



ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ИФВЭ 2012–11
ОУК

С.В. Иванов, Н.А. Игнашин, О.П. Лебедев, С.Э. Сытов

**Фазовая и радиальная обратная связь по пучку
в ускоряющей системе синхротрона У-70**

Направлено в *ПТЭ*

Протвино 2012

Аннотация

Иванов С.В. и др. Фазовая и радиальная обратная связь по пучку в ускоряющей системе синхротрона У-70: Препринт ИФВЭ 2012–11. — Протвино, 2012. — 22 с., 10 рис., библиогр.: 4.

В работе излагается методика оптимальной настройки фазового и радиального контуров обратной связи по пучку. Эти цепи обратной связи используются в системе задающего генератора ускоряющей системы синхротрона У-70 ГНЦ ИФВЭ. Ввод в эксплуатацию нового цифрового задающего генератора предоставил технические средства для использования коэффициентов обратной связи, изменяющихся по ходу цикла ускорения, в котором также происходит переход через критическую энергию. Это позволило заметно улучшить качество контроля над параметрами ускоряемого пучка. Получено характеристическое уравнение системы в замкнутом состоянии. На его основе проведен анализ комплексных корней, представляющих собственные моды колебаний, что позволило обосновать практические рекомендации к выбору параметров. Приведены результаты экспериментов на ускоренном протонном пучке с энергией 1.3–50 ГэВ.

Abstract

Ivanov S.V. et al. Phase and Radial Beam Feedbacks in Accelerating System of the U-70 Synchrotron: IHEP Preprint 2012–11. — Protvino, 2012. — p. 22, figs. 10, refs.: 4.

The paper outlines technique to attain optimal and mutually balanced tune-up of cross-talking phase and radial beam feedbacks. These loops are closed inside the master oscillator circuitry of the accelerating system in the IHEP U-70 synchrotron. Recent commissioning of a novel digital master oscillator have yielded technical means to employ feedback gains properly varied through the ramping cycle, transition-energy crossing included, which have noticeably improved quality of in-out beam handling. Characteristic equation of the closed-loop system is put down and solved for the eigen-mode complex roots, wherefrom preferences to the parameter options are put forward. Results of experiments with a 1.3–50 GeV accelerated proton beam are also presented.

Введение

Задающий генератор ускоряющей системы вместе с обслуживающими его цепями обратной связи по пучку является ключевой технологической системой протонного синхротрона У-70 ГНЦ ИФВЭ (г. Протвино Московской обл.). Тому есть несколько причин:

1. Рассматриваемая система обеспечивает собственно синхрофазотронный режим ускорения — циклическое резонансное ускорение пучка по орбите постоянного радиуса.
2. Работа цепей обратной связи в задающем генераторе осуществляет демпфирование продольных ошибок инжекции по фазе и импульсу, предотвращая необоснованное увеличение продольного фазового объема пучка.
3. Эта же система обеспечивает сильное подавление продольной когерентной неустойчивости синфазных дипольных колебаний сгустков.

В ходе выполнения программы по модернизации протонного синхротрона У-70 был создан новый цифровой задающий генератор, обладающий расширенными функциональными возможностями. После его ввода в эксплуатацию возникла потребность в детальном изучении работы систем обратной связи, отладке на пучке и выработке практических рекомендаций по их оптимальной настройке. Результаты этих исследований излагаются в настоящей работе.

1. Передаточные функции

Примем зависимость от времени t в виде $\propto \exp(-i\Omega t)$, где Ω — частота преобразования Фурье (циклическая).

Упрощенная структурная схема цепей обратной связи по пучку, осуществляющих управление частотой ускорения в У-70, показана на Рис. 1.

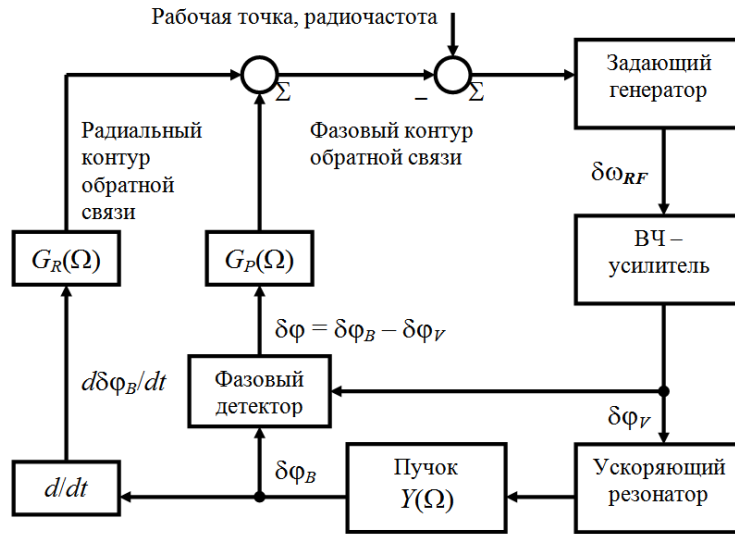


Рис. 1: Схема управления частотой ускорения в синхротроне У-70.

Электроника

Передаточные функции фазового $G_P(\Omega)$ и радиального $G_R(\Omega)$ контуров обратной связи в разомкнутом состоянии определены соотношениями

$$G_P(\Omega) = \frac{1}{\Omega_0} \frac{\delta\omega_{RF}(\Omega)}{\delta\phi(\Omega)}, \quad \delta\phi = \delta\phi_B - \delta\phi_V, \quad (1)$$

$$G_R(\Omega) = \frac{1}{-i\Omega} \frac{\delta\omega_{RF}(\Omega)}{\delta\phi_B(\Omega)} = -\frac{D_x}{\eta\omega_{RF}} \frac{\delta\omega_{RF}(\Omega)}{\delta R(\Omega)}. \quad (2)$$

Здесь, $\delta\omega_{RF}$ – поправка к угловой радиочастоте (частоте ускорения); $\delta\phi_B$ и $\delta\phi_V$ – переменные составляющие фазы центра тяжести сгустка и фазы ускоряющего ВЧ напряжения; Ω_0 – циклическая частота малых синхротронных колебаний; $\eta = \alpha - \gamma^{-2}$ – фактор скольжения частоты обращения; α – коэффициент расширения орбит, γ – релятивистский фактор; D_x – горизонтальная дисперсионная функция в месте размещения радиального датчика; δR – амплитуда радиального смещения центра тяжести пучка в этом датчике.

При переходе через критическую энергию $\gamma_t = \alpha^{-1/2}$ изменяется знак η . Вместе с ним электроника должна изменить знак передаточной функции $\delta\omega_{RF}/\delta R$ (2).

Пучок

Передаточная функция пучка $Y(\Omega)$ имеет вид

$$Y(\Omega) = \frac{\delta\varphi_B(\Omega)}{\delta\varphi_V(\Omega)} = \frac{\Phi}{1 - (\Omega/\Omega_0)^2}, \quad (3)$$

где Φ есть форм-фактор сгустка.

Передаточная функция Y и форм-фактор Φ определяются с помощью уравнения Власова. Форм-фактор зависит от градиента функции распределения частиц $F(a)$ по амплитудам a продольных колебаний [1],

$$\Phi = \int_0^{\pi B} \left(-\frac{dF(a)}{da} \right) J_1(a) a da, \quad \int_0^{\pi B} F(a) a da = 1. \quad (4)$$

Здесь, $J_1(a)$ – функция Бесселя 1-го порядка; B – фактор группировки пучка, равный $B = \Delta\varphi_B/2\pi$, где $\Delta\varphi_B$ – полный фазовый размер сгустка по основанию распределения; $\Phi \rightarrow 1$ при $B \rightarrow 0$.

Равенство $\Phi = 1$ соответствует точечным сгусткам. Это идеализация, недостижимая на практике. Поэтому полагаем, что всегда $\Phi < 1$.

Из формулы (4) видно, что $\Phi > 0$ для сгустков с монотонно спадающими функциями $F(a)$. Такими являются все реалистичные функции распределения.

Возможно эквивалентное представление для форм-фактора Φ , более удобное при обработке экспериментальных результатов,

$$\Phi = \int_{-\pi B}^{\pi B} \rho(\varphi_B + \varphi) \cos \varphi d\varphi, \quad \int_{-\pi B}^{\pi B} \rho(\varphi_B + \varphi) d\varphi = 1, \quad (5)$$

где $\rho(\varphi)$ есть линейная плотность сгустка по фазе φ .

Пусть $\rho(\varphi)$ имеет вид отрезка перевернутой параболы с центром в точке φ_B . Тогда

$$\Phi = \frac{3}{(\pi B)^2} \left(\frac{\sin \pi B}{\pi B} - \cos \pi B \right). \quad (6)$$

График этой функции построен на Рис. 2 (сплошная линия). К такому же результату приводит расчет форм-фактора по формуле (4) для эллиптического распределения по амплитудам $F(a) \propto ((\pi B)^2 - a^2)^{1/2}$.

Для плотно сгруппированного пучка

$$\Phi = 1 - \frac{\pi^2}{10} B^2 \cong 1 - B^2. \quad (7)$$

График квадратичной аппроксимации для функции Φ также построен на Рис. 2 (пунктир). В У-70 фактор $B < 0.5-0.6$. Поэтому в практических оценках допустимо использовать приближение (7).

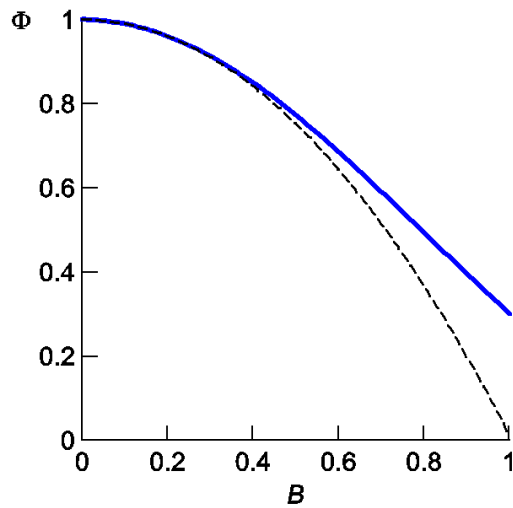


Рис. 2: Форм-фактор сгустка.

2. Характеристическое уравнение

Характеристическое уравнение для системы (Рис. 1) в замкнутом состоянии имеет вид

$$1 + i \frac{G_P(\Omega)}{\Omega/\Omega_0} [Y(\Omega) - 1] + G_R(\Omega) Y(\Omega) = 0. \quad (8)$$

Его корни определяют собственные частоты (моды) колебаний системы. Система устойчива (нет самовозбуждения), если для всех мод $\text{Im}\Omega < 0$.

Звенья $G_P(\Omega)$ и $G_R(\Omega)$ являются фильтрами нижних частот (ФНЧ). Их полосы пропускания должны перекрывать весь практически интересный диапазон частот. Этот диапазон определяется позже (неравенства (34)–(36)) с учетом пока неизвестных собственных частот системы — корней уравнения (8).

В качестве исходного приближения допустим достаточно высокие частоты среза у функций $G_P(\Omega)$, $G_R(\Omega)$ и представим их вещественными коэффициентами усиления (с учетом знака), приняв

$$G_P(\Omega) = K_P, \quad G_R(\Omega) = K_R. \quad (9)$$

Введем безразмерную комплексную частоту колебаний $z = \Omega/\Omega_0$. Тогда вместо уравнения (8) получим кубическое алгебраическое уравнение

$$P_3(z) = z^3 - iK_P z^2 - (1 + K_R \Phi)z + iK_P(1 - \Phi) = 0. \quad (10)$$

Существуют три собственных моды колебаний системы с безразмерными частотами z_1 , z_2 и z_3 , зависящими от выбора коэффициентов K_P , K_R и от форм-фактора Φ (от длины сгустка).

Общие свойства нулей

Из вида уравнения (10) можно установить общие свойства собственных частот:

Во-первых, по формулам Виета

$$z_1 z_2 z_3 = -iK_P(1 - \Phi), \quad (11)$$

$$z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1 = -(1 + K_R \Phi), \quad (12)$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = iK_P. \quad (13)$$

Использование этих равенств оказывается удобным техническим приемом для получения приближенных корней характеристического уравнения.

Во-вторых, из равенства $P_3(z_k | K_P) = 0$ следует $P_3(z_k^* | -K_P) = 0$, где * обозначает комплексное сопряжение. Поэтому смена знака у K_P радикально изменяет поведение моды z_k . Затухание переходит в нарастание и наоборот. При $K_P = 0$ все собственные моды имеют нулевые декременты.

В-третьих, из равенства $P_3(z_k) = 0$ следует $P_3(-z_k^*) = 0$. Собственные частоты всегда существуют парами, удовлетворяющими условию $z = -z^*$. Поскольку собственных частот всего три, то это либо (а) три чисто мнимых частоты, либо (б) одна чисто мнимая, а две другие частоты — комплексные и различающиеся только знаком своих реальных частей.

С учетом отмеченных свойств комплексно-сопряженной симметрии нулей равенству (13) можно придать смысл “правила суммы декрементов”:

$$\operatorname{Im} z_1 + \operatorname{Im} z_2 + \operatorname{Im} z_3 = K_p. \quad (14)$$

Таким образом, общий масштаб демпфирования в системе управляется фазовым контуром (K_p). Радиальный контур (K_R) и передаточная функция пучка ($Y \propto \Phi$) только перераспределяют декременты между собственными модами.

Критерий Рауса-Гурвица

Подстановкой $z = i\omega$ левая часть уравнения (10) преобразуется в полином с вещественными коэффициентами. Анализ локализации его корней можно провести с помощью критерия Рауса-Гурвица [2]. Система устойчива (все нули $z_{1,2,3}$ в нижней полуплоскости) при условиях

$$K_p < 0, \quad (15)$$

$$1 + K_R > 0, \quad (16)$$

$$0 < \Phi < 1, \quad (17)$$

что всегда предполагается в дальнейшем.

Размыкание радиального контура (выбор $K_R = 0$) не приводит к потере устойчивости.

Из неравенств (16), (17) также следует $1 + K_R \Phi > 0$. Этот положительный коэффициент часто встречается в дальнейших расчетах.

Условие (17) выполнено для сгустков, представляющих практический интерес (смотри комментарии к формуле (4)).

Ноль третьего порядка

Это особый вариант настройки системы, выявляющий типичные функциональные связи между K_p , K_R и Φ .

Предположим, что происходит тройное вырождение собственных мод (ноль третьего порядка уравнения (10)), и потребуем $z_1 = z_2 = z_3$. Подставив это равенство в формулы Виета (11)–(13), видим, что оно возможно при выполнении следующих условий

$$\frac{1 + K_R \Phi}{1 - \Phi} = 9, \quad (18)$$

$$K_P = \pm 3\sqrt{3(1 - \Phi)} = \pm \sqrt{3(1 + K_R \Phi)} = \pm \frac{1 + K_R \Phi}{\sqrt{3(1 - \Phi)}}. \quad (19)$$

В этом случае

$$z_{1,2,3} = i \frac{K_P}{3} = \pm i \sqrt{\frac{1 + K_R \Phi}{3}} = \pm i \sqrt{3(1 - \Phi)}. \quad (20)$$

Система устойчива для $K_P < 0$, но равномерная по модам скорость демпфирования приемлема только для достаточно длинных сгустков (правое равенство в (20)).

Для коротких сгустков практический интерес представляет область аperiодических затухающих мод (чисто мнимые корни z_1 , z_2 и z_3 в нижней полуплоскости) при больших, чем в (19), величинах $|K_P|$.

В уравнениях (19) и (20) используются два способа параметризации зависимости решения от K_P , K_R и Φ . Вторая (после знака равенства) запись типична для решений характеристического уравнения в области малых $|K_P(1 - \Phi)|$, а третья — в области больших $|K_P|$.

Граница между этими областями проходит вблизи точки тройного вырождения частот. Далее рассмотрим каждую из перечисленных областей по отдельности.

Решение для малых $|K_P(1 - \Phi)|$

Сначала отбросим свободный член в уравнении (10) и получим решение нулевого приближения

$$z_{1,2,0} = i \frac{K_P}{2} \pm \sqrt{1 + K_R \Phi - \frac{K_P^2}{4}}, \quad (21)$$

$$z_{3,0} = 0. \quad (22)$$

В работе [1] было рассмотрено только такое приближение. Однако его недостаточно для обоснования практических рекомендаций по настройке систем обратной связи в задающем генераторе У-70.

Поскольку $z_{10}z_{20} = -(1 + K_R \Phi)$ и выполнено равенство (11), то вместо (22) получаем уточненную оценку для z_3 ,

$$z_3 = iK_p \frac{1-\Phi}{1+K_R\Phi} \equiv iK_p\varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{1-\Phi}{1+K_R\Phi} > 0. \quad (23)$$

В свою очередь, для корней (21) также потребуются поправки, восстанавливающие свойство (13) и удовлетворяющие равенствам (12), (13) в обсуждаемом порядке малости (с невязкой $O(\varepsilon^2)$),

$$z_{1,2} = i \frac{K_p}{2} (1-\varepsilon) \pm \sqrt{1+K_R\Phi - \frac{K_p^2}{4} (1+\varepsilon)^2}. \quad (24)$$

Обе моды $z_{1,2}$ становятся аperiодическими после смены знака дискриминанта в (24), т.е. при условии

$$|K_p| \geq \frac{2}{1+\varepsilon} \sqrt{1+K_R\Phi}. \quad (25)$$

Знак равенства соответствует нулю второй кратности

$$z_{1,2} = i \operatorname{sgn} K_p \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \sqrt{1+K_R\Phi}. \quad (26)$$

Идентификация собственных мод

Полученное приближенное решение (23), (24) характеристического уравнения позволяет провести физическую идентификацию мод $z_{1,2}$ и z_3 .

Моды $z_{1,2}$ при разомкнутой обратной связи являются свободными синхротронными колебаниями сгустка как целого, происходящими с частотами $z_{1,2} = \pm 1$.

При замыкании обратной связи эти моды становятся быстрыми. Характерные времена их движения могут быть заметно меньше периода синхротронных колебаний ($|z_{1,2}| \gg 1$). Это возможно только тогда, когда моду представляет разностный сигнал фазовой ошибки $\delta\varphi = \delta\varphi_B - \delta\varphi_V$. Его затухание или колебание происходит за счет быстрого изменения последнего слагаемого $-\delta\varphi_V$. Эти моды не обременены физическим перемещением материального объекта — сгустка ($\delta\varphi_B$) относительно фазы φ виртуального внешнего опорного колебания (“внешних часов”). Движение сгустка по фазе φ может идти не быстрее периода синхротронных колебаний.

Мода z_3 является медленной (позже увидим, что всегда $|z_3| < 1$). Она обнуляет ошибку $\delta\varphi_B$, медленно приводя пучок и ускоряющее напряжение к предписанной рабочей точке $(\delta\omega_{RF}, \delta\varphi_V, \delta\varphi_B, \delta R) = 0$. Сигналом статической (для $\Omega \rightarrow 0$) ошибки является разность между сдвигом фазы синусоидального ускоряющего поля $\delta\varphi_V$ и следующим за ним, но меньшим по величине, движением фазы центра тяжести сгустка $\delta\varphi_B$. Этот сигнал пропорционален разности $(1 - \Phi) \cong B^2$ и физически не может наблюдаться для точечных сгустков. Для них нарушается статическая устойчивость системы в замкнутом состоянии, что наблюдается как склонность к “уходу рабочей точки” — появлению неисчезающего постоянного остаточного сдвига (смещения) в δR , $\delta\omega_{RF}$ и линейного по t скольжения фаз $\delta\varphi_V$, $\delta\varphi_B$ относительно виртуальной опорной фазы φ .

Решение для больших $|K_p|$

Сначала найдем два корня из области малых $|z|$. Для этого в уравнении (10) отбросим z^3 и оставим только доминирующие (по предположению) слагаемые $\propto K_p, K_R$. В итоге получим

$$z_{2,3} = i \frac{1 + K_R \Phi}{2K_p} \pm \sqrt{1 - \Phi - \left(\frac{1 + K_R \Phi}{2K_p} \right)^2}. \quad (27)$$

Произведение $z_2 z_3 = -(1 - \Phi)$. Тогда из равенства (11) получим оценку для оставшейся быстрой моды в виде $z_{10} = iK_p$. Вычтем из нее поправку, вытекающую из требования (13) и суммы $z_2 + z_3$ (27). В результате придем к искомому приближенному решению

$$z_1 = iK_p - i \frac{1 + K_R \Phi}{K_p}. \quad (28)$$

Нумерация нулей обеспечивает непрерывное продолжение ветвей решений (21), (23). Это станет ясно из дальнейшего изложения, смотри Рис. 3.

Переход мод $z_{2,3}$ в аperiodический режим происходит при условии

$$|K_p| \leq \frac{1 + K_R \Phi}{2 \sqrt{1 - \Phi}}. \quad (29)$$

Знак равенства соответствует нулю второй кратности

$$z_{2,3} = i \operatorname{sgn} K_p \sqrt{1 - \Phi}. \quad (30)$$

Сшивка приближенных решений

Одновременное существование трех чисто мнимых корней (апериодических мод) требует непротиворечивости неравенств (25) и (29). Это возможно при условии

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 + K_R \Phi}{1 - \Phi} \geq 14. \quad (31)$$

Знак равенства должен был бы соответствовать точке тройного вырождения. Из сравнения с точным решением (18) видно, что полученная оценка вполне достоверна.

Кроме того, приближенные решения правильно воспроизводят вид функциональной связи между коэффициентами усиления (сравни (19) с (25) и (29)) и масштаб величины вырожденных собственных частот (сравни (20) с (26) и (30)).

3. Карта нулей

Знания аналитических свойств корней вообще и полученных приближенных решений в частности достаточно для построения графоаналитической карты нулей характеристического уравнения. На основе ее анализа формулируются практические рекомендации по выбору характеристик систем обратной связи.

Карты нулей строятся на плоскостях (K_p, x) и (K_p, y) , где $z = x + iy$. Внешними параметрами являются коэффициент K_R и форм-фактор сгустка Φ . В силу (15) интерес представляет левая полуплоскость $K_p \leq 0$. Далее предполагается выполнение условия (31).

В верхней части Рис. 3 построена естественная координатная сетка с опорными точками и линиями асимптот, зависящими от K_R и Φ . Соответствующие функциональные зависимости перечислены в Табл. 1. Точный численный расчет карты нулей лишь несущественно изменяет числовые множители у формул, приведенных в этой таблице. Топология карты нулей при этом не изменяется.

В центральной части Рис. 3 показан вид зависимости $x(K_p) = \operatorname{Re}z(K_p)$, характеризующей колебательное поведение собственных мод.

В нижней части Рис. 3 показан вид зависимости $y(K_p) = \text{Im}z(K_p)$, характеризующей декременты затухания собственных мод.

Табл. 1: Опорные точки и асимптотики каты нулей

ординаты		абсциссы		наклоны асимптот
a, b	$\pm \sqrt{1 + K_R \Phi}$	f	$-\sqrt{1 + K_R \Phi}$	$0 < \text{tg}\theta_1 = \varepsilon = \frac{1 - \Phi}{1 + K_R \Phi} < \frac{1}{14}$
b ₁	$-\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \sqrt{1 + K_R \Phi}$	g	$-\frac{2}{1 + \varepsilon} \sqrt{1 + K_R \Phi}$	$\frac{13}{28} < \text{tg}\theta_2 = \frac{1 - \varepsilon}{2} \leq \frac{1}{2}$
c, d	$\pm \sqrt{1 - \Phi}$	h	$-\frac{1 + K_R \Phi}{2 \sqrt{1 - \Phi}}$	$\text{tg}\theta_3 = 1$
e	$-\frac{1}{2} \sqrt{1 - \Phi}$			

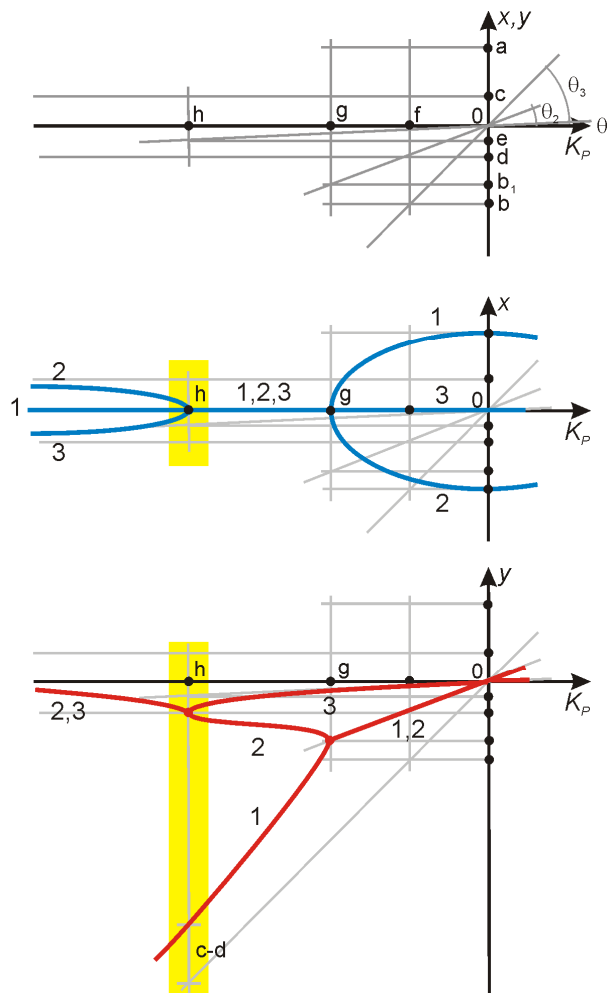


Рис. 3: Карта нулей на полуплоскости $K_p < 0$. Цифры 1, 2, 3 – номера собственных мод.

Рабочая точка и полосы пропускания звеньев

Практический интерес имеет выбор параметров системы в окрестности точки h (отмечено заливкой). В этом случае целевыми параметрами для настройки становятся

$$K_p = -\frac{1}{2} \frac{1 + K_R \Phi}{\sqrt{1 - \Phi}} < -7\sqrt{1 - \Phi} \quad (32)$$

и собственные частоты

$$z_1 = iK_p + 2i\sqrt{1 - \Phi}, \quad z_{2,3} = -i\sqrt{1 - \Phi}. \quad (33)$$

Частоты среза звеньев $G_p(\Omega)$ и $G_R(\Omega)$ (оба ФНЧ) должны удовлетворять условиям

$$\Omega_p > \Omega_0 |z_1| = \Omega_0 |K_p + 2\sqrt{1 - \Phi}|, \quad (34)$$

$$\Omega_R > \Omega_0 |z_{2,3}| = \Omega_0 \sqrt{1 - \Phi} \cong \Omega_0 B. \quad (35)$$

Тогда инерционность этих звеньев не будет препятствовать расчетной динамике собственных мод, а исходное приближение (9) окажется оправданным. Здесь учтено, что на вход звена $G_R(\Omega)$ поступает только сигнал медленных мод $z_{2,3}$, пропускаемый передаточной функцией пучка $Y(\Omega)$, смотри Рис. 1.

Для практических оценок неравенство (34) достаточно заменить более сильным

$$\Omega_p > \Omega_0 |K_p| = \left| \frac{\delta \omega_{RF}}{\delta \varphi} \right|. \quad (36)$$

В правую часть этого уравнения входит коэффициент усиления электроники фазового контура. Формально, он имеет размерность частоты (циклической). Для выбранной конфигурации электроники нет практического смысла устанавливать его номинал выше числовых значений частоты среза Ω_p . Такой выбор уже не будет приводить к увеличению декремента для быстрой моды z_1 (насыщение) и никак не повлияет на демпфирование медленных мод $z_{2,3}$.

4. Радиальная передаточная функция пучка

Устойчивость системы (Рис. 1) в замкнутом состоянии является необходимым условием для обеспечения ее работоспособности. Дальнейший выбор коэффициентов

усиления K_R и K_P в цикле ускорения преследует цель подавления ошибки в среднем радиусе орбиты пучка.

Специфика ускорения в У-70, подлежащая учету, состоит в пересечении критической энергии $\gamma_t = \alpha^{-1/2}$.

Остаточная ошибка δR_0 регулирования среднего радиуса R_0 орбиты пучка в протонном синхротроне имеет вид [3]:

$$\delta R_0 = -Q_R \frac{\alpha R_0}{\eta} \left(\frac{\delta \omega_{RF}^{(0)}}{\omega_{RF}} - \frac{1}{\gamma^2} \frac{\delta \langle H \rangle^{(0)}}{\langle H \rangle} \right), \quad (37)$$

где $\delta \omega_{RF}^{(0)}$ и $\delta \langle H \rangle^{(0)}$ есть сторонние (внешние) ошибки частоты ускорения и среднего по орбите ведущего магнитного поля, соответственно.

Пучок вращается по орбите постоянного радиуса ($\delta R_0 = 0$), когда вариации частоты $\delta \omega_{RF}^{(0)}$ и поля $\delta \langle H \rangle^{(0)}$ согласованы между собой и обнуляют последний множитель в (37). Так происходит при выполнении идеальной программы “магнитное поле — радиочастота”. Отклонения от нее приводят к радиальным уходам орбиты.

Множитель $Q_R = Q_R(z)$ в правой части уравнения (37) является радиальной передаточной функцией системы в замкнутом состоянии. Он характеризует стабилизирующую (следящую) роль изучаемых цепей обратной связи при осуществлении синхрофазотронного режима ускорения по орбите постоянного радиуса. $Q_R(z)$ является дробно-рациональной функцией безразмерной частоты z ,

$$Q_R(z) = \frac{z(z^2 - 1)}{P_3(z)}. \quad (38)$$

Характеристический многочлен $P_3(z)$ определен в уравнении (10); $Q_R(z) \rightarrow 1$ при $|z| \rightarrow \infty$.

При разомкнутых обратных связях $Q_R(z) = 1$. При их замыкании ожидается, что $|Q_R(z)| < 1$, по крайней мере, в некоторой полосе нижних частот.

Из (37) видно, что при разомкнутых обратных связях (т. е., для $Q_R(z) = 1$) вблизи γ_t проявляется опасная тенденция к росту сторонней (внешней) ошибки по радиусу $\delta R_0^{(0)} \propto \eta^{-1}$. Это может потребовать выполнения программы “магнитное поле — радиочастота” с точностью, трудно достижимой на практике из-за неконтролируемых пульсаций ведущего магнитного поля.

Постоянная времени кольцевого электромагнита У-70 равна 4.9 с. Поэтому присутствуют только низкочастотные пульсации ведущего магнитного поля, а особый практический интерес представляет поведение $Q_R(z)$ в области нижних частот.

Передаточная функция $Q_R(z)$ имеет нули первой кратности на частотах свободных синхротронных колебаний $z = \pm 1$ и на частоте $z = 0$ постоянной составляющей сигнала. Для малых $|z|$ в числителе и знаменателе (38) можно оставить только линейные функции z . Тогда получим низкочастотную дробно-линейную аппроксимацию передаточной функции

$$Q_R(z) = \frac{1}{1 + K_R \Phi} \left(\frac{z}{z - iK_P \varepsilon} \right), \quad (39)$$

где параметр ε определен в (23). Это частотная характеристика реализуемого дифференцирующего звена первого порядка с частотой перегиба

$$\Omega_{DC} = -\Omega_0 K_P \varepsilon = -\frac{\delta\omega_{RF}}{\delta\varphi} \varepsilon, \quad (40)$$

имеющей физический смысл полуширины полосы заграждения вблизи $z = 0$. Предпочтителен выбор больших отрицательных коэффициентов усиления $\delta\omega_{RF}/\delta\varphi$ в фазовом контуре.

Для сгустков с $B < 0.5-0.6$ в области $|z| \leq 1$

$$\max|Q_R(z)| \cong \frac{1}{1 + K_R \Phi}, \quad (41)$$

причем координата максимума находится вблизи точки $z_{DC} = \Omega_{DC}/\Omega_0$.

Пример графика амплитудно-частотной характеристики $|Q_R(z)|$ показан на Рис. 4. Используются параметры $B = 0.2$, $K_R = 4.2$ и $K_P = -12.6$, соответствующие рабочей точке (32), (33). В этом случае $z_{DC} = (1 - \Phi)^{1/2}/2 \cong B/2$.

Для очень коротких сгустков (в том числе, вблизи γ_l) форм-фактор $\Phi \rightarrow 1$ и потому

$$\Omega_{DC} \propto \varepsilon \propto (1 - \Phi) \rightarrow 0, \quad \max|Q_R(z)| = \frac{1}{1 + K_R} \rightarrow |Q_R(0)|, \quad (42)$$

что является признаком потери статической устойчивости замкнутой системы.

В обоих случаях (41) и (42) фактор подавления для медленных ошибок среднего радиуса орбиты определяется вещественным коэффициентом

$$1 + K_R \Phi = 1 - \frac{D_x}{\eta \omega_{RF}} \frac{\delta \omega_{RF}}{\delta R} \Phi > 0. \quad (43)$$

Этот коэффициент изменяется $\propto \eta^{-1}$ и потому блокирует сторонние уходы радиуса $\delta R_0^{(0)} \propto \eta^{-1}$ при пересечении γ_t .

Критическую энергию γ_t следует проходить при ненулевых (больших) коэффициентах усиления $|\delta \omega_{RF}/\delta R|$ в радиальном контуре.

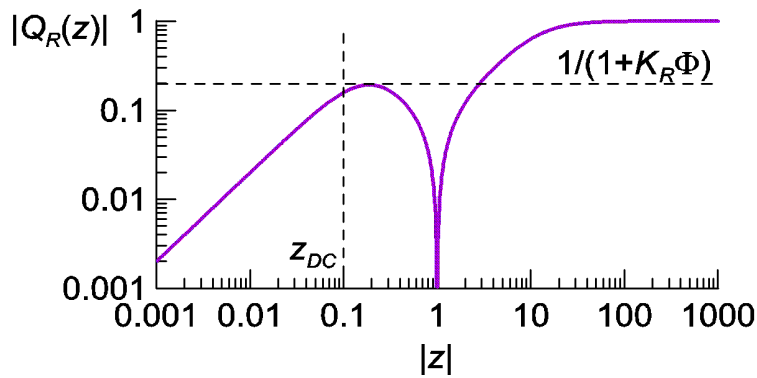


Рис. 4: График амплитудно-частотной характеристики радиальной передаточной функции.

Таким образом, радиальный контур обратной связи играет ведущую роль в системе задающего генератора синхротрона У-70 при ускорении. Коэффициент усиления K_P в фазовом контуре выбирается в зависимости от коэффициента K_R в радиальном контуре. Используется область вблизи точки h или (при наличии аппаратных ограничений) внутри отрезка $[h; g]$ на карте нулей Рис. 3.

5. Расчетные режимы работы в У-70

Числовые примеры

Сначала приведем числовой пример для вводного плато синхротрона У-70. Пусть на нем система настроена на режим тройного вырождения собственных мод. Фактор группировки пучка $B = 0.5$ и форм-фактор сгустка $\Phi = 0.75$. Из формул (18) и (19) получим $K_R = 1.67$ и $K_P = -2.60$. Частота синхротронных колебаний $\Omega_0 = 2\pi \times 1.3$ кГц. Согласно (1) и (9) требуется $\delta \omega_{RF}/\delta \phi = -2\pi \times 59$ Гц/град. Для $\eta = -0.160$, $D_x = 2.66$ м и

$\omega_{RF} = 2\pi \times 5.52$ МГц из (2) и (9) получим $\delta\omega_{RF}/\delta R = +2\pi \times 553$ Гц/мм. Из формул (34), (35) вытекает ограничение на частоты среза $\Omega_P > 2\pi \times 1.1$ кГц, $\Omega_R > 2\pi \times 0.65$ кГц.

Теперь рассмотрим выводное плато синхротрона У-70. Пусть на нем используется режим двойного вырождения медленных мод (точка h на Рис. 3). Выберем $\delta\omega_{RF}/\delta\phi = -2\pi \times 20$ Гц/град (определяется полосой пропускания цепей обратной связи). Частота синхротронных колебаний $\Omega_0 = 2\pi \times 0.11$ кГц. Согласно (1) и (9) получим $K_P = -10.4$. Фактор группировки пучка $B = 0.1$ и форм-фактор сгустка $\Phi = 0.99$. Из формулы (32) следует, что требуется $K_R = 1.1$. Для $\eta = 0.011$, $D_x = 2.66$ м и $\omega_{RF} = 2\pi \times 6.06$ МГц из (2) и (9) получим $\delta\omega_{RF}/\delta R = -2\pi \times 27$ Гц/мм. Из (36), (35) вытекает требование на частоты среза $\Omega_P > 2\pi \times 1.1$ кГц, $\Omega_R > 2\pi \times 11$ Гц. Левая часть неравенства (31) равна $208.3 > 14$.

Подобные расчеты можно провести в каждой точке цикла ускорения в У-70.

Законы изменения коэффициентов

На Рис. 5 показаны законы изменения по циклу ускорения в У-70 коэффициентов усиления $\delta\omega_{RF}/\delta R$ в радиальном контуре (пунктирная линия R) и $\delta\omega_{RF}/\delta\phi$ в фазовом контуре (сплошная линия P). Время $t = 0$ соответствует моменту перехода через критическую энергию γ_t . Эти законы имеют следующие особенности:

На вводном плато магнитного поля, где сгустки еще достаточно длинные, выбран режим (20) тройного вырождения собственных мод с $\delta\omega_{RF}/\delta R = +2\pi \times 553$ Гц/мм и $\delta\omega_{RF}/\delta\phi = -2\pi \times 59$ Гц/град.

Начало ускорения, переход через критическую энергию и дальнейшее ускорение вплоть до $t = 0.354$ с производится с постоянным коэффициентом $|\delta\omega_{RF}/\delta R| = 2\pi \times 553$ Гц/мм. Знак $\delta\omega_{RF}/\delta R$ изменяется с положительного на отрицательный на критической энергии. Выбор коэффициента $\delta\omega_{RF}/\delta\phi$ обеспечивает режим двойного вырождения (33) за исключением участка в окрестности γ_t с насыщением на уровне $-2\pi \times 300$ Гц/град.

Для $t > 0.354$ с также выбран режим двойного вырождения (33) с $\delta\omega_{RF}/\delta R = -2\pi \times 27$ Гц/мм. Ему соответствует практически постоянный коэффициент $\delta\omega_{RF}/\delta\phi = -2\pi \times 20$ Гц/град. Его величина ограничена доступной полосой пропускания канала обратной связи (масштаба 1 кГц по уровню -3 дБ).

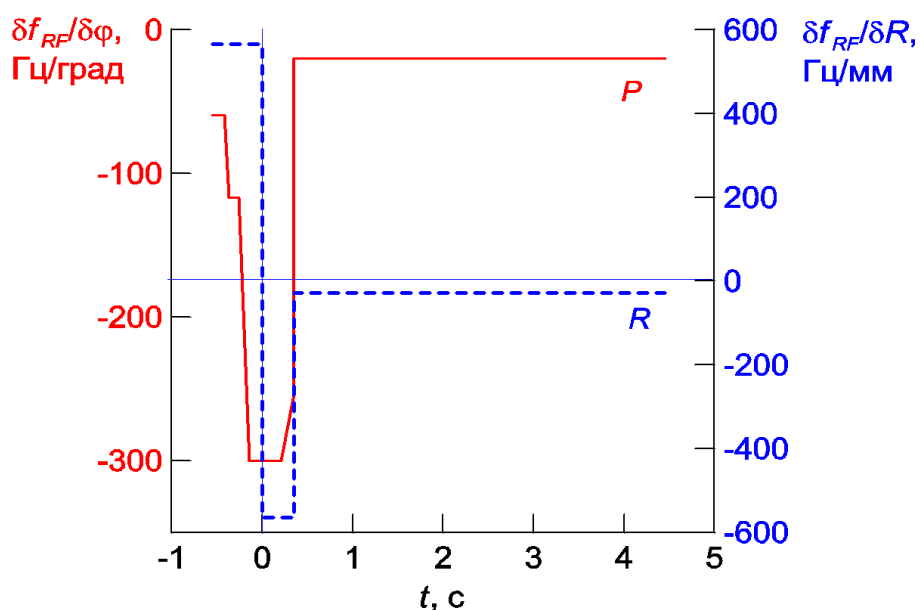


Рис. 5: Коэффициенты усиления в цикле У-70. Используется обозначение $f_{RF} = \omega_{RF}/2\pi$.

При необходимости можно построить и использовать иные пары согласованных между собой графиков ($\delta\omega_{RF}/\delta\phi(t)$, $\delta\omega_{RF}/\delta R(t)$).

6. Описание оборудования

С осени 2009 г. в протонном синхротроне У-70 ГНЦ ИФВЭ используется новый задающий генератор ускоряющей системы. Он основан на принципе прямого цифрового синтеза радиочастоты (частоты ускорения) $\omega_{RF}/2\pi$ в диапазоне 4.0–6.5 МГц с дискретностью установки 0.36 Гц.

Цифровой задающий генератор создан на базе промышленного модуля цифровой обработки сигналов XDSP-3PCM [4]. В состав модуля входит программируемая логическая интегральная схема Xilinx семейства Virtex-E и четыре встроенных канала аналого-цифровых (разрядность 12 бит) и цифро-аналоговых (14 бит) преобразователей, смотри Рис. 6.

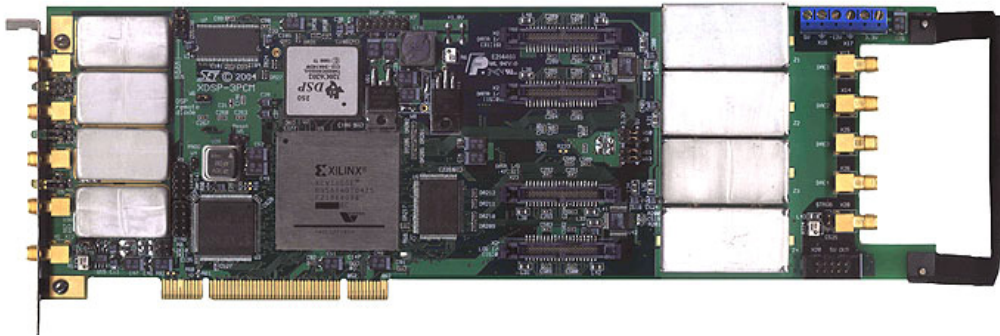


Рис. 6: Плата модуля цифровой обработки сигналов XDSP-3PCM [4].

Структурная схема задающего генератора показана на Рис. 7. Минимально возможная сторонняя ошибка регулирования (смотри правую часть уравнения (37)) устанавливается на основе внешних сигналов скорости изменения магнитного поля (вход dH/dt) и функционального генератора коррекции программы “магнитное поле — радиочастота” (вход Ext). Входы $\Delta\varphi$ и ΔR используются для замыкания обсуждаемых контуров фазовой и радиальной обратной связи по пучку. Амплитудные и фазовые частотные характеристики этих каналов могут быть произвольно установлены в полосе 0–100 кГц по классической схеме PID-регулятора (пропорционального, интегрирующего, дифференцирующего).

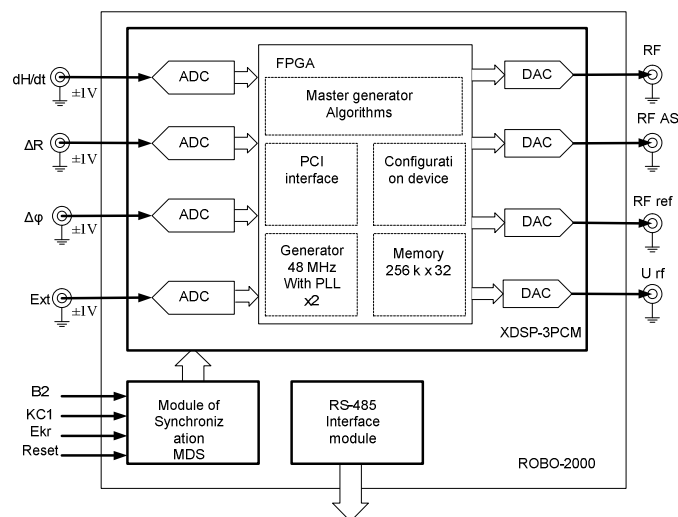


Рис. 7: Структурная схема задающего генератора У-70.

Законы изменения коэффициентов усиления в цепях обратной связи по циклу ускорения формируются программным образом в цифровой аппаратуре задающего генератора. На Рис. 8 показана копия экрана управляющей программы, устанавливающей требуемый закон усиления в фазовом контуре. Кривая в окне графика воспроизводит закон, показанный кривой P на Рис. 5 (сигнал инвертирован).

Таким же образом выбираются законы изменения коэффициента усиления в радиальном контуре.

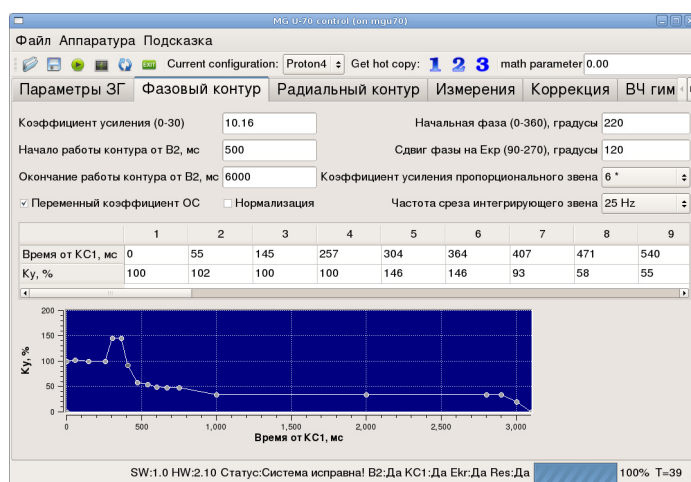


Рис. 8: Управление коэффициентом усиления в фазовом контуре.

Конструктивно, задающий генератор выполнен на базе управляющего промышленного компьютера iROBO-2000, представляющего собой 19-дюймовый каркас с высотой 4U, на задней панели которого установлены разъемы для входных и выходных сигналов (Рис. 9). Управляющий компьютер используется для организации интерфейса с оператором и записи необходимых параметров в аппаратуру. В нем установлены платы: интерфейса RS-485, модуля ввода цифровых синхросигналов MDS и модуля цифровой обработки сигналов XDSP-3PCM.

В качестве фазового и радиального датчиков пучка используются разрезные электростатические электроды, расположенные в 114 и 120-м прямолинейных промежутках магнитной структуры У-70. (Эти электроды также входят в состав системы измерения искажений замкнутой орбиты.)

Измерение фазы пучка основано на принципе квадратурного детектирования суммового сигнала с электродов. Осуществляется цифровая нормализация отсчетов

фазового датчика на интенсивность пучка, измеряемую с помощью индукционного датчика тока.



Рис. 9: Промышленный компьютер iROBO-2000 с платами цифрового задающего генератора, установленный в стойку №14 в зале электроники главного пульты У-70.

Для измерения радиального положения пучка используется разностный сигнал с электродов, нормированный на их суммовый сигнал.

7. Эксперименты на пучке

На Рис. 10 приведены осциллограммы цикла ускорения протонного пучка в синхротроне У-70, полученные во время весеннего (2012 г.) сеанса работы. Энергия 1.3–50 ГэВ. Длительность развертки 4 с. Лучи нумеруются сверху вниз.

Первый луч — интенсивность пучка, измеренная с помощью индукционного датчика тока. Производится ввод 12 сгустков. Интенсивность $2 \cdot 10^{12}$ протонов в цикле (задана потребностями физического эксперимента).

Второй луч — сигнал пикового детектора тока пучка, обратно пропорциональный фазовому размеру сгустка $\Delta\phi_B$. Максимум сигнала (компрессия сгустков) соответствует моменту перехода через критическую энергию.

Третий луч — переменная часть разностного сигнала $\delta\phi = \delta\phi_B - \delta\phi_V$ между фазой центра тяжести сгустка и фазой ускоряющего ВЧ напряжения, измеренная с помощью фазового детектора. Фазовый контур обратной связи замыкается после ввода второго сгустка.

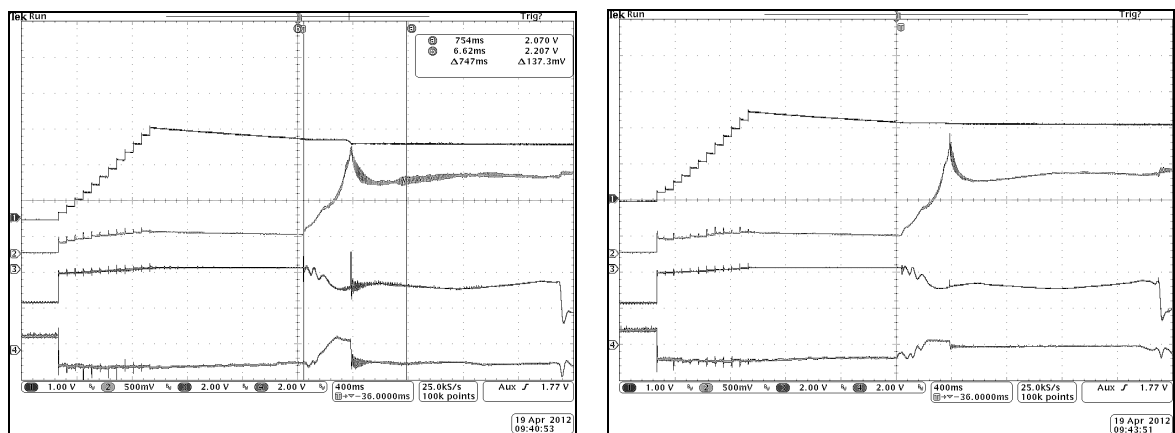


Рис. 10: Осциллограммы цикла ускорения протонного пучка в синхротроне У-70 при постоянных (слева) и переменных (справа) коэффициентах усиления в цепях обратной связи.

Четвертый луч — сигнал радиального положения пучка δR . Радиальный контур обратной связи замыкается в начале ускорения (вертикальный маркер в центре графика). В момент перехода через критическую энергию γ_t возможен скачок наблюдаемого сигнала. Он вызван технологическим изменением знака у передаточной функции $\delta\omega_{RF}/\delta R$ (2) и пропорционален удвоенной ошибке радиального положения пучка в радиальном датчике. На правом Рис. 10 такая радиальная ошибка практически отсутствует.

Осциллограммы на левом Рис. 10 получены при постоянных (по циклу) коэффициентах усиления в фазовом и радиальном контурах обратной связи. На правом Рис. 10 эти коэффициенты изменяются по законам, показанным на Рис. 5. В результате улучшается качество контроля над параметрами ускоряемого пучка. Не возникают дипольные колебания пучка (пульсации третьего и четвертого лучей) после перехода через γ_t . Отсутствуют колебания длины сгустков (пульсации второго луча). Исчезает ступенька в кривой интенсивности на γ_t (первый луч), свидетельствующая о частичной потере интенсивности пучка.

Система динамического изменения коэффициентов усиления в цепях обратной связи в системе задающего генератора ускоряющей системы синхротрона У-70 используется в режиме опытной эксплуатации с 2010 г.

Заключение

Обоснована методика расчета параметров фазовой и радиальной обратной связи по пучку в задающем генераторе ускоряющей системы протонного синхротрона У-70 ГНЦ ИФВЭ. Адекватность методики подтверждена в экспериментах с протонным пучком. Созданы предпосылки для полного использования расширенных функциональных возможностей, предоставляемых новым цифровым задающим генератором. Они позволяют лучше сохранить продольный фазовый объем пучка при ускорении и увеличить интенсивность пучка.

Список литературы

- [1] С.В. Иванов, О.П. Лебедев. Анализ устойчивости комплекса обратных связей высокочастотной системы синхротрона У-70. Приборы и техника эксперимента, 2002, №5, стр. 6–19. Также, препринт ИФВЭ ОУ У-70 2001 – 46, Протвино, 2001.
- [2] Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. — М., Наука, 1978.
- [3] А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. — М., Физматгиз, 1962.
- [4] <http://www.setdsp.ru/>

Рукопись поступила 14 июня 2012 г.

С.В. Иванов и др.

Фазовая и радиальная обратная связь по пучку в ускоряющей системе синхротрона У-70.

Препринт отпечатан с оригинала-макета, подготовленного авторами.

Подписано к печати	19.06.2012.	Формат 60x84/16.	Офсетная печать.
Печ. л. 1,62.	Уч.-изд. л. 2,3.	Тираж 80.	Заказ 44.
			Индекс 3649.

ГНЦ РФ Институт физики высоких энергий
142281, Протвино Московской обл.

