2-U)}{2(1-U)^2} \dot{U}\dot{W} + 1 = 0.$$

В области малых значений $0 < U \ll 1$ уравнение несколько упрощается и принимает вид

$$UW\ddot{W} + U\dot{W}^2 + W\dot{U}\dot{W} - 1 = 0.$$

Это уравнение имеет решение

$$\dot{W} = \frac{X}{UW}.$$

В точке остановки

$$\dot{W} = 0,$$

согласно уравнениям (b) и (c) вторая производная \ddot{W} при малых значениях U положительна, что свидетельствует о наличии силы отталкивания. Именно от этой точки и начинается процесс расширения. Это расширение останавливается в области X , где выполняются равенства (d). В этой области \ddot{W} отрицательна:

$$\ddot{W} = -\frac{1}{2}W_g^{1/3}\left[\frac{3}{2}X\right]^{-4/3},$$

а следовательно, имеет место притяжение. Таким образом, если бы точка остановки находилась вне вещества, то после расширения началось бы сжатие, затем остановка и опять расширение и т. д. Однако реальное гравитационное поле такой режим движения исключает. Если в ОТО для данной задачи имеет место формула

$$W = \left[\frac{3}{2}(R - c\tau)\right]^{2/3}W_g^{1/3},$$

то в данном случае мы получим выражение

$$W = W_g + 2\left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2 \frac{(R - c\tau)^2}{W_g^3},$$

которое исключает движение к точке $W = 0$. Это означает, что возникла сила отталкивания

$$\frac{d^2W}{d\tau^2} = \frac{4c^2}{W_g^3} \left(\frac{\hbar}{m_g c}\right)^2.$$

Все это произошло из-за перехода от инерциального времени t к физическому времени τ .

Поскольку гравитационное поле создано веществом, а само гравитационное поле ограничивает свой потенциал, из приведенного примера следует, что для получения физического решения необходимо сшить решение внутри вещества с внешним решением, но для этого требуется, чтобы потенциал гравитационного поля на поверхности тела был по абсолютной величине ограничен неравенством

$$\frac{|\phi|}{c^2} < 1.$$

Именно такое решение, которое соответствует реальному гравитационному полю и приводит к тому, что точка остановки не может быть в вакууме. Поэтому мировые линии частиц, покоящиеся относительно сжимающейся системы координат, будут сталкиваться с веществом источника поля. Причем эти столкновения будут происходить за конечное время для любого наблюдателя. Все это и исключает режим движения, о котором мы писали выше. В тоже время это исключает и возникновение “черных дыр”.

Перейдем теперь к анализу внутреннего решения.

3. Внутреннее решение типа Шварцшильда

В статье [6] К. Шварцшильд нашел сферически-симметричное статическое внутреннее решение уравнений общей теории относительности. Для *однородного шара* радиуса a оно описывается интервалом

$$ds^2 = c^2 \left(\frac{3}{2} \sqrt{1 - qa^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - qW^2} \right)^2 dt^2 - (1 - qW^2)^{-1} dW^2 + W^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (57)$$

здесь $q = (1/3)\kappa\rho = (2GM)/(c^2 a^3)$; $\kappa = (8\pi G)/c^2$; $\rho = (3M)/(4\pi a^3)$.

Общее свойство внешнего и внутреннего решения проявляется в том, что при определенном значении W метрические коэффициенты при дифференциале dt^2 в интервалах обращаются в нуль. Обращение в нуль метрического коэффициента U при dt^2 означает, что гравитационное поле своим действием может не только замедлить ход времени, но может даже и *остановить течение времени*. Для внешнего решения обращение в нуль метрического коэффициента U происходит при равенстве $W = W_g$. Чтобы исключить такую возможность, которую теория не запрещает, вынуждены предположить, что радиус тела удовлетворяет неравенству

$$a > W_g. \quad (58)$$

Для внутреннего решения это происходит при равенстве

$$W^2 = 9a^2 - 8(a^3/W_g), \quad (59)$$

чтобы исключить такую возможность обращения в нуль метрического коэффициента U внутри тела, вынуждены предположить

$$a > (9/8)W_g. \quad (60)$$

Следует подчеркнуть, что неравенства (58) и (60) не являются следствием ОТО.

Внутреннее решение Шварцшильда несколько формально, но интересно прежде всего тем, что оно является точным решением уравнений ОТО. В разделе 2 на примере внешнего решения Шварцшильда показано, что в релятивистской теории гравитации как полевой теории неравенство (58) точно возникает из-за остановки процесса замедления хода времени. Ниже мы в рамках РТГ рассмотрим внутреннее решение типа Шварцшильда.

Внутреннее решение Шварцшильда возникло на основании уравнений Гильберта-Эйнштейна

$$1 - \frac{d}{dW} \left[\frac{W}{V} \right] = \kappa W^2 \rho, \\ 1 - \frac{1}{V} - \frac{W}{UV} \frac{dU}{dW} = -\kappa \frac{W^2}{c^2} p. \quad (61)$$

Поскольку согласно (57) метрические коэффициенты равны

$$U = \left(\frac{3}{2} \sqrt{1 - qa^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 - qW^2} \right)^2, \quad V = (1 - qW^2)^{-1}. \quad (62)$$

Отсюда находим

$$\frac{\dot{U}}{U} = \frac{qW}{\sqrt{1-qW^2} \left(\frac{3}{2} \sqrt{1-qa^2} - \frac{1}{2} \sqrt{1-qW^2} \right)}, \quad \dot{U} = \frac{dU}{dW}. \quad (63)$$

Подставляя (62) и (63) в уравнение (61), получаем выражение для давления

$$\frac{p}{c^2} = \frac{\rho}{2} \frac{(\sqrt{1-qW^2} - \sqrt{1-qa^2})}{\sqrt{U}}. \quad (64)$$

Отсюда, в частности, видно, что если бы не было исключено равенство (59), то давление внутри тела на окружности, определяемой этим равенством, обратилось бы в бесконечность. Сингулярность, которая возникает из-за обращения метрического коэффициента U в нуль, нельзя устранить выбором системы координат, поскольку ее также имеет и скалярная кривизна R

$$R = -8\pi G \left[\frac{3\sqrt{1-qa^2} - 2\sqrt{1-qW^2}}{\sqrt{U}} \right]. \quad (65)$$

Покажем теперь на примере внутреннего решения типа Шварцшильда, что в РТГ благодаря остановке процесса замедления хода времени ситуация принципиально изменяется. Тот же механизм самоограничения поля, который в РТГ привел к неравенству (58) во внешнем решении Шварцшильда, приведет к неравенству типа (60) для внутреннего решения Шварцшильда.

Уравнения для данной задачи мы получим из уравнений (13) и (14). Вводя новую переменную

$$Z = \frac{UW^2}{Vr^2}, \quad \dot{r} = \frac{dr}{dW}$$

и складывая уравнения (13) и (14), получаем

$$1 - \frac{1}{2UW} \dot{Z} + \frac{m^2}{2} (W^2 - r^2) = \frac{1}{2} \varkappa W^2 \left(\rho - \frac{p}{c^2} \right). \quad (66)$$

Вычитая уравнение (14) из уравнения (13), находим

$$\dot{Z} - 2Z \frac{\dot{U}}{U} - 2 \frac{Z}{W} - \frac{m^2}{2} W^3 \left(1 - \frac{U}{V} \right) = -\varkappa W^3 \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) U. \quad (67)$$

В нашей задаче компоненты тензора энергии-импульса вещества равны

$$T_0^0 = \rho, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -\frac{p(W)}{c^2}.$$

Уравнение вещества

$$\nabla_\nu (\sqrt{-g} T_\mu^\nu) = \partial_\nu (\sqrt{-g} T_\mu^\nu) + \frac{1}{2} \sqrt{-g} T_{\sigma\nu} \partial_\mu g^{\sigma\nu} = 0$$

для данной задачи сводится к следующему виду:

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dW} = - \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dW}. \quad (68)$$

Поскольку давление возрастает к центру шара, это приводит к неравенству

$$\frac{dU}{dW} > 0, \quad (69)$$

которое свидетельствует, что по мере приближения к центру шара функция U убывает, а следовательно, идет замедление хода времени по сравнению с инерциальным. Поскольку во внутренней задаче Шварцшильда плотность ρ принята *постоянной*, уравнение (68) легко решается:

$$\rho + \frac{p}{c^2} = \frac{\alpha}{\sqrt{U}}. \quad (70)$$

Сравнивая (64) и (70), находим постоянную α

$$\alpha = \rho\sqrt{1 - qa^2}. \quad (71)$$

Уравнения (66) и (67) в предположении, что

$$m^2(W^2 - r^2) \ll 1, \quad (U/V) \ll 1,$$

и после введения независимой переменной $y = W^2$ принимают вид

$$Z' = U(1 - 3qy) + \frac{\alpha\kappa}{2}y\sqrt{U}, \quad (72)$$

$$\sqrt{U}Z' - \frac{1}{y}Z\sqrt{U} - 4Z(\sqrt{U})' + \frac{\alpha\kappa}{2}yU - \frac{m^2}{4}y\sqrt{U} = 0. \quad (73)$$

Здесь и далее мы пользуемся обозначением $Z' = dZ/dy$.

В разделе 2 при анализе внешнего сферически-симметричного решения Шварцшильда мы увидели, что благодаря гравитационной эффективной силе отталкивания метрический коэффициент U , определяющий замедление хода времени по сравнению с инерциальным, даже в сильном гравитационном поле не обращается в нуль.

Именно поэтому ниже мы будем исследовать поведение решения этих уравнений в области малых значений y . При массе гравитона равной нулю из выражения (62) для малых значений переменной y имеем

$$\sqrt{U} \simeq \frac{1}{2}(3\sqrt{1 - qa^2} - 1) + \frac{qy}{4} + \frac{1}{16}q^2y^2. \quad (74)$$

Из этого выражения также видно, что функция \sqrt{U} для внутреннего решения Шварцшильда может стать равной нулю, если

$$3\sqrt{1 - qa^2} = 1, \quad (75)$$

что и приводит к бесконечному значению в центре шара как давления p , так и скалярной кривизны R . Поскольку при наличии массы покоя гравитона уравнения (72)–(73) останавливают процесс замедления хода времени, то естественно ожидать, что равенство (75) не может иметь место в физической (вещественной) области для функции \sqrt{U} . На основании (74) будем искать решение уравнений (72)–(73) для функции \sqrt{U} в форме

$$\sqrt{U} = \beta + \frac{qy}{4} + \frac{1}{16}q^2y^2, \quad (76)$$

здесь β — неизвестная постоянная, которую необходимо определить, используя уравнения (72)–(73).

Подставляя выражение (76) в уравнение (72) и интегрируя, находим

$$Z = \beta^2 y + \frac{y^2}{2} \left(\frac{\beta q}{2} - 3\beta^2 q + \frac{\alpha \varkappa \beta}{2} \right) + \frac{y^3}{3} \left[\frac{q^2}{8} \left(\beta + \frac{1}{2} \right) - \frac{3\beta}{2} q^2 + \frac{\alpha \varkappa q}{8} \right]. \quad (77)$$

Учитывая выражения (76) и (77) в уравнении (73), и пренебрегая малыми членами порядка $(my)^2$, получаем для определения постоянной β уравнение

$$2\beta^2 q + \beta(q - \alpha \varkappa) + m^2/3 = 0. \quad (78)$$

Заметим в качестве пояснения, что член содержащий y^2 имеет следующий вид:

$$-\frac{qy^2}{48} \{7[2\beta^2 q + \beta(q - \alpha \varkappa)] + 3m^2\}.$$

Он, принимая во внимание уравнение (78), приводится к виду

$$-\frac{q}{72} m^2 y^2.$$

Учитывая, что по определению

$$\alpha \varkappa - q = \frac{\varkappa \rho}{3} (3\sqrt{1 - qa^2} - 1),$$

из уравнения (78) находим

$$\beta = \frac{3\sqrt{1 - qa^2} - 1 + \left[(3\sqrt{1 - qa^2} - 1)^2 - (8m^2)/\varkappa \rho \right]^{1/2}}{4}. \quad (79)$$

Таким образом, метрический коэффициент U , определяющий процесс замедления хода времени по сравнению с инерциальным *отличен от нуля*.

Если массу покоя гравитона положить равной нулю, выражение (79), как и следовало ожидать, точно совпадает с постоянным членом выражения (74). Из формулы (79) можно определить минимальное значение величины β

$$\beta_{\min} = \left(\frac{m^2}{2\varkappa \rho} \right)^{1/2}. \quad (80)$$

Величина β в функции \sqrt{U} определяет границу для процесса замедления хода времени гравитационным полем шара. Это означает, что дальнейшее *замедление* хода времени гравитационным полем *невозможно*. Именно поэтому скалярная кривизна, определяемая выражением (65), в отличие от ОТО будет всюду конечна. Таким образом, само гравитационное поле благодаря массе покоя гравитона останавливает процесс замедления хода времени.

Согласно (79), равенство (75) благодаря наличию массы покоя гравитона *невозможно*, поскольку имеет место неравенство

$$3\sqrt{1 - qa^2} - 1 \geq 2\sqrt{2} \left(\frac{m^2}{\varkappa \rho} \right)^{1/2}. \quad (81)$$

Принимая во внимание по определению равенство

$$qa^2 = W_g/a,$$

на основании неравенства (81) для $\varkappa\rho \gg m^2$ находим

$$a \geq \frac{9}{8}W_g \left(1 + \sqrt{\frac{m^2}{2\varkappa\rho}}\right). \quad (82)$$

Это *ограничение на радиус тела*, возникающее при изучении внутреннего решения, *более сильное*, чем ограничение (58), полученное в разделе 2 при анализе внешнего решения. Неравенство (82), как мы видим, непосредственно следует из теории, тогда как в ОТО, чтобы избежать бесконечного давления внутри тела, неравенство (60) вынуждены вводить дополнительно. На основании (70) и (71) находим для давления выражение

$$\frac{p}{c^2} = \frac{-\rho\sqrt{U} + \rho\sqrt{1 - qa^2}}{\sqrt{U}}.$$

Учитывая равенство (80), получаем максимальное давление в центре шара

$$\frac{p}{c^2} \simeq \rho \left[\frac{2\varkappa\rho}{m^2} (1 - qa^2) \right]^{1/2}.$$

Давление в центре шара конечно, тогда как в ОТО согласно (57) оно бесконечно.

Возникающее в релятивистской теории самоограничение на величину гравитационного поля принципиально отличает ее от ОТО Эйнштейна и от ньютоновской теории гравитации, в которых господствуют только *силы притяжения*. В полевой теории гравитации наличие массы покоя гравитона и фундаментальное свойство гравитационного поля останавливать процесс замедления хода времени приводят к тому, что *гравитационная сила* может быть не только *силой притяжения*, но при определенных условиях (в сильных полях) она проявляется как *эффективная сила торможения*. Именно она останавливает процесс замедления хода времени гравитационным полем. Гравитационное поле, таким образом, в принципе, не может остановить ход времени физического процесса, поскольку оно обладает фундаментальным свойством *самоограничения*.

4. О границе замедления времени

В данном разделе мы на примере точного решения уравнений ОТО покажем, как отличаются физические выводы в ОТО и РТГ в сильном гравитационном поле.

В ОТО *уравнения Гильберта-Эйнштейна* для сферически-симметричной статической задачи, определяемой интервалом

$$ds^2 = c^2U(W)dt^2 - V(W)dW^2 - W^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (83)$$

и уравнением состояния газа релятивистских частиц

$$p(W) = \frac{c^2}{3}\rho(W), \quad (84)$$

имеют точное решение вида

$$\rho(W) = \frac{a}{W^2}, \quad a = \frac{3}{7\kappa}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^2}. \quad (85)$$

На основании уравнения вещества

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dW} = -\left(\rho + \frac{p}{c^2}\right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dW}, \quad (86)$$

используя (84) и (85), находим

$$\rho U^2 = \alpha, \quad (87)$$

здесь α — постоянная интегрирования.

Подставляя (85) в (87), получаем выражение для метрического коэффициента U , определяющего замедление времени

$$U = \sqrt{\frac{\alpha}{a}} W. \quad (88)$$

Отсюда очевидно, что при приближении переменной W к центру функция U убывает, происходит неограниченное замедление течения инерциального времени вплоть до его остановки в центре, когда функция U обращается в нуль. Это означает, что в ОТО не существует границы для допустимого замедления времени гравитационным полем. При этом давление, согласно (84) и (85), стремится к бесконечности при приближении к центру по закону

$$\frac{p}{c^2} = \frac{a}{3W^2}. \quad (89)$$

Поскольку давление p есть скаляр, то данная сингулярность в центре не может быть устранена выбором системы координат. Это также непосредственно видно из инварианта

$$R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} = 3\left(\frac{2}{7}\right)^2 \frac{1}{W^4},$$

который также стремится к бесконечности по мере приближения к центру.

Таким образом, если внутри тела вещество удовлетворяет уравнению состояния (84), то согласно ОТО давление и плотность вещества, определяемые выражениями (85) и (89), становятся бесконечными в центре тела. Это означает, что, согласно уравнениям ОТО, силы гравитационного сжатия неограниченно велики. Все это является следствием *основной причины*: отсутствием в ОТО границы для допустимого замедления времени гравитационным полем. Отсутствие такой границы, по существу, противоречит и самой сути ОТО. Для данной задачи с плотностью (85) радиус шара R связан с массой, заключенной внутри шара, соотношением

$$R = \frac{7}{3}W_g, \quad W_g = \frac{2GM}{c^2} - \text{радиус Шварцшильда.}$$

Хотя радиус шара в данном случае превышает радиус Шварцшильда, тем не менее, давление и плотность вещества в центре шара, согласно ОТО, достигают бесконечного значения.

В релятивистской теории гравитации уравнения гравитационного поля для интервала (5) в приближении (19) принимают форму

$$-U\dot{Z} + 2U^2W = \frac{2}{3}\kappa\alpha W^3, \quad (90)$$

$$U'Z' - 2ZU' - \frac{2ZU}{W} - \frac{m^2}{2}UW^3 = -\frac{4}{3}\kappa\alpha W^3. \quad (91)$$

Здесь функция Z определена выражением $Z = (UW^2)/V$. Эти уравнения при мультипликативных преобразованиях

$$U \rightarrow tU, \quad Z \rightarrow tZ, \quad m^2 \rightarrow tm^2, \quad \alpha \rightarrow t^2\alpha \quad (92)$$

не изменяются. Из уравнений (90) и (91) для малых значений W получим

$$U = \beta + \sqrt{\frac{\alpha}{a}} W, \quad (93)$$

$$\frac{Z}{W^2} = \beta + \frac{4}{7}\sqrt{\frac{\alpha}{a}} W. \quad (94)$$

Постоянная β отлична от нуля и в силу мультипликативных преобразований (92) пропорциональна квадрату массы покоя гравитона.

Именно величина β , отличная от нуля, и определяет границу допустимого замедления времени данным гравитационным полем. В ОТО эта величина равна нулю, что и приводит к неограниченному замедлению течения времени вплоть до его остановки, а также к бесконечным значениям плотности и давления, и даже к таким нефизическим понятиям как “черные дыры”. Согласно РТГ такие мистические объекты в природе отсутствуют.

Сравнивая определение для функции Z и (94), находим для второго метрического коэффициента V выражение

$$V = \frac{\beta + \sqrt{\frac{\alpha}{a}} W}{\beta + \frac{4}{7}\sqrt{\frac{\alpha}{a}} W}. \quad (95)$$

Учитывая (93) и (95), находим

$$\frac{U}{V} = \beta + \frac{4}{7}\sqrt{\frac{\alpha}{a}} W.$$

Благодаря малости величины β , пропорциональной m^2 , это выражение для малых значений W достаточно мало по сравнению с единицей, что и оправдывает сделанное нами приближение (19).

Используя (93) в (87), находим для плотности вещества ρ выражение

$$\rho = \frac{\alpha}{\left(\beta + \sqrt{\frac{\alpha}{a}} W\right)^2}. \quad (96)$$

Отсюда очевидно, что плотность вещества ρ , определяемая выражением (96), и давление вещества согласно формуле (84) ограничены благодаря наличию границы допустимого замедления времени β . Таким образом, в противоположность ОТО в РТГ гравитационные силы сжатия всегда конечны. Это означает, что гравитационное поле, замедляя ход времени, не может остановить его, что с физической точки зрения очень естественно. Из вышеприведенного анализа, также как анализа точного внутреннего решения Шварцшильда, сделанного в разделе 3, следует, что физическое гравитационное поле в РТГ обладает свойством останавливать процесс гравитационного сжатия благодаря наличию границы допустимого замедления времени гравитационным полем. Такое явление, обязанное физическому свойству гравитационного поля к *самоограничению*, мы назовем *гравитационной самоостановкой*.

Таким образом, в ОТО имеет место неограниченное гравитационное сжатие вещества; в РТГ гравитационное сжатие вещества всегда ограничено.

В разделах 2, 3 и 4 мы видели, что в ОТО метрический коэффициент U , определяющий замедление течения времени гравитационным полем, может обратиться в нуль. Это обстоятельство отмечал и Р. Фейнман и по этому поводу писал [7]: “... если наша формула для замедления времени была бы правильной, то физические процессы должны были бы остановиться в центре вселенной, так как время там не шло бы совсем. Это не только физически неприемлемое предсказание; так как мы могли бы ожидать, что вещество вблизи края вселенной должно было бы взаимодействовать быстрее, то свет от удаленных галактик должен был бы иметь фиолетовое смещение. На самом деле, хорошо известно, что он сдвинут в сторону более низких, более красных частот. Таким образом, наша формула для замедления времени очевидно нуждается в том, чтобы быть обсужденной в дальнейшем в связи с анализом возможных моделей вселенных. Последующая дискуссия является чисто качественной и предназначена только для того, чтобы стимулировать более мудрые мысли по этому поводу”.

5. О невозможности предельно жесткого уравнения состояния вещества

Самоограничение потенциала, как мы видели, является важным свойством гравитационного поля. Именно это свойство обеспечивает наличие границы замедления времени. Такая граница с необходимостью должна быть, поскольку противоположное заключение физически неприемлемо. Поэтому любая метрическая полевая теория гравитационного поля должна принять это общее положение как *физический принцип*.

РТГ в соединении с этим общим физическим требованием позволяет в то же время установить, что *предельно жесткое уравнение состояния вещества не является реалистичным*.

Впервые вопрос о предельно жестком уравнении состояния вещества обсуждался в работе Я. Б. Зельдовича [8]. Это уравнение состояния вещества имеет вид

$$p/c^2 = \rho - a, \quad (97)$$

здесь p — давление; ρ — плотность вещества; a — некоторая постоянная. При этом уравнении состояния вещества скорость звука равна скорости света.

Рассмотрим в РТГ сферически-симметричную статическую задачу, определяемую интервалом

$$ds^2 = c^2 U(W) dt^2 - V(W) dW^2 - W^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (98)$$

и уравнением состояния (97). Уравнение вещества записывается в форме

$$\frac{1}{c^2} \frac{dp}{dW} = - \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \frac{1}{2U} \frac{dU}{dW}, \quad (99)$$

Учитывая (97), из уравнения (99) находим

$$\left(\frac{p}{c^2} + \frac{a}{2} \right) U = \alpha, \quad (100)$$

здесь α — постоянная интегрирования.

Система уравнений РТГ для интервала (98) в приближении (19), учитывая (100), имеет вид

$$\dot{Z} - \frac{2Z}{U} \dot{U} - 2 \frac{Z}{W} = -2 \left(\varkappa \alpha - \frac{m^2}{4} \right) W^3, \quad (101)$$

$$2UW - Z' = \varkappa a W^3. \quad (102)$$

Здесь функция Z определена выражением $Z = (UW^2)/V$.

Эта система уравнений имеет точное решение:

$$U = 2\left(\varkappa\alpha - \frac{m^2}{4}\right)W^2, \quad Z = W^4\left(\varkappa\alpha - \frac{m^2}{4}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\varkappa a W^2\right). \quad (103)$$

На основании определения Z имеем

$$V = 2\left(1 - \frac{1}{3}\varkappa a W^2\right)^{-1}. \quad (104)$$

В области малых значений переменной W уравнение (15) легко решается и приводит к выражению

$$r = \text{const } W^{\sqrt{5}-1}. \quad (105)$$

Нетрудно убедиться, используя (103), (104) и (105), что в области малых значений переменной W неравенства (19) строго выполняются. На основании (102) и (103) находим для давления как скалярной величины выражение

$$\frac{p}{c^2} = -\frac{a}{2} + \frac{\alpha}{2(\varkappa\alpha - m^2/4)W^2}. \quad (106)$$

Поэтому особенность в точке $W = 0$ не может быть устранена выбором системы координат. При $m^2 = 0$ решение (11) переходит в решение уравнений ОТО, найденное в работе [9].

Из выражения для U очевидно, что никакого ограничения на замедление времени гравитационным полем для уравнения состояния вещества (97) не возникает, а поэтому давление в центре $W = 0$ согласно (106) становится бесконечным, что физически недопустимо.

Таким образом, предельно жесткое уравнение состояния вещества (97) не реализуется, поскольку оно ведет к остановке течения времени в центре $W = 0$ и тем самым нарушает вышеуказанный принцип о границе замедления времени.

6. Наблюдаемо ли пространство Минковского?

Теперь остановимся на вопросе: наблюдаемо ли, в принципе, пространство Минковского? Для этой цели запишем уравнения (1) в форме

$$\frac{m^2}{2}\gamma_{\mu\nu} = 8\pi G\left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T\right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2}g_{\mu\nu}.$$

Отсюда видно, что в правой части уравнений содержатся только геометрические характеристики эффективного риманова пространства и величины, определяющие распределение вещества в этом пространстве.

Воспользуемся теперь теоремой Вейля-Лоренца-Петрова [10] согласно которой “Зная . . . уравнения всех времениподобных и всех изотропных геодезических линий, можно определить метрический тензор с точностью до постоянного множителя”. Отсюда следует, что путем экспериментального изучения движения частиц и света в римановом пространстве можно, в принципе,

определить *метрический тензор* $g_{\mu\nu}$ эффективного риманова пространства. Подставляя далее $g_{\mu\nu}$ в уравнение можно определить *метрический тензор* пространства Минковского. После этого с помощью координатных преобразований можно осуществить переход в *инерциальную* галилееву систему координат. Так что пространство Минковского, в принципе, *наблюдаемо*.

Здесь уместно привести слова В. А. Фока [11]: “*Как следует определять прямую: как луч света или как прямую в том евклидовом пространстве, в котором декартовыми координатами служат гармонические координаты x_1, x_2, x_3 ? Нам представляется единственно правильным второе определение. Фактически мы им и пользовались, когда говорили о том, что луч света вблизи Солнца имеет форму гиперболы, — и далее по этому поводу, — соображения, что прямая, как луч света, более непосредственно наблюдаема, то оно не имеет никакого значения: в определениях решающим является не непосредственная наблюдаемость, а соответствие природе, хотя бы это соответствие и устанавливалось путем косвенных умозаключений*”.

Инерциальная система координат, как мы видим, связана с распределением вещества во Вселенной. Таким образом, РТГ, в принципе, дает возможность определить *инерциальную* систему координат.

7. Эволюция однородной и изотропной Вселенной

7.1. Уравнения эволюции масштабного фактора

В однородной и изотропной Вселенной интервал в эффективном римановом пространстве может быть представлен в метрике Фридмана–Робертсона–Уолкера:

$$ds^2 = c^2 U(t) dt^2 - V(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right], \quad (107)$$

интервал в пространстве Минковского имеет вид

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 - dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (108)$$

Уравнения (1) – (2) РТГ запишем в форме

$$\frac{m^2}{2} \gamma_{\mu\nu} = 8\pi G \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) - R_{\mu\nu} + \frac{m^2}{2} g_{\mu\nu}, \quad (109)$$

$$\partial_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} + \gamma_{\lambda\sigma}^\nu \tilde{g}^{\lambda\sigma} = 0. \quad (110)$$

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \gamma_{22}^1 &= -r, \quad \gamma_{33}^1 = -r \sin^2 \theta, \quad \gamma_{12}^2 = \gamma_{13}^3 = 1/r, \\ \gamma_{33}^2 &= -\sin \theta \cos \theta, \quad \gamma_{23}^3 = \text{ctg } \theta, \\ \tilde{g}^{00} &= V^{3/2} U^{-1/2} (1 - kr^2)^{-1/2} r^2 \sin \theta, \\ \tilde{g}^{11} &= -V^{1/2} U^{1/2} (1 - kr^2)^{1/2} r^2 \sin \theta, \\ \tilde{g}^{22} &= -V^{1/2} U^{1/2} (1 - kr^2)^{-1/2} \sin \theta, \\ \tilde{g}^{33} &= -V^{1/2} U^{1/2} (1 - kr^2)^{-1/2} (\sin \theta)^{-1}, \end{aligned} \quad (111)$$

уравнения (110) для $\nu = 0$ и $\nu = 1$ принимают вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{V}{U^{1/3}} \right) = 0, \quad (112)$$

$$-\frac{d}{dr} \left[(1 - kr^2)^{1/2} r^2 \right] + 2(1 - kr^2)^{-1/2} r = 0. \quad (113)$$

Для компонент $\nu = 2$ и $\nu = 3$ уравнения (110) выполняются тождественно. Из уравнений (112) и (113) следует

$$V/U^{1/3} = \text{const} = \beta^4 \neq 0, \quad k = 0. \quad (114)$$

Таким образом, поскольку система уравнений РТГ полная, она *однозначно приводит, в отличие от ОТО, к единственному решению — плоской пространственной (евклидовой) геометрии Вселенной.*

Полагая

$$a^2 = U^{1/3}, \quad (115)$$

получаем

$$ds^2 = \beta^6 \left[c^2 d\tau_g^2 - \left(\frac{a}{\beta} \right)^2 (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (116)$$

Здесь величина

$$d\tau_g = \left(\frac{a}{\beta} \right)^3 dt \quad (117)$$

определяет темп замедления хода времени в присутствии гравитационного поля по сравнению с инерциальным временем t . Общий постоянный численный множитель β^6 в интервале ds^2 одинаково увеличивает как время, так и пространственные переменные. Он не отражает динамику развития Вселенной, но определяет время Вселенной и ее пространственный масштаб. Время Вселенной определяется величиной $d\tau$ как времениподобной частью интервала ds^2

$$d\tau = \beta^3 d\tau_g = a^3 dt, \quad (118)$$

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 - \beta^4 a^2(\tau) (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (119)$$

Тензор энергии-импульса вещества в эффективном римановом пространстве имеет вид

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) U_\mu U_\nu - g_{\mu\nu} p, \quad (120)$$

где ρ и p соответственно — плотность и давление вещества в системе его покоя, а U_μ — его скорость. Поскольку для интервала (119) g_{0i} и R_{0i} равны нулю, из уравнения (109) следует, что

$$T_{0i} = 0 \quad \text{и} \quad U_i = 0. \quad (121)$$

Это означает, что в *инерциальной системе*, определяемой интервалом (108), *вещество* при эволюции Вселенной находится в *состоянии покоя*. Неподвижность вещества в однородной и изотропной Вселенной (отвлекаясь от пекулярных скоростей галактик) в некотором смысле отвечает ранним (дофридмановским) представлениям А. Эйнштейна о Вселенной.

Так называемое “расширение Вселенной”, наблюдаемое по красному смещению, вызвано *не движением вещества, а изменением со временем гравитационного поля*. Это замечание следует иметь в виду, когда употребляется принятый термин “расширение Вселенной”.

При описании интервала (119) в собственном времени τ интервал исходного пространства Минковского (108) примет вид

$$d\sigma^2 = \frac{c^2}{a^6} d\tau^2 - dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (122)$$

На основании (119) и (122), учитывая, что

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad R_{11} = \beta^4(a\ddot{a} + 2\dot{a}^2), \quad (123)$$

$$T_{00} - \frac{1}{2}g_{00}T = \frac{1}{2}(\rho + 3p), \quad T_{11} - \frac{1}{2}g_{11}T = \frac{1}{2}\beta^4 a^2(\rho - p), \quad (124)$$

из уравнений (109) получим для масштабного фактора уравнения

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\tau^2} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) - \frac{1}{6} (mc)^2 \left(1 - \frac{1}{a^6} \right), \quad (125)$$

$$\left(\frac{1}{a} \frac{da}{d\tau} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(\tau) - \frac{1}{12} (mc)^2 \left(2 - \frac{3}{a^2 \beta^4} + \frac{1}{a^6} \right). \quad (126)$$

В отсутствие вещества и гравитационных волн уравнения (125)–(126) имеют тривиальное решение: $a = \beta = 1$, т. е. эволюции пустой Вселенной не происходит, и эффективное риманово пространство совпадает с пространством Минковского. Отметим, что в развиваемой теории приобретает физический смысл абсолютное значение масштабного фактора a . При $m = 0$ уравнения (125) и (126) совпадают с уравнениями Фридмана для эволюции плоской Вселенной. Однако наличие членов с $m \neq 0$ существенно меняет характер эволюции при малых и больших значениях масштабного фактора.

Появление в уравнениях (125) и (126) дополнительных членов при $m^2 \neq 0$ (и, в частности, членов $\sim m^2/a^6$) связано с переходом от времени инерциальной системы t к времени τ (118). Поскольку гравитация влияет на ход времени, указанные члены оказываются достаточно большими, чтобы повлиять на характер эволюции в сильных гравитационных полях (несмотря на малость массы гравитона). Именно из-за изменения хода течения инерциального времени в гравитационном поле и возникают силы, которые проявляются как силы отталкивания при сжатии Вселенной, или как силы притяжения в конечной стадии расширения. Пропорциональность членов в правой части уравнений (125)–(126) квадрату массы гравитона является проявлением того, что только при $m^2 \neq 0$ эффективное риманово пространство сохраняет связь с базовым пространством Минковского.

7.2. Отсутствие космологической особенности

Из ковариантного закона сохранения плотности тензора энергии-импульса $\tilde{T}^{\mu\nu} = \sqrt{-g} T^{\mu\nu}$

$$\nabla_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} = \partial_\mu \tilde{T}^{\mu\nu} + \Gamma_{\alpha\beta}^\nu \tilde{T}^{\alpha\beta} = 0$$

(где ∇_μ — ковариантная производная, а $\Gamma_{\alpha\beta}^\nu$ — символы Кристоффеля в римановом пространстве), следующего из уравнений (1)–(2) и выражения (120) получается соотношение

$$-\frac{1}{a} \frac{da}{d\tau} = \frac{1}{3 \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right)} \frac{d\rho}{d\tau}. \quad (127)$$

Для уравнения состояния вещества $p = f(\rho)$ уравнение (127) определяет зависимость плотности вещества от масштабного фактора. В случае, когда уравнение состояния имеет вид

$$\frac{p}{c^2} = \omega\rho,$$

эта зависимость дается выражением

$$\rho = \frac{\text{const}}{a^{3(\omega+1)}}.$$

Для холодной материи, включающей темную массу и массу барионов, $\omega_{CDM} = 0$; для радиационной плотности $\omega_r = 1/3$ и для квинтэссенции $\omega_q = -1 + \nu$. Таким образом, полная плотность вещества в уравнениях (125) и (126) имеет вид

$$\rho = \frac{A_{CDM}}{a^3} + \frac{A_r}{a^4} + \frac{A_q}{a^{3\nu}}, \quad (128)$$

где A_{CDM} , A_r и A_q — постоянные величины. Согласно (128), при малых значениях масштабного параметра ($a \ll 1$) имеет место радиационно-доминантная стадия эволюции Вселенной:

$$\rho \approx \rho_r = \frac{A_r}{a^4}.$$

Обращаясь к уравнению (126), можно заметить, что при $a \ll 1$ отрицательный член в правой части уравнения с уменьшением масштабного фактора растет по модулю как $1/a^6$. Поскольку левая часть уравнения положительно определенная, должно существовать минимальное значение масштабного фактора

$$a_{\min} = \frac{mc}{(32\pi G A_r)^{1/2}} = \left(\frac{m^2 c^2}{32\pi G \rho_{\max}} \right)^{1/6}. \quad (129)$$

Наличие минимального значения масштабного фактора (129) означает, что процесс замедления течения времени гравитационным полем при сжатии Вселенной останавливается. Поэтому гравитационное поле не может своим действием остановить течение времени.

Таким образом, *благодаря массе гравитона, а следовательно, благодаря наличию эффективных сил, связанных с изменением хода времени, устраняется космологическая особенность*, и расширение Вселенной начинается с конечного значения масштабного фактора (129). Именно здесь проявляется удивительное свойство гравитационного поля: создавать в сильных полях силы отталкивания, которые останавливают процесс сжатия Вселенной и далее осуществляют ее ускоренное расширение.

На основании (125) и (129) определим начальное ускорение, которое явилось “толчком” к расширению Вселенной. Оно равно

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\tau^2} \Big|_{\tau=0} = \frac{8\pi G}{3} \rho_{\max},$$

а следовательно, в РТГ в радиационно доминантной стадии Вселенной *в период ускоренного расширения*, который *предшествует* фридмановской стадии расширения, скалярная кривизна будет отлична от нуля и при $\tau = 0$ равна

$$R = -\frac{16\pi G}{c^2} \rho_{\max},$$

тогда как в ОТО она равна нулю. Когда масштабный фактор $a(\tau)$ равен значению

$$a^2(\tau) = \frac{3}{2} a_{\min}^2,$$

постоянная Хаббла становится максимальной

$$H_{\max} = 3^{-2} (32\pi G \rho_{\max})^{1/2},$$

скалярная кривизна R при этом равна

$$R = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 \frac{16\pi G \rho_{\max}}{c^2}, \quad \text{а инвариант } R_{\rho\lambda\mu\nu} R^{\rho\lambda\mu\nu} = 8 \cdot 3^{-7} \left(\frac{32\pi G}{c^2} \rho_{\max}\right)^2.$$

Поскольку скалярная кривизна R и инвариант $R_{\rho\lambda\mu\nu} R^{\rho\lambda\mu\nu}$ зависят от ρ_{\max} , то можно ожидать интенсивное рождение гравитонов в радиационно-доминантной стадии. Так может возникнуть релятивистский реликтовый гравитационный фон нетеплового происхождения.

7.3. Невозможность неограниченного “расширения Вселенной”

Рассматривая гравитационное поле $\phi^{\mu\nu}$ как физическое поле в пространстве Минковского, необходимо потребовать соблюдения принципа причинности. Это означает, что световой конус в эффективном римановом пространстве должен лежать внутри светового конуса пространства Минковского, т. е. для $ds^2 = 0$ выполняется требование $d\sigma^2 \geq 0$. Записав $d\sigma^2$ в сферической системе координат

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 - (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (130)$$

и определив пространственную часть интервала из условия $ds^2 = 0$, имеем

$$d\sigma^2 = c^2 dt^2 \left(1 - \frac{a^4}{\beta^4}\right) \geq 0,$$

т. е.

$$(a^4 - \beta^4) \leq 0. \quad (131)$$

Таким образом, масштабный фактор (a) ограничен условием $a \leq \beta$, поэтому естественно было бы принять его максимальное значение равным

$$a_{\max} = \beta.$$

При таком выборе a_{\max} темп хода времени $d\tau_g$ в точке остановки расширения Вселенной становится равным темпу хода инерциального времени t в пространстве Минковского, хотя вторая производная \ddot{a} , а следовательно, и скалярная кривизна R отличны от нуля. Именно от этой точки при сжатии под действием сил притяжения и будет происходить замедление темпа хода времени $d\tau_g$ вплоть до точки остановки сжатия, когда под действием уже сил отталкивания начнется обратный процесс ускорения темпа хода времени $d\tau_g$ до темпа хода инерциального времени t пространства Минковского. *Именно все эти физические следствия с необходимостью требуют выполнения условия $a_{\max} = \beta$.* Как мы увидим далее (см. раздел 7.7.), значение величины β определяется интегралом движения.

Условие (131) не допускает неограниченного роста масштабного фактора со временем, т. е. неограниченного “расширения” Вселенной (в указанном выше смысле), что и обеспечивается динамическим уравнением эволюции масштабного фактора a . Отметим, что сама Вселенная при этом бесконечна, поскольку радиальная координата определена в области $0 < r \leq \infty$.

7.4. Эволюция ранней Вселенной

В радиационно доминантной стадии Вселенной ($\rho = \rho_r$) при $a \ll 1$ уравнения (125)–(126) принимают вид

$$\left(\frac{1}{\xi} \frac{d\xi}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{\tau_r^2} \left(1 - \frac{1}{\xi^2}\right) \frac{1}{\xi^4}, \quad (132)$$

$$\frac{1}{\xi} \frac{d^2\xi}{d\tau^2} = \frac{1}{\tau_r^2} \left(\frac{2}{\xi^2} - 1\right) \frac{1}{\xi^4}, \quad (133)$$

где

$$\xi = \frac{a(\tau)}{a_{\min}}; \quad \tau_r = \left(\frac{3}{8\pi G \rho_{\max}}\right)^{1/2}.$$

Решением уравнения (132) является

$$\frac{\tau}{\tau_r} = \frac{1}{2} \left\{ \xi(\xi^2 - 1)^{1/2} + \ln[\xi + (\xi^2 - 1)^{1/2}] \right\}. \quad (134)$$

При $\xi - 1 \ll 1$ ($\tau \ll \tau_r$):

$$a \simeq a_{\min} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\tau}{\tau_r}\right)^2 - \frac{7}{24} \left(\frac{\tau}{\tau_r}\right)^4 \right\}.$$

Складывая уравнения (132) и (133), получаем

$$\ddot{a}/a + (\dot{a}/a)^2 = (mc)^2/12a^6, \text{ где } \dot{a} = da/d\tau.$$

В ОТО левая часть этого уравнения в радиационно-доминантной области точно равна нулю, а поэтому имеет место стадия Фридмана, когда масштабный фактор $a(\tau)$ изменяется со временем по закону $\tau^{1/2}$. В РТГ, согласно этому уравнению, существует в радиационно-доминантной фазе “дофридмановская” стадия развития Вселенной, где скалярная кривизна R равна

$$R = -\frac{1}{2}(mc)^2 \frac{1}{a^6}.$$

Горизонт частиц при этом равен

$$R_{\text{part}}(\tau) = a(\tau) \int_0^\tau \frac{c d\tau'}{a(\tau')} \simeq c\tau \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\tau^2}{\tau_r^2}\right).$$

Ускоренное расширение происходит, согласно (133), до значений $\xi = \sqrt{2}$ (т. е. $a = \sqrt{2} a_{\min}$) за время

$$\tau_{in} = \tau_r \frac{1}{2} (\sqrt{2} + \ln(1 + \sqrt{2})) \simeq 1.15\tau_r.$$

Величина \dot{a}/a достигает своего максимального значения $[\dot{a}/a]_{\max} = 2/3\sqrt{3}\tau_r$ несколько раньше: при $a/a_{\min} = \sqrt{3}/2$ и при $\tau \sim 0,762\tau_r$. Большое ускорение при росте масштабного фактора от его минимального значения $(\ddot{a}/a)_0 = 1/\tau_r^2$ связано с эффективными силами, возникающими из-за различия хода времени t и τ (см. уравнение (118)), обусловленного действием гравитации. Именно

эти силы приводят к членам m^2/a^6 в уравнениях (125)–(126). При $\tau > \tau_{in}$ ускорение сменяется замедлением. При $\xi \gg 1$ расширение (134) выходит на фридмановский режим, соответствующий радиационно доминантной стадии

$$a(\tau) = a_{\min} \xi \simeq a_{\min} \left(\frac{2\tau}{\tau_r} \right)^{1/2},$$

и известной для этого режима зависимости

$$\rho \simeq \rho_r(\tau) = \frac{3}{32\pi G \tau^2}; \quad \tau \gg \tau_r. \quad (135)$$

Для того чтобы в первые секунды после начала расширения выполнялись законы первичного нуклеосинтеза, достаточно, чтобы величина $\tau_r \lesssim 10^{-2}$ [с]. Соответствующее этому требованию ограничение на величину ρ_{\max} довольно слабое

$$\rho_{\max} > 2 \cdot 10^{10} [\text{Г} \cdot \text{см}^{-3}].$$

Значение ρ_{\max} при энергиях $kT \simeq 1$ ТэВ, соответствующих электрослабой шкале, и при учете всех степеней свободы лептонов, кварков и т. д. составляет

$$\rho_{\max} \simeq 10^{31} [\text{Г} \cdot \text{см}^{-3}],$$

а на шкале Великого объединения $kT \simeq 10^{15}$ ГэВ

$$\rho_{\max} \simeq 10^{79} [\text{Г} \cdot \text{см}^{-3}].$$

Таким образом, поскольку масштабный фактор a не может обратиться в нуль, это означает, что согласно РТГ никакого *Большого взрыва* во Вселенной не могло быть. В прошлом всюду во Вселенной *вещество* находилось в гравитационном поле в состоянии большой плотности и высокой температуры, оно затем развивалось так, как описано выше.

7.5. Полная относительная плотность вещества и масса гравитона

Пусть a_0 — современное значение масштабного множителя, а ρ_c^0 — критическая плотность, связанная с современным значением постоянной Хаббла $H = \left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)_0$ соотношением

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c^0.$$

Вводя переменную

$$x = \frac{a}{a_0}$$

и отношение плотностей

$$\Omega_r^0 = \frac{\rho_r^0}{\rho_c^0}; \quad \Omega_m^0 = \frac{\rho_m^0}{\rho_c^0}; \quad \Omega_q^0 = \frac{\rho_q^0}{\rho_c^0},$$

можно с учетом соотношения (128) записать уравнения (125)–(126) в виде

$$\left(\frac{1}{x} \frac{dx}{d\tau} \right)^2 = H^2 \left\{ \frac{\Omega_r^0}{x^4} + \frac{\Omega_m^0}{x^3} + \frac{\Omega_q^0}{x^{3\nu}} - \frac{f^2}{6} \left(1 - \frac{3}{2\beta^4 a^2} + \frac{1}{2a^6} \right) \right\}; \quad (136)$$

$$\left(\frac{1}{x} \frac{d^2 x}{d\tau^2}\right) = -\frac{H^2}{2} \left\{ \frac{2\Omega_r^0}{x^4} + \frac{\Omega_m^0}{x^3} - 2 \left(1 - \frac{3\nu}{2}\right) \frac{\Omega_q^0}{x^{3\nu}} + \frac{f^2}{3} \left(1 - \frac{1}{a^6}\right) \right\}, \quad (137)$$

где

$$f = \frac{mc}{H} = \frac{m_g c^2}{\hbar H}. \quad (138)$$

Для современного значения величин при $a_0 \gg 1$ уравнение (136) дает соотношение

$$1 = \Omega_{\text{tot}}^0 - \frac{f^2}{6},$$

т. е. полная относительная плотность равна

$$\Omega_{\text{tot}}^0 = \frac{\rho_{\text{tot}}^0}{\rho_c^0} = \Omega_r^0 + \Omega_m^0 + \Omega_q^0 = 1 + \frac{f^2}{6}. \quad (139)$$

Таким образом, Вселенная, обладающая (по РТГ) евклидовой пространственной геометрией, должна иметь $\Omega_{\text{tot}}^0 > 1$, в то время как в теориях с первоначальным инфляционным расширением, приводящим к плоской геометрии, должно с большой точностью ($\sim 10^{-3} \div 10^{-5}$) выполняться условие $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1$. Уравнение (139) предоставляет возможность оценить массу гравитона по новейшим экспериментальным измерениям Ω_{tot}^0 и H .

7.6. Верхний предел на массу гравитона

Определение космологических параметров, исходя из наблюдения угловой асимметрии микроволнового реликтового излучения (СМВ) [12], систематически приводит к среднему значению $\Omega_{\text{tot}}^0 > 1$. Это относится как к первым количественным экспериментам COBE [13], Maxima-1 [14] и Boomerang-98 [15], совместная обработка которых [16] дает значение $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,11 \pm 0,07$, так и к превосходным данным эксперимента WMAP [17], которые одни (без привлечения данных по наблюдению сверхновых SNIa [12, 18] и каталога галактик (2dFGRS [19] и SDSS [20]) дают в зависимости от выбора параметров значения $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,095_{-0,144}^{+0,094}$ и $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,086_{-0,128}^{+0,057}$ [17]. В пределах ошибок эти значения, разумеется, не противоречат значению $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1$, вытекающему из модели инфляции, однако они могут указывать и на существование ненулевой массы гравитона согласно соотношениям (138)–(139). Во всяком случае, если взять значение $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,3$, более чем на 2σ превышающее среднее значение Ω_{tot}^0 , мы получаем из (138)–(139) с вероятностью 95% верхний предел на массу гравитона. Величину f из (138) удобно представить в виде отношения массы гравитона к величине

$$m_H = \frac{\hbar H}{c^2} = 3,80 \cdot 10^{-66} h,$$

которую можно было бы назвать “массой Хаббла”. При $f^2/6 = 0,3$ верхний предел на массу гравитона составляет

$$m_g \leq 1,34 m_H \approx 5,1 \cdot 10^{-66} h \text{ [г]},$$

или при $h = 0,70$

$$m_g < 3,6 \cdot 10^{-66} \text{ [г]}. \quad (140)$$

Комптоновская длина гравитона оказывается сравнимой с хаббловским радиусом Вселенной c/H

$$\frac{\hbar}{m_g c} \lesssim 0,75 \frac{c}{H}.$$

Полученные ранее оценки верхнего предела на массу гравитона были основаны на том, что гравитационный потенциал при наличии ненулевой массы гравитона должен иметь форму потенциала Юкавы. Исходя из анализа динамики кластеров галактик и консервативных оценок расстояний (~ 580) кпс, на которых еще существует гравитационная связь между галактиками в кластерах, в работах [21, 22] был получен верхний предел на массу гравитона

$$m_g < 2 \cdot 10^{-62} \text{ [Г]}.$$

Наша оценка (140) более чем в 5000 раз усиливает указанное ограничение. Это связано с тем, что последовательное рассмотрение гравитационного поля в пространстве Минковского включает в себя не только уравнение, согласно которому потенциал слабого гравитационного поля имеет форму потенциала Юкавы, но и общие уравнения гравитации (1) – (2), согласующиеся со всеми гравитационными явлениями в Солнечной системе и применимыми ко всей Вселенной, т. е. на расстояниях порядка $c/H \simeq 10^{28}$ [см], в 5000 раз больших, чем расстояния между гравитационно связанными галактиками в кластерах.

7.7. Интеграл эволюции Вселенной и современное значение масштабного фактора

Воспользовавшись соотношением (127), можно исключить давление p в уравнении (125) и привести его к виду

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{d\tau^2} = \frac{4\pi G}{3} \left(a \frac{d\rho}{da} + 2\rho \right) - \frac{1}{6} (mc)^2 \left(1 - \frac{1}{a^6} \right),$$

а в дальнейшем записать его в форме

$$\frac{d^2 a}{d\tau^2} + \frac{dV}{da} = 0, \quad (141)$$

где

$$V = -\frac{4\pi G}{3} a^2 \rho + \frac{(mc)^2}{12} \left(a^2 + \frac{1}{2a^4} \right). \quad (142)$$

Умножив обе части уравнения (141) на $\frac{da}{d\tau}$, получим

$$\frac{d}{d\tau} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{da}{d\tau} \right)^2 + V \right] = 0,$$

или

$$\frac{1}{2} \left(\frac{da}{d\tau} \right)^2 + V = E = \text{const}. \quad (143)$$

Выражение (143) напоминает энергию единичной массы. Если бы величина a имела размерность длины, то первый член в (143) соответствовал бы кинетической энергии, а второй — потенциальной. Величина $\left(-\frac{4\pi G}{3} \rho a^2 \right)$ в (142) соответствует гравитационному потенциалу на границе шара с радиусом a , заполненному веществом с постоянной плотностью ρ , а дополнительные члены в (142), пропорциональные m^2 , — эффективным силам, возникающим, как было отмечено выше, из-за влияния гравитации на ход времени.

Величина E является интегралом эволюции Вселенной. Она крайне мала, но при $m \neq 0$ отлична от нуля. Выразив $(da/d\tau)^2$ в равенстве (143) из уравнения (126), получим

$$E = \frac{(mc)^2}{8\beta^4}. \quad (144)$$

Таким образом, постоянная β (см. (131)), входящая в интервал (119) и, согласно (131), ограничивающая рост масштабного фактора a , выражается через интеграл движения E .

В дальнейшем нам понадобится современное значение масштабного фактора a_0 . Оценку этой величины можно получить из следующих соображений. Предполагая, что эволюция Вселенной начинается в радиационно доминантную эпоху, для отношения a_0/a_{\min} имеем

$$\frac{a_0}{a_{\min}} = \left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_r^0} \right)^{1/4},$$

где ρ_r^0 — современная плотность радиационной энергии. В свою очередь, ρ_r^0 может быть выражена через относительную плотность Ω_r^0 и критическую плотность ρ_c^0

$$\rho_r^0 = \Omega_r^0 \rho_c^0 = \Omega_r^0 \left(\frac{3H^2}{8\pi G} \right).$$

Таким образом,

$$\frac{a_0}{a_{\min}} = \left(\frac{8\pi G \rho_{\max}}{3 H^2 \Omega_r^0} \right)^{1/4} \approx 1,34 \cdot 10^{10} (G \rho_{\max})^{1/4},$$

где $G \rho_{\max}$ выражено в сек^{-2} . (При вычислении числового множителя в указанном выражении использовалось стандартное значение $H = h/3,0857 \cdot 10^{17} \text{ с}$ и $\Omega_r^0 = \Omega_\gamma^0 = 2,471 \cdot 10^{-5}/h^2$).

Используя далее определение (138), можно представить значение a_{\min} , указанное в (129), в виде

$$a_{\min} = \left(\frac{f^2}{6} \right)^{1/6} \left(\frac{3}{16\pi} \frac{H^2}{G \rho_{\max}} \right)^{1/6} = 8,21 \cdot 10^{-7} \left(\frac{f^2}{6} \right)^{1/6} \frac{1}{(G \rho_{\max})^{1/6}},$$

где согласно (139)

$$\frac{f^2}{6} = \Omega_{\text{tot}}^0 - 1,$$

a_{\min} на электрослабой шкале равно

$$a_{\min} \simeq 5 \cdot 10^{-11},$$

а на шкале Великого объединения —

$$a_{\min} \simeq 5 \cdot 10^{-19}.$$

Для величины a_0 из соотношения a_0/a_{\min} имеем³

$$a_0 = \left(\frac{f^2}{6}\right)^{1/6} \left(\frac{2\pi G\rho_{\max}}{3H^2}\right)^{1/12} \frac{1}{(\Omega_r^0)^{1/4}} \simeq 1,1 \cdot 10^4 \left(\frac{f^2}{6}\right)^{1/6} (G\rho_{\max})^{1/12}, \quad (145)$$

a_0 при ρ_{\max} , взятом на электрослабой шкале, равно

$$a_0 \simeq 5 \cdot 10^5,$$

а на шкале Великого объединения —

$$a_0 \simeq 5,5 \cdot 10^9.$$

Как уже отмечалось выше (см. раздел 8.1.), в РТГ приобретает смысл абсолютная величина масштабного фактора. При среднем значении $\Omega_{\text{tot}} = 1,02$ (т. е. $f^2/6 = 0,02$) и $\rho_{\max} \gtrsim 10^{10} [\text{г}\cdot\text{см}^{-3}]$ величина $a_0 \gg 1$. Это оправдывает приближения, сделанные при выводе равенства (139).

7.8. Несовместимость РТГ с существованием постоянного космологического члена (Λ CDM-теория). Необходимость квинтэссенции с $\nu > 0$

Как уже отмечалось, при рассмотрении гравитационного поля в качестве физического поля в пространстве Минковского необходимо потребовать выполнения принципа причинности. Это требование, примененное к эволюции Вселенной, приводит к неравенству (131), согласно которому масштабный фактор ограничен неравенством $a \leq a_{\max} = \beta$. Другими словами, согласно РТГ, невозможно неограниченное расширение Вселенной. Математический аппарат РТГ автоматически обеспечивает выполнение этого условия в случае, когда плотность материи уменьшается с увеличением масштабного фактора. Действительно, структура члена, пропорционального m_g^2 в уравнении (126), такова, что благодаря положительной определенности левой части уравнения третий член в скобке обеспечивает отсутствие космологической особенности при $a \ll 1$, а первый член ограничивает минимальное значение плотности материи (и тем самым сверху величину масштабного фактора) при $a \gg 1$. Условие $\frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{(mc)^2}{6} = 0$, записанное в виде $\frac{H^2}{\rho_c^0}\rho - \frac{(mc)^2}{6} = 0$ (где H — современное значение постоянной Хаббла), приводит к равенству $\rho_{\min} = \frac{(mc)^2}{6H^2}\rho_c^0$, или в другой форме

$$\frac{\rho_{\min}}{\rho_c^0} = \frac{f^2}{6} = \Omega_{\text{tot}}^0 - 1. \quad (146)$$

³При численной оценке в качестве относительной плотности релятивистских частиц Ω_r^0 взята относительная плотность микроволнового релятивистского излучения Ω_γ^0 , поскольку из данных по нейтринным осцилляциям следует, что, по крайней мере, два типа нейтрино в настоящее время являются нерелятивистскими. При экстраполяции к ранней Вселенной следовало бы, конечно, учитывать, что температура реликтового излучения в ходе эволюции повысилась за счет аннигиляции e^+e^- , до момента аннигиляции она была равна температуре нейтринного газа, который в это время также состоял из релятивистских нейтрино и вносил свой вклад в общую плотность релятивистских частиц. Точно так же при экстраполяции к ранней Вселенной повышается плотность релятивистского газа за счет релятивизации других рождающихся частиц. Однако, благодаря тому, что величина Ω_r^0 входит в (145) в виде $(\Omega_r^0)^{1/4}$, численная оценка (145) изменится не более чем в три раза (даже если предположить, что число степеней свободы в релятивистском газе около 100).

Полевая теория гравитации оказывается несовместимой с существованием постоянного космологического члена, приводящего к неограниченному расширению Вселенной. Действительно, $a \gg 1$ из уравнения (136) следует

$$\Omega_{\Lambda}^0 < \frac{f^2}{6}.$$

Однако это неравенство несовместимо с условием

$$\Omega_{\Lambda}^0 > \frac{f^2}{6},$$

которое требуется, чтобы в настоящую эпоху, согласно уравнению (137), существовало ускоренное расширение.

Таким образом, единственной возможностью объяснения в рамках РТГ наблюдаемого в настоящее время ускоренного расширения Вселенной является существование квинтэссенции с $\nu > 0$ или какой-либо другой субстанции, плотность которой уменьшается с увеличением масштабного фактора (но не быстрее, чем const/a^2). РТГ исключает возможность существования как постоянного космологического члена ($\nu = 0$), так и “фантомного” расширения ($\nu < 0$) [23].

7.9. Начало и конец современного ускоренного расширения

Самые сильные ограничения на величину $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,018_{-0,022}^{+0,013}$, полученные экспериментом WMAP [17] в рамках Λ CDM-модели с привлечением данных из каталога галактик SDSS и данных по сверхновым SNIa в пределах 1σ , допускают значение $\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,03$. Эта разность в РТГ, согласно соотношениям (138) – (139), определяет массу гравитона

$$m_g = 0,424 m_H = 1,6 \cdot 10^{-66} h.$$

В дальнейшем мы для определенности будем использовать именно это значение массы гравитона. Поскольку к началу эпохи современного ускорения $\Omega_r \ll \Omega_m$ и $a \gg 1$, то начало и конец ускоренного расширения определяются, согласно (137), корнями $x_1 < 1 < x_2$ уравнения $F(x) = 0$, где функция $F(x)$ равна

$$F(x) = \frac{\Omega_m^0}{x^3} - 2 \left(1 - \frac{3\nu}{2}\right) \frac{\Omega_q^0}{x^{3\nu}} + \frac{f^2}{3}.$$

При этом величина первого корня x_1 связана с красным смещением Z_1 , соответствующим началу эпохи ускорения

$$\frac{1}{x_1} = \frac{a_0}{a_1} = Z_1 + 1. \quad (147)$$

Время от начала расширения Вселенной до начала современного ускорения можно установить из уравнения (136). Пренебрегая продолжительностью радиационно-доминантной эпохи и значением масштабного фактора a к концу ее, имеем

$$\tau_1 \approx \frac{1}{H} \int_0^{x_1} \frac{dx}{x[\Phi(x)]^{1/2}} = \frac{1}{H} \int_{Z_1+1}^{\infty} \frac{dy}{y (\Omega_m^0 y^3 + \Omega_q^0 y^{3\nu} - f^2/6)^{1/2}},$$

где

$$\Phi(x) = \frac{\Omega_m^0}{x^3} + \frac{\Omega_q^0}{x^{3\nu}} - \frac{f^2}{6}.$$

Здесь, согласно [25], приняты значения $\Omega_m^0 = 0,27$, $\Omega_q^0 = 0,73$.

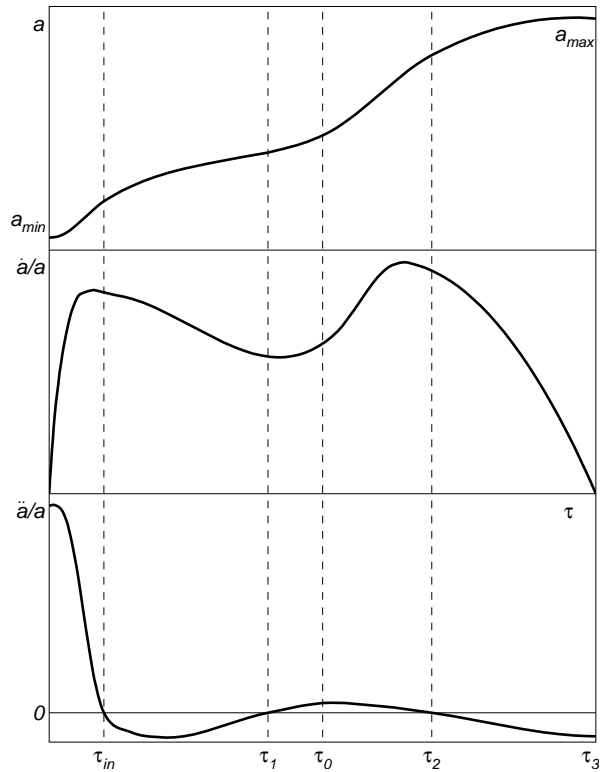


Рисунок.

Качественные кривые зависимости масштабного фактора (вверху), скорости и ускорения (внизу) в зависимости от времени τ . Здесь $\tau_{in} = 1,15\tau_r$. Через τ_0 обозначен современный момент времени. Вначале масштабный фактор от своего минимального значения a_{min} увеличивается с очень большим ускорением, которое за достаточно короткое время τ_{in} обращается в ноль. Скорость в этот промежуток времени увеличивается от нулевого значения до максимального. Масштабный фактор в течение этого промежутка времени изменяется незначительно: $a(\tau_{in}) = \sqrt{2}a_{min}$. Далее происходит расширение с отрицательным ускорением, которое обращается в некоторый момент времени τ_1 в ноль. Значение скорости при этом падает и несколько позже τ_1 она достигает своего минимального значения. Масштабный фактор на этом отрезке времени продолжает возрастать (расширение продолжается). Движение с положительным ускорением продолжается до момента времени τ_2 . Скорость и масштабный фактор при этом увеличиваются. При $\tau > \tau_2$ опять происходит расширение с отрицательным ускорением до тех пор, пока в момент времени τ_3 расширение останавливается. Масштабный фактор достигает при этом своего максимального значения. На этом полуцикл завершается, и все повторяется в обратном порядке — эпоха расширения сменяется эпохой сжатия. Для величины \dot{a}/a первый максимум расположен при $a = \sqrt{3/2} a_{min}$ ($\tau \sim 0,76 \tau_r$) несколько ранее τ_{in} , точно так же, как второй максимум — ранее τ_2 . Минимум \dot{a}/a , наоборот, располагается позже τ_1 . Это следует из того, что величина $(d/d\tau)(\dot{a}/a) = (\ddot{a}/a) - (\dot{a}^2/a^2)$ при $\ddot{a} = 0$ отрицательна.

Соответственно время окончания эпохи ускоренного расширения и перехода к замедлению равно

$$\tau_2 = \frac{1}{H} \int_0^{x_2} \frac{dx}{x[\Phi(x)]^{1/2}},$$

а современный возраст Вселенной τ_0 :

$$\tau_0 = \frac{1}{H} \int_0^1 \frac{dx}{x[\Phi(x)]^{1/2}}.$$

Физическое расстояние, пройденное светом (горизонт частиц) к настоящему моменту времени, определяется выражением

$$D_{\text{part}}(\tau_0) = \frac{c}{H} \int_1^{a_0/a_{\text{min}}} dy \frac{1}{[\Omega_r^0 y^4 + \Omega_m^0 y^3 + \Omega_q^0 y^{3\nu} - f^2/6 \times (1 + y^6/2a_0^6)]^{1/2}} \simeq \frac{2}{\sqrt{\Omega_m^0}} \frac{c}{H}.$$

Эта величина определяет размер наблюдаемой Вселенной к настоящему времени. Качественно (без соблюдения масштабов) временная зависимость масштабного фактора, скорости его изменения \dot{a} и \ddot{a} представлена на **рисунке**.

7.10. Максимальное значение масштабного фактора и интеграл эволюции Вселенной

Время, соответствующее концу ускоренного расширения и началу замедления, приводящего к остановке расширения, сильно зависит от параметра ν (см. таблицу).

Таблица. Время начала ускоренного расширения Вселенной τ_1 , его окончания τ_2 и время максимального расширения (полупериод осцилляции) τ_{max} [млрд. лет].

| ν | τ_1 | τ_2 | τ_{max} |
|--------------|-----------|------------|---------------------|
| $\nu = 0,05$ | 7,0 - 8,2 | 980 - 1080 | 1220 - 1360 |
| $\nu = 0,10$ | 7,0 - 8,2 | 440 - 485 | 620 - 685 |
| $\nu = 0,15$ | 7,1 - 8,3 | 275 - 295 | 430 - 460 |
| $\nu = 0,20$ | 7,1 - 8,3 | 190 - 205 | 325 - 347 |
| $\nu = 0,25$ | 7,2 - 8,5 | 142 - 149 | 263 - 280 |
| $\nu = 0,30$ | 7,5 - 8,7 | 109 - 113 | 227 - 235 |

Масштабный фактор, отвечающий остановке расширения x_{max} , определяется корнем уравнения (136) и при малых ν с хорошей точностью равен

$$x_{\text{max}} \simeq \left(\frac{6\Omega_q^0}{f^2} \right)^{1/3\nu} = \left(\frac{\Omega_q^0}{\Omega_{\text{tot}}^0 - 1} \right)^{1/3\nu}. \quad (148)$$

Подставляя в это выражение значение a_0 из формулы (145), находим

$$a_{\max}^4 = \frac{1}{\Omega_r^0} \left(\frac{f^2}{6} \right)^{2/3} \left(\frac{2\pi}{3} \frac{G\rho_{\max}}{H^2} \right)^{1/3} \left(\frac{\Omega_q^0}{\Omega_{\text{tot}}^0 - 1} \right)^{4/3\nu}.$$

Принимая во внимание это равенство и учитывая, что интеграл движения равен

$$E = \frac{(mc)^2}{8a_{\max}^4},$$

получаем

$$E = \frac{(mc)^2}{8} \Omega_r^0 \left(\frac{6}{f^2} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{2\pi} \frac{H^2}{G\rho_{\max}} \right)^{1/3} \left(\frac{\Omega_{\text{tot}}^0 - 1}{\Omega_q^0} \right)^{4/3\nu}.$$

Отсюда видно, что интеграл движения эволюции Вселенной является очень малой величиной. Используя выражение для x_{\max} , легко определить относительное ускорение притяжения в момент остановки расширения

$$\frac{\ddot{a}}{a} \sim -\frac{\nu}{4} \left(\frac{m_g c^2}{\hbar} \right)^2,$$

а поэтому скалярная кривизна R равна

$$R = \frac{3\nu}{2c^2} \left(\frac{m_g c^2}{\hbar} \right)^2.$$

Существенно, что относительное минимальное значение плотности (ρ_{\min}/ρ_c^0), отвечающей максимуму расширения, зависит только от величины $(\Omega_{\text{tot}}^0 - 1)$, т. е. от массы гравитона (см. (139), (140)). При $(\Omega_{\text{tot}}^0 = 1,02)$ величина ρ_{\min} довольно велика и даже намного превосходит *современную плотность радиации*. В работе [24] авторы исходили из приведенного в [25, 26] современного возраста Вселенной $(13,7 \pm 0,2) \cdot 10^9$ лет. Эта величина вычислена в [25, 26] в основном из Λ CDM-модели. Очень важно, что новейшие наблюдения SN1a [27, 28] в области $Z \gtrsim 1$ могут дать *непосредственную информацию* о начале современного ускорения. Такие данные были получены в превосходной работе А. Рисса и др. [28], согласно которым замедление сменилось на современное ускорение при значениях красного смещения

$$Z = 0,46 \pm 0,13.$$

Этот результат согласуется с излагаемой картиной эволюции. Он позволяет непосредственно получить значение x_1 (см. (147)) и уточнить допустимую область космологических параметров ⁴.

Расширение до максимального значения масштабного фактора и последующее за ним сжатие приводят к осциллирующему характеру эволюции Вселенной. Идея об осциллирующем характере эволюции Вселенной неоднократно выдвигалась ранее, исходя преимущественно из философских соображений (см., например, [29] – [31]). Такой режим, в принципе, мог бы ожидаться в

⁴Отметим, что расстояние до сверхновых (D_L), определяемое по соотношению $F = L/4\pi D_L^2$ (где L и F соответственно светимость стандартной SN1a, а F — наблюдаемый поток от нее), выражается через космологические параметры РТГ соотношением

$$D_L = \frac{c}{H} (Z + 1) \int_1^{1+Z} \left[\Omega_m^0 y^3 + \Omega_q^0 y^{3\nu} - \frac{f^2}{6} \right]^{-1/2} dy.$$

закрытой модели Фрийдмана с $\Omega_{\text{tot}} > 1$. Однако этому препятствуют, во-первых, непреодолимая трудность, связанная с переходом через космологическую особенность, а во-вторых, соображения, связанные с ростом энтропии от цикла к циклу [31]. Следует подчеркнуть, что в рамках уравнений Гильберта-Эйнштейна плоская Вселенная не может быть осциллирующей ⁵ю В РТГ для бесконечной Вселенной указанные трудности снимаются. *Поскольку в РТГ сингулярность отсутствует, то Вселенная могла существовать бесконечное время, в течение которого происходило взаимодействие между ее областями, что и привело к однородности и изотропии Вселенной с некоторой структурой неоднородности, которую мы для простоты исследования не учитывали.*

В указанном приближении x_{max} связан с масштабным фактором (x_2), отвечающим окончанию ускоренного расширения, соотношением

$$x_2 = \left(1 - \frac{3}{2}\nu\right)^{1/3\nu} \cdot x_{\text{max}} \approx \frac{1}{\sqrt{e}} x_{\text{max}}.$$

Время, отвечающее остановке расширения (полупериод осцилляции) при выбранном в [24] значении массы гравитона $m_g = 0,49 m_H$, составляет при $\nu = 0,05$ около $1300 \cdot 10^9$ лет, при $\nu = 0,10$ около $650 \cdot 10^9$ лет и при $\nu = 0,25$ около $270 \cdot 10^9$ лет.

Привлекательность осциллирующей эволюции Вселенной отмечена в недавней работе [34]. Осциллирующий режим осуществляется в ней за счет введения скалярного φ -поля, взаимодействующего с веществом, и использования идеи дополнительной размерности. При этом высказываются важные соображения о том, что фаза ускоренного расширения способствует сохранению энтропии в повторяющихся циклах эволюции. В РТГ осциллирующий характер эволюции Вселенной достигается в результате одного лишь рассмотрения гравитационного поля с массой гравитона как физического поля, генерируемого суммарным тензором энергии-импульса в пространстве Минковского.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В.В.Киселеву, В.А.Петрову, Н.Е.Тюрину за ценные обсуждения.

Список литературы

- [1] Логунов А. А. “Теория классического гравитационного поля” *УФН* **165** № 2 187 (1995).
Logunov A. A. “The theory of the classical gravitational field” *Physics-Uspekhi Journal* **38** No. 2 179 (1995).
- [2] Эйнштейн А. *Собрание научных трудов. Т. I* 227 (М.: Наука, 1965).
- [3] Логунов А. А., Мествиришвили М. А. *Релятивистская теория гравитации* (М.: Наука, 1989).
Logunov A. A., Mestvirishvili M. A. *The relativistic theory of gravitation* (М.: Mir, 1989).
- [4] Логунов А. А. *Теория гравитационного поля*. (М.: Наука, 2001).
Logunov A. A. *The Theory of Gravity*. (М.: Nauka, 2001).
Logunov A. A. “The Theory of Gravity”. *e-Print Archive: gr-qc/0210005* (2002).

⁵Работа [32] о циклической эволюции Вселенной ошибочна, так как приведенное в ней “решение” в действительности не является решением исходной системы уравнений Гильберта-Эйнштейна, что можно проверить непосредственной подстановкой. Ошибочна также и работа [33], так как система уравнений (3), (17) и (18) этой статьи внутренне противоречива.

- [5] Эйнштейн А. *Собрание научных трудов* Т. II 514 (М.: Наука, 1966).
- [6] Schwarzschild K. “Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit der Einsteinschen Theorie” *Sitz.-Ber. Preu. Akad. d. Wiss. Berlin* 424 (1916) [in German].
- [7] Фейнман Р. Ф., Мориниго Ф. Б., Вагнер У. Г. *Фейнмановские лекции по гравитации*. (М.: Янус-К, 2000).
- [8] Зельдович Я. Б. “Уравнение состояния при сверхвысокой плотности и релятивистские ограничения”. *ЖЭТФ* **41** № 5 1609 (1961).
- [9] Buchdahl H. A., and Land W. J. “The relativistic incompressible sphere”. *J. of the Australian Math. Soc.* **3** Pt. 1 6 (1968).
- [10] Петров А. З. *Новые методы в общей теории относительности* (М.: Наука, 1966).
- [11] Фок В. А. *Теория пространства, времени и тяготения* (М.: Гостехиздат, 1961).
- [12] Ries A. G. et al. “Observational evidence from supernova for accelerating Universe and a cosmological constant”. *Astron. J.* **116** 1009 (1998).
- [13] Bennett C. L. et al. “Four-Year COBE DMR Cosmic Microwave Background Observations: Maps and Basic Results”. *Astrophys. J. Lett.* **464** No 1 L1 (1996).
- [14] Hanany S. et al. “MAXIMA-1: A Measurement of the Cosmic Microwave Background Anisotropy on Angular Scale of 10 Arcminutes to 5 Degrees”. *Astrophys. J. Lett.* **545** No 1 L5 (2000).
- [15] Bernardis P. et al. “A flat Universe from high-resolution maps of the cosmic microwave background radiation”. *Nature* **404** 955 (2000).
- [16] Jaffe A. H. et al. “Cosmology from MAXIMA-1, BOOMERANG, and COBE DMR Cosmic Microwave Background Observations”. *Phys. Rev. Lett.* **86** 3475 (2001).
- [17] Tegmark M. et al. “Cosmological parameters from SDSS and WMAP” *Phys. Rev. D.* **69** 103501 (2004).
- [18] Perlmutter S. et al. “Discovery of a supernovae explosion at half the age of the Universe”. *Nature* **391** 51 (1998).
Perlmutter S. et al. “Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae”. *Astrophys. J.* **517** 565 (1999).
- [19] Percival W. J. et al. “The 2dF Galaxy Redshift Survey: The power spectrum and the matter content of the universe”. *MNRAS* **327** 1297 (2001).
Verde L. et al. “The 2dF Galaxy Redshift Survey: The bias of galaxies and the density of the Universe”. *MNRAS* **335** 432 (2002).
Verde L. et al. “First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Parameter Estimation Methodology”. *Astrophys J.S.* **148** 195 (2003).

- [20] York D. G. et al. “The Sloan Digital Sky Survey: Technical summary”. *Astron. J.* **120** 1579 (2000).
 Stoughton C. et al. “Sloan Digital Sky Survey: Early data release”. *Astron. J.* **123**(1) 485 (2002).
 Abazajian K. et al. “The First Data Release of the Sloan Digital Sky Survey”. *Astron. J.* **126** 2081 (2003).
- [21] Hiida E. K., Yamaguchi Y. “Gravitation Physics”. *Progr. Theor. Phys. Suppl. Extra number* 261 (1965).
- [22] Goldhaber A. S., Nieto M. M. “Mass of the graviton”. *Phys. Rev. D.* **9** 1119 (1974).
- [23] Caldwell R. R., Kamionkowski M., Weinberg N. N. “Phantom Energy: Dark Energy with $w < -1$ Causes a Cosmic Doomsday”. *Phys. Rev. Lett.* **91** No 7 071301 (2003).
- [24] Герштейн С. С., Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Ткаченко Н. П. “Масса гравитона, квинтэссенция и осциллирующий характер эволюции Вселенной”. *Ядерная физика* **67** № 8 1618 (2004).
- [25] Bennett C. L. et al. “First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results”. *Astrophys J.S.* **148** 1 (2003).
- [26] Spergel D. N. et al. “First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters”. *Astrophys J.S.* **148** 175 (2003).
- [27] Tonry J. L. et al. “Cosmological Results from High- z Supernova”. *Astrophys. J.* **594** 1 (2003).
- [28] Riess A. G. et al. “Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ From the *Hubble Space Telescope*: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution”. *Astrophys. J.* **607** 665 (2004).
- [29] Сахаров А. Д. *Научные труды*. (М.: Центрком, 1995).
- [30] Аман Э. Г., Марков М. А. “Осциллирующая Вселенная в случае $p = 0$ ”. *ТМФ* **58** 163 (1984).
 Aman J. M., Markov M. A. “Problems of a perpetually oscillating universe”. *Ann. Phys.* **155** 333 (1984).
- [31] Tolman R. C. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology* (Clarendon Press, Oxford University, 1934).
- [32] Лоскутов Ю. М. “Об эволюции Вселенной”. *Вестник Моск. ун-та. Физ. Астрон.* № 6, 3 (2003).
- [33] Лоскутов Ю. М. “Сценарий непрерывно пульсирующей Вселенной”. *Вестник Моск. ун-та. Физ. Астрон.* № 2, 7 (2005).
- [34] Steinhardt P. J., Turok N. “A Cyclic Model of the Universe”. *e-Print Archive: hep-th/0111030* (2002).

Рукопись поступила 1 декабря 2005 г.

С.С. Герштейн, А.А. Логунов, М.А. Мествиришвили.
Самоограничение гравитационного поля и его роль во Вселенной .

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **ИТ_ЕХ**.
Редактор Н.В. Ежела.

Подписано к печати 1.12.2005. Формат 60 × 84/8.
Офсетная печать. Печ.л. 4,75. Уч.-изд.л. 3,9. Тираж 160. Заказ 127.
Индекс 3649.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

