



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2008–4
ИФО

Л.М. Ткаченко, А.О. Чикилёв

**МИНИМИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ
В ЛОБОВЫХ ЧАСТЯХ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ ОБМОТКИ
ОБОЛОЧЕЧНОГО ТИПА**

Направлено в *Superconductor
Science and Technology*

Протвино 2008

Аннотация

Ткаченко Л.М., Чикилёв А.О. Минимизация механических напряжений в лобовых частях сверхпроводящей обмотки оболочечного типа: Препринт ИФВЭ 2008–4. – Протвино, 2008. – 10 с., 3 рис., 3 табл., библиогр.: 11.

Рассматривается модель геометрии лобовой части обмоточного блока сверхпроводящего слоевого магнита, в которой учитываются конечные размеры Резерфордского кабеля. Представлен метод оптимизации геометрии обмоточных блоков сверхпроводящего магнита с целью увеличения его эффективной длины и упрощения технологии сборки магнита. Представлены численные результаты моделирования лобовых частей сверхпроводящего дипольного магнита, которые были получены с помощью программы моделирования лобовых частей обмоточных блоков

Abstract

Chikilev A., Tkachenko L. Minimization of Mechanical Strain in End Parts of Coil Block for Superconducting Multi-Layer Type Magnets: IHEP Preprint 2008–4. – Protvino, 2008. – p. 10, fig. 3, tables 3, refs.: 11.

A model of geometry for coil block in the end parts of superconducting multi-layer magnet has been considered to take into account finite dimensions of Rutherford type cable. A method for optimization of coil lengths for superconducting magnets is introduced. The length of end parts is shortened, which gives larger effective length of the magnet and simplifies assembly technique. Numerical results of coil ends optimization for the dipole superconducting magnet are shown, which have been developed with the help of program for modeling of coil blocks in the end parts.

Введение

Сверхпроводящие магниты оболочечного типа имеют обмотку седловидной формы, на лобовых частях которой возникают механические напряжения. В данной работе рассматривается метод оптимизации геометрии лобовых частей обмоточных блоков с целью снижения механических напряжений и увеличения эффективной длины магнита. Классическое условие постоянного периметра [1] позволяет оптимально с механической точки зрения расположить только одну из сторон витка кабеля в обмоточном блоке, так как при этом условии виток моделируется бесконечно тонкой полоской без учета его конечных размеров. Это приводит к перенапряжениям в обмоточном блоке при применении группового метода расчета позиций витков в блоке [2], в котором предполагается, что витки плотно примыкают друг к другу боковыми гранями. Геометрическая модель кабеля [3] дает возможность учесть его конечные размеры при моделировании лобовых частей обмоточных блоков сверхпроводящего магнита, она была использована в программе BEND [4]. Нами предлагается модифицированная методика оптимизации геометрии лобовых частей обмоточных блоков. На основании разработанной методики и программы BEND была написана программа моделирования геометрии обмоточных блоков BENDM. В отличие от программы BEND, витки в лобовых частях обмоточного блока могут выравниваться в ней как по внутренней, так и по внешней образующим цилиндра.

1. Моделирование и оптимизация геометрии лобовых частей

1.1. Задачи оптимизации геометрии лобовых частей

Общий вид одной четвертой части обмоточного блока сверхпроводящего магнита показан на **рис. 1**. Угловое положение прямой части обмоточных блоков в поперечном сечении магнита определяется требованием к качеству поля в центральном сечении. Для намотки обмоточного блока используется кабель Резерфордского типа с трапециевидальным поперечным сечением.

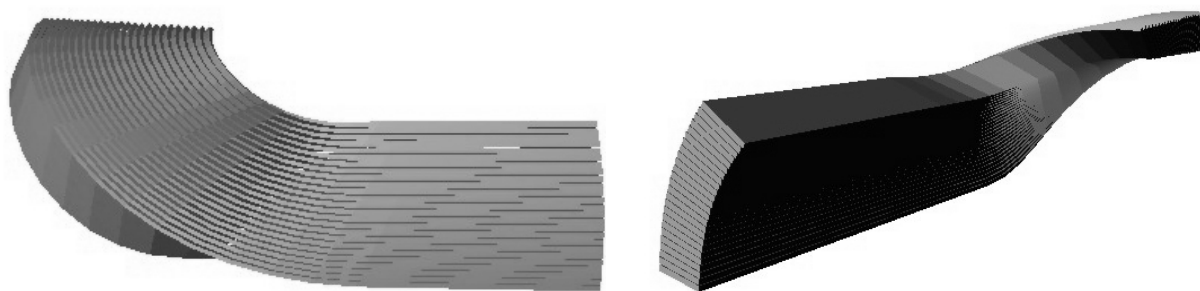


Рис. 1. Общий вид частей слоя сверхпроводящего обмоточного блока.

Важной рабочей характеристикой сверхпроводящего мультипольного магнита является его эффективная длина. Для дипольного магнита, имеем

$$L_{eff} = \frac{1}{B(0,0,0)} \int_{-\infty}^{\infty} B_y(0,0,z) dz .$$

Здесь начало координат совпадает с центром диполя, а ось z – с продольной осью магнита. При фиксированной длине магнита наибольшая эффективная длина мультипольного магнита достигается при минимально допустимой длине лобовых частей обмоточных блоков. Достаточно короткие лобовые части удобны также с технологической точки зрения.

Основным ограничивающим фактом при минимизации длины лобовых частей обмоточных блоков являются его механические характеристики, такие как максимальное механическое напряжение, минимальный радиус кривизны и максимальное кручение [5]. Предельно допустимые величины для данных механических характеристик лобовых частей определяются механическими свойствами сверхпроводящего кабеля, используемого при изготовлении магнита.

1.2. Моделирование геометрии лобовых частей обмоточных блоков для сверхпроводящего магнита

Плотное примыкание витков в лобовых частях обмоточных блоков обеспечивает короткую тренировку магнита. Обмоточные блоки в лобовых частях магнита отделяются друг от друга проставками. Это влечет применение группового метода [2] описания обмоточного блока в лобовых частях, в котором позиция всех витков в блоке задается определением позиции одного из витков, и, в частности, формой проставки, на которую наматывается первый, т.е. внутренний виток. Форма этой проставки должна выбираться из требования минимизации механического напряжения во всех витках обмоточного блока.

Оптимизация формы обмоточного блока, исходя из механических свойств только внутреннего витка, не определяет оптимальную форму для остальных витков в блоке. Это можно объяснить, используя понятие нейтральной поверхности [6] в деформируемом теле. На этой поверхности деформации и, соответственно, механические напряжения равны нулю. Так как обмоточный блок зажимается в магните между проставок, то один из витков блока можно расположить практически по такой поверхности, оптимально минимизируя механические напряжения в нём. Механические напряжения в витках будут расти при удалении от этой поверхности как для внутренних витков по отношению к оптимизированному витку, так и для внешних витков.

При моделировании формы сверхпроводящего кабеля в лобовых частях обмоточных блоков магнита зачастую используется условие «постоянного периметра» [1]. Спрямолинейная поверхность называется поверхностью «постоянного периметра», если её геодезически параллельные кривые имеют одинаковую длину. Такая поверхность в дифференциальной геометрии называется спрямолинейной развертывающейся поверхностью. Условие «постоянного периметра» механически обеспечивает естественную форму витку бесконечно тонкого кабеля, которую он не будет менять без приложения внешних сил. В общем случае, если условие постоянного периметра накладывается на одну из сторон кабеля, то другая его сторона будет удовлетворять этому условию только приближенно. Это вытекает из того факта, что условие «постоянного периметра» строго выполняется на поверхности и не учитывает конечных размеров кабеля. Чем больше будет витков в обмоточном блоке, тем больше скажется на описании формы обмоточного блока эта неточность в задании формы начального витка, от которого отсчитываются позиции других витков из блока. При удалении от начального витка механическое напряжение в обмоточном блоке будет возрастать тем больше, чем менее точно описана форма начального витка.

В данной работе рассматривается модель Резерфордского кабеля с однородными, изотропными механическими характеристиками, которая дает возможность учесть конечные размеры витка и более точно описать форму начального витка.

1.3. Физическая модель сверхпроводящего кабеля

Для оптимизации геометрической формы обмоточного блока в лобовой части сверхпроводящего магнита далее используется физическая модель [3]. Один виток из блока моделируется полоской в пространстве, которая называется направляющей полоской. Из технологических соображений в лобовых частях витки выравниваются по внешней или внутренней образующей цилиндра. Соответственно одна из сторон направляющей полоски расположена на внешнем или внутреннем цилиндре. Эта сторона называется основной кривой. Другая сторона называется свободным концом направляющей полоски. Форма этой полоски в пространстве определяется здесь с помощью теории упругости тонких стержней Эйлера-Кирхгофа. Исходя из свойств симметрии, достаточно рассмотреть направляющую полоску только в первом квадранте. Оптимальная форма направляющей полоски находится из минимизации механической энергии с плотностью на единицу длины

$$\frac{1}{2} \left(a_1 \kappa_1(s)^2 + a_2 \kappa_2(s)^2 + a_3 \tau(s)^2 \right). \quad (1)$$

В формуле (1) положение направляющей полоски в пространстве задается с помощью основной кривой $\mathbf{r}(s)$. Кривая $\mathbf{r}(s) = (x(s), y(s), z(s))$ параметризована длиной дуги s , где $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$. За начало $s = 0$ выбирается точка основной кривой, в которой прямая часть витка переходит в лобовую часть. Конечная точка основной кривой $s = s_{fin}$ соответствует повороту витка в лобовых частях и является максимально удаленной от центра магнита по оси z . Константа a_1 – жесткость витка на изгиб вокруг оси, касательной к его направляющей полоске и перпендикулярной к основной кривой, константа a_2 – жесткость витка на изгиб вокруг оси, перпендикулярной к его направляющей полоске. Константа a_3 – жесткость кабеля на кручение. Функции длины дуги $\kappa_1(s)$ и $\kappa_2(s)$ – компоненты кривизны витка по перпендикулярному и касательному к его направляющей полоске направлениям соответственно, а функция $\tau(s)$ – кручение витка.

Удобно описывать направляющую полоску в локальной системе координат Френе, определяемую в каждой точке основной кривой заданием касательной к кривой $\mathbf{t}(s) = d\mathbf{r}/ds$, главной нормали к кривой $\mathbf{n}(s)$ и бинормали к этой кривой $\mathbf{b}(s) = \mathbf{t} \times \mathbf{n}$. Правая тройка векторов этой системы координат связана с полной кривизной кабеля $\kappa(s) = |d^2\mathbf{r}/ds^2|$ и кручением кабеля формулами дифференциальной геометрии Френе–Серпе:

$$\frac{d\mathbf{t}}{ds} = \kappa(s)\mathbf{n}, \quad \frac{d\mathbf{n}}{ds} = -\kappa(s)\mathbf{t} + \tau(s)\mathbf{b}, \quad \frac{d\mathbf{b}}{ds} = -\tau(s)\mathbf{n}.$$

Выражая в (1) компоненты кривизны кабеля по направлениям через полную кривизну $\kappa_1(s) = \kappa(s) \cos(\varphi(s))$ и $\kappa_2(s) = \kappa(s) \sin(\varphi(s))$, получаем

$$\left(\{a_1 \cos^2(\varphi(s)) + a_2 \sin^2(\varphi(s))\} \kappa^2(s) + a_3 \tau(s)^2 \right). \quad (2)$$

Интеграл от плотности (2) по длине дуги s вдоль основной кривой от начала лобовой части витка $s = 0$ до точки поворота кривой в вершинной части лобовых частей $s = s_{fin}$ представляет собой полную механическую энергию напряжения кабеля в лобовых частях. В начальной точке $s = 0$ направляющая полоска должна совпадать с положением витка, в котором его прямая часть витка переходит в лобовую часть. Основная кривая расположена на внутреннем или внешнем цилиндре в зависимости от того, к какому из них прижимается виток в лобовых частях магнита. На направляющую полоску накладывается условие гладкого поворота в вершинной части на конце магнита $s = s_{fin}$. Минимизация функционала этой энергии

по принципу Дирихле дает оптимальную форму витка. Процесс минимизации механической энергии разбивается на итерационный процесс, состоящий из двух шагов.

1.4. Применение условия постоянного периметра

Направляющая полоска на первом шаге итерационного процесса приближенно моделируется с помощью условия постоянного периметра. Жесткость витка a_2 на изгиб вокруг оси, перпендикулярной к его направляющей полоске, много больше, чем жесткость витка a_1 на изгиб вокруг оси, касательной к его направляющей полоске и перпендикулярной к кабелю. Предполагая, что кабель имеет форму бесконечно тонкой полоски, получаем $a_2/a_1 = \infty$. Выполнение этого требования обеспечивается отсутствием изгиба направляющей полоски вокруг оси, перпендикулярной к ней, т.е. равенством $\varphi(s) \equiv 0$. Детальное описание первого шага приведено в работе [3]. Минимизируя функционал механической энергии с плотностью (2), в которой $\varphi(s) \equiv 0$, получаем основную кривую, лежащую на цилиндре.

Из дифференциальной геометрии известно, что для заданной гладкой кривой однозначно определяется спрямляемая развертывающаяся поверхность [7], которая удовлетворяет условию постоянного периметра. Поверхность называется спрямляемой развертывающейся, если ее можно развернуть в плоскость без сжатий или растяжений. Точки этой поверхности $\mathbf{R}(s, u)$ получаются из точек кривой $\mathbf{r}(s)$ сдвигом вдоль направляющего вектора $\mathbf{p}(s)$ на расстояние u :

$$\mathbf{R}(s, u) = \mathbf{r}(s) + u \mathbf{p}(s), \quad u \in (-\infty, +\infty). \quad (3)$$

Направляющим вектором для этой поверхности в точке s является вектор Дарбу:

$$\mathbf{p}(s) = \frac{\tau(s)\mathbf{t} + \kappa(s)\mathbf{b}}{\sqrt{\tau(s)^2 + \kappa(s)^2}}.$$

В частности, промежуточное положение свободного конца направляющей полоски, которое задается геодезически параллельной кривой к основной кривой, получается из (3) подстановкой $u = \pm H/\sin \theta$, где знак зависит от того, к какому из цилиндров прижимается кабель. Здесь H – ширина кабеля, а θ – угол между направляющей \mathbf{p} и касательной \mathbf{t} к основной кривой.

Спрямляемая развертывающаяся поверхность определяется однозначно для заданной гладкой кривой. Спрямляемая развертывающаяся поверхность к основной кривой в точке $s = 0$ пересекает поперечное сечение магнита по прямой линии $\mathbf{R}(0, u)$, $u \in (-\infty, +\infty)$. Прямая $\mathbf{R}(0, u)$ направлена по радиусу образующей цилиндра. Обычно боковые ребра витков кабеля в прямой части обмотки имеют близкое, но не совпадающее, направление. Промежуточное положение начала направляющей полоски лежит на прямой линии $\mathbf{R}(0, u)$ и в общем случае не совпадает с заданным начальным угловым положением витка при выходе из прямой части обмотки. Направляющую полоску необходимо повернуть так, чтобы её начало совпадало с положением витка, в котором его прямая часть витка переходит в лобовую часть.

1.5. Определение формы витка из поворота поверхности постоянного периметра

На втором шаге итерационного процесса определяется свободный конец направляющей полоски с помощью поворота ее промежуточного положения, полученного при первом шаге, на малый угол $\varphi(s)$ до совпадения начала направляющей полоски с заданным положением витка при выходе из прямой части обмотки. Плотность механической энергии повернутого на угол $\varphi(s)$ кабеля, дается формулой (2), в которой полная кривизна $\kappa(s)$ уже определена на первом шаге, а кручение повернутого кабеля дается формулой $\tau(s) = \tau_0(s) + d\varphi/ds$, где $\tau_0(s)$ – кручение, определенное на первом шаге. Оптимальный угол поворота $\varphi(s)$ определяется с помощью метода Лагранжа. Функцию Лагранжа (2) записываем в виде

$$L(\varphi, \frac{d\varphi}{ds}, s) = \left(\frac{a_3}{a_1} \left(\frac{d\varphi}{ds} + \tau_0(s) \right)^2 + \left\{ \frac{a_2}{a_1} - 1 \right\} \sin^2(\varphi(s)) \kappa^2(s) \right).$$

Откуда имеем уравнение Лагранжа для определения оптимального угла поворота спрямляющей разворачиваемой поверхности:

$$2 \frac{a_3}{a_1} \left(\frac{d^2\varphi}{ds^2} + \frac{d\tau_0}{ds} \right) - \left\{ \frac{a_2}{a_1} - 1 \right\} \sin(2\varphi(s)) \kappa^2(s) = 0.$$

На угол поворота накладывается следующие граничные условия. При выходе из прямой части обмотки требуем совпадения направляющей полоски с начальным положением кабеля: $\varphi(0) = \varphi_0$. В точке $s = s_{fin}$ накладывается условие гладкого поворота витка в лобовых частях: $(d\varphi/ds)(s_{fin}) = 0$. Рассматриваемый здесь метод является приближенным, что приводит к необходимости искусственно сглаживать полученное решение данной краевой задачи для обеспечения плавного перехода направляющей полоски в прямую часть обмоточного блока дополнительным требованием $(d\varphi/ds)(0) = 0$.

1.6. Учет конечных размеров кабеля в процессе оптимизации

В работе [4] предлагается аппроксимировать функцию поворота $\varphi(s)$ полиномом, коэффициенты которого необходимо визуальнo определять пользователю программы оптимизации лобовых частей, минимизируя механическое напряжение, кривизну и кручение в блоке кабелей. Это дает возможность не определять жесткости a_1 , a_2 и a_3 для витка, но приводит к существенному замедлению процесса оптимизации лобовых частей. В описываемом здесь методе определяются жесткости для кабеля по формулам, которые получены в [6] для тонкого упругого стержня. Рассматриваемый в [6] стержень состоит из однородного изотропного материала и имеет прямоугольное сечение. Жесткости на изгиб, и жесткость на кручение даются следующими формулами:

$$a_1 = \frac{E d^3 H}{12}, \quad a_2 = \frac{E H^3 d}{12}, \quad a_3 = \frac{\mu H d^3}{3}.$$

Здесь E – модуль упругости Юнга; μ – модуль сдвига; H – ширина кабеля; d – средняя толщина кабеля. В процессе минимизации используются следующие величины:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{H^2}{d^2}, \quad \frac{a_3}{a_1} = 4 \frac{\mu}{E} = \frac{2}{1+\nu}, \quad \text{где } \nu \text{ – коэффициент Пуассона.}$$

Для их определения достаточно задать только коэффициент Пуассона, который полагается равным среднему для металлов значению $\nu = 0,3$.

1.7. Метод оптимизации формы обмоточного блока

Дальнейшим шагом является определение оптимального положения направляющей полоски, при котором механическое напряжение во всем обмоточном блоке минимально по своей абсолютной величине.

При применении группового метода определения формы обмоточного блока в лобовых частях магнита позиции остальных витков из блока определяются из условия плотного примыкания витков друг к другу по их боковым граням от позиции моделируемого витка. Для оптимизации всего обмоточного блока проводится минимизация механического напряжения по положению направляющей полоски в обмоточном блоке. Определяем такое положение направляющей полоски, при котором максимальное напряжение во всем обмоточном блоке достигает своего минимума. В этом процессе полагаем, что эта полоска может либо совпадать с одной из двух боковых граней витка из блока, либо занимать промежуточные положения

между боковыми гранями. Таким образом, минимизация проводится по связному множеству положений направляющей полоски.

Рассматриваемая модель обмоточного блока в лобовых частях сверхпроводящего магнита имеет четкий физический смысл. С помощью направляющей полоски приближенно моделируется некоторый аналог нейтральной поверхности в блоке, определение которой удобно при рассмотрении задач теории упругости [6]. В процессе минимизации максимума механического напряжения по положению направляющей полоски в обмоточном блоке подбирается оптимальное положение для нейтральной поверхности. Тем не менее, данная модель является приближенной, так как нейтральная поверхность в лобовых частях обмоточного блока сверхпроводящего магнита в общем случае не обязана совпадать с одним из положений направляющей полоски. Более того, направляющая полоска является всего лишь аналогом нейтральной поверхности.

Механические напряжения в лобовых частях обмоточного блока сверхпроводящего магнита определяются только заданием поверхности проставки, на которую наматывается первый виток блока. Поэтому допустимо при оптимизации для правильного определения формы этой поверхности добавлять изнутри к блоку виртуальные витки. В некоторых случаях строгий минимум максимума механического напряжения не достигается при нахождении направляющей полоски только в реальных витках из блока. Виртуальные витки вводятся на стадии оптимизации формы лобовых частей обмоточного блока только для того, чтобы смоделировать оптимальную форму проставки, на которую будет наматываться обмоточный блок. Минимизация максимума механического напряжения при этом проводится только в реальных витках блока. Положение направляющей полоски определяется как в реальных, так и в виртуальных витках, добавленных изнутри к блоку. Этот подход в общем случае дает возможность определить оптимальное положение направляющей полоски, при котором достигается строгий минимум максимума механического напряжения в обмоточном блоке.

1.8. Минимизация длины лобовых частей обмоточных блоков

Завершающим шагом процесса оптимизации является нахождение минимального размера обмоточного блока в лобовых частях магнита, при котором возможна намотка обмоточных блоков магнита в лобовых частях без существенной деформации используемого сверхпроводящего кабеля. Механическая прочность сверхпроводящего кабеля определяется следующими характеристиками, которые получаются экспериментально для данного типа кабеля: максимальное механическое напряжение $|\delta L|_{bad}$, максимальная кривизна или минимальный радиус кривизны R_{bad} , максимальное кручение $|T_w|_{bad}$ в кабеле. Возможность создания лобовой части с заданным линейным размером l для обмоточного блока определяется неравенством $U(l) \leq 1$, где

$$U(l) = \max \left(\frac{|\delta L|_{\max}}{|\delta L|_{bad}}, \frac{R_{bad}}{|R_{cv}|_{\min}}, \frac{|T_w|_{\max}}{|T_w|_{bad}} \right).$$

Здесь $|\delta L|_{\max}(l)$ – максимальное механическое напряжение в блоке кабелей; $|R_{cv}|_{\min}(l)$ – минимальный радиус кривизны в блоке кабелей; $|T_w|_{\max}(l)$ – максимальное кручения кабеля в блоке кабелей. Длина лобовой части обмоточного блока магнита, при которой механические характеристики в ней не превосходят пределов механической прочности для выбранного сверхпроводящего кабеля, получается из уравнения $U(l) = 1$.

2. Лобовые части для модели дипольного магнита ускорителя SIS 300

2.1. Описание геометрии обмоточной части магнита

Разработанный метод был использован для оптимизации геометрии лобовых частей в альтернативной 1-метровой модели прототипа быстро циркулирующего дипольного магнита

для ускорителя SIS 300 (проект FAIR), разрабатываемого в рамках сотрудничества GSI (Германия) и ИФВЭ [8]. Основной целью при моделировании лобовых частей этого магнита на 6 Тесла было достижение максимальной эффективной длины магнита при фиксированной полной длине обмотки. Кабель Резерфордского типа с изоляцией имеет следующие размеры: основания трапеции 1,558 и 1,794 мм, угол у основания $0,9^\circ$, ширина кабеля 15,35 мм.

Общий вид поперечного сечения и лобовых частей дипольного магнита показан на **рис. 2**.

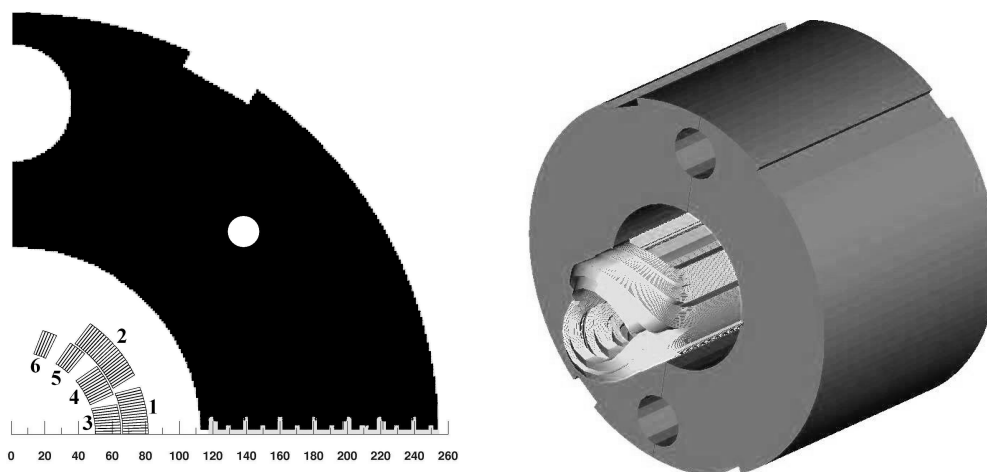


Рис. 2. Общий вид поперечного сечения и лобовых частей дипольного магнита.

Геометрия обмоточного блока в поперечном сечении задается числом витков в блоке N , внутренним радиусом обмоточного блока R , углом φ нижней левой вершины первого витка, отсчитываемого от медианной плоскости, и углом α поворота первого внешнего витка блока относительно медианы. В **табл. 1** приводятся основные параметры поперечного сечения, используемые для построения геометрии лобовых частей обмоточных блоков [8].

Таблица 1. Геометрические параметры прямого поперечного сечения.

Блок	N	R , мм	φ , град.	α , град.
1	16	66.35	0.22	0
2	23	66.35	24.37	32.38
3	10	50	0.23	0
4	11	50	20.39	25.23
5	6	50	47.24	50.40
6	5	50	65.76	64.64

В лобовых частях геометрия обмоточного блока описывается следующими параметрами: углом наклона β в плоскости первого витка обмоточного блока отсчитываемого от центра магнита, полуосью E верхнего эллипса первого витка и половиной длины S прямой части токового блока.

2.2. Минимизация длины лобовых частей дипольного магнита

Оптимизация альтернативной геометрии лобовых частей обмоточных блоков сверхпроводящего дипольного магнита была выполнена с помощью программы BENDM, модифицированной из программы BEND [4], в соответствии с разработанной методикой. В рассматриваемом магните лобовая часть выравнивается по внутренней образующей цилиндра. Направляющая полоска в программе BEND может совпадать с поверхностью любого витка в обмоточном блоке. Позиция направляющей полоски в BENDM выбирается из требования строгой минимальности механического напряжения в блоке.

Для определения оптимальной длины лобовых частей использовалась норма, оценивающая механические характеристики лобовой части обмоточного блока магнита для заданного значения длины полуоси E :

$$U(E) = \max \left(\frac{3}{2} \frac{|\delta L|_{\max}}{|\delta L|_b}, \quad 2 \frac{R_b}{|R_{cv}|_{\min}}, \quad \frac{3}{2} \frac{|T_w|_{\max}}{|T_w|_b} \right).$$

Эта норма отличается от той, которая использовалась в программе BEND. Здесь максимальное механическое напряжение в блоке кабелей в лобовых частях $|\delta L|_{\max}(E)$ оценивается через вычисление максимального натяжения в блоке кабелей; $|R_{cv}|_{\min}(E)$ – наименьший радиус кривизны в блоке кабелей; $|T_w|_{\max}(E)$ – наибольшего кручения в блоке кабелей. Экспериментальным методом в [9] установлено, что допустимыми пределами механической прочности сверхпроводящего кабеля являются значения: $|\delta L|_b = 0,3$ – для механического напряжения, $R_b = 2,5$ мм – для минимального радиуса кривизны и $|T_w|_b = 3,5^\circ/\text{мм}$ – для максимального кручения в блоке кабелей в лобовых частях магнита. При моделировании лобовых частей дипольного магнита для ускорителя SIS 300 используется более сильный критерий:

$$|\delta L|_{bad} = \frac{2}{3} |\delta L|_b = 0,2, \quad R_{bad} = 2R_b = 5 \text{ мм}, \quad |T_w|_{bad} = \frac{2}{3} |T_w|_b = 2,3^\circ/\text{мм}.$$

Максимальное значение натяжения в блоке кабелей вычисляется определением максимального натяжения кабелей в блоке в «направлении тяжелого изгиба». Виток изгибается в «направлении тяжелого изгиба» вокруг оси, перпендикулярной к одной из его широких боковых сторон, и в «направлении легкого изгиба» вокруг оси, касательной к одной из его широких боковых сторон и перпендикулярной к его направлению. Геометрия витка в лобовых частях описывается с помощью двух внешних кривых, которые являются ребрами стороны витка на большем основании трапеции, и двух внутренних кривых, которые являются ребрами витка на меньшем основании трапеции. Каждая кривая задается определением пятидесяти точек в продольном направлении. Таким образом, виток описывается с помощью задания пятидесяти его секций. Натяжение витка в блоке в «направлении тяжелого изгиба» δL вычисляется для четырех углов каждой его секции по следующей формуле:

$$\delta L = \frac{2H}{|x_1| + |x_3|} [\Theta_{12} + \Theta_{23} - \pi].$$

Здесь $|x_1|$ и $|x_3|$ – длины векторов x_1 и x_3 ; Θ_{12} и Θ_{23} – углы между векторами (x_1, x_2) и (x_2, x_3) соответственно; H – высота кабеля. Векторы x_1 и x_3 соединяют точку на внешней кривой витка с предыдущей и последующей точками на этой кривой соответственно, когда натяжение вычисляется на внешнем ребре витка. Для случая внутреннего ребра векторы x_1 и x_3 определяются аналогичным образом. Для обоих случаев определения натяжения на внутреннем и внешнем ребрах витка вектор x_2 расположен на боковой грани витка и соединяет точку на внешней кривой витка с соответствующей ей точкой на внутренней кривой в той же секции витка.

Оценка длины лобовых частей магнита, при которой механические характеристики в них не превосходят пределов механической прочности для выбранного сверхпроводящего кабеля, определяется неравенством $U(E) \leq 1$. В частности, в процессе оптимизации геометрии диполя второй обмоточный блок был разделен на два для уменьшения механического напряжения в лобовых частях обмоточных блоков. Оптимальная длина полуоси E и оптимальное число витков n во втором полученном блоке определялись из равенства $U(E) = 0,7$, как показано на **рис. 3**. На окончательной стадии оптимизации толщина проставок в лобовых частях определялась из условия подавления низших краевых нелинейностей и максимальной эффективной длины магнита [8]. При этом оказалось, что при $n = 11$ оптимальная геометрия обмоточного блока обладает наибольшей технологичностью.

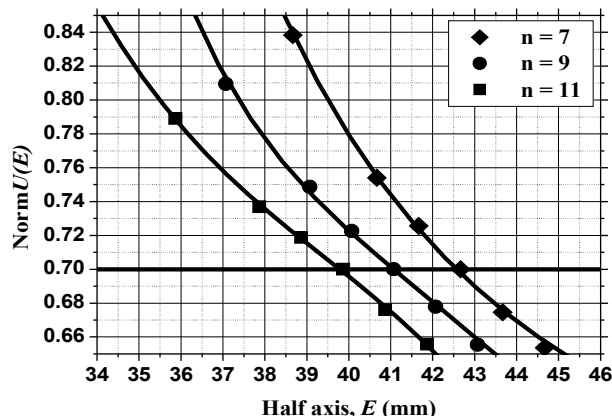


Рис. 3. Норма $U(E)$, определенная для второго разделенного блока с n витками.

В табл. 2 приводится сравнение старой геометрии [10] (отмечено индексом o) и новой альтернативной геометрии, полученной с помощью программы BENDM (отмечено индексом n). Длина прямой части обмоточных блоков S от центра магнита определялась с помощью программы Roxie [11] в процессе оптимизации качества магнитного поля диполя.

Таблица 2. Сравнение результатов оптимизации лобовых частей.

Блок	N	β_o , град.	E_o , мм	S_o , мм	β_n , град.	E_n , мм	S_n , мм
1	16	35.67	160.0	290.0	46.62	74.0	383.8
2	11	44.87	100.0	315.0	53.88	39.9	392.0
3	12	55.45	85.0	240.0	56.86	21.5	383.0
4	10	37.65	130.0	334.9	57.41	66.5	407.3
5	11	43.47	90.0	280.4	61.88	48.9	380.4
6	6	54.94	50.0	272.8	71.79	31.4	372.8
7	5	74.65	28.0	256.6	76.95	18.2	345.6

В программе Roxie лобовые части обмоточных блоков моделируются с помощью метода, в котором прижатые к цилиндру ребра витков моделируются псевдо гиперэллипсами. Для сравнения методов моделирования формы обмоточных блоков возьмем выдачу геометрии лобовых частей из Roxie, для получения которой используются полуоси E и углы β из табл. 2. Сравниваются максимальные механические напряжения по абсолютному значению $|\delta L|_{max}$ в лобовых частях витков. Для лобовых частей, полученных с помощью программы BENDM, имеем $|\delta L|_{max} = 0,2$. Для лобовых частей, смоделированных методом Roxie, по данным в табл. 2 значениям полуосей E_n и углов β_n , имеем $|\delta L|_{max} = 0,44$. Для лобовых частей старой геометрии диполя [10] максимальное напряжение в лобовых частях $|\delta L|_{max} = 0,73$. Сравнение старой и новой геометрии показывает, что предложенный метод оптимизации дает возможность существенно увеличить эффективную длину магнита, что следует из табл. 3.

Таблица 3. Основные геометрические параметры дипольного магнита.

Геометрия	Старая	Новая
Длина лобовых частей, мм	213.5	123.6
Разница между геометрической и эффективной длинами, мм	250.7	137.3
Максимальное напряжение $ \delta L _{max}$	0.73	0.2 (0.44)

Заключение

Сформулирован метод оптимизации геометрии лобовых частей сверхпроводящих слоевых магнитов на основании модели лобовых частей обмоточных блоков, которая дает возможность учесть конечные размеры Резерфордского кабеля. Для геометрии проводится минимизация длины лобовых частей обмоточных блоков с целью получения максимальной эффективной длины магнита. Применяемый групповой метод определения формы обмоточного блока в лобовых частях обеспечивает плотное примыкание витков друг к другу, что дает возможность существенно улучшить тренировку сверхпроводящего магнита и облегчить технологию его изготовления. Программа BENDM позволяет определять оптимальную форму лобовой части обмоточного блока, когда задан её продольный размер. Сравнение геометрий лобовых частей показывает преимущество моделей, в которых учитываются механические свойства сверхпроводящего кабеля и его конечные размеры.

Благодарности

Авторы приносят благодарности Джо М. Куку и Джеффри С. Брандту за предоставление исходной версии программы BEND и права на ее модернизацию.

Данная работа выполнена в рамках подготовительных работ по выполнению контракта государственной корпорации РОСАТОМ, контракт № Н 4д.47.03.08.125.

Список литературы

- [1] H.I. Rosten. The Constant Perimeter End. RL-73-096, Rutherford Laboratory, Chilton, 1973-9.
- [2] R.C. Bossert, et al. Analytical Solutions to SSC Coil End Design. FERMILAB-Conf-89/054, SSC-209, FNAL, 1989.
- [3] J.M. Cook. An Application of Differential Geometry to SSC Magnet End Winding. FERMILAB-TM-1633, FNAL, 1990.
- [4] J.M. Cook. Strain Energy Minimization in SSC Magnet Winding. FERMILAB-TM-1703, FNAL, 1990.
- [5] R.C. Bossert, J.M. Cook and J.S. Brandt. End Designs for Superconducting Magnets. FERMILAB-TM-1757, FNAL, 1991.
- [6] L.D. Landau and E. M. Lifshitz. Theory of Elasticity. Pergamon Press. New York. 1970.
- [7] P.L. Walstrom. Twisted Coil Geometry in Plasma Confinement Devices. Journal of Fusion Energy, Vol. 6, No. 3, 1987.
- [8] S. Kozub et al. Geometry Modernization of a Dipole Magnet for SIS 300. MT-20, Philadelphia, USA, 2007-9.
- [9] J. Brandt, et al. Coil End Design for the SSC Collider Dipole Magnet. FERMILAB-TM-1753, FNAL, 1991.
- [10] S. Kozub, et al. Magnetic and Thermal Characteristics of a Model Dipole Magnet for the SIS 300. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, V. 17, I. 2 -P. 2, June 2007, p. 1161-63.
- [11] S. Russenschuck (Editor): "ROXIE: Routine for the Optimization of magnet X-sections, Inverse Field Calculation and Coil End Design", First International ROXIE users meeting and workshop, 6-18.03.1998. Proceedings. CERN 99-01. ISBN 92-9083-140-5.

Рукопись поступила 25 марта 2008 г.

Л.М. Ткаченко, А.О. Чикилёв.
Моделирование и оптимизация коротких лобовых частей для сверхпроводящих магнитов оболочечного типа.

Оригинал-макет подготовлен с помощью системы Word.

Редактор Н.В.Ежела.

Подписано к печати	1.04.2008.	Формат 60 × 84/8.	Офсетная печать.
Печ.л. 1, 25.	Уч.– изд.л. 1,15.	Тираж 60.	Заказ . Индекс 3649.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий,
142284, Протвино Московской обл.

Индекс 3649

ПРЕПРИНТ 2008-4, ИФВЭ, 2008
