



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2007–9
ОЭФ

А.К. Лиходед, А.В. Лучинский

**РОЖДЕНИЕ ЧАРМОНИЕВ
В АДРОННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ
ПРИ ЭНЕРГИИ 70 ГЭВ**

Направлено в *ЯФ*

Протвино 2007

Аннотация

Лиходед А.К., Лучинский А.В. Рождение чармониев в адронных экспериментах при энергии 70 ГэВ: Препринт ИФВЭ 2007–9. – Протвино, 2007. – 24 с., 13 рис., библиогр.: 31.

Рождение состояний чармония в экспериментах рассмотрено в третьем порядке по константе сильного взаимодействия. Показано, что такой подход позволяет решить ряд существенных трудностей, которые возникают, если пытаться описать эти реакции, ограничиваясь только ведущим порядком. В частности, применяемый нами метод позволяет получить распределения по поперечному импульсу конечного чармония. Естественное объяснение находит также наблюдаемое в эксперименте наличие χ_{c1} -мезона, который не может рождаться в низшем порядке по α_s .

Abstract

Likhoded A.K., Luchinsky A.V. Charmonium Production in Hadronic Experiments at the Energy 70 GeV: IHEP Preprint 2007–9. – Protvino, 2007. – p. 24, figs. 13, refs.: 31.

Production of the charmonium states in hadronic experiments is considered in NLO at the strong coupling constant. It is shown, that such an approach solves some significant problems, arising when only leading order processes are considered. In particular, in such a consideration distributions over the transverse momentum of the final charmonium can be obtained. There appears also a natural explanation to the existence of χ_{c1} -meson in final state, that is observed experimentally and cannot be produced in leading order processes.

Введение

Общеизвестно, что характерной особенностью процессов образования чарма является их высокая чувствительность к глюонному содержанию взаимодействующих частиц. Это свойство в рождении тяжелых кварков используется не только для нахождения распределения глюонов $G(x)$ в протоне [1], но (в случае поляризованных пучков) и для определения степени поляризации глюонов $\Delta G/G$. Последнее обстоятельство объясняет недавний интерес к проекту поляризационного эксперимента по адронному рождению чармония СПАСЧАРМ. В этом эксперименте предлагается комплексное изучение механизмов образования кварко-ниев в столкновениях поляризованных протонов с энергией 70 ГэВ [2].

Для реализации указанной программы необходим подробный анализ всех возможных источников образования этих частиц. Это тем более важно, что при относительно низких энергиях могут оказаться сравнимыми вклады от глюон-глюонного, кварк-глюонного и кварк-антикваркового рождения чармония. Так, при энергии налетающего адрона, равной 40 ГэВ, отношение сечений рождения J/ψ в $p\bar{p}$ - и pp -столкновениях равняется $\sigma(p\bar{p})/\sigma(pp) \sim 6$, что явно указывает на существенную роль кварк-антикварковой аннигиляции. С ростом энергии указанное отношение приближается к единице, и доминирует вклад глюон-глюонного рождения.

Другая проблема связана с тем, что прямое рождение J/ψ подавлено по сравнению с рождением промежуточных P -волновых состояний $\chi_{c0,1,2}$, распадающихся затем по каналу $\chi_c \rightarrow J/\psi\gamma$. В экспериментах [3] этот факт четко подтвержден с одной очень важной оговоркой. Экспериментально наблюдаются сравнимые по величине сечения образования χ_{c2} и χ_{c1} (χ_{c0} практически не виден ввиду малой относительной вероятности распада на $J/\psi\gamma$), тогда как в силу известной теоремы Ландау–Янга состояние χ_{c1} не может образоваться на двух квазисвободных глюонах.

Экспериментальное наблюдение этого состояния говорит о дополнительном вкладе виртуальных глюонов, не учитываемых при стандартном описании глюонных распределений. Что касается последних, то существующие аппроксимации глюонных распределений в области небольших виртуальностей и значений доли импульса глюона $0,1 < x_g < 0,6$ обладают большой степенью неопределенности [1], что создает дополнительные неопределенности в

вычислении сечений образования J/ψ - и χ_c -мезонов. Более того, известные распределения приведены в коллинеарном приближении, т.е. в них распределения глюонов проинтегрированы по поперечному импульсу. Как следствие, такой подход не позволяет получить распределение χ_{c0} - и χ_{c2} -мезонов по p_T .

Эта проблема первоначально решалась с помощью введения октетной составляющей кваркония (далее CO), естественным образом возникающей в нерелятивистской квантовой хромодинамике (NRQCD), где проводится разложение матричных элементов по относительной скорости кварков в мезоне. В этой модели предполагается, что конечный мезон образуется из октетной по цвету кварк-антикварковой пары, которая затем переходит в физически наблюдаемый бесцветный мезон. В рамках NRQCD такое обесцвечивание происходит с фиксированными вероятностями, которые описываются матричными элементами четырехфермионных операторов и определяются из экспериментальных распределений по поперечному импульсу конечного чармония.

В работах [4, 5] было показано, что учет октетных компонент позволяет добиться удовлетворительного согласия с экспериментальными данными, полученными на установке Tevatron при энергии $\sqrt{s} = 1,8$ ТэВ. Хотелось бы, однако, отметить, что такое объяснение не подходит для описания рождения чармониев при более низких энергиях. Причина заключается в том, что хотя распределения, вызванные октетным механизмом рождения чармониев, падают с ростом поперечного импульса медленнее, чем синглетные, но вероятность найти октетную составляющую в мезоне мала по сравнению с синглетной. В результате, в области больших поперечных импульсов вклад октетных компонент может оказаться существенным. При малых же энергиях и небольших поперечных импульсах этот вклад мал.

В последнее время появился еще один способ решения этой проблемы, в котором использовались так называемые непроинтегрированные по поперечному импульсу глюонные распределения (k_T -факторизация) [6, 7, 8]. В этом случае снимается как проблема распределения рождаемых глюонов по p_T , так и проблема с рождением χ_{c1} -мезона, так как в используемых моделях для $G(x, k_T)$ глюоны имеют отличную от нуля виртуальность $\sim k_T^2$. Существует целый ряд работ, объясняющих с помощью этих распределений данные по образованию J/ψ - и χ -мезонов на коллайдере Tevatron при больших p_T . Согласно этим работам, для описания экспериментальных данных по p_T -распределениям P -волновых состояний уже не требуется введение октетных компонент, заметный вклад CO необходим только для описания рождения прямого ψ -мезона. Таким образом, в k_T -факторизации доминирует вклад цветового синглета (далее CS) [9].

К сожалению, метод, используемый при моделировании $G(x, k_T)$ и основанный на суммировании больших $\ln(1/x)$, не применим в случае низких энергий, где реальные доли импульсов сталкивающихся глюонов расположены в интервале $0,1 < x_g < 0,5$. В связи с этим мы вынуждены ограничиться в наших вычислениях следующим приближением. Мы стартуем с глюонных распределений коллинеарного типа, из известных функций распределения. Далее мы рассматриваем рождение CS чармония в следующем после лидирующего порядке теории возмущений по α_s . Это позволяет нам получить распределения по p_T для всех состояний с той лишь оговоркой, что для χ_{c0} и χ_{c2} мы зарабатываем коллинеарные расходимости при $p_T = 0$. Мы вводим обрезание по p_T для этих частиц, определяемое их обратными геометрическими размерами. Для пряморожденных J/ψ и χ_{c1} , у которых такой расходимости нет, мы используем всю область по p_T .

В следующем разделе мы кратко опишем использующийся в нашей работе формализм. Второй раздел посвящен рассмотрению различных процессов образования чармониев и приведены аналитические выражения для соответствующих партонных сечений. В третьем разделе мы переходим к определению сечений рождения чармониев в адронных экспериментах и приводим численные результаты. В заключительных разделах приводятся наши оценки спиновой асимметрии и краткие результаты работы.

1. Чармонии

Одной из характерных особенностей чармониев является то, что относительная скорость кварков v в них мала:

$$v^2 \sim [\alpha_s(m_c v)]^2 \approx 0, 2.$$

Наличие этого малого параметра приводит к тому, что процессы, в которых участвуют чармонии, разделяются на два практически независимых этапа:

- жесткий процесс, в котором рождается кварк-антикварковая пара,
- последующая адронизация этой пары в экспериментально наблюдаемый мезон.

Другой характерной особенностью чармониев является то, что константа сильного взаимодействия на масштабах, соответствующих жесткому этапу их рождения, много меньше единицы. Это позволяет применять при вычислении соответствующей части амплитуды теорию возмущений.

Второй этап рождения чармониев, т.е. адронизация образовавшейся на первом этапе кварк-антикварковой пары в экспериментально наблюдаемый мезон с импульсом p и массой M^1 , описывается следующей простой процедурой [10]. Сначала с помощью пертурбативной квантовой хромодинамики запишем амплитуду рождения пары кварка и антикварка с импульсами $p + q/2$ и $p - q/2$ соответственно

$$\mathcal{A}^{\text{hard}} = \bar{u} \left(\frac{p}{2} + q \right) \mathcal{M} v \left(\frac{p}{2} - q \right).$$

Здесь \bar{u} и v — спинорные функции находящихся на массовой поверхности кварков; p — импульс конечного мезона ($p^2 = M^2$), а q — относительный импульс кварков в чармонии ($pq = 0$). Затем спроецируем эту амплитуду на синглетное по цвету состояние со значением полного спина кварк-антикварковой пары $S = 1$:

$$v_i \left(\frac{p}{2} - q \right) \bar{u}_j \left(\frac{p}{2} + q \right) \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{6}M^2} \left\{ \left(\frac{\hat{p}}{2} - \hat{q} + m \right) \hat{\epsilon}_S(\hat{p} + m) \left(\frac{\hat{p}}{2} + \hat{q} + m \right) \right\}_{ij},$$

где i и j — спинорные индексы кварка и антикварка; $m = M/2$ — масса c -кварка, а ϵ_S — спиновый вектор поляризации этой пары. Получившуюся амплитуду разложим в ряд по относительному импульсу q :

$$\mathcal{M} = \epsilon_S^\mu (\mathcal{M}_\mu + \mathcal{M}_{\mu\nu} q^\nu + \dots). \quad (1)$$

¹В дальнейшем мы будем пренебрегать разницей между массами J/ψ - и χ_c -мезонов.

Амплитуда рождения S -волнового векторного чармония ψ получается из первого члена этого разложения:

$$\mathcal{M}(\psi) = \frac{|R_\psi(0)|}{\sqrt{4\pi m}} \mathcal{M}_\mu \epsilon^\mu,$$

где ϵ_μ — вектор поляризации ψ -мезона, а $R_\psi(0)$ — радиальная часть его волновой функции в начале координат. Амплитуды P -волновых состояний $\chi_{c0,1,2}$ получаются из второго члена разложения (1):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\chi_{c0}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{|R'_\chi(0)|}{4\pi m} \mathcal{M}_{\mu\nu} J^{\mu\nu}, \\ \mathcal{M}(\chi_{c1}) &= \frac{i}{2\sqrt{2}m} \frac{|R'_\chi(0)|}{4\pi m} \mathcal{M}_{\mu\nu} \epsilon_{\rho\sigma\mu\nu} p^\rho \epsilon_\chi^\sigma, \\ \mathcal{M}(\chi_{c2}) &= \frac{|R'_\chi(0)|}{4\pi m} \left[\frac{J^{\rho\mu} J^{\sigma\nu} + J^{\rho\nu} J^{\sigma\mu}}{2} - \frac{1}{3} J^{\rho\sigma} J^{\mu\nu} \right] \epsilon_\chi^{\rho\sigma} \mathcal{M}_{\mu\nu}, \end{aligned}$$

где $R'_\chi(0)$ — производная от радиальной части волновой функции χ -мезонов, взятая в начале координат, ϵ_χ^σ и $\epsilon_\chi^{\rho\sigma}$ — вектор и тензор поляризации χ_{c1} - и χ_{c2} -мезонов, а тензор $J^{\mu\nu}$ определен согласно

$$J^{\mu\nu} = \frac{p^\mu p^\nu}{M^2} - g^{\mu\nu}.$$

Входящие в эти выражения волновые функции чармониев в начале координат можно определить из решения уравнения Шредингера или по экспериментальным значениям ширины распадов этих мезонов. В нашей работе мы будем использовать второй способ. Волновая функция ψ -мезона определяется по ширине его лептонного распада:

$$\Gamma(\psi \rightarrow e^+ e^-) = \frac{4\pi}{3} e_c^2 \alpha^2 \frac{|R(0)|^2}{M^2}.$$

Производную от радиальной части волновой функции $\chi_{c0,2}$ -мезонов можно определить по ширинам их распадов на пару квазисвободных глюонов (т.е. глюонов с равными нулю виртуальностями), которые примерно равны полным ширинам распада:

$$\Gamma(\chi_0) = 96\alpha_s^2 \frac{|R'(0)|^2}{M_\chi^4}, \quad (2)$$

$$\Gamma(\chi_2) = \frac{128}{5} \alpha_s^2 \frac{|R'(0)|^2}{M_\chi^4}. \quad (3)$$

Для отношения этих ширины получим соотношение

$$\frac{\Gamma(\chi_{c0})}{\Gamma(\chi_{c2})} = \frac{15}{4},$$

которое хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Следует отметить, что в описанной выше процедуре мы пренебрегали относительным импульсом кварков в чармониях, т.е. использовали приближение Бете–Гайтлера. В ряде работ (смотри, например, [11–15]) было показано, что отказ от этого приближения приводит

к значительному увеличению сечений эксклюзивных реакций. Вопрос о влиянии относительного движения кварков на сечения инклюзивного рождения чармониев пока остается открытым.

Кроме того, в нашей статье, как говорилось выше, мы ограничимся синглетным приближением [16–19]. Оно заключается в предположении, что чармоний состоит только из синглетной по цвету кварк-антикварковой пары $|(c\bar{c})_{1c}\rangle$, квантовые числа которой совпадают с квантовыми числами мезона. Как уже упоминалось во введении, основанием для такого приближения является результат недавнего анализа данных по рождению чармониев на Tevatron'e [7, 20, 21].

1.1. $gg \rightarrow \chi_c$

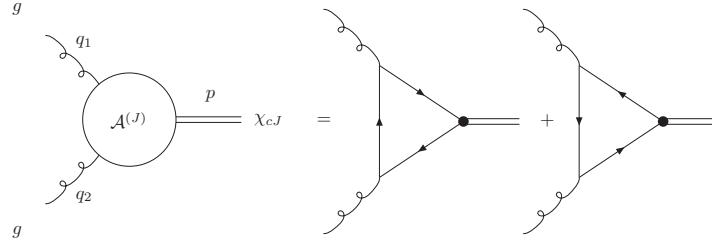


Рис. 1. $gg \rightarrow \chi_{cJ}$.

В дальнейшем нам понадобятся выражения для эффективной вершины, которая описывает переход глюонной пары в P -волновое состояние чармония χ_{cJ} . Диаграммы, описывающие эту вершину, показаны на рис. 1. Используя описанную выше технику, мы получили аналитические выражения для этих вершин. Например, в случае скалярного мезона имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(0)} &= \frac{4\sqrt{\pi}\alpha_s |R'_\chi(0)|}{\sqrt{3M^3}(q_1 q_2)^2} \left\{ (3M^2 - q_1^2 - q_2^2) q_2^\alpha q_1^\beta + (M^2 - q_1^2 - q_2^2) q_1^\alpha q_2^\beta - 2q_2^2 q_1^\alpha q_2^\beta - 2q_1^2 q_2^\alpha q_2^\beta - \right. \\ &\quad \left. - \frac{g^{\alpha\beta}}{2} (3M^4 - 4(q_1^2 + q_2^2)M^2 + (q_1^2 - q_2^2)^2) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражения для случаев аксиального и тензорного χ -мезонов, к сожалению, слишком громоздки, чтобы имело смысл приводить их здесь.

После квадрирования этих амплитуд и усреднения по поляризациям глюонов получаем

$$\mathcal{B}^{(J)}(q_1^2, q_2^2) = \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(J)} \mathcal{A}_{\alpha\beta}^{(J)*} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta},$$

где явные выражения для функций $\mathcal{B}^{(J)}(q_1^2, q_2^2)$ следующие:

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}^{(0)}(q_1^2, q_2^2) &= \frac{8\pi\alpha_s^2 |R'_\chi(0)|^2}{3M^3(q_1q_2)^4} \left\{ 9M^8 - 24q_1^2M^6 - 24q_2^2M^6 + 22q_1^4M^4 + 22q_2^4M^4 + \right. \\
&+ 28q_1^2q_2^2M^4 - 8q_1^6M^2 - 8q_2^6M^2 + 8q_1^2q_2^4M^2 + 8q_1^4q_2^2M^2 + q_1^8 + q_2^8 - \\
&\left. - 4q_1^2q_2^6 + 6q_1^4q_2^4 - 4q_1^6q_2^2 \right\}, \tag{5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}^{(1)}(q_1^2, q_2^2) &= \frac{16\pi\alpha_s^2 |R'_\chi(0)|^2}{M^3(q_1q_2)^4} \left\{ q_1^2M^6 + q_2^2M^6 - q_1^4M^4 - q_2^4M^4 - 14q_1^2q_2^2M^4 - \right. \\
&- q_1^6M^2 - q_2^6M^2 + 17q_1^2q_2^4M^2 + 17q_1^4q_2^2M^2 + q_1^8 + q_2^8 - 2q_1^4q_2^4 \left. \right\} \tag{6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{B}^{(2)}(q_1^2, q_2^2) &= \frac{16\pi\alpha_s^2 |R'_\chi(0)|^2}{3M^3(q_1q_2)^4} \left\{ 6M^8 - 9q_1^2M^6 - 9q_2^2M^6 + q_1^4M^4 + q_2^4M^4 + \right. \\
&+ 34q_1^2q_2^2M^4 + q_1^6M^2 + q_2^6M^2 - q_1^2q_2^4M^2 - q_1^4q_2^2M^2 + q_1^8 + q_2^8 - \\
&\left. - 4q_1^2q_2^6 + 6q_1^4q_2^4 - 4q_1^6q_2^2 \right\}. \tag{7}
\end{aligned}$$

Видно, что если $q_1^2 = q_2^2 = 0$, то $\mathcal{B}^{(1)} = 0$, т.е. аксиальный χ -мезон не рождается при аннигиляции двух квазисвободных глюонов, как этого и требует теорема Ландау-Янга. Для скалярного и тензорного χ -мезонов такого эффекта не наблюдается, и поэтому возможен распад этих мезонов на пару безмассовых глюонов. Ширины этих распадов связаны с функциями $\mathcal{B}^{(J)}$ соотношением

$$\Gamma(\chi_{cJ} \rightarrow gg) = \frac{1}{2J+1} \frac{1}{2M} \frac{1}{2} \frac{1}{8\pi} \mathcal{B}^{(0,2)}(0,0),$$

из которого автоматически следуют выражения (2) и (3). Еще одной интересной особенностью функций $\mathcal{B}^{(J)}(q_1^2, q_2^2)$ является то, что в случае аксиального чармония $\mathcal{B}^{(J)}$ сильно зависит от виртуальностей обоих глюонов, тогда как для скалярного и тензорного мезонов эта зависимость не так заметна (см. рис. 2).

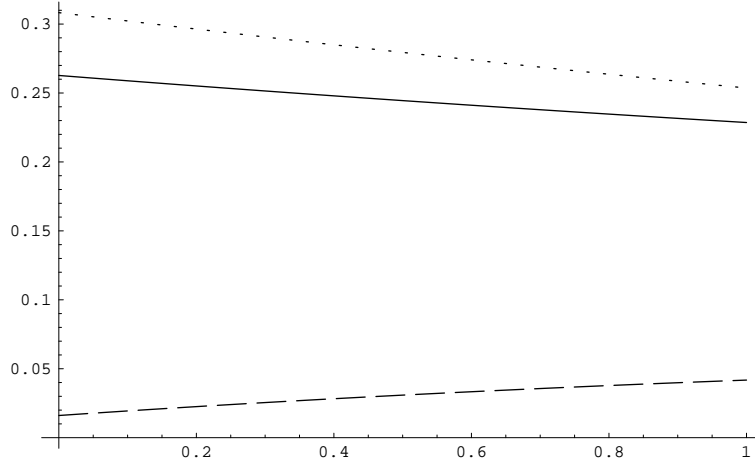


Рис. 2. $\mathcal{B}^{(J)}(q_1^2 = -1 \text{ ГэВ}^2, q_2^2)$.

2. Партонные подпроцессы

В этой главе мы рассмотрим партонные подпроцессы, которые дают вклад в инклюзивное рождение чармония \mathcal{Q} в адронных реакциях. В низшем порядке теории возмущений (т.е. $\sim \alpha_s^2$) единственными реакциями такого рода могут быть только процессы $gg \rightarrow \mathcal{Q}$, где $\mathcal{Q} = \chi_{c0}$ и χ_{c2} . Рождение ψ -мезона запрещено сохранением зарядовой четности, а случай $\mathcal{Q} = \chi_{c1}$ исключается теоремой Ландау–Янга, которая запрещает рождение 1^{++} -мезона из двух безмассовых глюонов. Из экспериментальных данных мы знаем, однако, что сечения рождения χ_{c1} - и χ_{c2} -мезонов сравнимы по величине [3]. Единственное решение этой проблемы состоит в рассмотрении следующего порядка по константе сильного взаимодействия. Поэтому на партонном уровне мы будем исследовать реакции

$$a(k_1)b(k_2) \rightarrow \mathcal{Q}(p)c(k_3), \quad (8)$$

где в скобках указаны импульсы частиц, и будем пренебрегать всеми массами, кроме массы конечного чармония. В случае протон-протонного столкновения мы будем рассматривать реакции

$$gg \rightarrow \mathcal{Q}g, \quad qg \rightarrow \mathcal{Q}q,$$

где q — валентный u - или d -кварк. В случае $p\bar{p}$ -аннигиляции возможна также аннигиляция кварк-антикварковой пары

$$q\bar{q} \rightarrow \mathcal{Q}g.$$

Рассмотрение реакций третьего порядка по константе сильного взаимодействия позволяет решить и еще одну указанную во введении проблему. Дело в том, что в часто применяемом коллинеарном приближении используются проинтегрированные по k_T функции распределения партонов в начальных адронах. В результате такого рассмотрения оказывается, что начальные партоны, и, следовательно, конечный чармоний не имеют поперечного импульса.

Далее мы подробно рассмотрим эти реакции и приведем выражения для соответствующих партонных сечений.

2.1. $gg \rightarrow \mathcal{Q}g$

2.1.1. $\mathcal{Q} = \psi$

Согласно сохранению зарядовой четности, синглетный по цвету ψ -мезон не может рождаться в реакции $gg \rightarrow \psi$, поэтому в ведущем порядке по константе сильного взаимодействия образование ψ -мезона должно сопровождаться рождением глюона. Одна из шести диаграмм, описывающих эту реакцию, показана на рис. 3, остальные могут быть получены из нее перестановками глюонов.

Используя описанный в предыдущем разделе формализм, мы получили следующее выражение для партонного сечения:

$$\frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \psi g)}{d\hat{t}} = \frac{10\pi\alpha_s^3}{9} \frac{M|R_\psi(0)|^2}{\hat{s}^2} \frac{(\hat{t}^2 + \hat{t}\hat{u} + \hat{u}^2)\hat{s}^2 + \hat{t}\hat{u}(\hat{t} + \hat{u})\hat{s} + \hat{t}^2\hat{u}^2}{(\hat{s} + \hat{t})(\hat{s} + \hat{u})(\hat{t} + \hat{u})},$$

где переменные Мандельштама \hat{s} , \hat{t} и \hat{u} определены соотношениями

$$\hat{s} = (k_1 + k_2)^2, \quad \hat{t} = (k_1 - k_3)^2, \quad \hat{u} = (k_1 - k_2)^2.$$

Эти переменные не являются независимыми, а связаны соотношением

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = M^2.$$

С точностью до обозначений приведенное сечение совпадает с результатами работы [22].

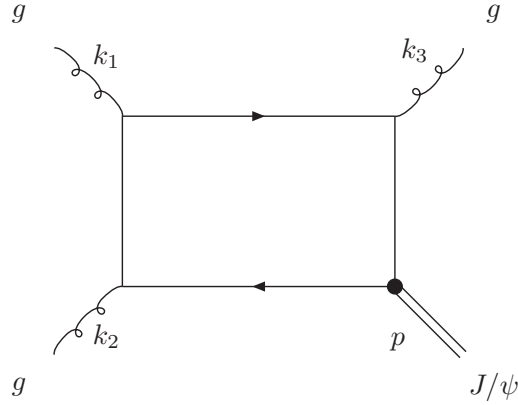


Рис. 3. $gg \rightarrow \psi g$.

2.1.2. $\mathcal{Q} = \chi_{c0,2}$

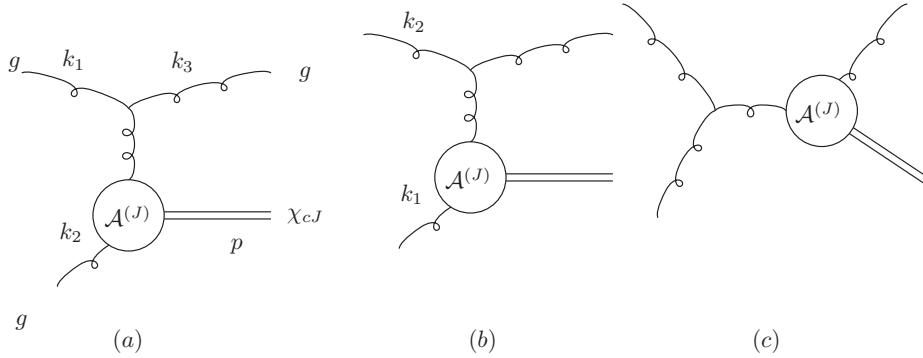


Рис. 4. $gg \rightarrow \chi g$.

В случае рождения $\chi_{c0,2}$ -мезонов помимо диаграммы, изображенной на рис. 3 (в которой, очевидно, следует заменить ψ на χ_c), отличный от нуля вклад в сечение дадут также диаграммы, показанные на рис. 4. Партоновые сечения для этих процессов следующие:

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \chi_{c0}g)}{d\hat{t}} &= \frac{1}{\hat{t}\hat{u}} \frac{4\alpha_s^3 \pi |R'_\chi(0)|^2}{\hat{s}^3(\hat{s} + \hat{t})^4(\hat{s} + \hat{u})^4(\hat{t} + \hat{u})^4 M^3} \left[9(\hat{t} + \hat{u})^4 M^{20} - \right. \\
&- 6(\hat{t} + \hat{u})^3(9\hat{t}^2 + 14\hat{u}\hat{t} + 9\hat{u}^2)M^{18} + \\
&+ (\hat{t} + \hat{u})^2(153\hat{t}^4 + 492\hat{u}\hat{t}^3 + 695\hat{u}^2\hat{t}^2 + 492\hat{u}^3\hat{t} + 153\hat{u}^4)M^{16} - \\
&- 2(\hat{t} + \hat{u})^3(135\hat{t}^4 + 393\hat{u}\hat{t}^3 + 545\hat{u}^2\hat{t}^2 + 393\hat{u}^3\hat{t} + 135\hat{u}^4)M^{14} + \\
&+ 2(162\hat{t}^8 + 1065\hat{u}\hat{t}^7 + 3208\hat{u}^2\hat{t}^6 + 5852\hat{u}^3\hat{t}^5 + 7096\hat{u}^4\hat{t}^4 + \\
&+ 5852\hat{u}^5\hat{t}^3 + 3208\hat{u}^6\hat{t}^2 + 1065\hat{u}^7\hat{t} + 162\hat{u}^8)M^{12} - \\
&- 2(135\hat{t}^9 + 966\hat{u}\hat{t}^8 + 3215\hat{u}^2\hat{t}^7 + 6627\hat{u}^3\hat{t}^6 + 9351\hat{u}^4\hat{t}^5 + \\
&+ 9351\hat{u}^5\hat{t}^4 + 6627\hat{u}^6\hat{t}^3 + 3215\hat{u}^7\hat{t}^2 + 966\hat{u}^8\hat{t} + 135\hat{u}^9)M^{10} + \\
&+ (153\hat{t}^{10} + 1170\hat{u}\hat{t}^9 + 4249\hat{u}^2\hat{t}^8 + 9722\hat{u}^3\hat{t}^7 + 15548\hat{u}^4\hat{t}^6 + 18124\hat{u}^5\hat{t}^5 + \\
&+ 15548\hat{u}^6\hat{t}^4 + 9722\hat{u}^7\hat{t}^3 + 4249\hat{u}^8\hat{t}^2 + 1170\hat{u}^9\hat{t} + 153\hat{u}^{10})M^8 - \\
&- 2(27\hat{t}^{11} + 222\hat{u}\hat{t}^{10} + 885\hat{u}^2\hat{t}^9 + 2237\hat{u}^3\hat{t}^8 + 4001\hat{u}^4\hat{t}^7 + 5308\hat{u}^5\hat{t}^6 + \\
&+ 5308\hat{u}^6\hat{t}^5 + 4001\hat{u}^7\hat{t}^4 + 2237\hat{u}^8\hat{t}^3 + 885\hat{u}^9\hat{t}^2 + 222\hat{u}^{10}\hat{t} + 27\hat{u}^{11})M^6 + \\
&+ (9\hat{t}^{12} + 90\hat{u}\hat{t}^{11} + 416\hat{u}^2\hat{t}^{10} + 1190\hat{u}^3\hat{t}^9 + 2394\hat{u}^4\hat{t}^8 + 3582\hat{u}^5\hat{t}^7 + \\
&+ 4090\hat{u}^6\hat{t}^6 + 3582\hat{u}^7\hat{t}^5 + 2394\hat{u}^8\hat{t}^4 + 1190\hat{u}^9\hat{t}^3 + 416\hat{u}^{10}\hat{t}^2 + 90\hat{u}^{11}\hat{t} + \\
&+ 9\hat{u}^{12})M^4 - 2\hat{t}\hat{u}(\hat{t}^2 + \hat{u}\hat{t} + \hat{u}^2)^2(3\hat{t}^7 + 15\hat{u}\hat{t}^6 + 37\hat{u}^2\hat{t}^5 + 55\hat{u}^3\hat{t}^4 + \\
&+ 55\hat{u}^4\hat{t}^3 + 37\hat{u}^5\hat{t}^2 + 15\hat{u}^6\hat{t} + 3\hat{u}^7)M^2 + \\
&- \hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t} + \hat{u})^2(\hat{t}^2 + \hat{u}\hat{t} + \hat{u}^2)^4 \left. \right], \tag{9}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \chi_{c2}g)}{d\hat{t}} &= \frac{1}{\hat{t}\hat{u}} \frac{4\alpha_s^3 \pi |R'_\chi(0)|^2}{\hat{s}^3(\hat{s} + \hat{t})^4(\hat{s} + \hat{u})^4(\hat{t} + \hat{u})^4 M^3} \left[12(\hat{t} + \hat{u})^4 M^{20} - \right. \\
&- 24(\hat{t} + \hat{u})^3(3\hat{t}^2 + 5\hat{u}\hat{t} + 3\hat{u}^2)M^{18} + (\hat{t} + \hat{u})^2(204\hat{t}^4 + 651\hat{u}\hat{t}^3 + \\
&+ 880\hat{u}^2\hat{t}^2 + 651\hat{u}^3\hat{t} + 204\hat{u}^4)M^{16} + (-360\hat{t}^7 - 1995\hat{u}\hat{t}^6 - 4949\hat{u}^2\hat{t}^5 - 7428\hat{u}^3\hat{t}^4 - \\
&- 7428\hat{u}^4\hat{t}^3 - 4949\hat{u}^5\hat{t}^2 - 1995\hat{u}^6\hat{t} - 360\hat{u}^7)M^{14} + (432\hat{t}^8 + 2526\hat{u}\hat{t}^7 + \\
&+ 6652\hat{u}^2\hat{t}^6 + 10877\hat{u}^3\hat{t}^5 + 12640\hat{u}^4\hat{t}^4 + 10877\hat{u}^5\hat{t}^3 + 6652\hat{u}^6\hat{t}^2 + 2526\hat{u}^7\hat{t} + \\
&+ 432\hat{u}^8)M^{12} + (-360\hat{t}^9 - 2274\hat{u}\hat{t}^8 - 6290\hat{u}^2\hat{t}^7 - 10647\hat{u}^3\hat{t}^6 - \\
&- 13185\hat{u}^4\hat{t}^5 - 13185\hat{u}^5\hat{t}^4 - 10647\hat{u}^6\hat{t}^3 - 6290\hat{u}^7\hat{t}^2 - 2274\hat{u}^8\hat{t} - 360\hat{u}^9)M^{10} + \\
&+ (204\hat{t}^{10} + 1455\hat{u}\hat{t}^9 + 4328\hat{u}^2\hat{t}^8 + 7504\hat{u}^3\hat{t}^7 + 9232\hat{u}^4\hat{t}^6 + \\
&+ 9614\hat{u}^5\hat{t}^5 + 9232\hat{u}^6\hat{t}^4 + 7504\hat{u}^7\hat{t}^3 + 4328\hat{u}^8\hat{t}^2 + 1455\hat{u}^9\hat{t} + 204\hat{u}^{10})M^8 + \\
&+ (-72\hat{t}^{11} - 615\hat{u}\hat{t}^{10} - 2085\hat{u}^2\hat{t}^9 - 3878\hat{u}^3\hat{t}^8 - 4748\hat{u}^4\hat{t}^7 - \\
&- 4678\hat{u}^5\hat{t}^6 - 4678\hat{u}^6\hat{t}^5 - 4748\hat{u}^7\hat{t}^4 - 3878\hat{u}^8\hat{t}^3 - 2085\hat{u}^9\hat{t}^2 - 615\hat{u}^{10}\hat{t} - \\
&- 72\hat{u}^{11})M^6 + (12\hat{t}^{12} + 144\hat{u}\hat{t}^{11} + 616\hat{u}^2\hat{t}^{10} + 1345\hat{u}^3\hat{t}^9 + 1824\hat{u}^4\hat{t}^8 + \\
&+ 1806\hat{u}^5\hat{t}^7 + 1688\hat{u}^6\hat{t}^6 + 1806\hat{u}^7\hat{t}^5 + 1824\hat{u}^8\hat{t}^4 + 1345\hat{u}^9\hat{t}^3 + 616\hat{u}^{10}\hat{t}^2 + \\
&+ 144\hat{u}^{11}\hat{t} + 12\hat{u}^{12})M^4 - \hat{t}\hat{u}(\hat{t}^2 + \hat{u}\hat{t} + \hat{u}^2)^2(12\hat{t}^7 + 60\hat{u}\hat{t}^6 + 91\hat{u}^2\hat{t}^5 + \\
&+ 49\hat{u}^3\hat{t}^4 + 49\hat{u}^4\hat{t}^3 + 91\hat{u}^5\hat{t}^2 + 60\hat{u}^6\hat{t} + 12\hat{u}^7)M^2 + \\
&+ 2\hat{t}^2\hat{u}^2(\hat{t} + \hat{u})^2(\hat{t}^2 + \hat{u}\hat{t} + \hat{u}^2)^4 \left. \right]. \tag{10}
\end{aligned}$$

Следует отметить, что эти сечения расходятся в областях $\hat{t} \rightarrow 0$ и $\hat{t} \rightarrow M^2 - \hat{s}$ (т.е. $\hat{u} \rightarrow 0$), что вызвано обращением в нуль пропагаторов виртуальных глюонов, показанных на рис. 4. Эти расходимости приводят к тому, что сечения рождения $\chi_{c0,2}$ -мезонов в области $\hat{t} \rightarrow 0$ могут быть записаны в факторизованном виде:

$$\frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \chi_{cJ}g)}{d\hat{t}} \approx \Phi_{g \rightarrow gg^*}(\hat{t}) \frac{1}{\hat{t}} \mathcal{B}^{(J)}(\hat{s}, \hat{t}, 0), \quad (11)$$

где первый множитель

$$\Phi_{g \rightarrow gg^*}(\hat{t}) = \frac{384\pi\alpha_s}{M^4} \frac{(\hat{s}^2 - \hat{s}M^2 + M^4)}{\hat{s}(\hat{s} - M^2)} \quad (12)$$

не зависит от спина конечного чармония и описывает расщепление начального глюона в пару gg^* , а второй соответствует рождению χ_{cJ} -мезона (см. формулы (5)–(7)). Фактически такое рассмотрение полностью аналогично часто используемой k_T -факторизации, причем функция $\Phi_{g \rightarrow gg^*}(\hat{t})$ играет роль применяемой в этой модели непроинтегрированной функции распределения глюона. Выражения, подобные (11), (12), справедливы и в области $\hat{u} \rightarrow 0$ с тем очевидным отличием, что в них надо \hat{t} заменить на \hat{u} .

Физическая причина упомянутых расходимостей заключается в том, что в кинематических областях $\hat{t} \rightarrow 0$ и $\hat{u} \rightarrow 0$ поперечный импульс чармония

$$p_T = \sqrt{\frac{\hat{t}\hat{u}}{\hat{s}}} \quad (13)$$

стремится к нулю, и нет возможности различить реакцию (8) и реакцию рождения χ_c -мезона в слиянии глюонной пары, т.е. процесс $gg \rightarrow \chi_{c0,2}$. Для устранения этой расходимости мы ограничим поперечный импульс условием

$$p_T > \Delta$$

и для параметра обрезания Δ будем использовать величину, обратную радиусу $\chi_{c0,2}$ -мезонов:

$$\Delta \sim \frac{1}{R_{c\bar{c}}} \sim m_c v.$$

Интересно отметить, что отношение расходящихся сечений области малых p_T стремится к конечному пределу, равному

$$\lim_{p_T \rightarrow 0} \left\{ \frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \chi_{c2}g)}{dp_T} \bigg/ \frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \chi_{c0}g)}{dp_T} \right\} = \frac{2J_{\chi_2} + 1}{2J_{\chi_0} + 1} \frac{\Gamma(\chi_{c2})}{\Gamma(\chi_{c0})} = \frac{4}{3}.$$

Это непосредственно следует из соотношения (11) и объясняется тем, что в области малых p_T мы имеем дело с рождением $\chi_{c0,2}$ -мезонов на двух квазисвободных глюонах, и партонные сечения с точностью до спинового множителя пропорциональны ширинам распадов этих мезонов на такие же глюоны.

2.1.3. $\mathcal{Q} = \chi_{c1}$

В случае $\mathcal{Q} = \chi_{c1}$ опять работают все показанные на рис. 3, 4 диаграммы. Выражение для партонного сечения имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}(gg \rightarrow \chi_{c1}g)}{d\hat{t}} &= \frac{12\alpha_s^3\pi |R'_p|^2}{\hat{s}^2(\hat{s} + \hat{t})^4 (\hat{s} + \hat{u})^4(\hat{t} + \hat{u})^4 M^3} \left[(\hat{t} + \hat{u})^2(\hat{t}^2 + \hat{u}^2)M^{14} - \right. \\ &- 4(2\hat{t}^5 + 5\hat{u}\hat{t}^4 + 6\hat{u}^2\hat{t}^3 + 6\hat{u}^3\hat{t}^2 + 5\hat{u}^4\hat{t} + 2\hat{u}^5)M^{12} + (26\hat{t}^6 + 80\hat{u}\hat{t}^5 + \\ &+ 115\hat{u}^2\hat{t}^4 + 120\hat{u}^3\hat{t}^3 + 115\hat{u}^4\hat{t}^2 + 80\hat{u}^5\hat{t} + 26\hat{u}^6)M^{10} - 2(22\hat{t}^7 + 82\hat{u}\hat{t}^6 + \\ &+ 141\hat{u}^2\hat{t}^5 + 164\hat{u}^3\hat{t}^4 + 164\hat{u}^4\hat{t}^3 + 141\hat{u}^5\hat{t}^2 + 82\hat{u}^6\hat{t} + 22\hat{u}^7)M^8 + (41\hat{t}^8 + \\ &+ 184\hat{u}\hat{t}^7 + 378\hat{u}^2\hat{t}^6 + 510\hat{u}^3\hat{t}^5 + 546\hat{u}^4\hat{t}^4 + 510\hat{u}^5\hat{t}^3 + 378\hat{u}^6\hat{t}^2 + 184\hat{u}^7\hat{t} + \\ &+ 41\hat{u}^8)M^6 - 2(10\hat{t}^9 + 55\hat{u}\hat{t}^8 + 136\hat{u}^2\hat{t}^7 + \\ &+ 218\hat{u}^3\hat{t}^6 + 265\hat{u}^4\hat{t}^5 + 265\hat{u}^5\hat{t}^4 + 218\hat{u}^6\hat{t}^3 + 136\hat{u}^7\hat{t}^2 + 55\hat{u}^8\hat{t} + \\ &+ 10\hat{u}^9)M^4 + (\hat{t}^2 + \hat{u}\hat{t} + \hat{u}^2)^2(4\hat{t}^6 + 22\hat{u}\hat{t}^5 + \\ &+ 37\hat{u}^2\hat{t}^4 + 36\hat{u}^3\hat{t}^3 + 37\hat{u}^4\hat{t}^2 + 22\hat{u}^5\hat{t} + 4\hat{u}^6)M^2 - \\ &\left. - 2\hat{t}\hat{u}(\hat{t} + \hat{u})(\hat{t}^2 + \hat{u}\hat{t} + \hat{u}^2)^4 \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Видно, что в отличие от сечений (9), (10) сечение (14) конечно в области $p_T \rightarrow 0$. Это объясняется тем, что теорема Ландау–Янга запрещает рождение χ_{c1} -мезона на двух квазисвободных глюонах (см. выражение (6)). В результате квадрат матричного элемента этой реакции оказывается пропорциональным массе виртуального глюона (например t -канального глюона в диаграмме рис. 4а), и этот множитель устраняет расходимость, вызванную пропагатором.

2.2. $gq \rightarrow \mathcal{Q}q$, $g\bar{q} \rightarrow \mathcal{Q}\bar{q}$

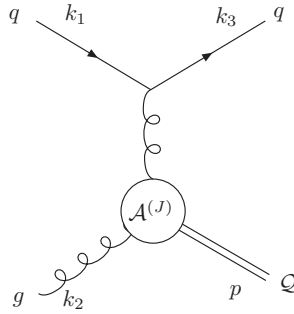


Рис. 5. $gq \rightarrow \mathcal{Q}q$.

Рассмотрим рождение чармония при рассеянии глюона на легком (анти)кварке. Диаграммы, описывающие этот процесс, показаны на рис. 5. В этой реакции могут рождаться только $\chi_{c0,1,2}$ -мезоны, а матричный элемент имеет вид

$$\mathcal{M}(gq \rightarrow \chi_{cJ}q) = \frac{g_s}{q^2} (\lambda^a)_{ij} \delta_{ab} \bar{u}(k_3) \gamma^\mu u(k_1) \epsilon_2^\nu \mathcal{A}_{\mu\nu}^{(J)}(k_3 - k_1, k_2),$$

где i, j и a, b — цветовые индексы кварков и глюонов; ϵ_2^ν — вектор поляризации начального глюона, $\bar{u}(k_3)$ и $u(k_1)$ — спинорные волновые функции конечного и начального кварков (в случае антикварка они должны быть заменены на $v(k_3)$ и $\bar{v}(k_1)$, но вследствие симметрии относительно зарядового сопряжения это не изменит); $\mathcal{A}_{\mu\nu}^{(J)}$ — введенные ранее вершины взаимодействия глюонной пары с χ_{cJ} -мезонами.

Партонные сечения процессов $qg \rightarrow \chi_{cJ}q$ имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}(qg \rightarrow \chi_{c0}q)}{d\hat{t}} &= \frac{1}{-\hat{t}} \frac{8\alpha_s^3 \pi |R'_P|^2}{9\hat{s}^2 M^3 (M^2 - \hat{t})^4} \left[9M^8 - 6(3\hat{s} + 4\hat{t})M^6 + (18\hat{s}^2 + 30\hat{t}\hat{s} + 22\hat{t}^2)M^4 - \right. \\ &\quad \left. - 2\hat{t}(6\hat{s}^2 + 7\hat{t}\hat{s} + 4\hat{t}^2)M^2 + \hat{t}^2(2\hat{s}^2 + 2\hat{t}\hat{s} + \hat{t}^2) \right], \\ \frac{d\hat{\sigma}(qg \rightarrow \chi_{c2}q)}{d\hat{t}} &= \frac{1}{-\hat{t}} \frac{16\alpha_s^3 \pi |R'_P|^2}{9\hat{s}^2 M^3 (M^2 - \hat{t})^4} \left[6M^8 - 12(\hat{s} + \hat{t})M^6 + (12\hat{s}^2 + 24\hat{t}\hat{s} + 7\hat{t}^2)M^4 - \right. \\ &\quad \left. - 2\hat{t}(6\hat{s}^2 + 7\hat{t}\hat{s} + \hat{t}^2)M^2 + \hat{t}^2(2\hat{s}^2 + 2\hat{t}\hat{s} + \hat{t}^2) \right], \\ \frac{d\hat{\sigma}(qg \rightarrow \chi_{c1}q)}{d\hat{t}} &= -\frac{16\alpha_s^3 \pi |R'_P|^2}{3\hat{s}^2 M^3 (M^2 - \hat{t})^4} \left[(4\hat{s} + \hat{t})M^4 - 2(2\hat{s}^2 + 3\hat{t}\hat{s} + \hat{t}^2)M^2 + \right. \\ &\quad \left. + \hat{t}(2\hat{s}^2 + 2\hat{t}\hat{s} + \hat{t}^2) \right]. \end{aligned}$$

Опять, как и в глюон-глюонных реакциях, мы видим, что в случае $\mathcal{Q} = \chi_{c1}$ сечение конечно, а сечения рождения χ_{c0} - и χ_{c2} -мезонов расходятся в области малых p_T , причем

$$\lim_{p_T \rightarrow 0} \left\{ \frac{d\hat{\sigma}(qg \rightarrow \chi_{c2}q)}{d\hat{t}} \bigg/ \frac{d\hat{\sigma}(qg \rightarrow \chi_{c0}q)}{d\hat{t}} \right\} = \frac{4}{3}.$$

Именно такого результата и следовало ожидать, поскольку причины расходимости сечений процессов $gg \rightarrow \chi g$ и $gq \rightarrow \chi q$ одинаковы.

2.3. $q\bar{q} \rightarrow \mathcal{Q}g$

Если мы рассматриваем рождение чармониев в $p\bar{p}$ -аннигиляции, то в составе начальных адронов будут присутствовать и валентные антикварки. В этом случае возможно рождение чармониев в кварк-антикварковой аннигиляции. Из эксперимента известно, что отношение сечений рождения ψ при энергии 40 ГэВ составляет [23]

$$\frac{\sigma(p\bar{p} \rightarrow \psi + X)}{\sigma(p\bar{p} \rightarrow \psi + X)} = 6,$$

что говорит о существенной роли такого процесса, по крайней мере, при этом значении энергии.

Очевидно, что указанная реакция является кросс-симметричной по отношению к процессу, рассмотренному в предыдущем разделе. Поэтому матричные элементы этих процессов связаны соотношением

$$|\mathcal{M}(q\bar{q} \rightarrow \mathcal{Q}g)|^2 = |\mathcal{M}(gq \rightarrow \mathcal{Q}g)|^2 \Big|_{\hat{s} \leftrightarrow \hat{t}}.$$

С его помощью легко получить следующие выражения для отличных от нуля партонных сечений:

$$\begin{aligned}
\frac{d\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow \chi_{c0}g)}{d\hat{t}} &= \frac{64\alpha_s^3\pi |R'_P|^2}{27\hat{s}^3M^3 (M^2 - \hat{s})^4} \left[9M^8 - 6(4\hat{s} + 3\hat{t})M^6 + (22\hat{s}^2 + 30\hat{t}\hat{s} + 18\hat{t}^2)M^4 - \right. \\
&\quad \left. - 2\hat{s}(4\hat{s}^2 + 7\hat{t}\hat{s} + 6\hat{t}^2)M^2 + \hat{s}^2(\hat{s}^2 + 2\hat{t}\hat{s} + 2\hat{t}^2) \right], \\
\frac{d\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow \chi_{c1}g)}{d\hat{t}} &= \frac{128\alpha_s^3\pi |R'_P|^2}{9\hat{s}^2M^3 (M^2 - \hat{s})^4} \left[(\hat{s} + 4\hat{t})M^4 - 2(\hat{s}^2 + 3\hat{t}\hat{s} + 2\hat{t}^2)M^2 + \right. \\
&\quad \left. + \hat{s}(\hat{s}^2 + 2\hat{t}\hat{s} + 2\hat{t}^2) \right], \\
\frac{d\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow \chi_{c2}g)}{d\hat{t}} &= \frac{128\alpha_s^3\pi |R'_P|^2}{27\hat{s}^3M^3 (M^2 - \hat{s})^4} \left[6M^8 - 12(\hat{s} + \hat{t})M^6 + (7\hat{s}^2 + 24\hat{t}\hat{s} + 12\hat{t}^2)M^4 - \right. \\
&\quad \left. - 2\hat{s}(\hat{s}^2 + 7\hat{t}\hat{s} + 6\hat{t}^2)M^2 + \hat{s}^2(\hat{s}^2 + 2\hat{t}\hat{s} + 2\hat{t}^2) \right].
\end{aligned}$$

Отметим, что эти сечения конечны во всей допустимой кинематической области.

3. Адронные сечения

Перейдем теперь к определению экспериментально-наблюдаемых величин и рассмотрим процесс

$$A(p_1)B(p_2) \rightarrow Q(p) + X,$$

где A и B — начальные адроны, $Q = \psi$ или χ_{cJ} , а в скобках указаны импульсы частиц. Сечение этой реакции определяется из полученных в предыдущем разделе партонных сечений с помощью соотношения

$$\begin{aligned}
d\sigma^{AB}(Q) &= d\sigma(AB \rightarrow Q + X) = \sum_{a,b,c} d\sigma_{ab}^{AB}(Q) = \sum_{a,b} d\sigma(AB \rightarrow ab \rightarrow Q + X) = \\
&= \int dx_1 dx_2 f_{a/A}(x_1) f_{b/B}(x_2) d\hat{\sigma}(ab \rightarrow Qc). \tag{15}
\end{aligned}$$

Здесь суммирование ведется по партонам a и b ; $x_{1,2}$ — уносимые ими доли импульсов, а $f_{a/A}(x_1)$ и $f_{b/B}(x_2)$ — функции распределения этих партонов в начальных адронах.

Удобнее перейти в выражении (15) к новым переменным интегрирования

$$x = x_1 - x_2$$

и квадрату инвариантной массы партонной пары

$$\hat{s} = (k_1 + k_2)^2 \approx x_1 x_2 s,$$

где $s = (p_1 + p_2)^2$, и в последнем равенстве мы пренебрегли массами всех частиц, кроме конечного кваркония. С использованием этих переменных адронное сечение записывается в виде

$$\begin{aligned}
\sigma_{ab}^{AB}(\mathcal{Q}, p_T > \Delta) &= \int_{\Delta}^{(s-M^2)/(2\sqrt{s})} dp_T \int_{(p_T + \sqrt{p_T^2 + M^2})^2}^s \frac{d\hat{s}}{s} \frac{d\hat{\sigma}(ab \rightarrow \mathcal{Q}c)}{dp_T} \times \\
&\times \int_{-(1-\hat{s}/s)}^{1-\hat{s}/s} \frac{dx}{\tilde{x}} f_{a/A}(x_1) f_{b/B}(x_2), \tag{16}
\end{aligned}$$

где

$$\tilde{x} = x_1 + x_2 = \sqrt{x^2 + \frac{4\hat{s}}{s}},$$

поперечный импульс чармония p_T определен выражением (13), а

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dp_T} = \frac{p_T \sqrt{\hat{s}}}{\sqrt{\left(\frac{\hat{s}-M^2}{2\sqrt{\hat{s}}}\right)^2 - p_T^2}} \left[\frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} + (\hat{t} \leftrightarrow \hat{u}) \right].$$

При $p_T < \Delta$ физически неразличимы процессы рождения чармония с излучением дополнительного партона из без такого излучения. По этой причине мы будем считать, что в этой области возможны только реакции ведущего порядка по α_s :

$$pp \rightarrow gg \rightarrow \chi_{c0,2},$$

причем сечения этих реакций определяются соотношением

$$\sigma_{LO}^{AB}(\chi_{cJ}) = \frac{\pi^2}{64} \frac{\Gamma(\chi_{cJ} \rightarrow gg)}{M^3} \int \frac{dx}{\tilde{x}} f_{g/A}(x_1) f_{g/B}(x_2).$$

В численных оценках мы использовали функции распределения партонов, представленные в [24] и [25]. Качественно результаты, полученные с помощью этих распределений, совпадали, но в области малых энергий наблюдались некоторые численные расхождения. В настоящей статье приведены только результаты, полученные с помощью распределений [24], вычисленных на масштабе

$$Q^2 = 3 \text{ ГэВ}^2.$$

Численные значения остальных параметров равняются

$$\alpha_s = 0.3, \quad M = 3 \text{ ГэВ}, \quad \Delta^2 = 0.3 \text{ ГэВ}^2, \\ |R_S(0)|^2 = 0.81 \text{ ГэВ}^3, \quad |R'_P(0)|^2 = 0.075 \text{ ГэВ}^5.$$

На рис. 6 жирной сплошной линией, отмеченной цифрой 1, показана зависимость от энергии полного просуммированного по всем вкладам сечения рождения ψ -мезона в протон-протонном столкновении

$$\sigma = \sigma_{gg}^{pp}(\psi) + \text{Вr}(\chi_{c1} \rightarrow \psi\gamma)\sigma^{pp}(\chi_{c1}) + \text{Вr}(\chi_{c2} \rightarrow \psi\gamma)\sigma^{pp}(\chi_{c2}),$$

сечения рождения ψ за счет радиационного распада χ_{c2} -мезона (точечная линия, отмеченная цифрой 2), прямой реакции (тонкая сплошная линия — цифра 3), рождения ψ за счет радиационного распада χ_{c1} -мезона (пунктирная линия — цифра 4), а также показан вклад коллинеарного приближения в рождение χ_{c2} (штрихпунктирная линия — цифра 5). Точками отмечены экспериментальные результаты, представленные в [26]. Видно, что на большом интервале энергии применяемый нами метод приводит к удовлетворительному согласию с экспериментальными данными, хотя в области малых энергий наблюдается некоторое расхождение. Это расхождение вызвано тем, что использованная нами процедура дает недостаточные значения сечений рождения χ_{c1} - и пряморожденных ψ -мезонов. Еще одна возможная причина расхождения состоит в том, что в области низких энергий нельзя пренебрегать массами начальных протонов по сравнению с энергией реакции. Отказ от этого приближения приведет к уменьшению эффективной энергии партонной реакции и, как следствие, к увеличению сечения. На область высоких энергий, как видно из рис. 6, такая поправка большого влияния не окажет.

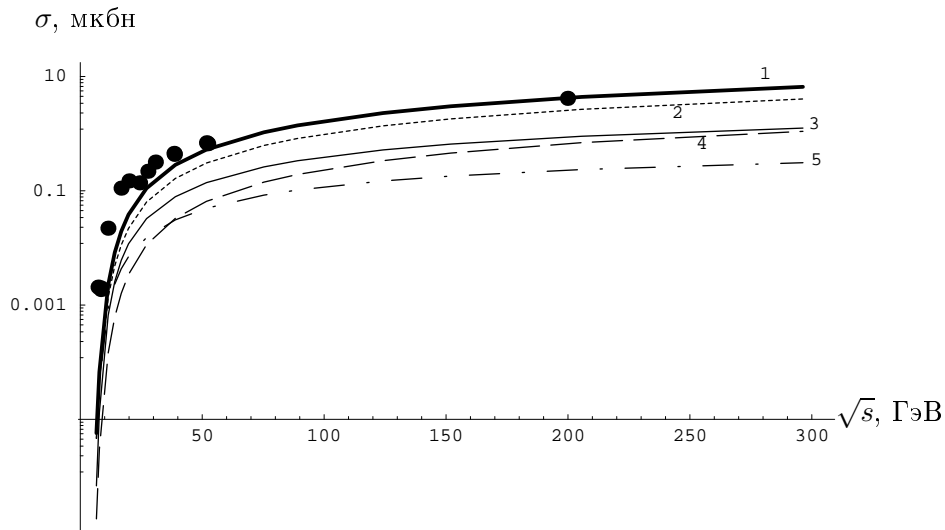


Рис. 6. Сечения рождения чармониев в протон-протонной реакции в зависимости от энергии. 1 — полное сечение рождения ψ -мезона, 2 — рождение ψ за счет радиационного распада χ_{c2} , 3 — прямые ψ , 4 — рождение ψ за счет радиационного распада χ_{c1} , 5 — вклад коллинеарного приближения в рождение χ_{c2} .

Хотелось бы отметить, что относительный вклад каждого из участвующих в рождении ψ подпроцессов сильно зависит от энергии реакции. Например, на рис. 7 показана зависимость от энергии величины

$$R_{qg/gg} = 2 \frac{\text{Br}(\chi_{c1} \rightarrow \psi\gamma)[\sigma_{gu}^{pp}(\chi_{c1}) + \sigma_{gd}^{pp}(\chi_{c1})] + \text{Br}(\chi_{c2} \rightarrow \psi\gamma)[\sigma_{gu}^{pp}(\chi_{c2}) + \sigma_{gd}^{pp}(\chi_{c2})]}{\sigma_{gg}^{pp}(\psi) + \text{Br}(\chi_{c1} \rightarrow \psi\gamma)\sigma_{gg}^{pp}(\chi_{c1}) + \text{Br}(\chi_{c2} \rightarrow \psi\gamma)\sigma_{gg}^{pp}(\chi_{c2})},$$

которая описывает отношение вклада кварк-глюонных и глюон-глюонных подпроцессов в рождение ψ -мезона. Видно, что это отношение также сильно зависит от энергии, но основной вклад дает глюон-глюонное взаимодействие.

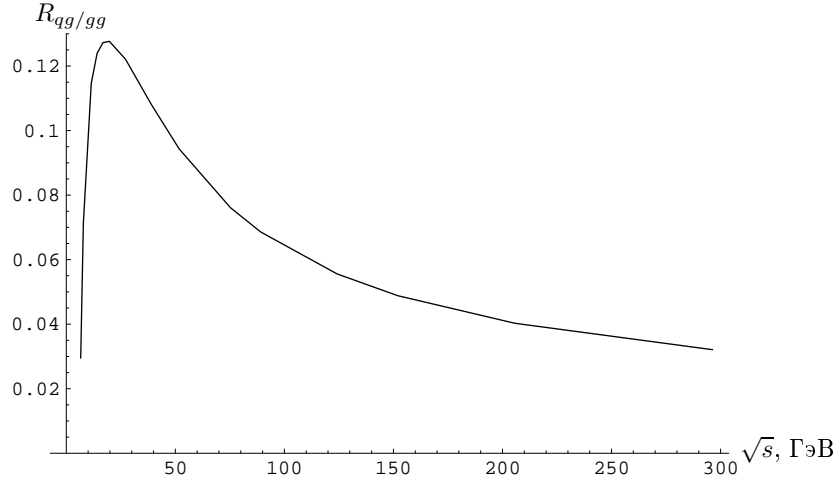


Рис. 7. Зависимость относительного вклада кварк-глюонных процессов в рождение ψ -мезона от энергии.

Предсказываемые нами сечения рождения χ_{c1} и прямых ψ -мезонов меньше экспериментально наблюдаемых значений. Из экспериментальных данных [3] видно, что отношение сечений рождения χ_{c1} - и χ_{c2} -мезонов равняется

$$\frac{\sigma(\chi_{c1})}{\sigma(\chi_{c2})} \approx 0,3,$$

в то время как наши предсказания дают величину, меньшую примерно в 3 раза. Причина этого расхождения заключается, по всей вероятности, в том, что только один из образующих χ_{c1} глюонов был виртуальным. Согласно рис. 2, аксиальный чармоний очень чувствителен к виртуальностям образующих его глюонов, а потому учет этого эффекта значительно повышает сечение его рождения. На сечениях рождения χ_{c0} - и χ_{c2} -мезонов это отразится незначительно. Что касается расхождений в сечении рождения прямого ψ , то, как было показано в [27], учет подпроцесса $qg \rightarrow \psi qg$ повышает это сечение примерно в 2 раза. Стоит, однако, отметить, что для устранения возникающей в этой реакции коллинеарной расходимости авторы [27] отказывались от приближения безмассовых партонов и использовали в качестве значения массы легкого кварка величину $m_q \approx 5$ МэВ, которая кажется нам неоправданно малой по сравнению с нашим параметром обрезания. Как следствие, представленные в [27] результаты могут оказаться сильно завышенными.

Если мы рассматриваем рождение чармониев в $p\bar{p}$ -аннигиляции, то в составе начальных адронов будут присутствовать также и валентные антикварки. Поэтому в сечение реакции $p\bar{p} \rightarrow QX$ будут давать вклад и кварк-антикварковые подпроцессы, рассмотренные в разделе 2.3.

На рис. 8 показана зависимость от энергии отношения сечений $\sigma(p\bar{p} \rightarrow \psi X)$ и $\sigma(pp \rightarrow \psi X)$. Видно, что при малых \sqrt{s} оно существенно больше единицы, а при больших энергиях эти сечения сравниваются. Это объясняется тем, что в этой области сечения кварк-антикварковых подпроцессов подавлены пропагатором s -канального глюона. Именно такое поведение и наблюдается на опыте.

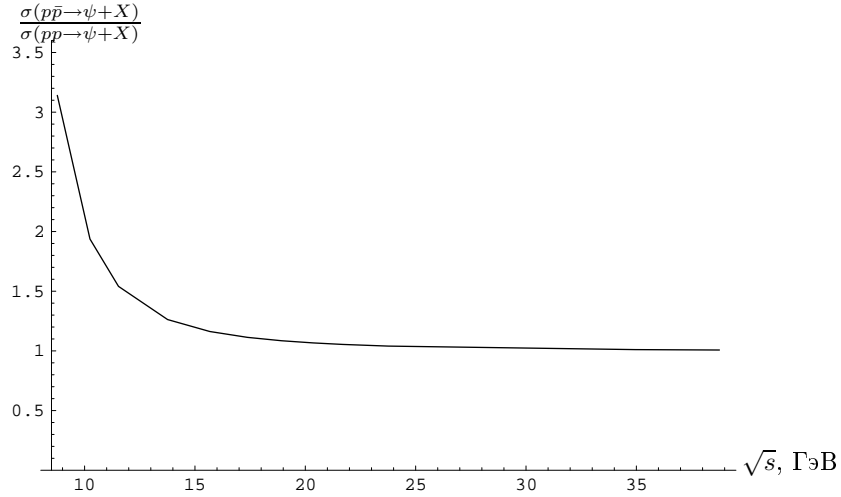


Рис. 8. Отношение сечений рождения ψ -мезона в pp - и $p\bar{p}$ -реакциях.

Из формулы (15) легко получить распределение сечения рождения чармониев по поперечному импульсу. На рис. 9 пунктирной линией показано такое распределение для энергии $\sqrt{s} = 27$, и нанесены экспериментальные данные [28]. Видно, что полученное нами сечение слишком быстро падает с ростом p_T .

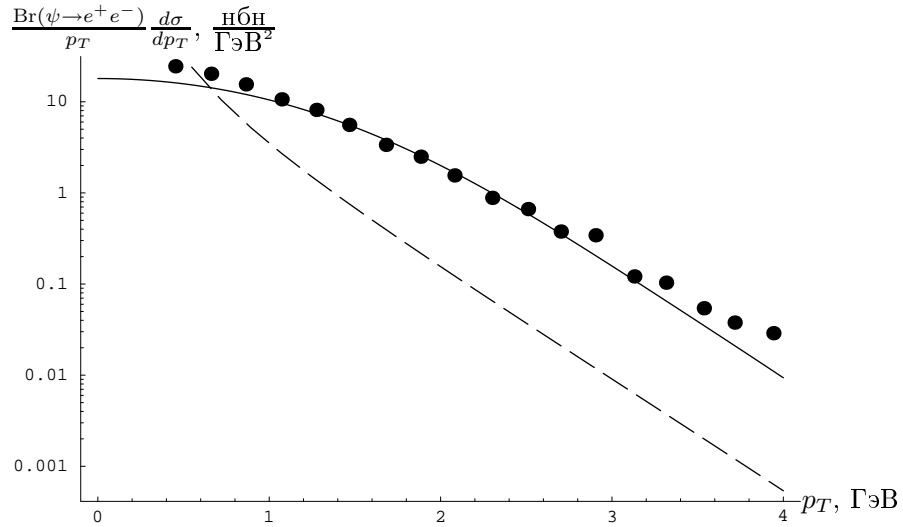


Рис. 9. Распределение полного сечения рождения ψ по поперечному импульсу при энергии $\sqrt{s} \approx 27$ ГэВ. Пунктирная линия — полученное нами распределение, сплошная — результат сглаживания, точками отмечена экспериментальные данные [28].

Аналогичное расхождение возникало и при описании распределений по поперечному импульсу при больших энергиях на установке Tevatron [29]. Как уже упоминалось выше, эта проблема решается либо учетом СО-состояний, либо поперечным движением начальных

глюонов. В нашем случае при небольших p_T , где доминирует CS, возможно только второе объяснение.

Для учета поперечного импульса мы будем использовать простое феноменологическое преобразование [27]

$$\frac{d\sigma}{dp_T} \rightarrow \frac{A}{4\pi\sigma^2} \int d^2q_T \frac{d\sigma}{dq_T} e^{-(\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_T)^2/4\sigma^2}, \quad (17)$$

с параметрами

$$A = 3, \quad \sigma = 0,5 \text{ ГэВ}. \quad (18)$$

Исправленное этой процедурой распределение показано на рис. 9 сплошной линией.

3.1. $\mathcal{E} = 70$ ГэВ

В этом разделе мы подробно рассмотрим рождение чармониев в pp -рассеянии при энергии $\mathcal{E} = 70$.

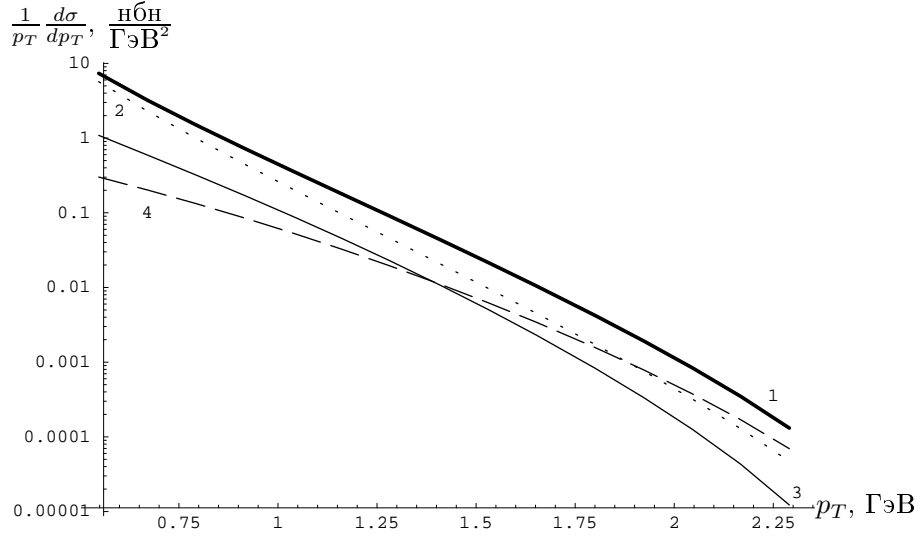


Рис. 10. Распределение сечения рождения ψ по поперечному импульсу. Жирная сплошная линия — полное сечение, тонкая сплошная — прямое рождение ψ , штрихованная и точечная линии — вклады от χ_{c1} и χ_{c2} соответственно.

На рис. 10 показаны распределения по поперечному импульсу сечений рождения ψ -мезона за счет различных механизмов: пряморожденного ψ (тонкая сплошная линия, цифра 3), за счет радиационных распадов χ_c -мезонов (χ_{c1} — штриховая линия, цифра 4; χ_{c2} — точечная линия, цифра 2), и просуммированное сечение (жирная сплошная линия, цифра 1). При получении этих распределений мы не использовали упомянутое в предыдущем разделе сглаживание, поскольку нет информации о правильном выборе параметров σ и A .

Еще одной часто используемой кинематической переменной является p_L — продольный импульс чармония, измеренный в системе центра масс начальных адронов. Удобнее, однако,

работать с безразмерной величиной

$$x_F = \frac{2p_L}{\sqrt{s}}.$$

Связь ее с введенными выше переменными партонного подпроцесса определяется соотношением

$$x_F = \frac{\hat{s} + M^2}{2\hat{s}}x + \frac{\hat{s} - M^2}{2\hat{s}}\tilde{x}z, \quad (19)$$

где

$$z = \cos \hat{\theta}_{13} = 1 + \frac{2\hat{t}}{\hat{s} - M^2},$$

а $\hat{\theta}_{13}$ — угол между импульсами \mathbf{k}_1 и \mathbf{k}_3 , измеренный в партонной системе.

На рис. 11 показаны распределения сечений по x_F и видно, что на всем интервале основную роль играет рождение ψ за счет распада χ_{c2} -мезона.

Определение структурных функций протона из экспериментальных данных затруднено тем, что доли импульса, уносимые партонами, от которых зависят эти функции, не определяются прямо из эксперимента. Поэтому необходимо знать, каким $x_{1,2}$ соответствует то или иное значение x_F . Если энергия партонной реакции точно совпадает с массой чармония (т.е. мы, фактически, имеем дело с резонансным рождением чармония), то в соотношении (19) работает только первое слагаемое и связь $x_{1,2}$ с x_F однозначна:

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{x_F^2 + \frac{4\hat{s}}{s}} \pm x_F \right). \quad (20)$$

Если энергия партонной реакции больше массы чармония, то такая однозначность теряется. Поскольку, однако, состояния с большими энергиями партонной пары подавлены партонной светимостью (т.е. вероятностью наблюдать партоны с большими долями импульсов x_1 и x_2) и не будут давать большого вклада в сечение процесса, то погрешности определения $x_{1,2}$, обусловленные этим эффектом, будут не очень большими.

На рис. 12 показано соответствие между $x_{1,2}$ и x_F и отмечены ошибки в определении этих переменных. Пунктирные линии соответствуют зависимостям (20) при $\hat{s} = 1, 3M^2$. Для определения погрешности x_1 мы рассматривали область изменения x_1 на “полуширине”, т.е. удовлетворяющую условию

$$\frac{d^2\sigma}{dx_F dx_1} > \frac{1}{2} \frac{d^2\sigma}{dx_F dx_1} \Big|_{\max}$$

(аналогично для x_2). Хотелось бы отметить, что эти ошибки не вызваны экспериментальными погрешностями и не могут быть уменьшены при повышении точности эксперимента.

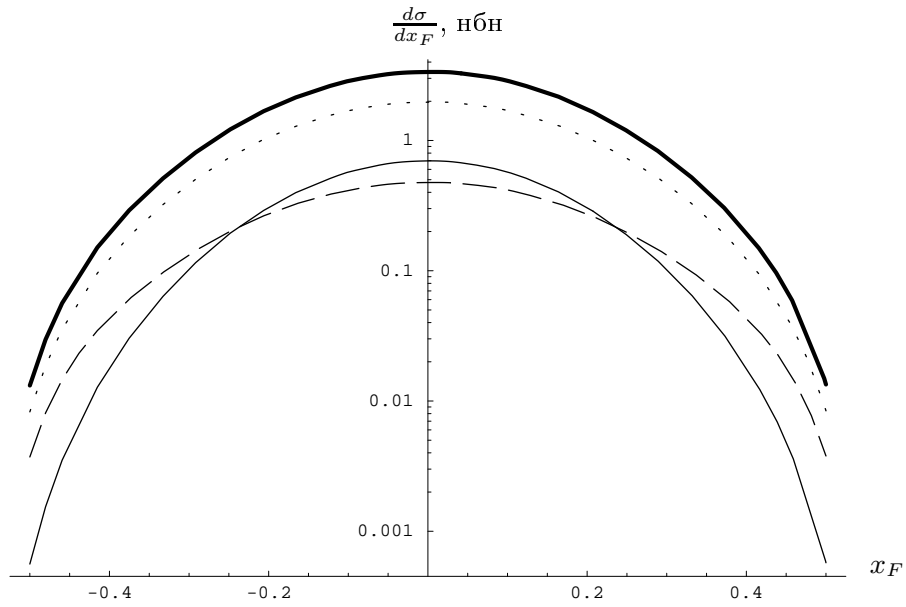


Рис. 11. Распределение сечения рождения ψ по x_F . Жирная сплошная линия — полное сечение, тонкая сплошная — прямое рождение ψ , штрихованная и точечная линии — вклады от χ_{c1} и χ_{c2} соответственно.

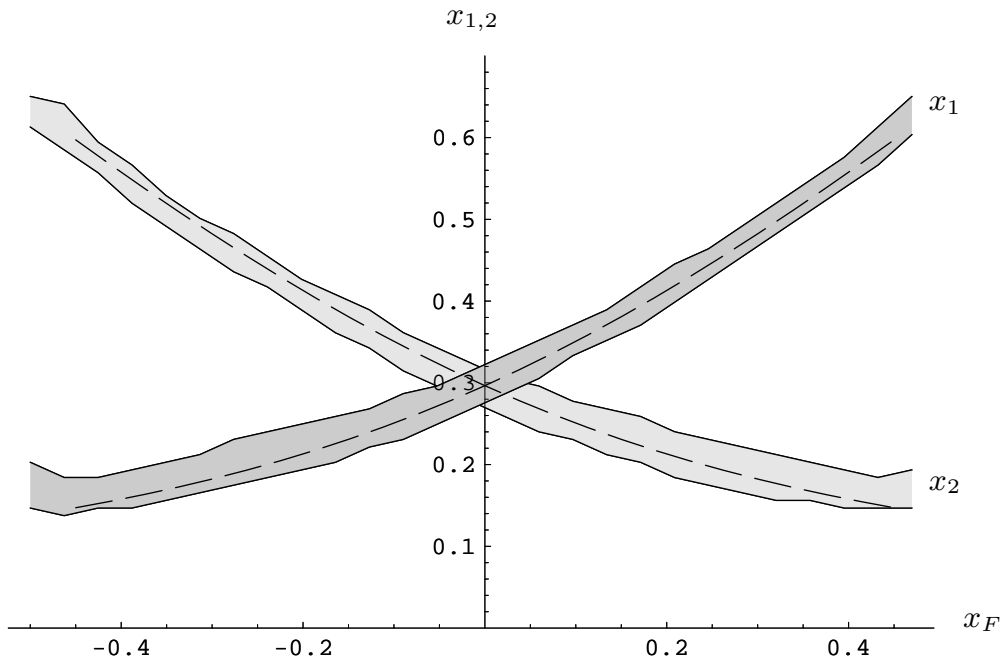


Рис. 12. Соответствие между экспериментально наблюдаемой переменной x_F и долями импульса, уносимыми партонами.

4. Спиновые асимметрии

Конечной целью эксперимента СПАСЧАРМ является определение функций распределения поляризованных партонов в нуклоне $f(\lambda, x)$, где $\lambda = +1$ или -1 соответствует спину партона, направленному по спину родительского нуклона или против него. Для определения этих функций предлагается, в частности, исследовать спиновую асимметрию

$$A_{LL} = \frac{\sigma(\uparrow\uparrow) - \sigma(\uparrow\downarrow)}{\sigma(\uparrow\uparrow) + \sigma(\uparrow\downarrow)}, \quad (21)$$

где символы \uparrow и \downarrow в аргументах сечения рождения ψ -мезона в протон-протонной реакции соответствуют случаям, когда протон поляризован по направлению своего движения или против этого направления.

Явное выражение для спиновой асимметрии (21) имеет вид [30]

$$A_{LL} = \hat{a}_{LL} \frac{\Delta f(x_1)}{f(x_1)} \frac{\Delta f(x_2)}{f(x_2)},$$

где $\Delta f(x) = f(+, x) - f(-, x)$, а партонная спиновая асимметрия \hat{a}_{LL} связана с сечениями образования чармония в аннигиляции партонов со спиральностями λ_1 и λ_2 выражением

$$\hat{a}_{LL} = \frac{d\hat{\sigma}(++) - d\hat{\sigma}(+-)}{d\hat{\sigma}(++) + d\hat{\sigma}(+-)}.$$

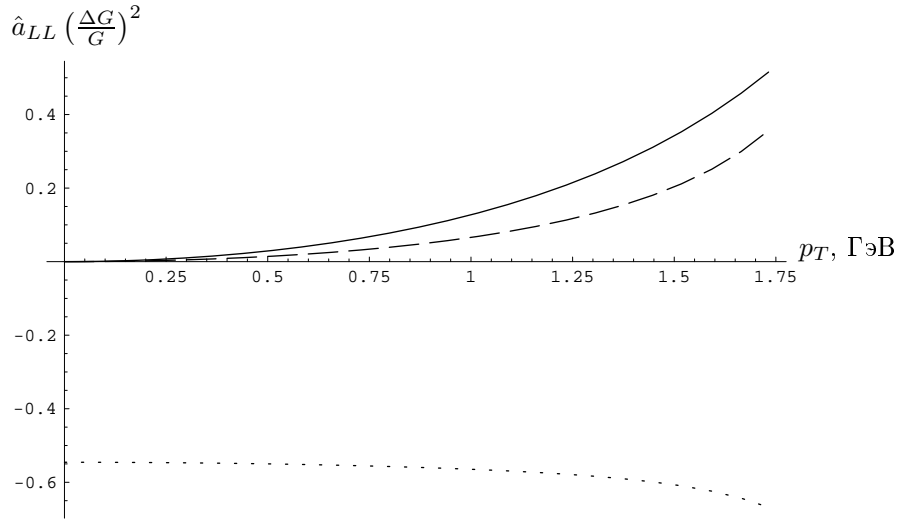


Рис. 13. Зависимость партонных спиновых асимметрий реакций $gg \rightarrow \psi g$ (сплошная линия), $gg \rightarrow \chi_{c1} g$ (пунктирная линия) и $gg \rightarrow \chi_{c2} g$ (точечная линия) от поперечного импульса чармония.

Используя спиральные партонные сечения рождения различных состояний чармония в глюон-глюонной реакции [22] и экспериментальные данные [31], согласно которым отношение

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta f_{g/p}(x)}{f_{g/p}(x)}$$

достигает своего максимального значения, равного 0,9, при $x \approx 0,3$ легко получить оценки для ожидаемого значения асимметрии A_{LL} .

На рис. 13 показаны распределения вычисленных при $\hat{s} = 3M^2$ партонных асимметрий \hat{a}_{LL} для реакций $gg \rightarrow \psi g$ и $gg \rightarrow \chi_{c1,2} g$ по поперечному импульсу конечного чармония. Видно, что различные состояния чармония дают противоположные по знаку вклады в эту асимметрию, так что при усреднении по этим состояниям значение асимметрии сильно уменьшится. Поэтому необходимо экспериментально определять тип чармония, который наблюдается в эксперименте, и разделять вклады от пряморожденного ψ -мезона и ψ от радиационных распадов $\chi_{c1,2}$.

Заключение

Планируемый в настоящее время эксперимент СПАСЧАРМ по измерению поляризационных функций распределений кварков и глюонов в нуклоне требует детального анализа различных механизмов образования чармония в адронных экспериментах. Часто применяемое для анализа подобных процессов коллинеарное приближение партонной модели обладает, однако, рядом существенных недостатков, что ставит под сомнение возможность его использования в нашем случае. Прежде всего, такой подход не позволяет получать распределения по поперечному импульсу конечного чармония, которые могут дать большую информацию о механизмах их рождения. Вторым недостатком заключается в том, что в низшем порядке по константе сильного взаимодействия в рамках этого приближения могут рождаться только χ_{c0} - и χ_{c2} -мезоны, в то время как экспериментальные данные говорят о заметном выходе прямых ψ и χ_{c1} .

Естественным способом разрешить оба этих противоречия является рассмотрение процессов следующего порядка по константе сильного взаимодействия. Именно этой задаче и посвящена наша статья. Мы показали, что переход к третьему порядку по α_s существенно расширяет набор механизмов, которые дают вклад в рождение чармониев. Кроме присутствующих в низшем порядке процессов рождения $\chi_{c0,2}$ -мезонов, в результате глюонного слияния становится возможным также рождение прямых ψ - и χ_{c1} -мезонов в подпроцессе $gg \rightarrow Qg$ и рождение Р-волновых чармониев в результате кварк-глюонного взаимодействия $gq \rightarrow \chi_{cJ} q$. В случае протон-антипротонной аннигиляции открывается также канал рождения χ -мезонов в процессе $q\bar{q} \rightarrow Qg$, что объясняет наблюдаемое экспериментальное превышение сечения рождения чармония в протон-антипротонных экспериментах по сравнению с протон-протонными реакциями при том же значении энергии.

Приведенные в статье результаты показывают, что использованный нами метод дает хорошо согласующиеся с экспериментальными данными сечения рождения ψ -мезонов в протон-протонном взаимодействии в большом диапазоне энергий, а также качественное согласие в отношении сечения рождения χ_{c1} -мезона и распределения сечений по поперечному импульсу конечного чармония.

Количественного согласия в двух последних пунктах, однако, не наблюдается. Полученное нами сечение прямого рождения χ_{c1} -мезона примерно в 3 раза меньше экспериментальных значений, а распределение по поперечному импульсу падает с ростом p_T быстрее, чем это наблюдается на опыте. Из анализа экспериментальных и теоретических результатов опытов Tevatron известно, что эти противоречия могут быть устранены при использовании подхода k_T -факторизации, что фактически сводится к учету дополнительного излучения

тормозных глюонов. При низких энергиях (и, в частности, при энергии ускорителя У70) такой подход, к сожалению, затруднен, поэтому мы учли излучение дополнительных глюонов с помощью феноменологических поправок.

Приведенный в статье подробный анализ различных механизмов рождения чармониев в протон-протонном взаимодействии при энергии налетающего протона $\mathcal{E} = 70$ ГэВ показывает, что относительный вклад каждого из этих процессов сильно зависит от поперечного импульса конечного чармония и других кинематических переменных.

В заключительном разделе статьи мы приводим выражения для спиновых асимметрий партонных процессов рождения чармониев в глюон-глюонном взаимодействии. Эти асимметрии, вместе с аналогичными величинами для кварк-глюонных подпроцессов необходимы для определения поляризационных функций распределения кварков и глюонов в протоне. Видно, что вклады чармониев различных типов в асимметрию компенсируют друг друга, и для повышения точности эксперимента необходимо различать пряморожденные ψ и ψ от радиационных распадов $\chi_{c1,2}$ -мезонов.

Авторы выражают благодарность А.Н. Васильеву и В.В. Брагуге за ценные обсуждения.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 07-20-00417а.

Список литературы

- [1] E. Gallo, AIP Conf. Proc. **792**, 14 (2005).
- [2] V. V. Abramov, et al., Proceedings of 11th International Workshop on High Energy Spin Physics (DUBNA-SPIN-05), p.449; hep-ex/0511046.
V.V. Mochalov et al, hep-ex/0612038.
- [3] T. Alexopoulos et al. (E771), Phys. Rev. **D62**, 032006 (2000).
- [4] P. L. Cho and A. K. Leibovich, Phys. Rev. **D53**, 150 (1996).
- [5] E. Braaten, S. Fleming, and A. K. Leibovich, Phys. Rev. **D63**, 094006 (2001).
- [6] O. Teryaev and A. Tkabladze, Phys. Rev. **D56**, 7331 (1997).
- [7] B. A. Kniehl, D. V. Vasin, and V. A. Saleev, Phys. Rev. **D73**, 074022 (2006).
- [8] S. P. Baranov, Phys. Rev. **D73**, 074021 (2006).
- [9] А.М. Зайцев, В.Г. Картвелишвили, А.К. Лиходед, Г.П. Пронько, Письма в ЖЭТФ, **23**, 664 (1976).
- [10] E. Braaten and J. Lee, Phys. Rev. **D67**, 054007 (2003).
- [11] K.-Y. Liu, Z.-G. He, and K.-T. Chao, Phys. Lett. **B557**, 45 (2003).
- [12] K.-Y. Liu, Z.-G. He, and K.-T. Chao, hep-ph/0408141.

- [13] A. E. Bondar and V. L. Chernyak, Phys. Lett. **B612**, 215 (2005).
- [14] V. V. Braguta, A. K. Likhoded, and A. V. Luchinsky, Phys. Rev. **D72**, 094018 (2005).
- [15] V. V. Braguta, A. K. Likhoded, and A. V. Luchinsky, Phys. Lett. **B635**, 299 (2006).
- [16] В.Г. Картелишвили, А.К. Лиходед, С.Р. Слабоспицкий, ЯФ **28**, 678 (1978).
- [17] С.С. Герштейн, А.К. Лиходед, С.Р. Слабоспицкий, ЯФ **34**, 128 (1981).
- [18] E. L. Berger and D. L. Jones, Phys. Rev. **D23**, 1521 (1981).
- [19] R. Baier and R. Ruckl, Phys. Lett. **B102**, 364 (1981).
- [20] P. Hagler, R. Kirschner, A. Schafer, L. Szymanowski, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. Lett. **86**, 1446 (2001).
- [21] P. Hagler, R. Kirschner, A. Schafer, L. Szymanowski, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. **D63**, 077501 (2001).
- [22] R. Gastmans, W. Troost, and T. T. Wu, Nucl. Phys. **B291**, 731 (1987).
- [23] W. J. Corden, Phys. Lett. **B63**, 96 (1977).
- [24] S. Alekhin, Phys. Rev. **D68**, 014002 (2003).
- [25] A. D. Martin, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, Phys. Lett. **B636**, 259 (2006).
- [26] S. S. Adler et al. (PHENIX), Phys. Rev. Lett. **92**, 051802 (2004).
- [27] L. Clavelli, P. H. Cox, B. Harms, and S. Jones, Phys. Rev. **D31**, 482 (1985).
- [28] E. J. Siskind et al., Phys. Rev. **D21**, 628 (1980).
- [29] F. Abe et al. (CDF), Phys. Rev. Lett. **79**, 572 (1997).
- [30] З.У. Усубов, ЯФ **60**, 1288 (1997).
- [31] G. K. Mallot, hep-ex/0612055.

Рукопись поступила 6 апреля 2007.

А.К. Лиходед, А.В.Лучинский

Рождение чармониев в адронных экспериментах при энергии 70 ГэВ.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы **Л^AT_EX**.

Редактор Н.В.Ежела

Подписано к печати 09.04.2007. Формат 60 × 84/8.
Офсетная печать. Печ.л. 3. Уч.-изд.л. 2,5 Тираж 80. Заказ 45.
Индекс 3649. ЛР т020498 17.04.97.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142284, Протвино Московской обл.

