



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2006-26  
ОЭФ

А.Н. Васильев, В.В. Мочалов, Л.Ф. Соловьев\*

**РЕКОНСТРУКЦИЯ КООРДИНАТ НАКЛОННЫХ ЛИВНЕЙ  
В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КАЛОРИМЕТРАХ  
ИЗ СВИНЦОВОГО СТЕКЛА**

Направлено в *ПТЭ*

---

\**e-mail: soloviev@ihep.ru*

Протвино 2006

### Аннотация

Васильев А.Н., Мочалов В.В., Соловьев Л.Ф. Реконструкция координат наклонных ливней в электромагнитных калориметрах из свинцового стекла: Препринт ИФБЭ 2006-26. – Протвино, 2006. – 17 с., 13 рис., 3 табл., библиогр.: 4.

Используя данные по моделированию электромагнитных ливней, предложена методика реконструкции координат ливней от фотонов в спектрометрах из свинцового стекла. Аналитическая форма, описывающая связь между средневзвешенной по энергии координатой и точкой входа фотонов в спектрометр, позволяет восстанавливать проекции координат ливней в широком угловом и энергетическом интервалах. Рассмотрены также такие вопросы, как координатное разрешение спектрометра в зависимости от угла и энергии фотонов, продольные флуктуации ливней. Проверка, выполненная на экспериментальном материале, показала работоспособность предложенного метода.

### Abstract

Vasiliev A.N., Mochalov V.V., Soloviev L.F. Coordinates Reconstruction of Slanting Showers in Lead Glass Calorimeters: IHEP Preprint 2006-26. – Protvino, 2006. – p. 17, figs. 13, tables 3, refs.: 4.

A method for reconstructing the shower coordinates carried out on the Monte Carlo simulated electromagnetic shower events is suggested. The relation between the impact coordinates and energy weighted ones is used to derive an analytical form. The suggested method allows to reconstruct the projections of shower coordinates in wide angle and energy ranges of impact photons. Some longitudinal characteristics of showers, as well as the relation of longitudinal fluctuations with the precision of reconstructed coordinates are also considered.

## 1. Введение

Электромагнитные калориметры как составная часть экспериментальной установки используются уже давно и продолжают оставаться одними из основных детекторов в физике высоких энергий. Центр тяжести исследований с  $\gamma$ -детекторами все больше смещается от качественных измерений (измерений масс адронных состояний) к прецизионным – измерениям асимметрии в поляризационных экспериментах, дифференциальных сечений и др. В таких измерениях вопрос точного восстановления координат  $\gamma$ -квантов на всем угловом (и энергетическом) интервале, определяемом детектором, приобретает важное значение. В то же время методика реконструкции координат ливней от наклонных ливнеобразующих частиц крайне скудна.

В настоящей работе развивается круг вопросов, связанных с восстановлением координат ливней от фотонов небольших энергий ( $\sim$  несколько ГэВ) в широком интервале углов их входа в спектрометр. Используя зависимость между координатой входа ливнеобразующей частицы и координатой центра тяжести ливня, предложена методика восстановления координат ливней в спектрометре.

В работе рассмотрены также такие вопросы, как координатное разрешение спектрометра в зависимости от угла и энергии ливнеобразующих частиц, продольные флуктуации ливней. Проверка на экспериментальном материале, полученном с  $\gamma$ -детектора в т.н. “ближней” геометрии, показала работоспособность предложенной методики. Данная работа – продолжение нашей работы [1].

## 2. Условия моделирования

В качестве прототипа для моделирования, как и в работе [1], был выбран действующий спектрометр из свинцового стекла. Электромагнитные ливни от фотонов генерировались с помощью пакета программ GEANT3.21 при пяти значениях энергии фотонов, в интервале от 0.5 до 4 ГэВ. Основное отличие в моделировании, выполненном в данной работе, от предыдущей [1] состоит в том, что углы  $\theta$  упавших на спектрометр фотонов фиксировались, а их значения менялись в пределах от  $0^\circ$  до  $24^\circ/28^\circ$ . Моделирование проводилось при следующих значениях углов  $\theta$ :  $0^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $4^\circ$ , а затем  $\theta$  менялись с шагом  $4^\circ$  до  $+24^\circ$  (или  $+28^\circ$ ). Только при энергии 3 ГэВ ливни моделировались при одном

угле –  $0^\circ$ . Статистика при одном значении  $\theta$  варьировалась в пределах от  $\sim 3$  тыс. до  $\sim 6$  тыс. событий.

В работе [1] было показано, что при восстановлении координат в выбранном типе спектрометра наблюдается  $X-Y$ -симметрия. Поэтому в данной работе угол входа  $\theta$  фотонов в спектрометр менялся только в одной,  $X$ -проекции. Более того, рассмотрение проводилось только в положительной области углов. Методика генерирования электромагнитных ливней отличалась еще и тем, что теперь равномерному “облучению” подвергалась узкая зона в  $X$ -проекции, полностью перекрывающая один фиксированный счетчик с максимумом энерговыделения. Для выполнения такого условия, по мере увеличения угла падающих фотонов, зона облучения расширялась. Так, например, при угле  $24^\circ$  этот интервал составляет  $\sim 3.6$  ширины счетчика. Угол в  $Y$ -плоскости не менялся и составлял  $0^\circ$ , а ширина зоны облучения в этой проекции чуть превышала ширину одного счетчика. Очевидно, что при восстановлении координат ливня счетчик с максимумом энерговыделения в кластере играет определяющую роль. Ливень как кластер анализировался в пределах  $\pm 3$  счетчика в  $X$ -проекции и  $\pm 2$  счетчика в  $Y$ -проекции относительно центрального счетчика с максимумом энерговыделения, т.е. использовалась матрица  $7 \otimes 5$  счетчиков. При этом обрезание сработавших счетчиков в кластере проводилось на уровне 8 МэВ, поскольку в реальном спектрометре, служившем прототипом для моделирования, порог энерговыделения в ячейках составляет 7.5 МэВ.

Все параметры, используемые в моделировании, символика обозначений и геометрия спектрометра по пучку, введенные в [1], оставлены почти без изменений. Напомним только определение центра тяжести ливня  $x_c$  [2], взвешенного по энергии и используемого при нахождении координаты ливня:

$$x_c = \sum x_i \omega_i / \sum \omega_i,$$

где  $x_i$  – координата  $i$ -ой ячейки в кластере,  $\omega_i \propto E_i$  – величина сигнала в  $i$ -ой ячейке, пропорциональная энерговыделению в этой ячейке. Используемый в спектрометре счетчик из свинцового стекла имел в сечении квадрат стороной  $d = 3,80$  см и длину 45 см.

### 3. Выбор функции восстановления координат

Задача восстановления координат входа  $x_{imp}$  ливнеобразующих частиц по координатам ливня  $x_c$ , средневзвешенным по энергии, сводится к поиску зависимости  $x_{imp} = \Phi(x_c)$ . Использование стандартной процедуры восстановления координат к случаю наклонных ливней становится, по-видимому, сомнительным (см. Приложение). В настоящей работе дается описание альтернативного метода реконструкции координат ливней.

Для наших целей координаты точки входа фотонов в спектрометр  $x_{imp}$  были представлены в виде т.н. “профильной” функции от  $x_c$ :

$$x_{imp} = \phi(x_c),$$

где координата  $x_{imp}$  рассматривается в плоскости  $Z_0$ , соответствующей началу ливня на входе в детектор (по поводу выбора плоскости  $Z_0$  для  $x_{imp}$  см. ниже, раздел 4.1). Координата  $x_c$  измеряется в плоскости  $\tilde{Z}$ , где находится максимум ливня. Положение этой плоскости, не подлежащей выбору, зависит как от значения энергии первичного фотона, так и от угла его входа в спектрометр. Пример зависимости  $x_{imp} = \phi(x_c)$  для фотонов с энергией 0.5 ГэВ показан на **рис. 1** при трех значениях углов  $\theta$ :  $0^\circ$ ,  $8^\circ$  и  $20^\circ$ .

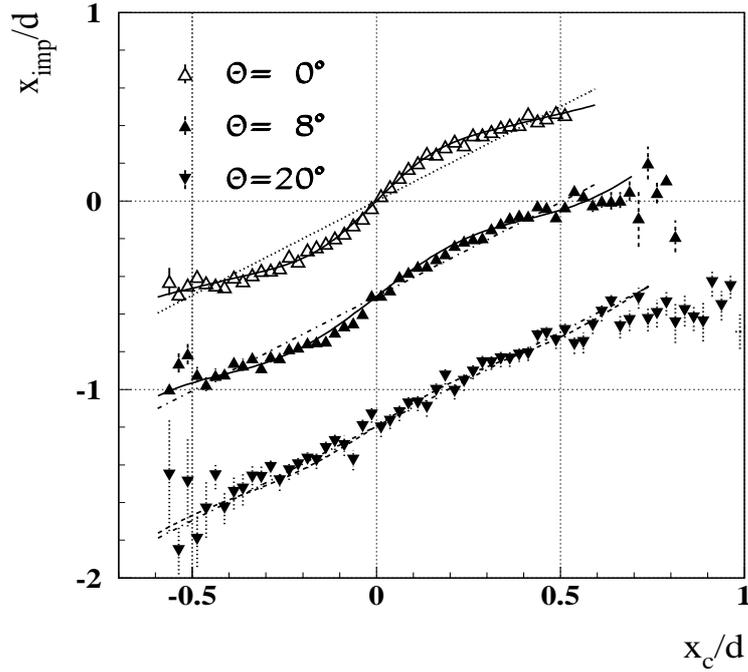


Рис. 1. Координата ливней  $x_{imp}$  на входе в спектрометр в зависимости от  $x_c$ , средневзвешенной по энергии координаты, при трех значениях угла входа  $\theta$  фотонов:  $0^\circ$ ,  $8^\circ$  и  $20^\circ$ . Сплошная линия – аппроксимация функцией (1), штриховая – линейная зависимость  $x_{imp} = x_c - C$ ; энергия фотонов 0.5 ГэВ.

Искомую координату будем аппроксимировать как отклонение  $f(x_c)$  от линейной зависимости  $x_{imp} = x_c$ :

$$x_{imp} = x_c + f(x_c). \quad (1)$$

Выделив главный член  $x_c$ , малое “возмущение”  $f(x_c)$  мы представили в виде суммы двух первых членов ряда Фурье для нечетной функции и константы  $C$ , пропорциональной  $\Delta Z = \bar{Z} - Z_0$  – разности по  $Z$  между плоскостями, в которых определяются переменные  $x_c$  и  $x_{imp}$ :

$$f(x_c) = a \cdot \sin(t) + b \cdot \sin(2t) - C. \quad (1a)$$

В последнем выражении использовано обозначение  $t = (x_c - \delta)/\alpha$ . Предполагается, что при значениях  $|t| > \pi$   $a = 0$  и  $b = 0$ . Зависимость от угла  $\theta$  и энергии  $E$  фотонов в последнем выражении – неявная, через пять свободных параметров. В выражении (1a) три свободных параметра –  $a$ ,  $b$  и  $\alpha$  – являются четными функциями  $\theta$ , два остальных –  $\delta$  и  $C$  – нечетные. Поэтому при значении  $\theta = 0^\circ$  выражение (1) будет функцией только трех параметров –  $a$ ,  $b$  и  $\alpha$ . Линейные величины  $x_{imp}$  и  $x_c$  здесь и далее будем представлять, как правило, в единицах ширины счетчика  $d$ , угловые – в градусах.

На **рис. 1** сплошными линиями показан результат представления данных функцией (1) при трех значениях углов входа  $\theta$ :  $0^\circ$ ,  $8^\circ$  и  $20^\circ$ , штриховой – линейная зависимость  $x_{imp} = x_c - C$ .

#### 4. Угловая зависимость функции восстановления

Рассмотрим теперь, как изменяются коэффициенты, входящие в зависимость (1), с углом входа первичных фотонов, а также их параметризацию. Типичный пример угловой зависимости коэффициентов из выражения (1) представлен на **рис. 2** по данным при энергии фотонов 0.5 ГэВ.

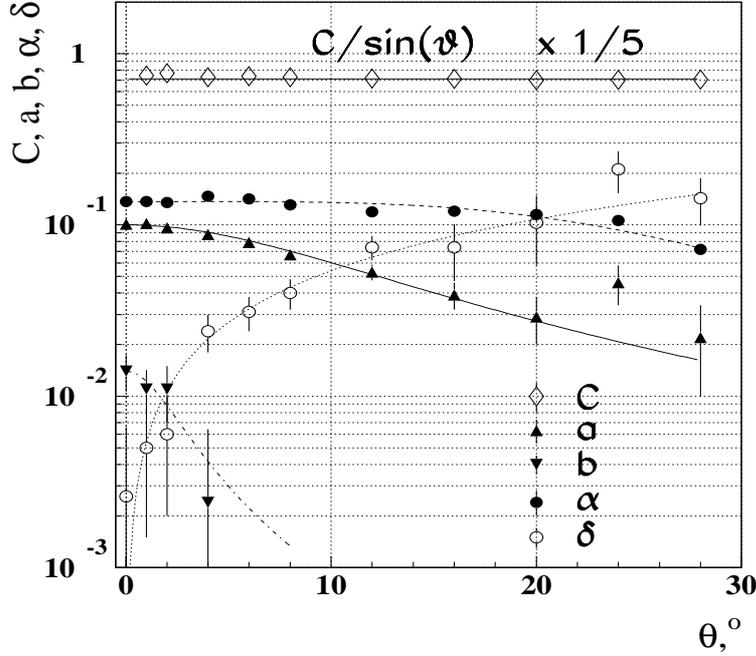


Рис. 2. Значения параметров  $C$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$  и  $\delta$  в зависимости от угла входа  $\theta$   $\gamma$ -квантов с энергией 0.5 ГэВ. Кривые – результат аппроксимации данных выражениями (2а-2с) с параметрами, найденными из фита.

Параметр  $a$  мы аппроксимировали зависимостью:

$$a(\theta) = a^0 / (1 + (\theta/\Theta^a)^2). \quad (2a)$$

Этой же зависимостью фитировался и параметр  $b$ , с заменой  $a^0$  на  $b^0$  и  $\Theta^a$  на  $\Theta^b$ . Значения свободных параметров для  $a$  и  $b$  приведены в табл. 1 (колонка 4, строки 1-2 и 4-5, соответственно).

Несколько слов по структуре самой таблицы. В колонке 1 приведены коэффициенты из зависимости (1), для которых ищутся угловая и энергетическая зависимости. В колонках 2 и 3 указаны номера формул в тексте и входящие в них параметры для описания соответствующих коэффициентов из (1). В колонках 4-8 приведены найденные МНК величины самих параметров при пяти значениях энергии. Для удобства, приведена также нумерация строк в таблице. В строках 3, 6, 9, 11 и 13 приведены числа точек, по которым проводился фит при каждой энергии.

Коэффициент  $\alpha$ , слабо зависящий от угла  $\theta$ , фитировался зависимостью:

$$\alpha(\theta) = \alpha^0 / (1 + (\theta/\Theta^\alpha)^4). \quad (2b)$$

Таблица 1. Значения параметров, описывающих угловую зависимость функции восстановления (1), при пяти значениях первичной энергии  $\gamma$ -квантов.

		За- вис.	Па- рам.	0.5 ГэВ	0.75 ГэВ	1 ГэВ	2 ГэВ	4 ГэВ
	1	2	3	4	5	6	7	8
1			$\alpha^0$	0.100±.002	0.126±.002	0.133±.002	0.162±.001	0.173±.001
2	$a$	(2a)	$\Theta^a$	12.3±.9	8.9±.5	8.3±.5	6.9±.3	6.5±.2
3			N p's	11	7	6	6	6
4			$b^0$	0.014±.003	0.018±.002	0.018±.002	0.027±.002	0.036±.002
5	$b$	(2a)	$\Theta^b$	8.6±5.3	8.7±4.3	9.1±4.7	6.3±2.5	5.0±1.3
6			N p's	4	4	6	5	3
7			$\alpha^0$	0.137±.001	0.140±.001	0.148±.001	0.154±.001	0.156±.001
8	$\alpha$	(2b)	$\Theta^\alpha$	29.1±.8	20.5±1.4	17.6±3.0	20.3±7.2	31.5±40.
9			N p's	11	7	6	6	6
10	$\delta$	(2c)	$\Theta^\delta$	185.4±16.0	114.4±7.0	95.9±5.4	74.1±2.6	61.5±1.6
11			N p's	11	7	6	6	6
12	$C$	(3)	$\Lambda$	3.565±.008	3.856±.007	4.121±.008	4.643±.008	5.135±.007
13			N p's	11	10	9	9	10

Значения параметров  $\alpha^0$  и  $\Theta^\alpha$  приведены в табл. 1, строках 7-8. Параметр  $\delta$  изменяется линейно с  $\theta$ :

$$\delta = \theta/\Theta^\delta. \quad (2c)$$

Значения  $\Theta^\delta$  приведены в табл. 1, строке 10. На **рис. 2** полученный результат при энергии фотонов 0.5 ГэВ представлен в виде кривых для всех четырех рассмотренных выше параметров. При каждой выбранной энергии электромагнитные ливни разыгрывались по стандартной процедуре при 9-11 значениях углов входа фотонов в спектрометр. Полученные в результате обработки МНК значения параметров, определяющих угловую зависимость коэффициентов в выражении (1) через зависимости (2a) – (2c) и (3), суммированы в табл. 1 (колонки 4-8).

Рассмотрим теперь последний коэффициент  $C$ , входящий в зависимость (1).

#### 4.1. Константа $C$

Параметр  $C$  зависит, как уже отмечалось, от разности  $\Delta Z$  плоскостей, в которых восстанавливаются координаты  $x_{imp}$  и  $x_c$ :  $C \propto (\tilde{Z} - Z_0)$ . Напомним, что  $\tilde{Z}$  определяется положением максимума ливня, где вычисляется координата  $x_c$ , а плоскость  $Z_0$  – координатой  $x_{imp}$ . Знак  $C$  в выражении (1a) выбран для случая  $\theta > 0$  и когда  $(\tilde{Z} - Z_0) > 0$ , при положительных значениях  $\tilde{Z}$  и  $Z_0$ .

Ясно, что выбор  $Z$ -плоскости для  $x_{imp}$ , совпадающей с передней плоскостью детектора, является выделенным, так как в случае фотона как ливнеобразующей частицы здесь начинается развитие ливня. С другой стороны, использование зависимости (1a) со значением  $C=0$ , когда координата  $x_{imp}$  восстанавливается в той же  $Z$ -плоскости, что и  $x_c$ , имеет один принципиальный недостаток. Он заключается в том, что тогда при восстановлении координат надо учитывать зависимость  $Z$  и от угла, и от энергии падающих фотонов. В этом случае алгоритм обработки экспериментальных данных при распутывании двух “перекрывающихся” ливней сильно бы усложнился. Учитывая два вышеизложенных

соображения, в качестве  $Z$ -плоскости, в которой определяется координата  $x_{imp}$ , была выбрана передняя стенка (по пучку) спектрометра.

Было найдено, что при фиксированной энергии фотонов величина  $C$  и угол падения фотонов  $\theta$  связаны соотношением (см. также [3]):

$$C = \Lambda \cdot \sin(\theta), \quad (3)$$

где  $\Lambda$  при фиксированной энергии – постоянная величина. Значения  $\Lambda = C/\sin(\theta)$  для энергии 0.5 ГэВ, полученные из данных моделирования для углов входа фотонов, отличных от  $0^\circ$ , представлены на **рис. 2**. На этом рисунке демонстрируется достаточно хорошая независимость  $\Lambda$  от угла  $\theta$ . Из определения (3) и приведенных данных следует, что  $\Lambda$  определяет глубину проникновения ливня в калориметр и несет смысл “эффективной” длины ливня при соответствующей энергии фотона. Найденные из обработки МНК значения  $\Lambda$  (в единицах  $d$ ) при пяти значениях энергии фотонов приведены в табл. 1 (строка 12). Необходимо отметить, что при нахождении погрешности величины  $\Lambda$  вкладом ошибки от угла  $\theta$  мы пренебрегли, поскольку значение каждого угла при моделировании фиксировалось. Осталось рассмотреть, как зависят полученные параметры от энергии первичных ливнеобразующих частиц.

## 5. Зависимость функции восстановления от энергии первичных фотонов

Изучение поведения электромагнитных ливней в области малых энергий  $\sim (0.5-5)$  ГэВ представляет интерес по нескольким причинам. С одной стороны, можно ожидать, что зависимость формы электромагнитных ливней от энергии ливнеобразующих частиц наиболее сильно выражена именно в области небольших энергий. С другой, поведение таких ливней, подверженных большим флуктуациям, остается все еще малоизученным. Эти соображения были определяющими при выборе интервала энергий для моделирования.

Энергетическую зависимость параметров из табл. 1, кроме  $\Lambda$ , мы описали функцией:

$$p^i = (p_1^i + p_2^i \cdot t^2)/(1 + t^2), \quad (4a)$$

где  $t = E/p_3^i$ , а символ  $p^i$  заменяет вышеупомянутые параметры.

Параметр  $\Lambda$  удовлетворительно представляется зависимостью:

$$\Lambda = \lambda_1 \cdot \ln(1 + E/\lambda_2), \quad (4b)$$

где  $\Lambda$  выражена в единицах ширины счетчика  $d$ , а размерность энергии  $E$ , как и в выражении (4a) – в ГэВ. Ввиду важности параметра  $\Lambda$  приведем другое его эмпирическое представление для фотонов, выраженное через радиационную длину  $X_0$  среды:

$$\Lambda \text{ (в рад. дл.)} = (1.175 \pm 0.014) + \ln(E/E_c). \quad (4c)$$

В последнем выражении для критической энергии было использовано значение  $E_c=13.2$  МэВ, а для радиационной длины –  $X_0=2.84$  см.

Энергетическая зависимость всех коэффициентов из табл. 1 (3-я колонка) в параметризованной форме, полученная из обработки МНК, представлена в табл. 2, где значения параметров приведены в колонках 4, 6 и 8. Для иллюстрации, на **рис. 3** приведены как значения коэффициентов  $\Lambda$ ,  $a^0$ ,  $\alpha^0$  и  $b^0$ , так и аппроксимирующие их зависимости (4a) и (4b) (показанные сплошными линиями) в зависимости от энергии начальных фотонов.

Таблица 2. Описание энергетической зависимости коэффициентов, входящих в выражения (2a – 2c) и (3).

		За- вис.	Па- рам.	Знач. парам.	Па- рам.	Знач. парам.	Па- рам.	Знач. парам.
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	$a^0$	(4a)	$a_1^0$	$0.071 \pm 0.007$	$a_2^0$	$0.176 \pm 0.001$	$a_3^0$	$0.78 \pm 0.06$
2	$\Theta^a$	(4a)	$\Theta_1^a$	$55.7 \pm 8$	$\Theta_2^a$	$6.4 \pm 2$	$\Theta_3^a$	$0.18 \pm 0.16$
3	$b^0$	(4a)	$b_1^0$	$0.014 \pm 0.003$	$b_2^0$	$0.041 \pm 0.008$	$b_3^0$	$2.2 \pm 9$
4	$\Theta^b$	(4a)	$\Theta_1^b$	$9.5 \pm 4.8$	$\Theta_2^b$	$4.0 \pm 3.5$	$\Theta_3^b$	$1.8 \pm 3.5$
5	$\alpha^0$	(4a)	$\alpha_1^0$	$0.127 \pm 0.003$	$\alpha_2^0$	$0.157 \pm 0.001$	$\alpha_3^0$	$0.75 \pm 1$
6	$\Theta^\alpha$	(4a)	$\Theta_1^\alpha$	$184 \pm 190$	$\Theta_2^\alpha$	$13.2 \pm 2.4$	$\Theta_3^\alpha$	$0.16 \pm 0.11$
7	$\Theta^\delta$	(4a)	$\Theta_1^\delta$	$514 \pm 476$	$\Theta_2^\delta$	$60.3 \pm 1.8$	$\Theta_3^\delta$	$0.29 \pm 0.18$
8	$\Lambda$	(4b)	$\lambda_1$	$0.763 \pm 0.005$	$\lambda_2$	$0.0047 \pm 0.0002$	-	-

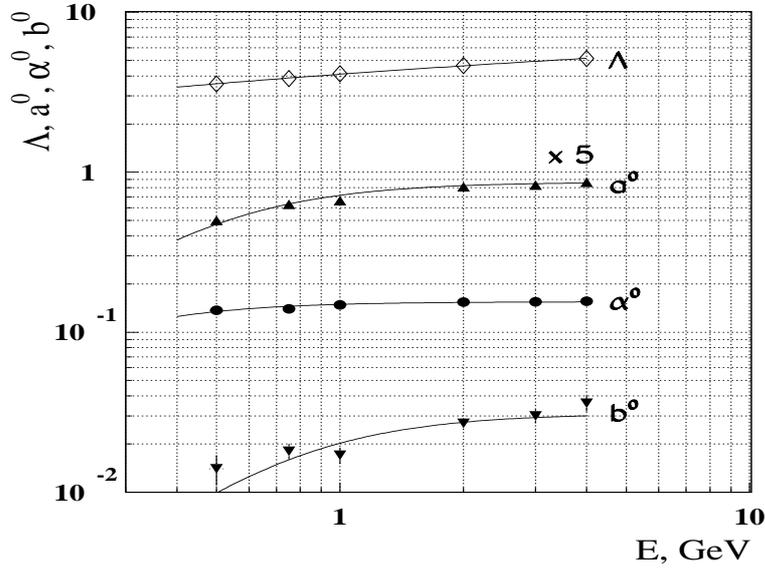


Рис. 3. Значения коэффициентов  $\Lambda$ ,  $a^0$ ,  $\alpha^0$  и  $b^0$ , входящих в зависимости (2a), (2b) и (3), как функции энергии начальных фотонов. Кривые – результат аппроксимации данных зависимостью (4a) и для  $\Lambda$  – (4b).

В итоге, зависимости (4a) – (4b), совместно с выражениями (2a) – (2c) и (3), полностью описывают функцию восстановления координат (1) в выбранном нами интервале энергий и углов. Качество описания восстановленных координат – средние отклонения восстановленных координат от истинных ( $x_{recon} - x_{imp}$ ) в зависимости от угла и энергии исходных фотонов – будет рассмотрено ниже, в разделе 6, посвященном координатному разрешению спектрометра. Стоит отметить две особенности полученной функции.

1. С ростом угла входа фотонов в спектрометр коэффициенты Фурье перед  $\sin$  в разложении (1a) уменьшаются и, начиная с некоторого значения  $\tilde{\theta}$ , зануляются. Таким образом, отклонения  $x_{imp} - x_c$  при значениях  $|\theta| > \tilde{\theta}$  будут зависеть только от  $C$ :

$$x_{imp} - x_c = - C, \quad (5)$$

где коэффициент  $C$  определяется зависимостью (3). Знак “-” в правой части выражения (5) соответствует положительным значениям угла  $\theta$  (для отрицательных  $\theta$  – знак, соответственно, “+”).

2. Энергетическая зависимость функции восстановления координат (1) наиболее резко выражена, по-видимому, в области  $E_\gamma \lesssim 2$  ГэВ. Начиная с  $\sim(2-4)$  ГэВ, эта функция зависит от энергии более слабо. В качестве иллюстрации, на **рис. 4** показано изменение разности  $x_{imp} - x_c$  от  $x_c$  для ортогональных фотонов при нескольких значениях энергии: 10 ГэВ (показано сплошной линией), 2 ГэВ (пунктир) и 0.5 ГэВ (штрих-пунктир).

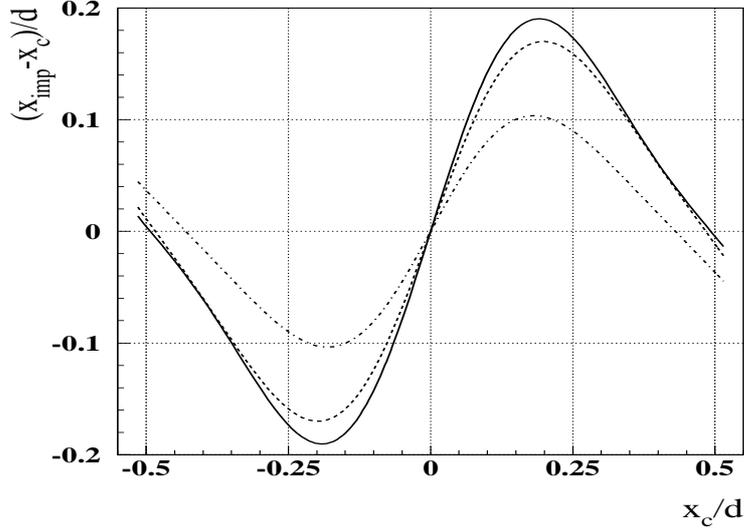


Рис. 4. Отклонения координат точки входа фотонов  $x_{imp} - x_c$  как функция  $x_c$  (в единицах ширины счетчика  $d$ ) для угла  $\theta = 0^\circ$  и энергий фотонов: 10 ГэВ (сплошная линия), 2 ГэВ (пунктир) и 0.5 ГэВ (штрих-пунктир).

## 6. Координатное разрешение спектрометра

Величину, характеризующую степень описания координат фотонов выбранной нами зависимостью (1) и пространственное разрешение мы находили, соответственно, как среднее и среднеквадратичное отклонение разности между координатами фотонов на входе в спектрометр и восстановленными в  $X$ -проекции:  $(x_{imp} - x_{recon})/d \equiv R$ . На **рис. 5** представлены крестиками и звездочками средние значения величины  $R$  как функция угла  $\theta$  для двух энергий – 0.5 и 4 ГэВ. Как видно, качество восстановления координат вполне удовлетворительное. Необходимо отметить, что здесь и далее при восстановлении координат под  $0^\circ$  использовалась матрица счетчиков  $3 \otimes 3$ , а данные под углами, отличными от  $0^\circ$ , восстанавливались по матрице  $5 \otimes 3$ .

Рассмотрим теперь, как зависит координатное разрешение спектрометра от угла входа и энергии регистрируемых фотонов. Значения пространственного разрешения, находимого как среднеквадратичное отклонение величины  $R$ , представлены на этом же **рис. 5** при пяти значениях энергии фотонов – от 0.5 до 4 ГэВ. Из рисунка видно разное поведение разрешения в различных областях  $\theta$ . В области небольших углов ( $|\theta| \lesssim 5^\circ$ ) разрешение  $R$  почти не зависит от угла  $\theta$  входных фотонов, в то же время наблюдается зависимость от

первичной энергии. В области  $|\theta| \geq \sim 5^\circ$ , с ростом угла, разрешение начинает ухудшаться, и тем больше, чем больше угол. Так, например, при энергии 4 ГэВ и угле  $15^\circ$  разрешение хуже примерно в три раза по сравнению с  $0^\circ$ . В пределе, при достаточно больших углах, координатное разрешение перестает зависеть от энергии ливнеобразующих частиц.

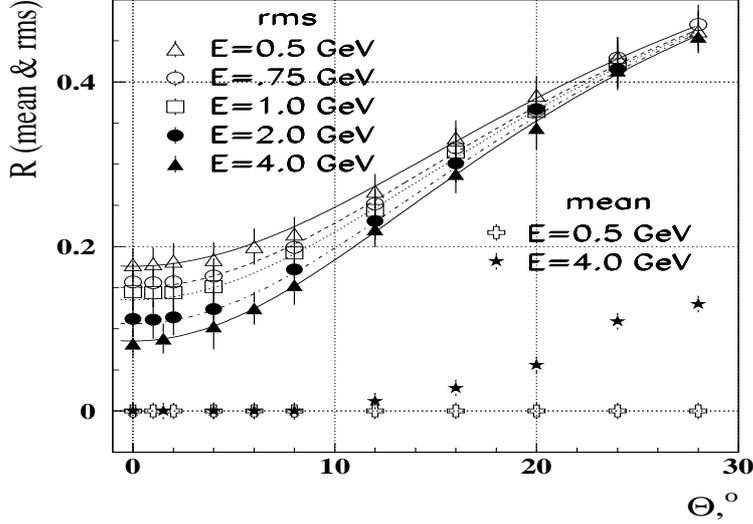


Рис. 5. Средние и среднеквадратичные отклонения величины  $R \equiv (x_{imp} - x_{rec})/d$  в зависимости от угла  $\theta$  при значениях энергии фотонов 0.5–4 ГэВ.

Для количественной оценки результатов, представленных на **рис. 5**, данные по разрешению  $R$  (в единицах  $d$ ) аппроксимировались зависимостью, аналогичной (4а):

$$R(\theta) = (\sigma_0 + \sigma_1 \cdot t^2)/(1 + t^2), \quad (6)$$

где  $t = \theta/\sigma_2$ . Параметры  $\sigma_i$  аппроксимировались простой зависимостью от энергии:

$$\sigma_i = A + \sqrt{(B/E)}, \quad (6a)$$

где энергия  $E$  – в ГэВ. Следуя данным, было сделано предположение, что параметр  $\sigma_1$  не зависит от энергии ливнеобразующих частиц и потому  $B=0$ .

Найденные из минимизации значения свободных параметров  $A$  и  $B$  для  $\sigma_i$  представлены в табл. 3. Результат фита зависимостью (6) с параметрами из табл. 3 представлен на **рис. 5** гладкими кривыми. Зависимость от энергии параметра  $R(0)$ , соответствующего разрешению восстановленных координат фотонов, падающих перпендикулярно к плоскости детектора, показана на **рис. 6**. Для сравнения с экспериментально измеренными данными, экстраполируем эту зависимость на более высокие энергии. Полученные таким образом разрешения составляют  $2.3 \pm 0.6$  мм при энергии 15 ГэВ и  $1.5 \pm 0.4$  мм при 25 ГэВ, что совпадает с измеренными значениями  $R$  при этих энергиях: 3 мм и 1.5 мм, соответственно [2].

Таблица 3. Значения параметров  $A$  и  $B$  из выражения (6a), определяющие коэффициенты  $\sigma_i$ .

	Зависим.	$\sigma_0$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$rms(L_{sh}/X_0)$
$A$	(8a)	$0.035 \pm 0.009$	$0.71 \pm 0.04$	$21.8 \pm 1.7$	$1.63 \pm 0.03$
$B$	(8a)	$0.010 \pm 0.002$	0.	$6.6 \pm 6.0$	$0.020 \pm 0.008$

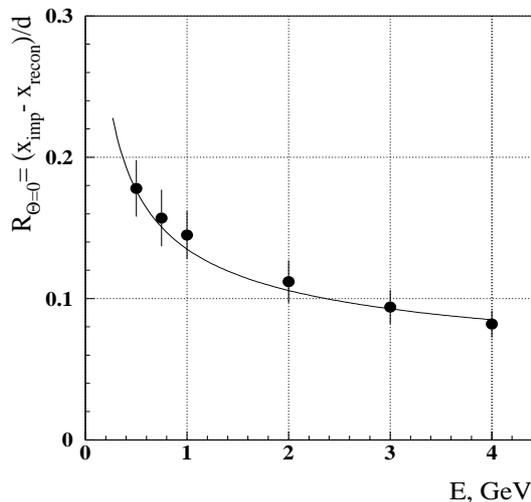


Рис. 6. Разрешение восстановленных координат как функция энергии фотонов для случая  $\theta = 0^\circ$ . Кривая – аппроксимация данных зависимостью (6a) с параметрами из табл. 3.

На следующем рисунке представлена угловая зависимость разрешений координат, нормированных к данным под  $0^\circ$ :

а) на **рис. 7a** для фотонов с энергией 0.5 и 4 ГэВ;

б) на **рис. 7b** измерения, полученные на пучке электронов с энергиями 10 и 27 ГэВ со счетчиками из вольфрамата свинца и взятые из работы [4] (точки и кривые). На последнем рисунке разрешение при  $15^\circ$  хуже, чем под  $0^\circ$ , в 1.5 раза при 10 ГэВ и в 2.5 раза при 27 ГэВ.

Из данных, приведенных на **рис. 7a,b**, видно, что качественное поведение разрешения координат в спектрометрах двух типов одинаково: наблюдается сильное ухудшение координатного разрешения спектрометра при больших углах входа ливнеобразующих частиц.

Из вышерассмотренного следует, что:

- в области малых (и фиксированных) углов ( $|\theta| < \sim 5^\circ$ ) разрешение спектрометра ведет себя с энергией как  $1/\sqrt{E_\gamma}$ ;
- с увеличением угла входа частиц в спектрометр разрешение прибора начинает ухудшаться, и при значениях углов  $|\theta| > \sim 10^\circ$  оно ухудшается резко;
- в области очень больших углов координатное разрешение от энергии ливнеобразующих частиц почти не зависит.

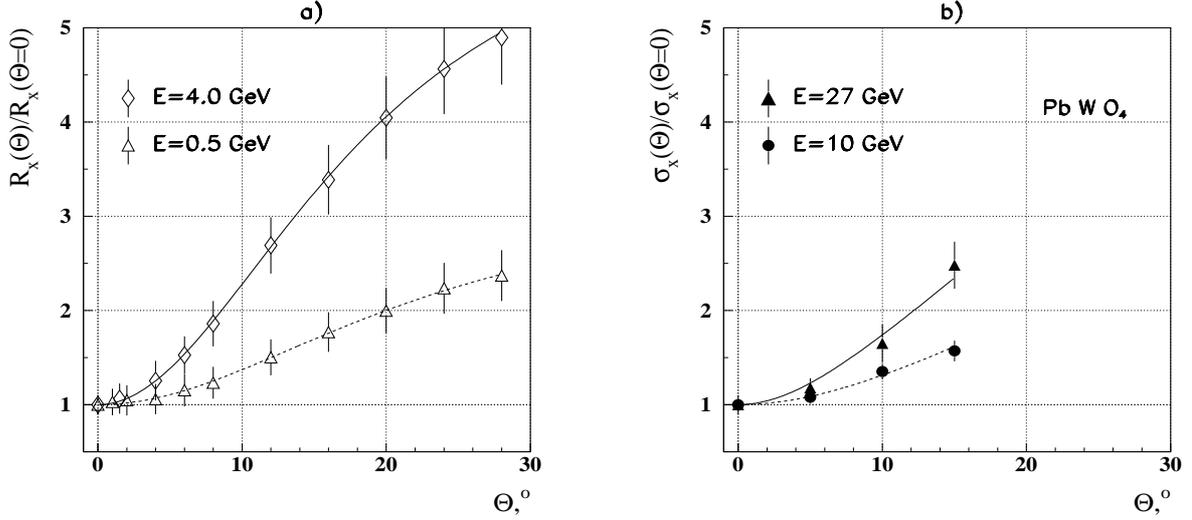


Рис. 7. а) Зависимость разрешения координат, нормированных к данным под  $0^\circ$ , от угла  $\theta$  фотонов с энергиями 0.5 и 4 ГэВ. б) Зависимость относительного разрешения координат от угла из измерений со счетчиками из вольфрамата свинца сечением  $2.7 \times 2.7$  см<sup>2</sup> на электронах с энергиями 10 и 27 ГэВ (ВTeV тестовый сеанс).

## 7. Продольные флуктуации электромагнитных ливней

Рассмотрим теперь кратко продольную флуктуацию ливней, с которой может быть связана наблюдаемая зависимость разрешения детектора от энергии и углов входа фотонов. Можно предположить, что наблюдаемая картина распределения входных координат фотонов под углами, отличными от  $0^\circ$  (см. Приложение), отражает картину продольного распределения электронно-фотонного ливня в спектрометре, “рассматриваемую” под углом, соответствующим углу падения фотонов. Что такое предположение правдоподобно, иллюстрирует **рис. 8a**, где представлены распределения по длине ливней  $L_{sh}$  (в единицах  $X_0$ ), полученные из  $X$ -координат фотонов на входе в спектрометр с учетом угла их входа:

$$L_{sh} = x_{imp}/\sin(\theta).$$

Распределения на этом рисунке получены при двух энергиях: 0.5 ГэВ (пунктир) и 4 ГэВ (сплошная линия), используя значение угла  $\theta=28^\circ$ . Как видно из приведенных данных, распределения по  $L_{sh}$  напоминают каскадные кривые, а их среднеквадратичные отклонения ( $rms(L_{sh}/X_0)$ ) уменьшаются с ростом энергии. Это наглядно демонстрируется на **рис. 8b**, где результат аппроксимации данных зависимостью (6a) показан сплошной линией, а сами значения параметров  $A$  и  $B$  – в табл. 3 (последний столбец).

Разброс координат точки входа  $x_{imp}$  фотонов при фиксированном значении  $x_c$ , наблюдаемый из-за продольной флуктуации ливней, показан на **рис. 9a,b**, где вариация отклонений величины  $x_{imp}/d$  представлена для значений углов  $\theta$ :  $0^\circ$  и  $12^\circ$  и энергий: а) 0.5 ГэВ и б) 4 ГэВ.

Данные, представленные выше, показывают, что такой фактор, как флуктуация электромагнитных ливней, является, по-видимому, доминирующим, определяющим область минимальной энергии регистрируемых частиц  $\gamma$ -детекторами рассматриваемого типа.

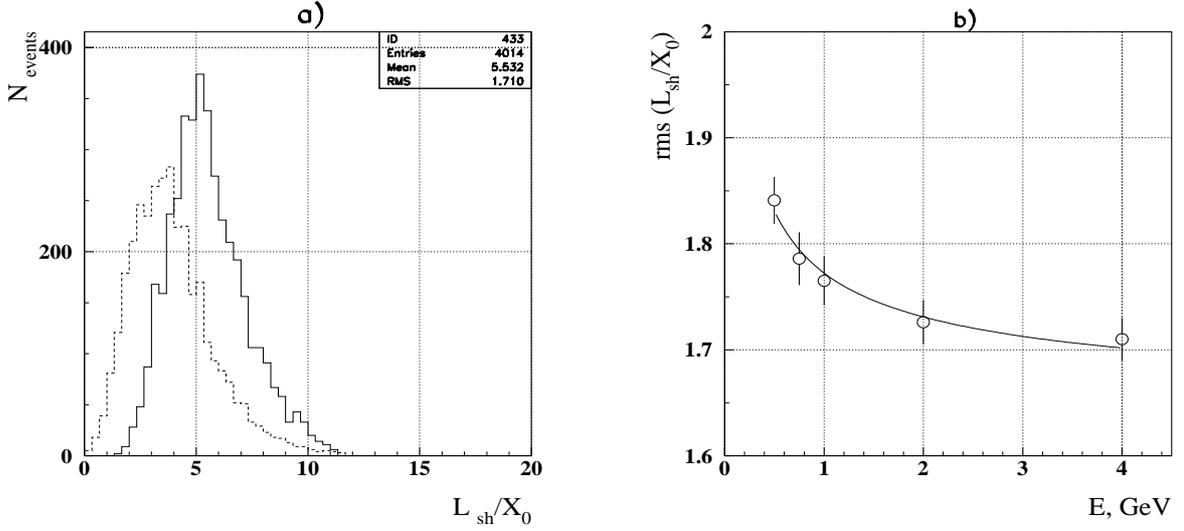


Рис. 8. а) Распределения по длине ливней  $L_{sh}$  (в един. рад. длины  $X_0$ ) при двух значениях начальной энергии фотонов: 0.5 ГэВ (пунктир) и 4 ГэВ (сплошная линия). б) Среднеквадратичные отклонения длины ливней  $L_{sh}$  (в един.  $X_0$ ) в зависимости от энергии фотонов.

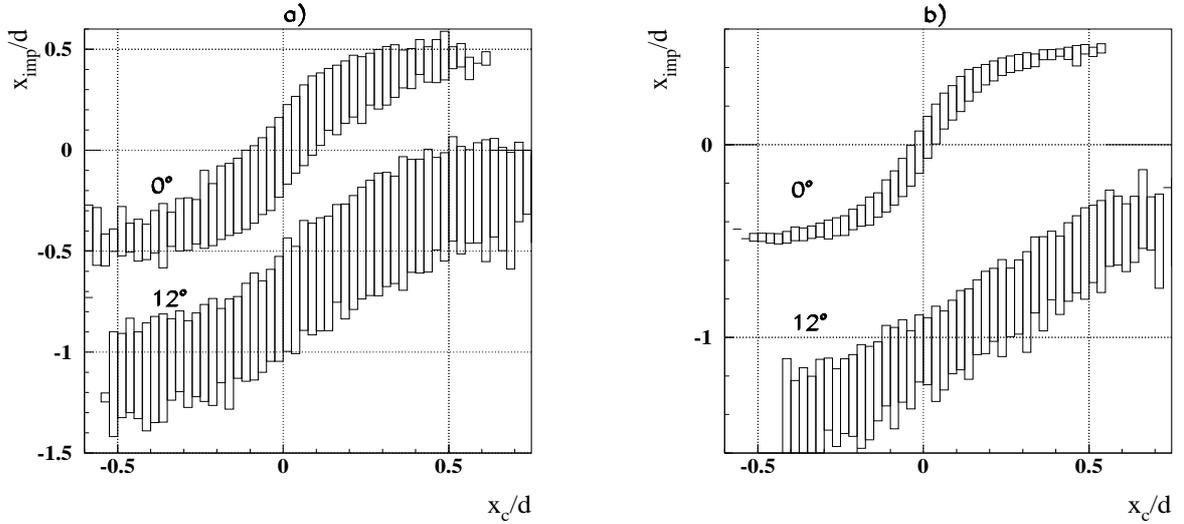


Рис. 9. а) Разброс координат точки входа  $x_{imp}$  фотонов (в единицах ширины счетчика  $d$ ) как функция  $x_c$  при двух углах  $\theta$ :  $0^\circ$  и  $12^\circ$ , энергия фотонов 0.5 ГэВ. б) То же самое для энергии фотонов 4 ГэВ.

## 8. Проверка метода реконструкции координат на экспериментальных данных

Для проверки предложенного метода восстановления координат мы воспользовались экспериментальным материалом, полученным в сеансе 2005 г. на пучке протонов с энергией 50 ГэВ. Область энергий  $\pi^0$ -мезонов, образующихся в задней полусфере  $PN$ -системы и зарегистрированных гамма-спектрометром, составляла 0.5-5 ГэВ. На **рис. 10** показан характерный результат по распределению  $X$ -координат ливней в детекторе. Из этих данных видно, что если координаты восстанавливаются по центру тяжести ливня (на рис. они показаны штриховыми линиями), то разброс амплитуд в пределах одного счетчика доходит до  $\pm 100\%$ . Использование же нового алгоритма восстановления уменьшает амплитуду колебаний на порядок, до  $\pm 10\%$ .

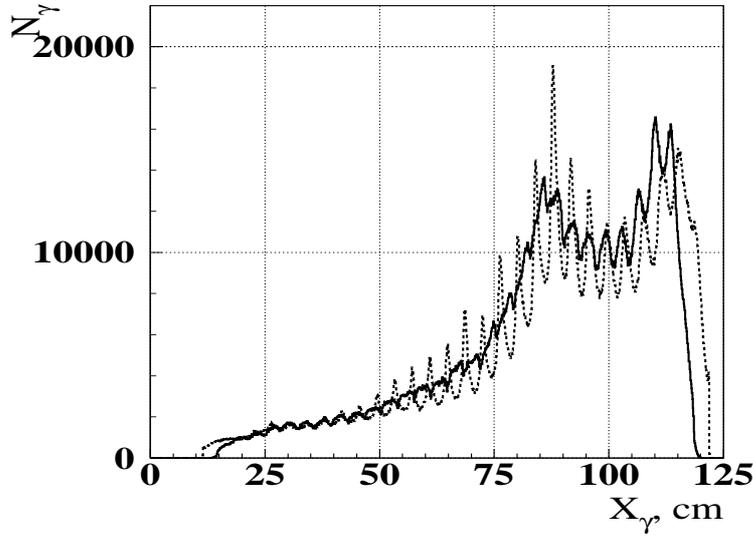


Рис. 10. Распределение  $X$ -координат ливней, восстановленных по центру тяжести ливня (штриховые линии) и по новому алгоритму (жирные линии).

Использование нового метода приводит также к “выравниванию” массы  $\pi^0$ -мезона, представленной в зависимости от  $x_F$ , переменной Фейнмана. Характерные распределения  $2\gamma$ -событий по инвариантной массе  $M_{\gamma\gamma}$  представлены на **рис. 11** при трех значениях  $x_F$ : -0.225, -0.275 и -0.325. Наблюдаемый пик в области массы  $\pi^0$ -мезона мы фитировали логарифмически нормальным распределением вида:

$$\frac{dN}{dM_{\gamma\gamma}} \propto 1/(\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_L \cdot M_{\gamma\gamma}) \cdot \exp(-(\ln(M_{\gamma\gamma}/m_L)/\sigma_L)^2/2), \quad (7)$$

где  $m_L$  и  $\sigma_L$  — свободные параметры. Для определения интеграла под пиком, необходимого по физике изучаемого процесса, необходима хорошая аппроксимация фона. Для описания фона в узкой области около наблюдаемого пика мы использовали эту же зависимость (7).

Первая тройка параметров, приведенных на **рис. 11а** для значения  $x_F = -0.225$ , относится к пику (“эффекту”), а вторая – к фону. Искомую массу  $\pi^0$ -мезона характеризует параметр  $m_L$ , который в выражении (7) фигурирует как масштабный множитель. Заметим, что аппаратное разрешение составляет  $\sigma_a = \sigma_L \cdot m_L = 17.3 \pm 0.2$  МэВ.

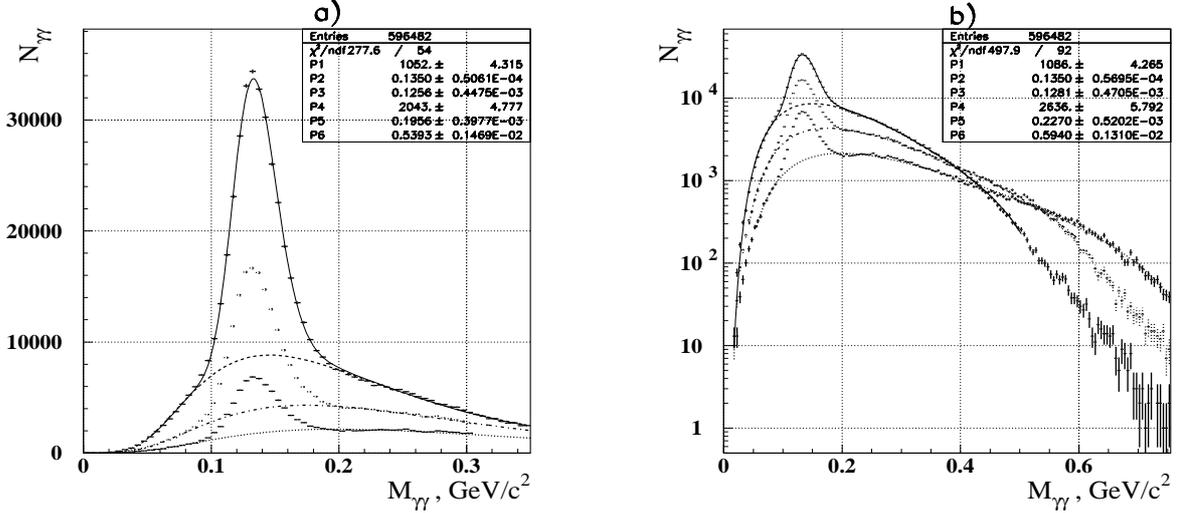


Рис. 11. а) Распределения  $2\gamma$ -событий в зависимости от их инвариантной массы  $M_{\gamma\gamma}$  при трех значениях переменной Фейнмана  $x_F$ :  $-0.225$ ,  $-0.275$  и  $-0.325$ . Пик в области массы  $\pi^0$ -мезона и фон, выделенный штриховыми линиями, фитировались суммой двух выражений (7). б) Те же распределения, представленные в более широком интервале по  $M_{\gamma\gamma}$  в логарифмическом масштабе, с учетом поправочного коэффициента  $\epsilon$  (см. текст).

Для описания фона в более широкой области по  $M_{\gamma\gamma}$  (см. **рис. 11б**) мы использовали зависимость (7) с мультипликативным множителем  $\epsilon(M_{\gamma\gamma})$ , равным 1 в области  $M_{\gamma\gamma} \simeq 0$  и убывающим с увеличением  $M_{\gamma\gamma}$ . Множитель  $\epsilon$  отражает, по-видимому, относительную геометрическую эффективность регистрации  $2\gamma$ -событий в зависимости от  $M_{\gamma\gamma}$ . Мы опустили подробности, связанные с функциональной зависимостью коэффициента  $\epsilon$ , так как они не влияют, в конечном итоге, на интересующий нас параметр  $m_L$ .

На **рис. 12** инвариантная масса  $2\gamma$ -событий, выделенных как  $\pi^0$ -мезоны через параметр  $m_L$ , представлена в зависимости от  $x_F$  кружочками, и значения ее вычислялась по координатам, находимым по новому алгоритму. Данные, показанные треугольниками, находились через координаты центра тяжести ливня. Как видим, использование нового алгоритма здесь также приводит к заметным улучшениям.

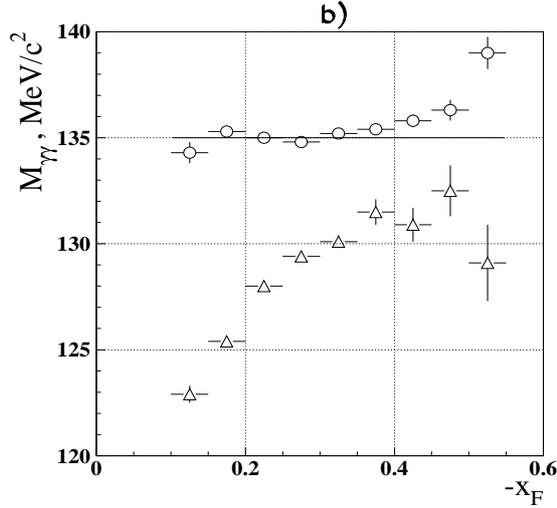


Рис. 12. Значения массы  $2\gamma$ -событий, выделенных как  $\pi^0$ -мезоны, в зависимости от  $x_F$ : масса, определяемая через координаты центра тяжести ливня, показана треугольниками; через координаты, находимые по новому алгоритму – кружочками.

## 9. Заключение

Основные результаты изучения вопроса восстановления координат ливней от фотонов в широком интервале энергий и углов регистрации их спектрометром из свинцового стекла можно кратко сформулировать следующим образом:

- Методом Монте-Карло выполнено моделирование электромагнитных ливней от фотонов в свинцовом стекле в интервале энергий 0.5–4 ГэВ и при фиксированных углах от  $0^\circ$  до  $28^\circ$ .
- Используя эти данные, разработана методика восстановления проекций координат ливней от фотонов. Предложена аналитическая форма, связывающая координату входа фотонов в спектрометр со средневзвешенной по энергии координатой ливня. Метод позволяет восстанавливать координаты ливней в широком угловом и энергетическом интервале фотонов на входе. Каких-либо ограничений по использованию предлагаемого метода не обнаружено.
- Достаточно подробно рассмотрена зависимость точности восстановленных координат ливней от угла входа фотонов в спектрометр и их энергий.
- Рассмотрена возможность изучения продольных флуктуаций ливней на данных с наклонными ливнями.
- Проверка нового алгоритма восстановления координат ливней, выполненная на имеющемся экспериментальном материале, показала работоспособность предложенного метода.

Авторы выражают благодарность А.А. Ледневу за полезную дискуссию и критические замечания и Ю.В. Харлову за полезные консультации.

*Работа частично поддержана грантом РФФИ 06-02-16119.*

## Список литературы

- [1] Васильев А.Н., Матуленко Ю.А., Мочалов В.В. и др. // ПТЭ, 2006, N. 4, с. 24-38; Препринт ИФВЭ 2005-26, Протвино, 2005.
- [2] Akopgjanov G.A., Inyakin A.V., Kachanov V.A. et al. // Nucl. Instr. and Meth. 1977. V. 140. N.3. P. 441.
- [3] Базилевский А.В. Дисс. канд. физ.-мат. наук. Протвино: ИФВЭ, 1998. 86 с.
- [4] Batarin V.A., Brennan T., Batler J. et al. // Nucl. Instr. and Meth. 2003. V. A510. P. 248; Препринт ИИЕР 2002-34, Protvino, 2002.

*Рукопись поступила 22 ноября 2006 г.*

## Приложение

Существующие методы реконструкции координат ливней разработаны, в основном, для случая равномерной плотности распределения ливней “на выходе” из детектора при равномерной засветке ортогональными ливнеобразующими частицами на входе. Тогда функция распределения (или т.н. кумулятивная функция), как интеграл от функции плотности на выходе, будет определять восстановленную координату. В реальных же детекторах равномерный характер распределения “отклика” наблюдается, по-видимому, только для частиц, ортогональных (или близких к таковым) к передней плоскости спектрометра. И хотя события изначально на вход “подаются” равномерно, результирующие распределения плотности “реальных” ливней оказываются неравномерными и зависящими от угла входа  $\theta$  фотонов в калориметр, причем неравномерность растет с  $\theta$ . Можно условно выделить два характерных типа рассматриваемых распределений по их форме (если отвлечься от детальных характеристик конфигураций): трапециодальные и треугольные. Наблюдается следующая картина изменения формы “отклика” с ростом угла входа: равнобедренная трапеция – для угла  $0^\circ$ , далее с ростом угла она трансформируется в неравнобедренную, а затем – в треугольную форму. Как иллюстрация, на **рис. 13** показаны три характерных распределения координат ливней при значениях угла входа фотонов в спектрометр:  $0^\circ$ ,  $12^\circ$  и  $20^\circ$  (при начальной энергии фотонов 0.5 ГэВ).

Возможное объяснение такого поведения наблюдаемой угловой зависимости “отклика” ливней заключается, с одной стороны, в специфической природе продольной формы ливня в регистрирующей среде. С другой, способом выборки событий: они отбираются, как в реальном детекторе, по максимуму энерговыделения в фиксированном счетчике.

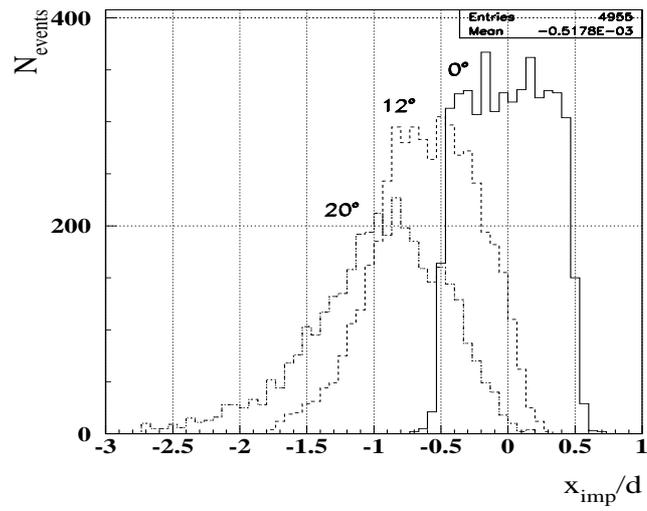


Рис. 13. Распределения  $X$ -координат “отклика” фотонов на входе в калориметр, в  $Z$ -плоскости, соответствующей началу спектрометра, для трех значений угла фотонов:  $0^\circ$  – сплошная линия;  $12^\circ$  – пунктир;  $20^\circ$  – штрих-пунктир; энергия фотонов 0.5 ГэВ; при моделировании события генерировались равномерно по обеим проекциям.

А.Н. Васильев, В.В. Мочалов, Л.Ф. Соловьев

Реконструкция координат наклонных ливней в электромагнитных калориметрах из свинцового стекла.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **ИТ<sub>Р</sub>Х**.

Редактор Л.Ф. Васильева.

---

Подписано к печати 29.11.06. Формат 60 × 84/8.  
Офсетная печать. Печ.л. 2,375. Уч.-изд.л. 1,9. Тираж 80. Заказ 111.  
Индекс 3649. ЛР т020498 17.04.97.

---

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий  
142284, Протвино Московской обл.

