



**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ»**  
Институт физики высоких энергий имени А.А. Логунова  
Национального исследовательского центра  
«Курчатовский институт»

Препринт 2019–9

В.В. Ежела, В.А. Петров, Н.П. Ткаченко

**ТОТЕМ: о параметре  $\rho$  при 13 ТэВ**

Направлено в ЯФ

Протвино 2019

**Аннотация**

Ежела В.В. и др. TOTEM: о параметре  $\rho$  при 13 ТэВ: Препринт НИЦ «Курчатовский институт» – ИФВЭ 2019–9. – Протвино, 2019. – 21 с., 11 рис., библиогр.: 9.

В работе представлен анализ результатов по упругому рассеянию протонов, полученных коллаборацией TOTEM при энергии Большого адронного коллайдера 13 ТэВ. Показано, что статистическая значимость этих результатов в ряде отношений проблематична. На конкретных примерах продемонстрирована модельная зависимость извлекаемого из экспериментальных данных параметра  $\rho$ .

**Abstract**

Ezhela V.V. et al. On parameter  $\rho$  at 13 TeV: Preprint NRC «Kurchatov Institute» – IHEP Preprint 2019–9. – Protvino, 2019. – p. 21, figs. 11, refs.: 9.

An analysis of the results on proton-proton elastic scattering obtained by the TOTEM collaboration at the energy of the Large Hadron Collider of 13 TeV is undertaken. It is shown that the statistical significance of these results in a number of respects is problematic. Specific examples demonstrate the model dependence of the parameter  $\rho$  extracted from experimental data.

## Введение

В работе [1] были обнаружены экспериментальные данные группы TOTEM по дифференциальным ( $d\sigma/dt(s, t)$ ) и полным ( $\sigma_{tot}(s)$ ) сечениям, а также  $\rho$ -параметра ( $\rho(s) = \text{Re}T(s, 0)/\text{Im}T(s, 0)$ ) в  $pp$ -рассеянии при максимальной энергии на ЛНС  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ. На основании этих данных получено, согласно [1], рекордно точное (не хуже 10%) значение  $\rho$ -параметра.

При этом неожиданно малое (по сравнению с предсказаниями большинства моделей) значение самого параметра ( $\rho = 0.1$  и даже менее) истолковано – на основе сравнения с одной из моделей – как открытие «максимального оддерона» в виде «3-глюонного связанного состояния» или как замедления роста полных сечений в области энергий ЛНС. Результаты [1], адресуемые к важнейшим концептуальным проблемам теории сильных взаимодействий при высоких энергиях, вызвали, естественно, значительный интерес и ряд дискуссий, сопровождающихся уже несколькими десятками публикаций.

В этой связи мы полагаем, что тщательный критический анализ полученных в [1] результатов и сделанных на их основе физических выводов, предпринятый в предлагаемой работе, вполне уместен и, как минимум, небесполезен, в особенности накануне предстоящих измерений при энергии ЛНС 14 ТэВ.

## Экспериментальные данные

При знакомстве с экспериментальными данными по дифференциальным сечениям  $pp$ -рассеяния  $d\sigma/dt$  при 13 ТэВ, полученными коллаборацией TOTEM [1] (см. табл. 3), сразу же обращает на себя внимание тот факт, что во многих случаях систематические ошибки в определении величины  $d\sigma/dt$  на порядок и более превышают статистические ошибки. Особенно ярко этот факт проявляется при малых значениях  $|t|$ , что продемонстрировано на рис. 1.

Примерно половина экспериментальных данных указана с источниками возникновения ошибок, но в остальных данных есть только статистические и систематические ошибки в целом. Поэтому построить корреляционную матрицу между результатами из-

мерений невозможно. Не остается ничего другого, как полагать полную ошибку измерений равной  $\sqrt{Err_{stat}^2 + Err_{syst}^2}$ .

Коллаборацией TOTEM получены значения величины  $d\sigma/dt$  вплоть до очень малых  $|t|$  ( $-t \geq 0.000879$  ГэВ<sup>2</sup>), что позволяет провести оценку значения параметра  $\rho(s) = \text{Re}T(s, t=0)/\text{Im}T(s, t=0)$ , фитируя экспериментальные данные только при очень малых значениях переданного импульса.

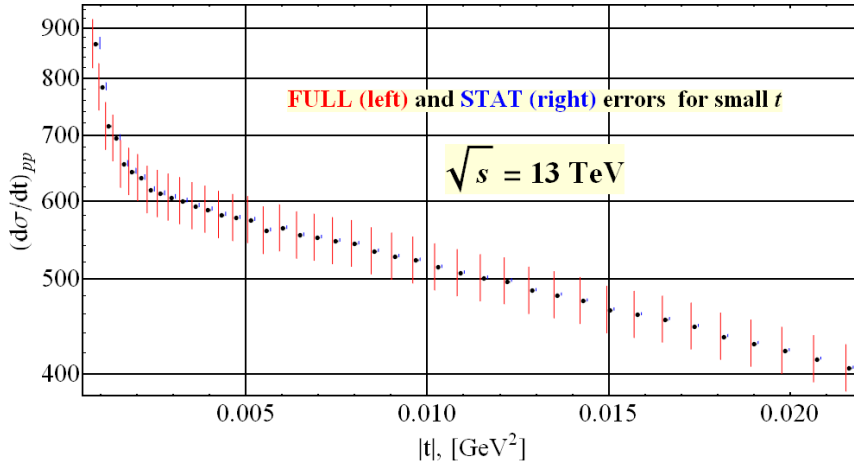


Рис. 1. Соотношение систематических и статистических ошибок величины  $d\sigma/dt$  в эксперименте TOTEM при малых передачах импульса (двойной логарифмический масштаб).

Для проведения дальнейших количественных оценок необходимо уточнить, что понимается под “малыми значениями переданного импульса” ( $|t|$ ). Были использованы все экспериментальные значения при  $|t| \leq |t_0|$  с отбрасыванием

всех экспериментальных значений с  $|t| > |t_0|$ . По выбранному таким образом набору экспериментальных данных была осуществлена подгонка с использованием модели для амплитуды сильного взаимодействия, приведённой в [1] («модель TOTEM»), и последовательным мониторингом зависимости от величины  $|t_0|$ .

В следующем разделе приведены получающиеся при этом значения  $\rho$ -параметра.

## Полная амплитуда рассеяния в общем случае

В общем виде дифференциальное сечение выражается через амплитуду рассеяния  $T_{N+C}^\pm(s, t)$ , зависящую от энергии в СЦМ  $\sqrt{s}$  и переданного импульса  $t$ :

$$\frac{d\sigma_\pm}{dt}(s, t) = \frac{g|T_{N+C}^\pm(s, t)|^2}{16\pi s(s - 4m_p^2)}.$$

Здесь знак “+” относится к  $pp$ -рассеянию, а знак “-” соответствует  $\bar{p}p$ -рассеянию. Индекс “ $N+C$ ” означает учет ядерной (Nuclear) и кулоновской (Coulomb) составляющих в амплитуде рассеяния.  $g = (\hbar c)^2 = 0.389379$  [ГэВ<sup>2</sup>mb] – пересчетный множитель в системе  $c = 1$  (амплитуда полагается безразмерной).

Полное поперечное сечение  $\sigma_{\pm}(s)$  и величина  $\rho_{\pm}(s, t) = \text{arctg}[\text{Arg}(T_N^{\pm}(s, t))]$  выражаются через амплитуду рассеяния стандартным образом:

$$\sigma_{\pm}(s) = \frac{g \cdot \text{Im}[T_N^{\pm}(s, 0)]}{\sqrt{s(s-4m_p^2)}}, \quad \rho_{\pm}(s, t) = \frac{\text{Re}[T_N^{\pm}(s, t)]}{\text{Im}[T_N^{\pm}(s, t)]}.$$

В свою очередь, сама амплитуда рассеяния выражается через сумму ядерной амплитуды рассеяния  $T_N^{\pm}(s, t)$ , чисто кулоновской составляющей (с учётом форм-фактора<sup>1</sup> протона  $F^2(t)$ ) и двух дополнительных членов  $L_1^{\pm}(s, t)$  и  $L_2^{\pm}(s, t)$ , полученных<sup>2</sup> в [2]:

$$T_{N+C}^{\pm}(s, t) = T_N^{\pm}(s, t) \pm \frac{8\pi\alpha s F^2(t)}{t} \pm L_1^{\pm}(s, t) \mp L_2^{\pm}(s, t). \quad (1)$$

Два последних слагаемых отражают кулон-ядерную интерференцию на уровне амплитуды и выражаются формулами

$$L_1^{\pm}(s, t) = \pm \frac{i\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^0 [T_N^{\pm}(s, t) - T_N^{\pm}(s, t')] I(t, t') dt', \quad (2)$$

$$L_2^{\pm}(s, t) = \mp i\alpha T_N^{\mp}(s, t) \int_{-\infty}^0 \ln\left(\frac{t'}{t}\right) \frac{d}{dt'} F^2(t') dt', \quad (3)$$

где

$$I(t, t') = \int \frac{(\sqrt{-t} + \sqrt{-t'})^2}{(\sqrt{-t} - \sqrt{-t'})^2} \frac{F^2(x) dx}{x \sqrt{(\sqrt{-t} + \sqrt{-t'})^2 - x} \sqrt{x - (\sqrt{-t} - \sqrt{-t'})^2}}. \quad (4)$$

Соотношениями (1) – (4) определяются все формулы для фита экспериментальных данных.

Отметим, что приведенные соотношения имеют общий характер и не предполагают каких-либо модельных выражений для амплитуды  $T_N^{\pm}(s, t)$ , которую уже в ходе обработки данных можно выбирать различными способами.

Необходимо указать, что в выражении (1), как показано в работе [3], слагаемое  $L_2^{\pm}(s, t)$  является излишним. Однако, поскольку группой TOTEM по-прежнему исполь-

<sup>1</sup>Форм-фактор протона мы использовали в дипольном виде  $F(t) = \left(1 - \frac{t}{\Lambda}\right)^{-2}$ , где  $\Lambda = 0.71$  ГэВ<sup>2</sup>/c<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Здесь во всех формулах знаки либо верхние, либо нижние одновременно.

зудается выражение, содержащее этот (ошибочный) член, мы приводим варианты подгонки как с одним слагаемым  $L_1^\pm(s, t)$ , так и с добавлением  $L_2^\pm(s, t)$ . Последнее необходимо для того, чтобы проследить источник численного значения для  $\rho$ , получаемый в [1]. Интересно, что если вообще не учитывать интерференцию на уровне амплитуды (что формально, конечно, неверно), то результат подгонки – во всяком случае для тех «ядерных» амплитуд, которые использованы в дальнейшем – близок к «варианту 1» (только  $L_1^\pm(s, t)$ ). В частности, это говорит о том, что с «ядерной» амплитудой по «модели ТОТЕМА» (см. следующий раздел) интерференционный член численно невелик в области малых передач и при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ, что, несомненно, влияет на численную оценку параметра  $\rho$ . Подробней об этом в следующем разделе<sup>3</sup>.

### «Модель ТОТЕМ» и экспериментальные данные при малых $t$

При малых значениях передач по-прежнему справедлива формула (1) с тем уточнением, что выражение для ядерной амплитуды при  $|t| \rightarrow 0$  допускает существенное упрощение, и мы приняли выражение для  $T_N^\pm(s, t) \equiv T_N(s, t)$  в виде<sup>4</sup>, которым пользовалась коллаборация ТОТЕМ («модель ТОТЕМ») для обработки экспериментальных данных при малых  $|t|$ , а именно:

$$T_N(s, t) = 4\sqrt{\pi}s \frac{\rho+i}{\sqrt{1+\rho^2}} \sqrt{g \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}} \exp\left[\frac{b_1|t|+b_2t^2+b_3|t|^3}{2}\right], \quad (5)$$

где параметры  $\rho$ ,  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  определяются из фита экспериментальных данных<sup>5</sup>.

В работе [1] представлены экспериментальные данные  $d\sigma/dt$ , в том числе и для малых значений переданного импульса (вплоть до  $|t| < 10^{-3}$  ГэВ<sup>2</sup>). На этой основе определяются параметры, такие как  $\rho$ , при фите экспериментальных данных при как можно меньших значениях  $|t|$ .

Фактически экспериментальные данные ТОТЕМ представлены в двух вариантах (табл. 3 в работе ТОТЕМ [1]):

<sup>3</sup> В общем случае для фита экспериментальных данных по полному набору экспериментальных значений  $t$  ( $|t| \in [\cong 0.00088 \div \cong 5]$  ГэВ<sup>2</sup>) мы используем проверенную модель, описанную в [4, 5, 6, 7].

<sup>4</sup> Знак “±” мы опускаем в силу того, что далее идет обсуждение только  $pp$ -столкновений (при 13 ТэВ), т.е. берем в выражении (1) только верхние знаки.

<sup>5</sup> Далее везде  $b_1 \equiv b$ .

1. Дифференциальные сечения с систематической и экспериментальной ошибкой (5-я и 6-я колонки в табл. 3 в работе [1]). При этом видно, что систематические ошибки в большинстве случаев значительно превышают статистические ошибки иногда более чем на порядок.
2. Дифференциальные сечения с весовым набором источников ошибок этих значений (7 – 11-я колонки в табл. 3 в работе [1]). В этом случае тоже нетрудно заметить, что весовые коэффициенты в первой колонке резко превосходят коэффициенты в остальных колонках.

В силу описанных свойств экспериментальных данных мы проанализировали экспериментальные данные в следующих четырех вариантах:

- $d\sigma/dt$  с а) систематической и б) совместно со случайной и систематической экспериментальными ошибками;
- $d\sigma/dt$  с весовым набором источников ошибок: а) с учетом нормализации (7 – 11-я колонки) и б) без учета нормализации (8 – 11-я колонки).

Однако прежде, чем представить результаты этих четырех вариантов, необходимо предварительно рассмотреть величины численных вкладов кулоновских составляющих  $L_1(s, t)$  и  $L_2(s, t)$  в основной формуле (1).

### **Оценка кулоновского вклада при малых $t$ в «модели ТОТЕМ»**

Начнём с исследования той роли, которую играют члены  $L_1(s, t)$  и  $L_2(s, t)$  в выражении<sup>6</sup> (1) для полной амплитуды при малых  $t$ .

Как уже указывалось выше, при этом будут опущены все данные при  $|t|$  выше некоторого значения  $t_0$ , а оставшиеся экспериментальные точки фитируются со стороны малых значений  $|t|$  при различных значениях  $t_0$ . Вопрос об ошибках параметров фита пока оставлен до специального рассмотрения. Подгонка проводилась в следующих трёх вариантах для полной амплитуды:

1.  $T_{N+C}(s, t) = T_N(s, t) + \frac{8\pi g\alpha s F^2(t)}{t} + L_1(s, t)$ . В соответствии с отмеченным выше, именно в таком виде необходимо брать полную амплитуду рассеяния, где  $L_1(s, t)$  учитывает кулон-ядерную интерференцию в низшем порядке по  $\alpha$ .

<sup>6</sup> Знаки берем только верхние, так как рассматриваются только  $pp$ -столкновения (при  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ).

2.  $T_{N+C}(s, t) = T_N(s, t) + \frac{8\pi g\alpha s F^2(t)}{t} + L_1(s, t) - L_2(s, t)$ . Здесь мы сознательно удерживаем излишний член  $L_2(s, t)$  с тем, чтобы проследить его влияние на значение  $\rho$ , полученного в [1].

3.  $T_{N+C}(s, t) = T_N(s, t) + \frac{8\pi g\alpha s F^2(t)}{t}$ .

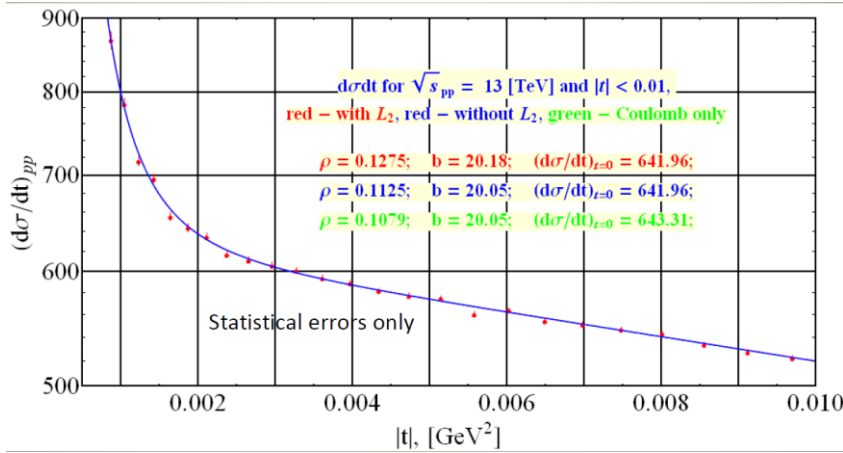


Рис. 2.  $\sqrt{s} = 13$  ТэВ,  $|t| < 0.01$  ГэВ<sup>2</sup>. Экспериментальные данные  $d\sigma/dt$  в  $pp$ -рассеянии и значения параметров для трех вариантов фита. Все кривые графически неразличимы. На графике приведены только статистические ошибки (систематические – смотри предыдущий рисунок).

параметров фита чрезвычайно близки между собой<sup>7</sup>, а поведения кривых визуально неразличимы для этих трех вариантов.

Значения параметров фита ведут себя одинаково для этих трех случаев (в зависимости от величины обрезания  $t_0$ ), и они представлены на рис. 3. Из рисунка видно, что если от основного варианта 1 (на графиках он обозначен цифрой 1) перейти к варианту с членом  $L_2(s, t)$  (вариант 2 - на графиках он обозначен цифрой 2), то значения параметров существенно увеличиваются. В варианте 3, т.е. без использования слагаемых  $L_1(s, t)$  и  $L_2(s, t)$ , значения параметров практически возвращаются к исходному варианту 1.

Этот результат существенно упрощает процедуру оценок ошибок в значениях параметров, так как позволяет проводить оценки в простейшем варианте амплитуды

Этот (формально неполный) вариант использован для оценки численной значимости члена  $L_1(s, t)$  в варианте 1.

В качестве примера приведем сначала графический результат фитов, которые соответствуют этим трем вариантам (рис. 2). Результаты

<sup>7</sup> Однако их нельзя считать определенными, пока не будут вычислены их ошибки – об этом ниже.



рассеяния, учитывающей только чисто ядерную амплитуду и чисто кулоновскую поправку (которую мы использовали с учётом дипольного форм-фактора), т.е. вариант 3.

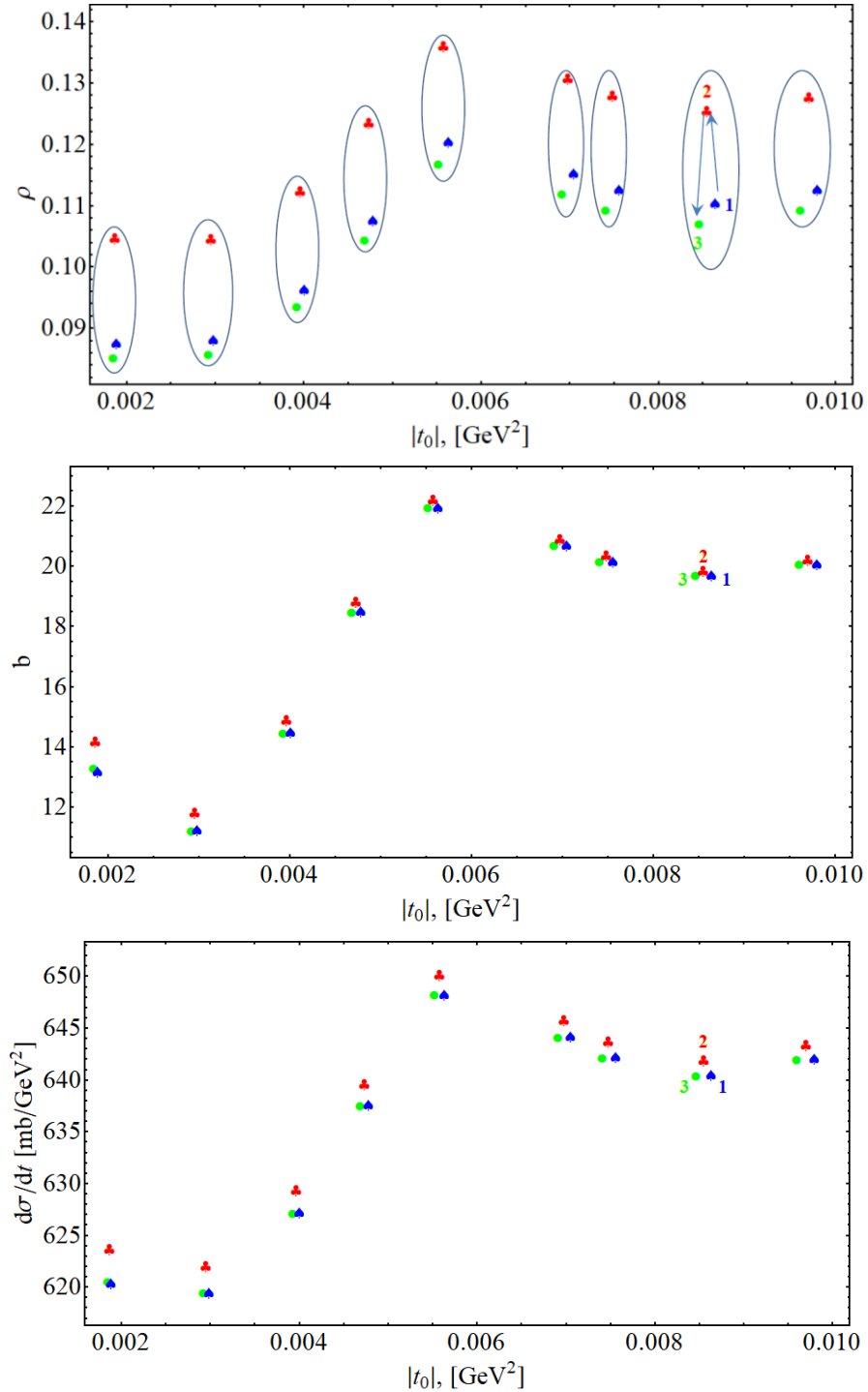


Рис. 3. Значения параметров фита в зависимости от отсеечения всех точек  $t > t_0$  для трех вариантов фита. Поведение для все трех вариантов одинаковое. Первый (правильный, на наш взгляд, вариант 1 ( $\blackspadesuit$ )) при добавлении слагаемого с  $L_2$  (вариант 2) увеличивает свое значение ( $\clubsuit$ ), а при отбрасывании и  $L_1$  и  $L_2$  переходит в вариант 3, который совпадает с вариантом 1.

## Результаты с учетом только статистических и полных ошибок экспериментальных данных

В силу большой величины систематических ошибок для наборов экспериментальных данных с малым числом точек (как видно из графика на рис.1) величина  $\chi^2/NdF$  будет близка к нулю уже при трех параметрах фитирования (только с  $b_1$ ), что сводит на нет результат фита. Кроме того, при уменьшении числа экспериментальных данных большее число параметров фита не позволяет подойти к малым значениям  $t$  как можно ближе. Три параметра  $b_i$  (см. ф-лу (5)) являются избыточными, и более правильно использовать только один параметр  $b_1$  (отметим, что в публикации TOTEM [1] такая минимизация параметров  $b_i$  также применялась *при учёте только статистических ошибок* и для  $t_0 = 0.07$  ГэВ<sup>2</sup>).

Таким образом, из всего вышесказанного возникает вопрос: каким образом можно было получить экспериментальное значение  $\rho$ -параметра с точностью примерно 10%, как утверждается в публикации [1].

Как уже отмечалось выше, нами были исследованы два варианта: только со статистическими ошибками и с полными ошибками экспериментальных данных.

Поведение параметра  $\rho$  при уменьшении величины обрезания  $t_0$  показано на рис. 4а, б. Из него видно, что приблизиться к нулевому значению  $|t|$  не удастся ближе, чем до  $|t| \approx 0.004$  ГэВ<sup>2</sup>. В этом случае действительно получается, что  $\rho \approx 0.09$ . Однако полная ошибка этой величины равна практически 100%. Ошибка же  $\mathcal{O}(10\%)$  (как это видно из результатов, приводимых в [1]:  $\rho = 0.09 \pm 0.01$  и  $\rho = 0.10 \pm 0.01$ ) не получается, даже если учитывать только статистические ошибки – она никак не менее 20%.

Аналогичные утверждения справедливы и для остальных фитируемых параметров:  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}$ ,  $b$ . Их поведение представлено для справки на рис. 5, 6.

Имея значения этих параметров, можно сделать оценку величины  $\sigma_{\text{tot}}$ :

$$\sigma_{\text{tot}} \equiv \sigma = 4(\hbar c)^2 \sqrt{\pi \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}}.$$

Поведение полного сечения и его ошибок в зависимости от величины обрезания  $t_0$  приводит к следующим значениям полных сечений:  $\sigma_{\text{tot}} \cong 110.0 \pm 8.0$  [mb] (с учётом полных ошибок) и  $\sigma_{\text{tot}} \cong 110.8 \pm 1.0$  [mb] (только статистические ошибки).

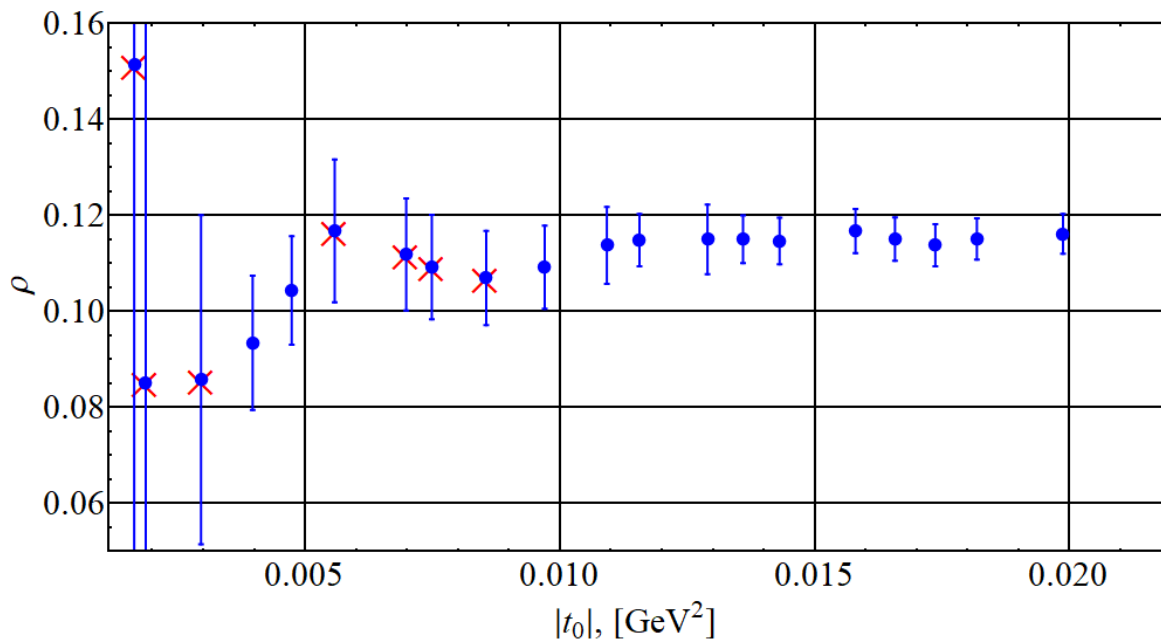


Рис. 4а. Значения  $\rho$ -параметра и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом только **статистических ошибок**. Зачеркнуты результаты, для которых  $\chi^2/\text{NdF} > 1$ .

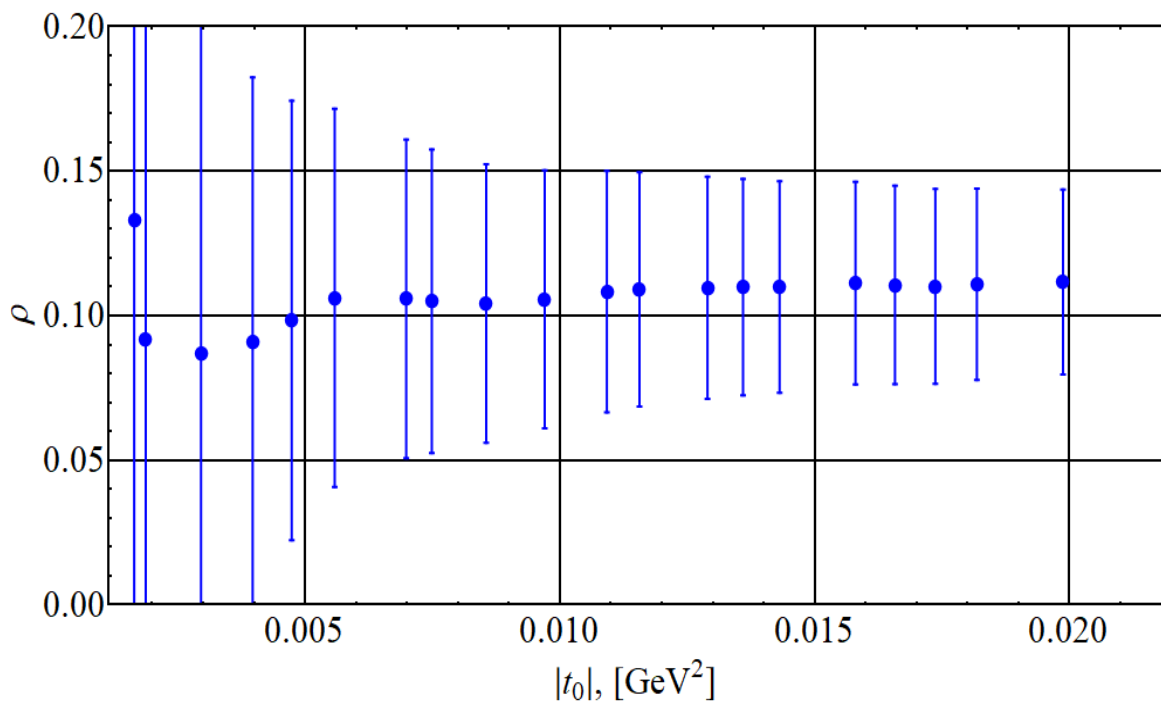


Рис. 4б. Значения  $\rho$ -параметра и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом **полных ошибок**. Однако во всех этих результатах  $\chi^2/\text{NdF} \ll 1$ , и к этим результатам надо относиться как к оценочным.

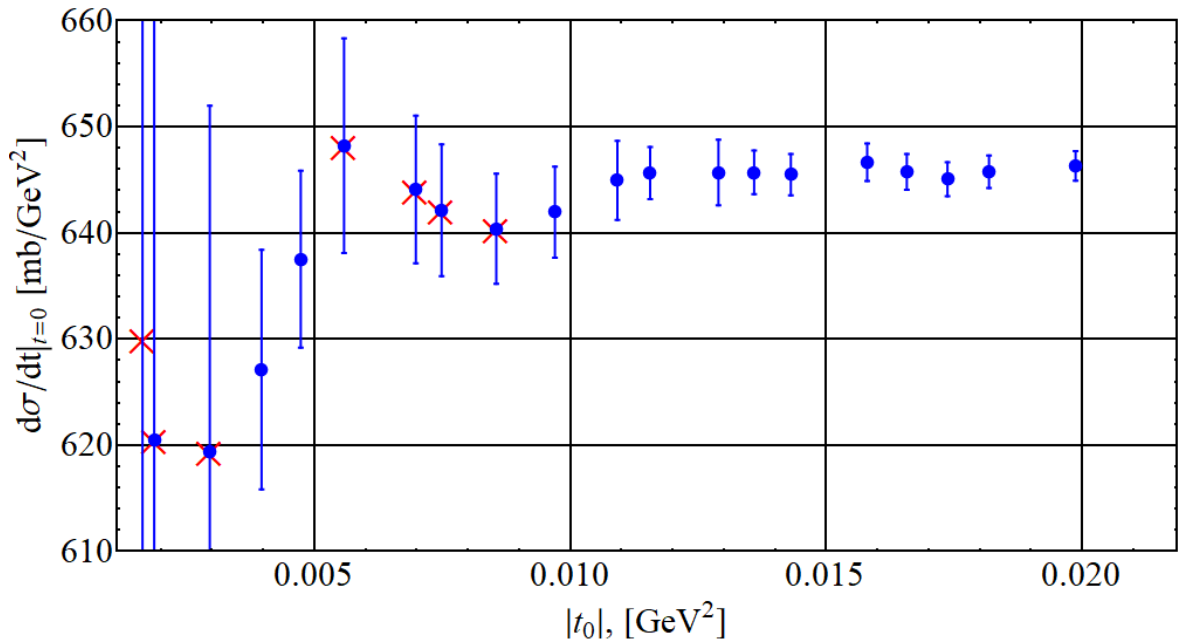


Рис. 5а. Значения параметра  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}$  и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом только **статистических ошибок**. Зачеркнуты результаты, для которых  $\chi^2/\text{NdF} > 1$ .

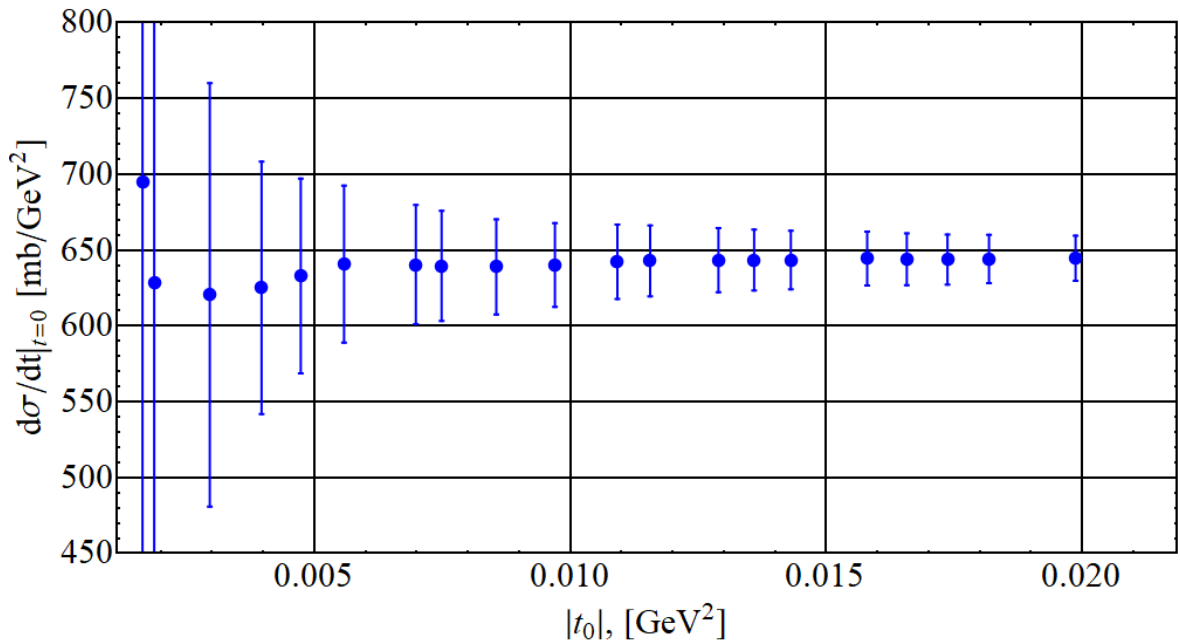


Рис. 5б. Значения параметра  $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}$  и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом **полных ошибок**. Однако во всех этих результатах  $\chi^2/\text{NdF} \ll 1$ , и этим к этим результатам надо относиться как к оценочным.

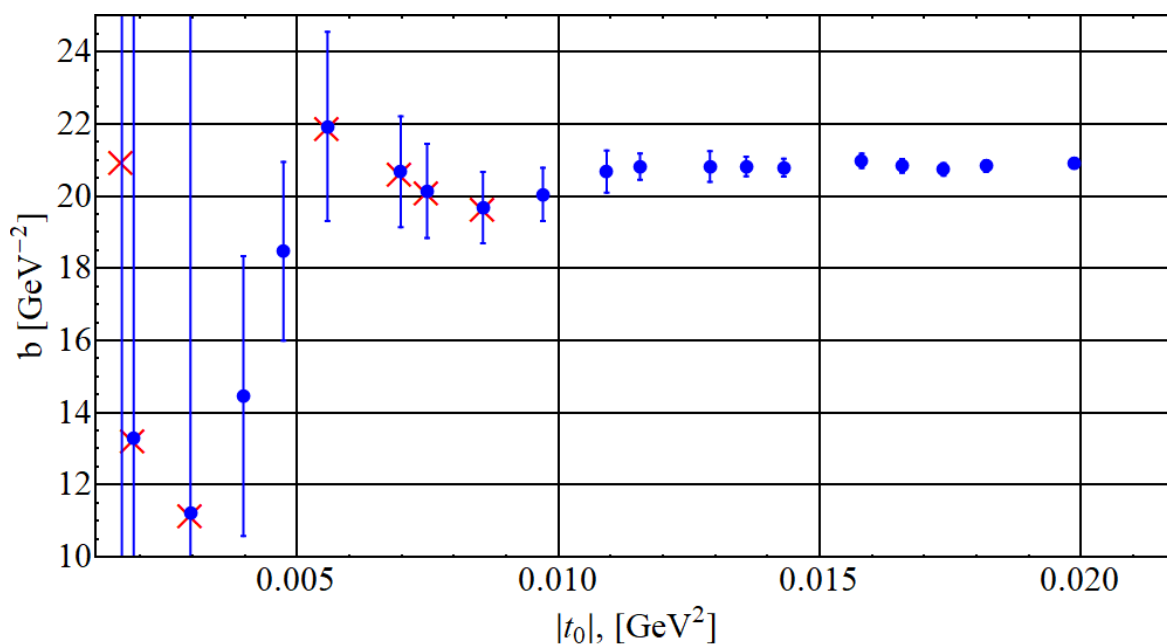


Рис. 6а. Значения параметра  $b$  и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом только **статистических ошибок**. Зачеркнуты результаты, для которых  $\chi^2/NdF > 1$ .

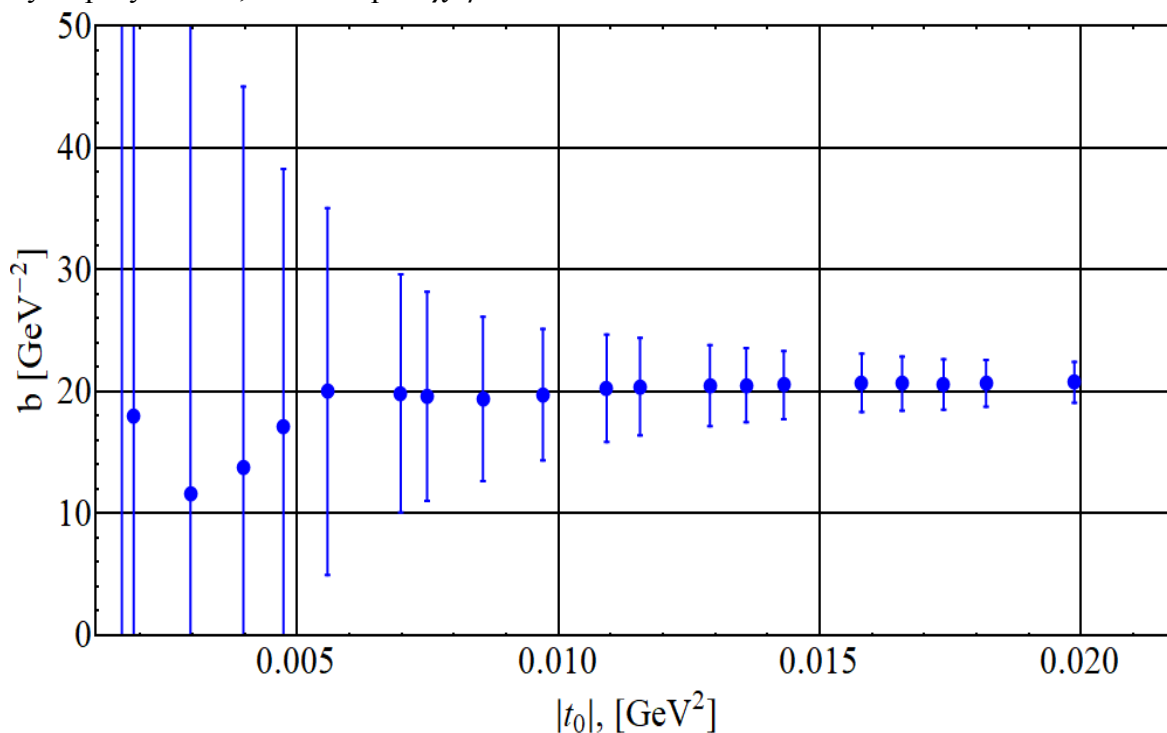


Рис. 6б. Значения параметра  $b$  и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом **полных ошибок**. Однако во всех этих результатах  $\chi^2/NdF \ll 1$ , и этим к этим результатам надо относиться как к оценочным.

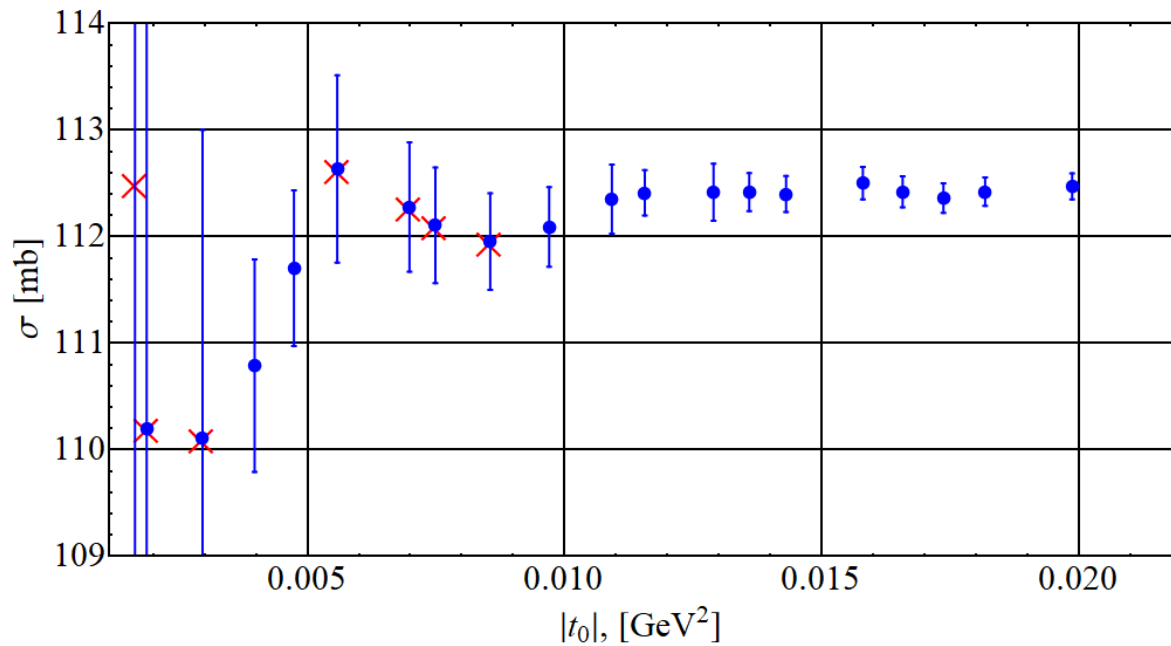


Рис. 7а. Значения величины  $\sigma_{\text{tot}}$  и ее ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом только **статистических ошибок**. Зачеркнуты результаты, для которых  $\chi^2/NdF > 1$ .

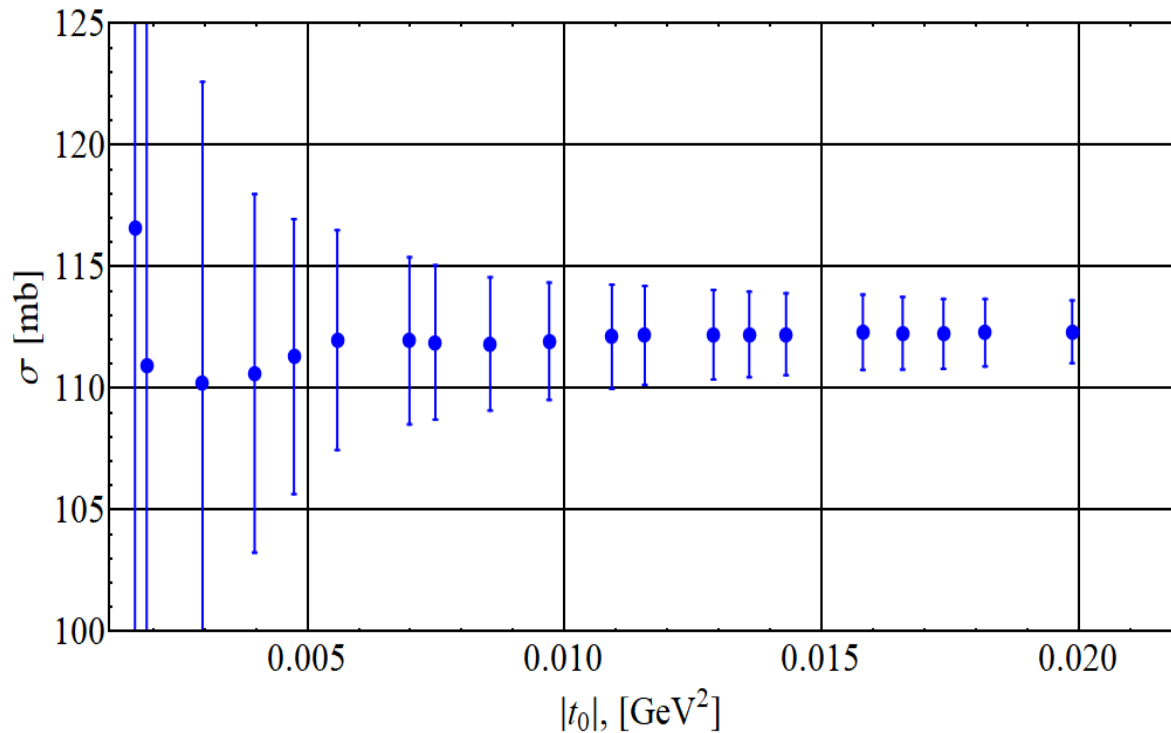


Рис. 7б. Значения величины  $\sigma_{\text{tot}}$  и ее ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных  $|t_0|$  с учетом **полных ошибок**. Однако во всех этих результатах  $\chi^2/NdF \ll 1$ , и к этим результатам надо относиться как к оценочным.

## Параметры при учете корреляций экспериментальных данных

При фитировании с использованием источников ошибок появляется возможность использовать все пять параметров в формуле (5).

На рис. 8, 9, 10 показаны результаты фита с тремя, двумя и одним параметром в показателе экспоненты соответственно. Синим цветом обозначены результаты со всеми источниками ошибок, а красным – со всеми источниками ошибок за исключением нормировки (за исключением первой колонки в источнике ошибок). В этих двух случаях результаты уже не различаются так кардинально, как в предыдущем пункте, хотя доверять, конечно, нужно результатам с учётом всех источников ошибок.

Приведены также графики  $\chi^2/NdF$  для того, чтобы понимать, какие результаты надо отбросить.

Окончательные результаты описания с источниками ошибок сведены в таблицы (см. ниже).

### Краткие выводы по «модели ТОТЕМ»

Хотя мы и приводим значения фитов без учета нормировки, мы вовсе не считаем такой способ действий полностью корректным, ибо, если есть источник ошибок, то его надо учитывать (а для чего тогда экспериментаторы их приводят?).

Из таблиц и графиков, приведённых ниже, также следует вывод о том, что использование в показателе экспоненты (5) более одного слагаемого ( $b_1|t| + b_2t^2 + b_3|t|^3$ ) представляется избыточным – вполне достаточно одного слагаемого ( $b_1|t| \equiv b|t|$ ), чтобы получить то же самое значение  $\chi^2/NdF$ . К тому же при их использовании имеет место сильная корреляция между ними.

Наименьшее значение для  $\rho$  получается для варианта 1 (см. выше – три параметра в показателе экспоненты):  $\rho = 0.104 \pm 0.022$ . Однако мы полагаем, что в силу избыточного количества параметров  $b_i$  нет веских оснований для принятия такого результата. Таким образом, наше основное утверждение следующее:

**На основании результатов этой работы можно сделать вывод о том, что наиболее корректный результат получается с использованием всех источников ошибок и только линейным членом ( $-b|t|$ ) в показателе экспоненты, а именно:**

$$\rho(13 \text{ TeV}) = 0.123 \pm 0.010 \text{ и } \sigma_{\text{tot}}(13 \text{ TeV}) = 111.4 \pm 1.8 \text{ [mb]}$$

В заключение мы приведем параметры описания данных и таблицы их корреляций, которые вытекают по «модели TOTEM» (соотношение (5))<sup>8</sup>.

Значения параметров со всеми источниками ошибок

$N_b$	$\rho$	$d\sigma/dt_{t=0}$ [mb/GeV <sup>2</sup> ]	$b_1$ [GeV <sup>-2</sup> ]	$b_2$ [GeV <sup>-4</sup> ]	$b_3$ [GeV <sup>-6</sup> ]	$\frac{\chi^2}{\text{DoF}}$
<b>1</b>	0.123±0.010	634.1±20.1	-21.0±0.3	-	-	0.99
	100	-70.1	-81.4			$t_0=$ 0.015
		100	37.7			
	$\sigma_{\text{tot}} = 111.4 \pm 1.8$ [mb]		100			
<b>2</b>	0.117±0.015	635.55±20.2	-20.07±1.73	-43.34±82.08		0.98
		4				$t_0=$ 0.015
	100	-54.6	-84.0	75.7		
		100	18.2	-11.6		
			100	-98.4		
$\sigma_{\text{tot}} = 111.53 \pm 1.78$ [mb]				100		
<b>3</b>	0.104±0.022	631.1±21.0	-15.48±5.91	-547.3±627.9	18008.499±	0.97
					22265.478	$t_0=$ 0.015
	100	-17.200	-85.010	77.201	-70.874	
		100	-22.278	26.923	-28.635	
			100	-98.586	95.678	
				100	-99.150	
$\sigma_{\text{tot}} = 111.1 \pm 1.9$ [mb]					100	

<sup>8</sup> Далее в таблицах корреляций числа округленные, и поэтому собственные значения не всегда будут положительными. Точные значения положительно определенной матрицы авторы готовы предоставить.



Значения параметров со всеми источниками ошибок за исключением нормировки

$N_b$	$\rho$	$d\sigma/dt_{t=0}$ [mb/GeV <sup>2</sup> ]	$b_1$ [GeV <sup>-2</sup> ]	$b_2$ [GeV <sup>-4</sup> ]	$b_3$ [GeV <sup>-6</sup> ]	$\frac{\chi^2}{\text{DoF}}$
<b>1</b>	0.118±0.006	646.37±2.45	-20.9±0.3	-	-	0.99
	100	-84.02	-79.68			$t_0=$ 0.015
		100	-91.67			
	$\sigma_{\text{tot}} = 112.48 \pm 0.21$ [mb]		100			
<b>2</b>	0.1123±0.0101	642.68±5.68	-19.79±1.53	54.22±75.43	-	0.99
	100	93.2	-85.8	78.3		$t_0=$ 0.015
		100	-95.8	90.3		
			100	-98.4		
	$\sigma_{\text{tot}} = 112.16 \pm 0.50$ [mb]			100		
<b>3</b>	0.1017± 0.0158	633.316± 12.055	-15.21± 5.48	-570.940± 597.075	18723.28± 21451.17	0.97
	100	95.703	-89.038	82.416	-76.661	$t_0=$ 0.015
		100	-97.454	93.103	-88.484	
			100	-98.714	95.993	
				100	-99.194	
	$\sigma_{\text{tot}} = 111.335 \pm 1.060$ [mb]				100	

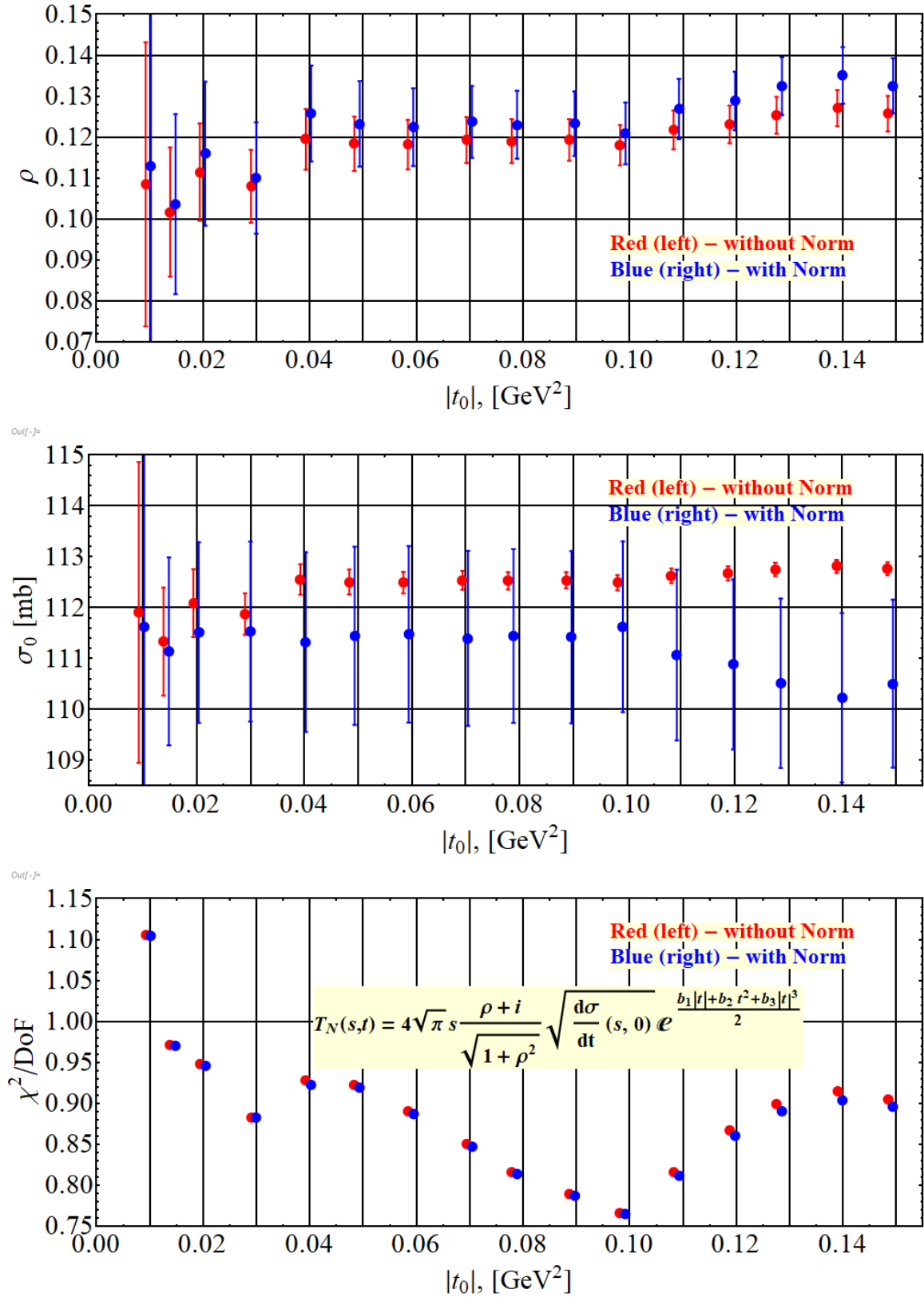


Рис. 8. Результаты фита с  $T_N = T_N^{TOTEM}$  с учетом трех параметров в экспоненте.

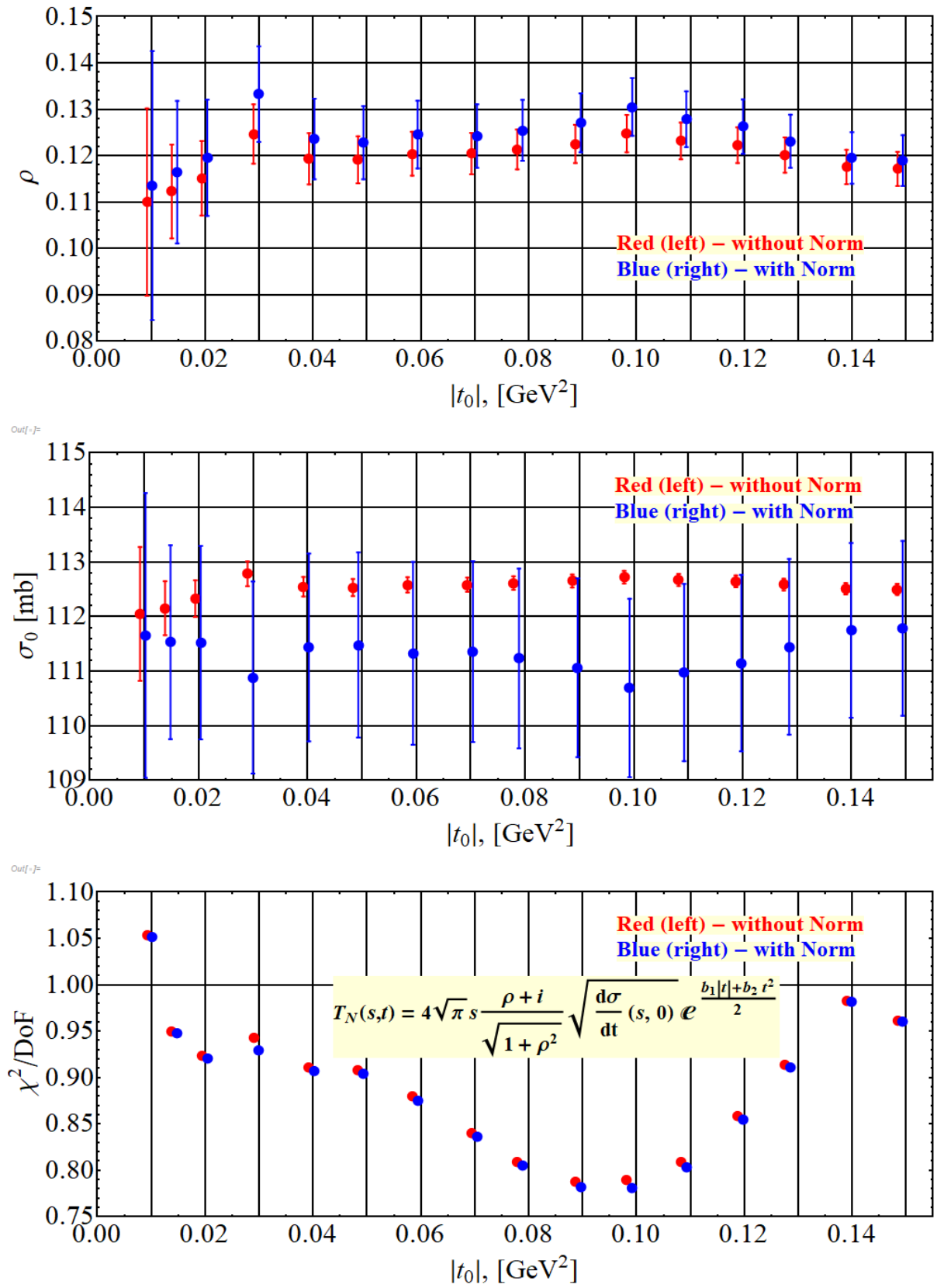


Рис. 9. Результаты фита с учетом двух параметров в экспоненте.

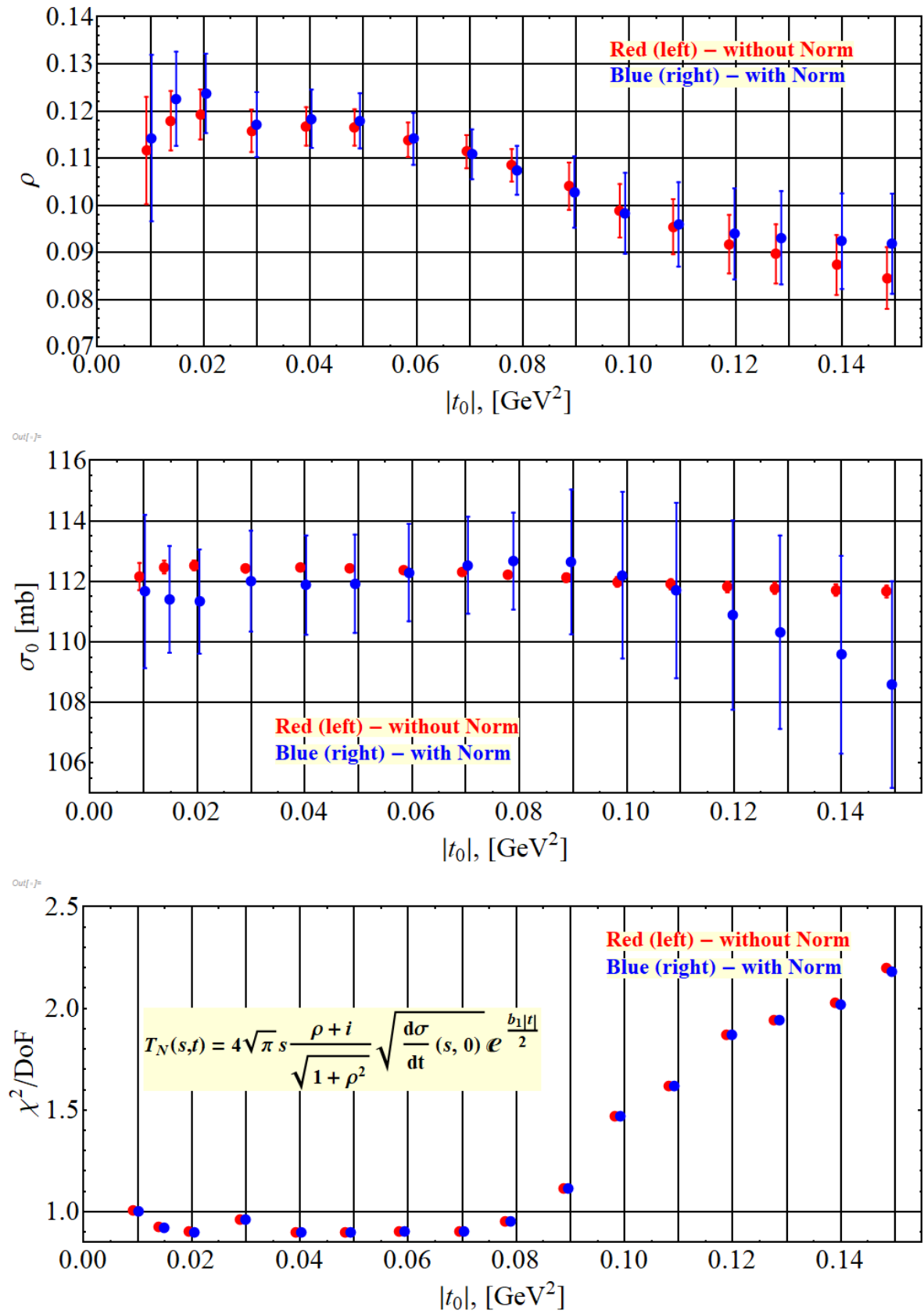


Рис. 10. Результаты фита с учетом одного параметра в экспоненте.

## Анализ результатов TOTEM [1] с помощью «модели ISR»

В работе [8] приведены классические результаты анализа  $\rho$ -параметра и полного сечения  $\sigma_{\text{tot}}$  на ускорителе ISR. Однако в этой работе для извлечения  $\rho$ -параметра была использована модель, отличная от модели TOTEM для описания  $d\sigma/d|t|$ :

$$d\sigma/d|t|^{(\pm)} = \frac{4\pi g \alpha^2 G^4(|t|)}{|t|^2} \mp \frac{\sigma_{\text{tot}} \alpha [\rho \pm \alpha \phi(|t|) G^2(t)] e^{-b|t|/2}}{|t|} + \frac{(1+\rho^2) \sigma_{\text{tot}}^2 e^{-b|t|}}{16\pi g},$$

знаки либо верхние (для  $pp$ ), либо нижние (для  $\bar{p}p$ ).  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $g = (\hbar c)^2$  (в системе  $c = 1$ ). Учёт кулон-ядерной интерференции сделан с помощью формулы Бете, причём формфактор  $G(|t|)$  и «кулоновская фаза»  $\phi(|t|)$  берутся в виде

$$G(|t|) = \left(1 + \frac{|t|}{\Lambda^2}\right)^{-2}, \quad \phi(|t|) = \text{Ln}\left(\frac{0.08}{|t|}\right) - \gamma,$$

где  $\Lambda = \sqrt{0.71}$  ГэВ, а  $\gamma \cong 0.5772157$  – постоянная Эйлера.

Параметрами фита для экспериментальных данных  $d\sigma/d|t|$  являются величины (параметры)  $\sigma_{\text{tot}}$ ,  $\rho$  и  $b$ .

Мы применили эту модель к экспериментальным данным TOTEM при 13 ТэВ, несколько модифицировав её математическую форму и взяв выражение для  $\sigma_{\text{tot}}$ , используемое в «модели TOTEM»:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{16\pi g (d\sigma/dt)_{t=0}}.$$

Формула для фита экспериментальных данных  $d\sigma/d|t|$  принимает вид

$$d\sigma/d|t|^{(\pm)} = \frac{4\pi g \alpha^2 G^4(|t|)}{|t|^2} \mp \frac{\sqrt{16\pi g (d\sigma/dt)_{t=0}} \alpha [\rho \pm \alpha \phi(|t|) G^2(t)] e^{-b|t|/2}}{|t|} + (1 + \rho^2) \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0} e^{-b|t|},$$

имея таким образом три параметра, определяемых из фита экспериментальных данных  $(d\sigma/dt)_{t=0}$ ,  $\rho$  и  $b$ .

На рис.11 показаны результаты обработки экспериментальных данных по процедуре, которую мы использовали в «модели TOTEM». Видно, что значение  $\chi^2/\text{NdF}$  устойчиво находится в небольшой окрестности единицы (и остается меньше этого значения) вплоть до отсечения экспериментальных точек, у которых  $t > t_0 \cong 0.012$  ГэВ<sup>2</sup>. На основе этого мы делаем вывод о значениях параметров:

$$\rho = 0.0958 \pm 0.0113 \text{ и } \sigma_{\text{tot}} = 110.3 \pm 1.9 \text{ [mb];}$$

$$(d\sigma/dt)_{t=0} = 632.6 \pm 20.9 \text{ [mb/ GeV}^2\text{]; } b = 20.89 \pm 0.47 \text{ [GeV}^{-2}\text{].}$$

Эти результаты очень близки к значениям, заявленных коллаборацией TOTEM [1].

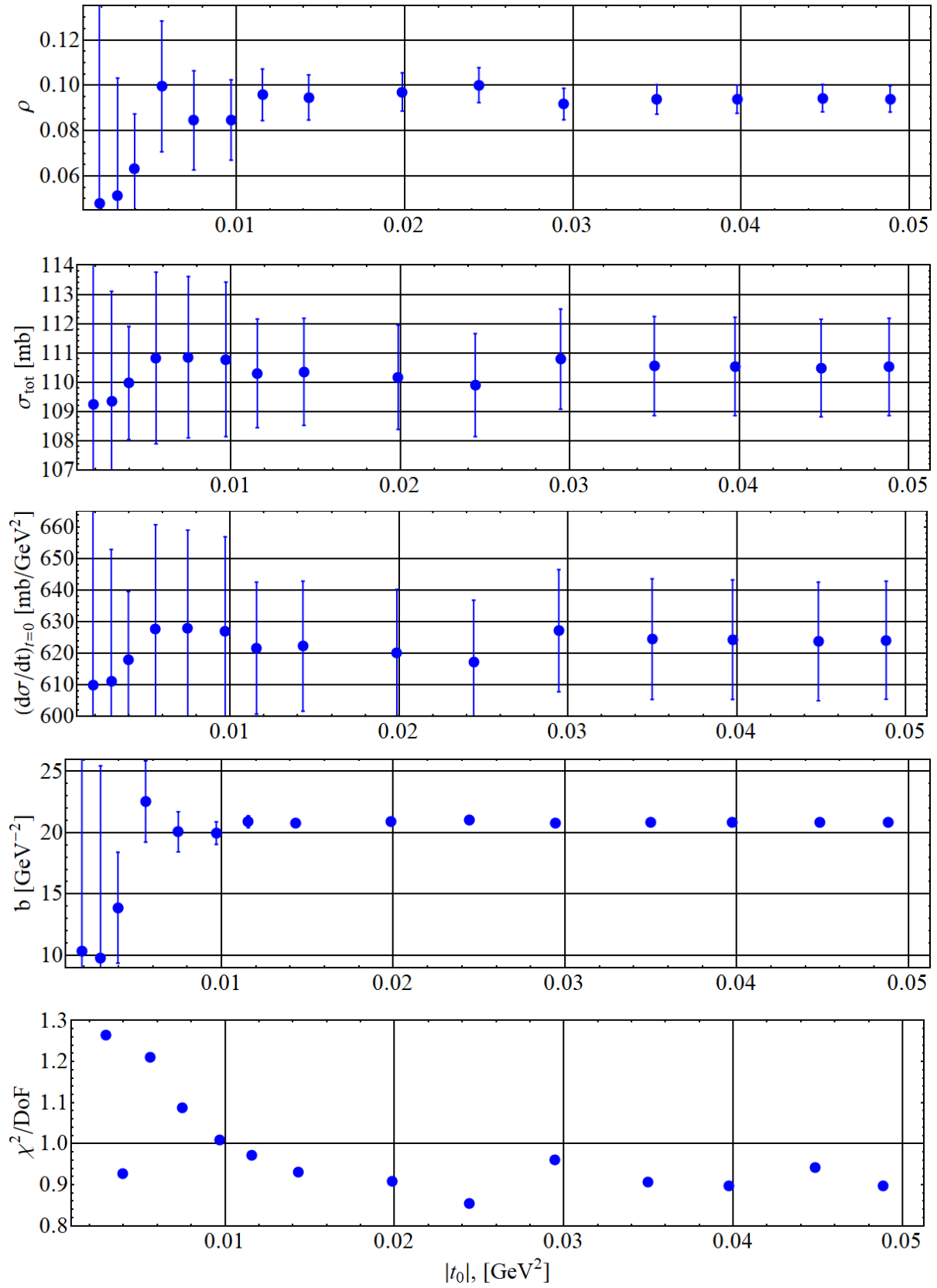


Рис. 11. Результаты фита 13 ТэВ данных по модели ISR.

Отметим, что мы также проверили ряд экспериментальных данных, полученных на энергиях ISR и при более низких энергиях – на экспериментальных данных серпуховского ускорителя У-70 [9]. Результаты получаются очень близкими к авторским значениям этих работ.

### Заключение

Приведенные результаты обработки экспериментальных данных различными способами указывают лишь на то [в общем-то известное] обстоятельство, что *извлечение параметра  $\rho$  из экспериментальных данных по дифференциальным сечениям является существенным образом модельно зависимым.*

В принципе, можно иметь две [и более] различные модели «ядерной» амплитуды  $T_N(s, t)$ , приводящие к сравнимому качеству описания данных. В простых терминах это подобно тому, что, зная лишь модуль комплексного числа, невозможно указать на значение его аргумента. Поэтому представляется, что заключения о точном и *объективном* (модельно независимом) значении параметра  $\rho$  и, как следствие, о далеко идущих концептуальных физических следствиях на базе имеющегося экспериментального материала являются недостаточно обоснованными.

### Список литературы

1. G. Antchev et al., TOTEM Collaboration, Eur. Phys. J. **C79** (2019) 785.
2. R. Cahn, Z. Phys. **C15**, 253 (1982);  
V.Kundrát and M. Lokajíček, Z. Phys. **C63**, 619(1994).
3. V. A. Petrov, Eur.Phys.J. **C78** (2018) no.3, 221;  
Erratum: Eur.Phys.J. **C78** (2018) no.5, 414.
4. R. Avila, H. Gauron, B. Nicolescu, Eur.Phys.J. **C49** (2007) 581.
5. E. Martynov, Phys.Rev. **D76** (2007) 074030.
6. E. Martynov, B. Nicolescu, Eur.Phys.J. **C56** (2008) 57.
7. Belousov V.I., Ezhela V.V., Tkachenko N.P., IHEP Preprint 2018-19. –Protvino, 2018.
8. N. Amos et al., Nucl. Phys. **B 262** (1985) 689.
9. G. G. Beznogikh et al., Nucl. Phys. **B 54** (1973) 78.

*Рукопись поступила 19 ноября 2019 г.*

В.В. Ежела, В.А. Петров, Н.П. Ткаченко

ТОТЕМ: о параметре  $\rho$  при 13 ТэВ.

Препринт отпечатан с оригинала-макета, подготовленного авторами.

---

Подписано к печати 22.11.2019.                      Формат 60 x 84/16.                      Цифровая печать.

Печ.л. 1,7.                      Уч.–изд.л. 2,21.                      Тираж 80.                      Заказ 12.                      Индекс 3649.

---

НИЦ «Курчатовский институт» – ИФВЭ

142281, Московская область, г. Протвино, пл. Науки, 1

www.ihep.ru; библиотека <http://web.ihep.su/library/pubs/all-w.htm>



Индекс 3649

---

ПРЕПРИНТ 2019-9,  
НИЦ «Курчатовский институт» – ИФВЭ, 2019

---